

实验四 方程求根实验

一. 实验目的

- (1) 深入理解方程求根的迭代法的设计思想，学会利用校正技术和松弛技术解决某些实际的非线性方程问题，比较这些方法解题的不同之处。
- (2) 熟悉 Matlab 编程环境，利用 Matlab 解决具体的方程求根问题。

二. 实验要求

用 Matlab 软件实现根的二分搜索、迭代法、Newton 法、快速弦截法和弦截法，并用实例在计算机上计算。

三. 实验内容

1. 实验题目

- 3-1:** 用 Newton 法求方程 $f(x) = x^3 - 3x - 1 = 0$ 在 $x_0=2$ 附近的根，根的准确值为 $x^* = 1.87938524 \dots$ ，要求计算结果有 4 位有效数字，并绘制方程的图形进行检验。
- 3-2:** 取 $x_0=1$ ，用迭代法求方程 $x^3 - 3x - e^x + 2 = 0$ 的根，然后用 Aitken 方法加速，要求计算结果有 4 位有效数字。（提示：此题答案有多个，作对一个即算正确）
- 3-3:** 分别用弦截法和快速弦截法求解方程 $f(x) = xe^x - 1 = 0$ ，要求精度为 $\varepsilon = 10^{-6}$ ，取 $x_0 = 0.5$, $x_1 = 0.6$ 作为开始值，并绘制 $f(x) = xe^x - 1$ 的图形进行验证。

2. 设计思想

要求针对上述题目，详细分析每种算法的设计思想。

针对三个题目分别使用 Newton 法、迭代法、弦截法、快速弦截法求解。利用 MATLAB 实现算法。

3. 对应程序

列出每种算法的程序。

```
x = zeros(10);
f1=@(x) x.^3-3.*x-1;
ff1=@(x)-3+3.*x.^2;
x(1)=2;

for i=1:10
    x(i+1)=x(i)-f1(x(i))/ff1(x(i));
end
disp('3-1Newton 法:')
disp(x(10))
```

```

f2=@(x) x.^3-2.*x-exp(x)+2;
x=1;
for index =1:10
    x1=f2(x);
    x2=f2(x1);
    x=x2-(x2-x1).^2./(x2-2.*x1+x);
end
disp('3-2 迭代法:')
disp(x)

f3=@(z) z*exp(z)-1;
x=zeros(10);
x(1)=0.5;
x(2)=0.6;

for k=2:10
    x(k+1)=x(k)-f3(x(k))/(f3(x(k))-f3(x(1)))*(x(k)-x(1));
end
disp('3-3 弦截法:')
disp(x(10))

disp('3-3 快速弦截法:')
[x,k]=Fast_chord(f3,0.5,0.6,10^-6);
disp(x)

x=linspace(0,1,100);
y=x.*exp(x)-1;
plot(x,y,x,0);

% Fast_chord.m
function [x,k]=Fast_chord(f,x1,x2,emg)
    k=1;
    y1=feval(f,x1);
    y2=feval(f,x2);
    x(k)=x2-(x2-x1)*y2/(y2-y1);
    y(k)=feval(f,x(k));
    k=k+1;
    x(k)=x(k-1)-(x(k-1)-x2)*y(k-1)/(y(k-1)-y2);

    while abs(x(k)-x(k-1))>emg
        y(k)=feval(f,x(k));
        x(k+1)=x(k)-(x(k)-x(k-1))*y(k)/(y(k)-y(k-1));
        k=k+1;
    end
end

```

4. 实验结果

列出相应的运行结果截图，如果要求可视化，则同时需要给出相应的图形。

3-1Newton法：

1.879385241571817

3-2迭代法：

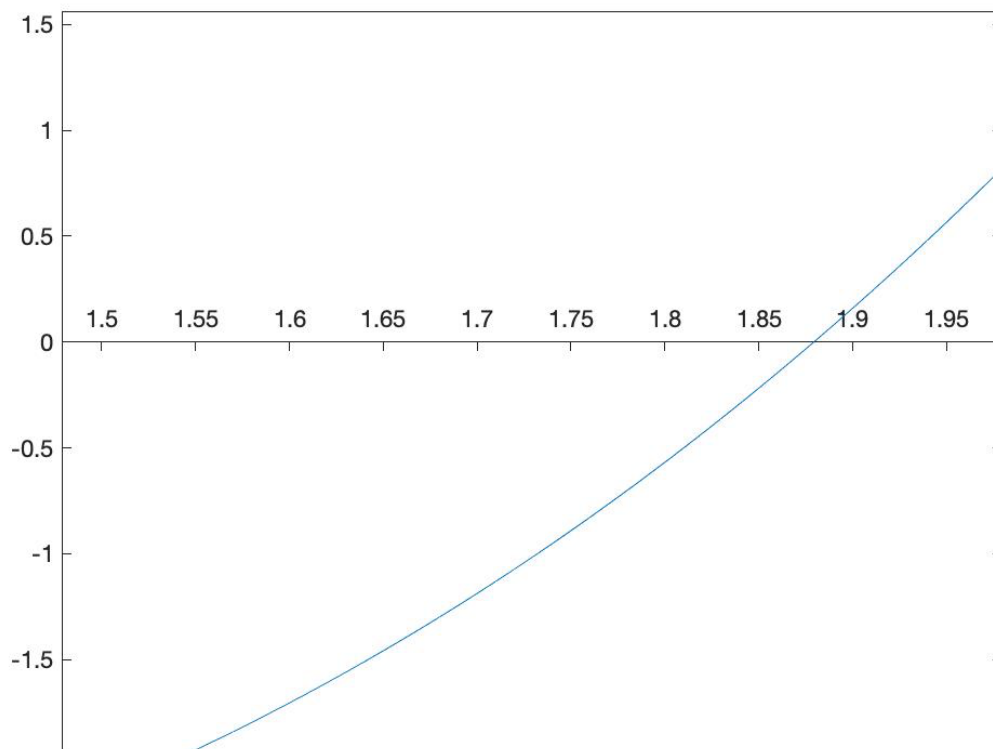
0.245508801277837

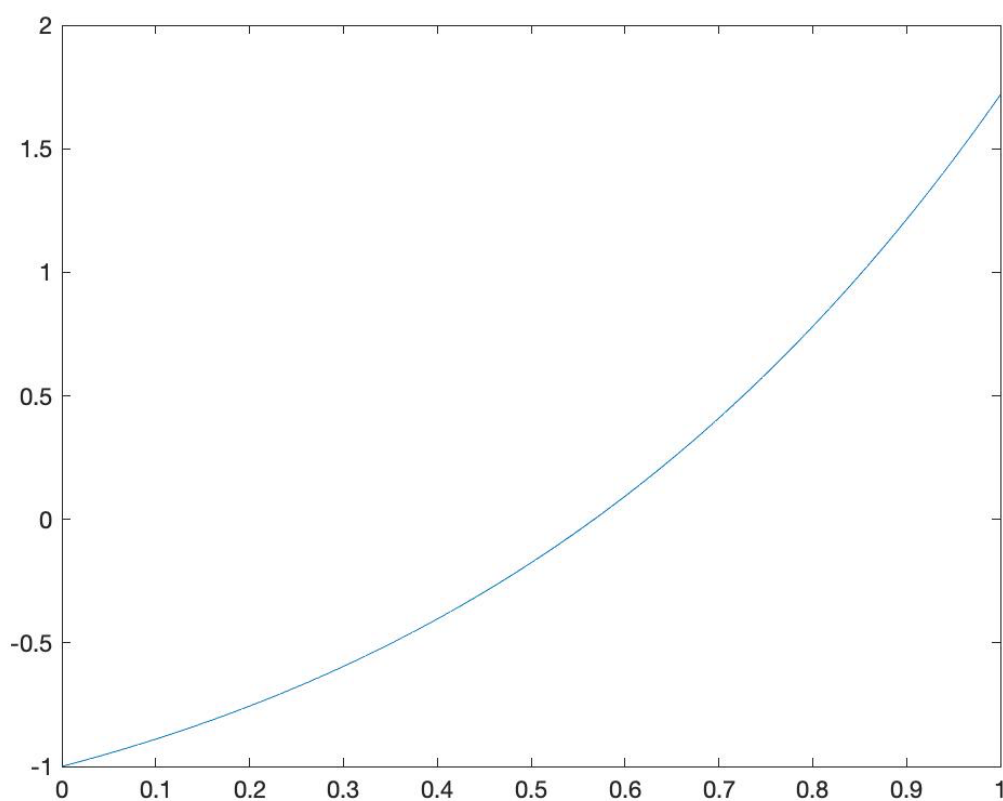
3-3弦截法：

0.567143290413073

3-3快速弦截法：

0.565315140174367 0.567094633483845 0.567143363314904 0.567143290406878





四. 实验分析

对实验过程进行分析总结，对比方程求根的不同方法，指出每种方法的设计要点及应注意的事项，以及自己通过实验所获得的对方程求根问题的各种解法的理解。

牛顿迭代法实现方法简单，但是需要对函数求导。

避免求导的有 Aitken 算法。弦截法和快速弦截法。前者收敛速度慢。后者需要 2 个初值来启动计算。

（注：不要改变实验报告的结构，写清页码和题号，源程序以自己的姓名命名，如 3-1 题可命名为“zhangsan_3-1.m”，运行截图中应出现自己的姓名和题号）