学号：　　　　姓名：

实验二 数值积分实验

一. 实验目的

（1）熟悉数值积分与数值微分方法的基本思想，加深对数值积分与数值微分方法的理解。

（2）熟悉 Matlab 编程环境，利用 Matlab 实现具体的数值积分与数值微分方法。

二. 实验要求

用 Matlab 软件实现复化梯形方法、复化辛普森方法、龙贝格方法和高斯公式的相应算法，并用实例在计算机上计算。

三. 实验内容

1. 实验题目

编写用复化梯形法、复化辛普森法、龙贝格法、三点高斯法求积分$I=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^1 e^{-x}dx$近似值的计算机程序，要求误差不超过 10^{-6}。

2. 设计思想

要求针对上述题目，阐述每种算法的设计思想。

总体的思想是化复杂为简单的重复

A． 复化梯形法使用直接法，通过递归，缩减规模；

B． 复化辛普森法也是使用直接法，根据公式直接进行编程，通过递归缩减规模；

C． 龙贝格算法应该在做了的几个中最体现了“化复杂为简单的重复”的思想，多个循环通过变量的适当递增，和一个 for 循环语句来实现，循环主体只有一句话，但确是整个程序中的亮点和难点；

D． 三点高斯法直接通过一条简单的公式来编写程序，难度不大；

在精度方面，复化梯形法略低。复化辛普森法比它精度高。

高斯公式精度高，计算稳定，节点选取复杂。

龙贝格求积方法简单，精度高。

3. 对应程序

列出每种算法的程序。

```
% bbct.m
function T = bbct(f,a,b,eps)
h = b-a;
fa=feval(f,a);
```

```
fb=feval(f,b);
T1=h*(fa+fb)/2;
T2=T1/2+h*feval(f,a+h/2)/2;
n=1;
while abs(T2-T1)>=eps
    h=h/2;
    T1=T2;
    S=0;
    x=a+h/2;
    while x<b
        fx=feval(f,x);
        S=S+fx;
        x=x+h;
    end
    T2=T1/2+S*h/2;
    n=n+1;
end
T=T2;

% FSimpson.m
function S = FSimpson(f,a,b,N)
h=(b-a)/N;
fa=feval(f,a);
fb=feval(f,b);
S=fb+fa;
x=a;
for i=1:N
    x=x+h/2;
    fx=feval(f,x);
    S=S+4*fx;
    x=x+h/2;
    fx=feval(f,x);
    S=S+2*fx;
end
S=h*S/6;

% Romberg.m
function quad = Romberg(f,a,b,eps)
h=b-a;
R(1,1)=h*(feval(f,a)+feval(f,b))/2;
M=1;J=0;err=1;
while err>eps
    J=J+1;
    h=h/2;
```

```
    S=0;
    for p=1:M
        x=a+h*(2*p-1);
        S=S+feval(f,x);
    end
    R(J+1,1)=R(J,1)/2+h*S;
    M=2*M;
    for k=1:J
        R(J+1,k+1)=R(J+1,k)+(R(J+1,k)-R(J,k))/(4^k-1);
    end
    err=abs(R(J+1,J)-R(J+1,J+1));
end
quad=R(J+1,J+1);

% TGauss.m
function G=TGauss(f,a,b)
x1=(a+b)/2-sqrt(3/5)*(b-a)/2;
x2=(a+b)/2+sqrt(3/5)*(b-a)/2;
G=(b-a)*(5*feval(f,x1)/9+8*feval(f,(a+b)/2)/9+5*feval(f,x2)/9)/2;

% f1.m
function f=f1(x)
f = 2*exp(1)^-x/sqrt(pi);

% experiment2.m
f = @f1;a=0;b=1;
N=16;
disp('变步长梯形法:')
disp(bbct(f,a,b,0.0000001))
disp('复化 Simpson 法')
disp(FSimpson(f,a,b,10^7))
disp('Romberg 加速算法')
disp(Romberg(f,a,b,10^-7))
disp('三点 Gauss 公式')
disp(TGauss(f,a,b))
```

4. 实验结果

列出相应的运行结果截图，如果要求可视化，则同时需要给出相应的图形。

变步长梯形法:

    0.713271683846353

复化Simpson法

    0.713271683519517

Romberg加速算法

    0.713271669814180

三点Gauss公式

    0.713271327590424

四. 实验体会

对实验过程进行分析总结，对比不同方法的精度，指出每种算法的设计要点及应注意的事项，以及自己通过实验所获得的对数值积分方法的理解。

1. 复化梯形法：将区间等分为若干份对每个区间用梯形法求积，算法思想简单，便于理解。缺点是精度较低，需要划分大量的区间才能获得较高的精度要求。

2. 复化辛普森法也是对区间进行直接均分。但是在每个区间都取其中点参与运算，能有效提高精度，降低区间划分数量，是对复化梯形法的有效升级。

3. 龙贝格算法较为复杂，但其主要思路就是将复杂化为简单的重复，将粗糙的梯形值逐步加工成高精度的龙贝格值，其中运用到的松弛技术能有效提高迭代速度。迭代速度快，精度高。

4. 三点高斯法的亮点在于对求积节点的自选取，并选择适合的权重，使计算量降低的同时能有效提高精度。算法编写难度不大，是一种极其优秀的方法。缺点是结点的选取比较复杂。

（注：不要改变实验报告的结构，写清页码和题号，源程序以自己的姓名命名，如3-1题可命名为“Zhangsan_3-1.m”，运行截图中应出现自己的姓名和题号）