Outils d'Analyse d'une Base de Règles

Swan Rocher

Université Montpellier 2

1er mai 2012

Table des matières

Table des matières

Table des matières

Atome

- Prédicat : symbole relationnel d'arité donnée
- Atome : prédicat et termes associés à ses positions
- Terme : variable ou constante (pas de fonction)
- Domaine d'un atome : ensemble de ses termes

Exemple

"Tom a un père."
$\exists x$ (pere(x,Tom))

Conjonction d'atomes

- Composée de k atomes
- $A = atome_1 \wedge atome_2 \wedge ... \wedge atome_k$
- Représentation par un graphe non orienté

Exemple

"Il existe un homme qui est le père de Tom."
$\exists x$ (homme(x) $\wedge$ pere(x,Tom))

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat
- un sommet par terme étiqueté si constante
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme

$$\exists x\ (\text{homme}(x) \land \text{pere}(x, \text{Tom}))$$

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme

$\exists x$ (homme(x) $\wedge$ pere(x,Tom))

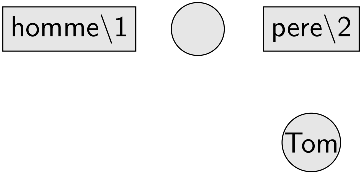
$\boxed{\text{homme}\backslash 1}$ $\boxed{\text{pere}\backslash 2}$

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme

$$\exists x\ (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$$

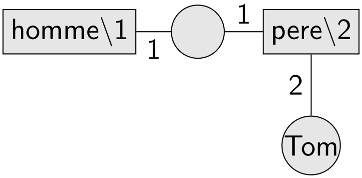


Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓

$\exists x\ (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$



Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Exemple règle universelle

"Tout homme est un humain."
$\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))

Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Exemple règle universelle

"Tout homme est un humain."
$\forall x\ (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

Exemple règle existentielle

"Tout humain a un père qui est un homme."
$\forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z, \text{Tom})))$

Représentation graphique d'une règle

- Ensembles de sommets et d'arêtes identiques à une conjonction d'atomes
- 2-coloration des atomes pour différencier hypothèse et conclusion

Exemple

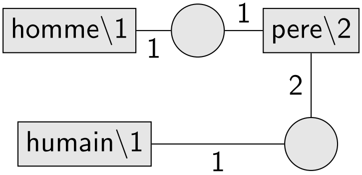
"Tout humain a un père qui est un homme."

$$\forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$$

Représentation graphique d'une règle

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓
- coloration des sommets atomes en fonction de leur position

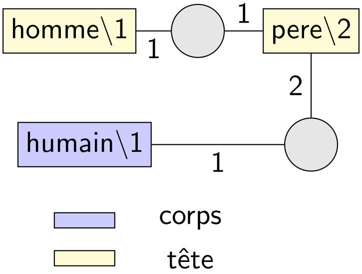
$\forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$



Représentation graphique d'une règle

1. un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
2. un sommet par terme étiqueté si constante ✓
3. une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓
4. coloration des sommets atomes en fonction de leur position ✓

$\forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$



Les différents éléments d'une règle

$$\forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$$

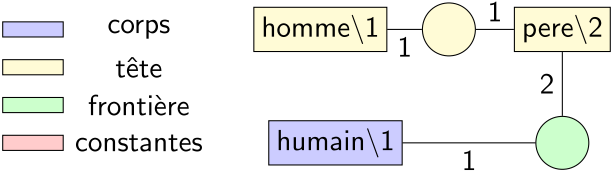


Table des matières

Dépendance des règles

- R_1 dépend de $R_2 \leftrightarrow R_2$ peut amener à déclencher R_1
- Unification de la conclusion de R_2 avec l'hypothèse de R_1
- Construction d'un graphe de dépendances des règles
- Les sommets représentent les règles
- Il existe un arc entre R_1 et R_2 si R_2 dépend de R_1

Construction du graphe

Exemple

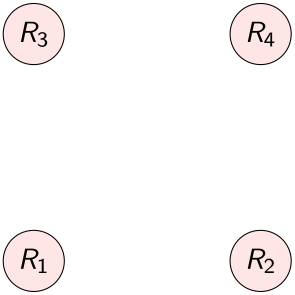
"Tout homme est un humain. Tout humain a un père qui est un homme. Si un homme est le parent d'un autre, alors il est son père. Tout père d'un homme est un de ses parents."

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

Construction du graphe

Base de règles :

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

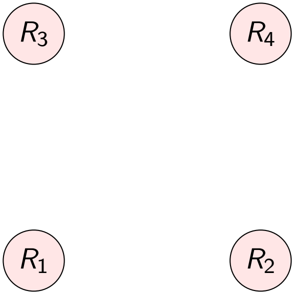


Construction du graphe

Base de règles :

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

R_1 peut elle se redéclencher ?
C_1 a un prédicat différent de H_1



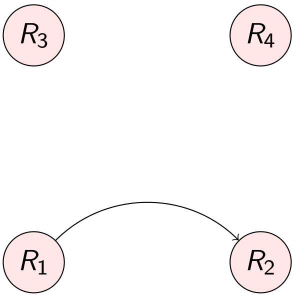
Construction du graphe

Base de règles :

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

R_1 peut amener à déclencher R_2 ?

$C1 = H2$

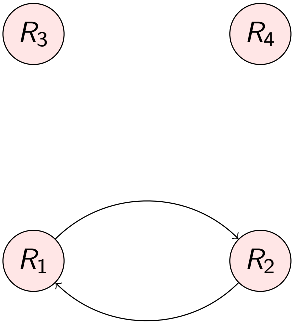


Construction du graphe

Base de règles :

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

R_2 peut amener à déclencher R_1 ?
R_2 amène l'existence d'un nouvel individu et l'hypothèse de R_1 est vérifiée pour celui ci



Construction du graphe

Base de règles :

- R_1 : $\forall x$ (homme(x) $\rightarrow$ humain(x))
- R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ pere(z,x)))
- R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ pere(x,y))
- R_4 : $\forall x \forall y$ (pere(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

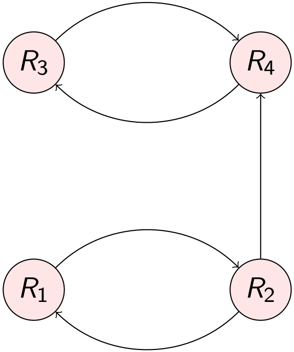


Table des matières

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set : algorithmes de chaînage avant

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set : algorithmes de chaînage avant
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière
- Finite Unification Set : algorithmes de chaînage arrière

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière
- Finite Unification Set : algorithmes de chaînage arrière
- Classes incomparables

Classes de règles concrètes

- Imposent des contraintes sur la forme des règles ou de la base
- Spécialisent les classes abstraites
- Classes pouvant être comparables

Guardée

- Un atome de l'hypothèse contient toutes les variables de celle-ci
- $\exists a \in H_i : variable(H_i) \subseteq variables(a)$
- Simple à vérifier
- $guarded(R) = \{\forall R_i \in R : R_i \text{ est gardée}\} \in GBTS$

Exemple

$R_3 : \forall x \forall y\ (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{père}(x,y))$
Garde : parent(x,y)

Frontière gardée

- Un atome de l'hypothèse contient toutes les variables de la frontière
- $\exists a \in H$: frontière$(R) \subseteq variables(a)$
- Seule la frontière influe sur l'application d'une règle
- Généralisation des règles gardées
- $fr - guarded(R) = \{\forall R_i \in R : R_i$ a une frontière gardée$\} \in GBTS$

Exemple

$\forall x \forall y (p(x) \wedge q(y) \rightarrow \exists z (r(y, z)))$
Garde-frontière : $q(y)$

Frontière de taille 1

- La frontière de la règle est de taille 1
- Spécialisation des règles à frontière gardée
- Utiles pour les notions d'héritage
- $fr-1(R) = \{\forall R_i \in R : |\text{frontière}(R_i)| = 1\} \in GBTS$

Exemple

$R_2 : \forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$
frontière$(R_2) = \{x\}$

Hypothèse atomique

- L'hypothèse de la règle ne contient qu'un seul atome
- Spécialisation des règles gardées
- $ah(R) = \{\forall R_i = (H_i, C_i) \in R : |H_i| = 1\} \in GBTS \cap FUS$

Exemple

$R_1 : \forall x\ (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

Domaine restreint

- Les atomes de la conclusion contiennent soit toutes les variables de l'hypothèse, soit aucune
- $\forall a_j \in R_i(variables(H_i) \subseteq variables(a_j)) \vee (variables(H_i) \cap variables(a_j) = \emptyset)$
- Incomparable avec les autres classes concrètes exhibées
- $dr(R) = \{\forall R_i \in R : R_i$ a un domaine restreint $\} \in FUS$

Exemple

R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ père(z,x)))
$variables(homme(z)) \cap variables(H_2) = \emptyset$
$variables(H_2) \subseteq variables(pere(z, x))$

Déconnectée

- Frontière vide
- Spécialisation des règles de domaine restreint
- Une seule application nécessaire
- $disc(R) = \{\forall R_i \in R$:frontière$(R_i) = \emptyset\} \in FUS$

Exemple

$\forall x(p(x) \wedge q(a) \rightarrow \exists z(r(a, z)))$

Universelle

- Aucune variable existentielle
- Couramment utilisées
- $rr(R) = \{\forall R_i \in R : variables(R_i) \subseteq variables(H_i)\} \in FES \cap GBTS$

Exemple

R_5 : $\forall x \forall y \forall z$ (mêmeFamille(x,y) $\wedge$ mêmeFamille(y,z) $\rightarrow$ mêmeFamille(x,z))

Faiblement acyclique

- Contrainte sur l'ensemble des règles
- Nécessite l'usage d'une nouvelle structure : le graphe de dépendances des positions
- $wa(R) \in FES$

Exemple de non faible acyclicité

$R_1 : \forall x\ (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
$R_2 : \forall x\ (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z\ (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$

Exemple de faible acyclicité

$R_3 : \forall x \forall y\ (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{père}(x,y))$
$R_4 : \forall x \forall y\ (\text{père}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

Sticky

- Contrainte sur l'ensemble des règles
- Marquage des variables
- Une variable marquée ne doit pas apparaître plusieurs fois dans l'hypothèse d'une règle
- $sticky(R) \in FES$

Exemple

R_3 : $\forall x \forall y$ (parent(x,y) $\wedge$ homme(x) $\rightarrow$ père(x,y))
R_4 : $\forall x \forall y$ (père(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

Weakly sticky

- Généralisation de faiblement acyclique et de sticky
- Les variables marquées ne doivent pas apparaître plusieurs fois dans l'hypothèse ou ne pas être dans une position de rang infini
- $ws(R) \notin FES \cup GBTS \cup FUS$

Graphe de dépendances des règles acyclique

- L'ensemble des règles forment un graphe de dépendances sans circuit
- $aGRD(R) \in FES \cup FUS$

Exemple de faible acyclicité

R_2 : $\forall x$ (humain(x) $\rightarrow \exists z$ (homme(z) $\wedge$ père(z,x)))
R_4 : $\forall x \forall y$ (père(x,y) $\rightarrow$ parent(x,y))

Schéma récapitulatif