

Outils d'Analyse d'une Base de Règles

Swan Rocher

Université Montpellier 2

2 mai 2012

- 1 Contexte
- 2 Notions de logique
- 3 Dépendance des règles
- 4 Classes de règles

Table des matières

1 Contexte

2 Notions de logique

3 Dépendance des règles

4 Classes de règles

Table des matières

1 Contexte

2 Notions de logique

- Atomes
- Règles

3 Dépendance des règles

Atome

- Prédicat : symbole relationnel d'arité donnée
- Atome : prédicat et termes associés à ses positions
- Terme : variable ou constante (pas de fonction)
- Domaine d'un atome : ensemble de ses termes

Exemple

"Tom a un père."

$\exists x \text{ (pere}(x, \text{Tom})$

Conjonction d'atomes

- Composée de k atomes
- $A = atome_1 \wedge atome_2 \wedge \dots \wedge atome_k$
- Représentation par un graphe non orienté

Exemple

"Il existe un homme qui est le père de Tom."
 $\exists x (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome
étiqueté par son prédicat
- un sommet par terme
étiqueté si constante
- une arête pour chaque
apparition de terme dans un
atome dont le poids est la
position du terme

$$\exists x (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$$

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome
étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme
étiqueté si constante
- une arête pour chaque
apparition de terme dans un
atome dont le poids est la
position du terme

$$\exists x (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$$

homme\1

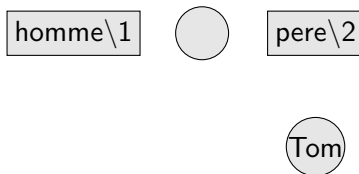
pere\2

Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme

$$\exists x (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$$

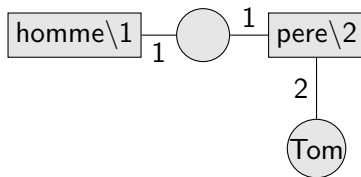


Représentation graphique d'une conjonction d'atomes

On crée :

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓

$$\exists x (\text{homme}(x) \wedge \text{pere}(x, \text{Tom}))$$



Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Exemple règle universelle

"Tout homme est un humain."
 $\forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

Règle

- Deux conjonctions d'atomes : une hypothèse H et une conclusion C
- $H \rightarrow C$
- Variable soit universelle ($\in H$) ou existentielle ($\notin H$)
- Frontière : variable à la fois dans H et dans C ($\in H \cap C$)

Exemple règle universelle

"Tout homme est un humain."

$\forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

Exemple règle existentielle

"Tout humain a un père qui est un homme."

$\forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z, \text{Tom})))$

Représentation graphique d'une règle

- Ensembles de sommets et d'arêtes identiques à une conjonction d'atomes
- 2-coloration des atomes pour différencier hypothèse et conclusion

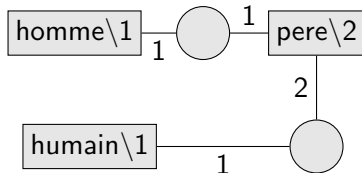
Exemple

"Tout humain a un père qui est un homme."
 $\forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$

Représentation graphique d'une règle

- un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓
- coloration des sommets atomes en fonction de leur position

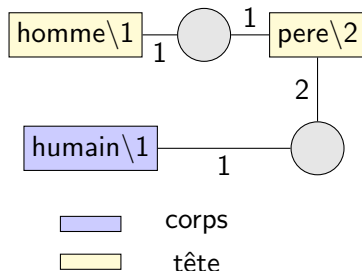
$$\forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$$



Représentation graphique d'une règle

- 1 un sommet par atome étiqueté par son prédicat ✓
- 2 un sommet par terme étiqueté si constante ✓
- 3 une arête pour chaque apparition de terme dans un atome dont le poids est la position du terme ✓
- 4 coloration des sommets atomes en fonction de leur position ✓

$$\forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$$



Les différents éléments d'une règle

$$\forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$$

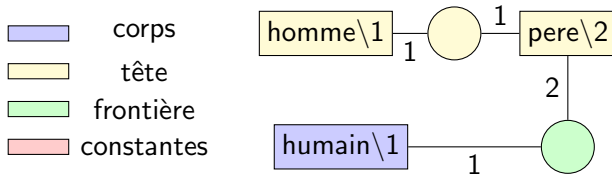


Table des matières

1 Contexte

2 Notions de logique

3 Dépendance des règles

4 Classes de règles

Dépendance des règles

- R_1 dépend de $R_2 \leftrightarrow R_2$ peut amener à déclencher R_1
- Unification de la conclusion de R_2 avec l'hypothèse de R_1
- Construction d'un graphe de dépendances des règles
- Les sommets représentent les règles
- Il existe un arc entre R_1 et R_2 si R_2 dépend de R_1

Construction du graphe

Exemple

"Tout homme est un humain. Tout humain a un père qui est un homme. Si un homme est le parent d'un autre, alors il est son père. Tout père d'un homme est un de ses parents."

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

Construction du graphe

Base de règles :

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

 R_3 R_4 R_1 R_2

Construction du graphe

Base de règles :

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

R_1 peut elle se
redéclencher ?

C_1 a un prédicat différent
de H_1



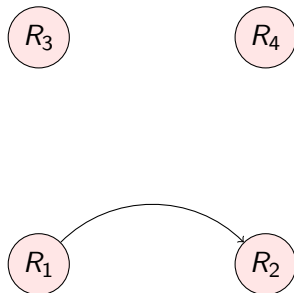
Construction du graphe

Base de règles :

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

R_1 peut amener à
déclencher R_2 ?

$C1 = H2$



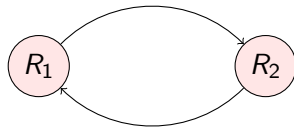
Construction du graphe

Base de règles :

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

R_2 peut amener à déclencher R_1 ?

R_2 amène l'existence d'un nouvel individu et l'hypothèse de R_1 est vérifiée pour celui ci



Construction du graphe

Base de règles :

- $R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$
- $R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{pere}(z,x)))$
- $R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{pere}(x,y))$
- $R_4 : \forall x \forall y (\text{pere}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

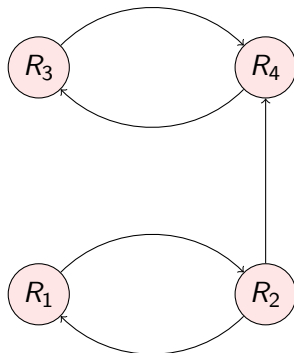


Table des matières

- 1 Contexte
- 2 Notions de logique
- 3 Dépendance des règles
- 4 Classes de règles
 - Classes abstraites

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set : algorithmes de chaînage avant

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set : algorithmes de chaînage avant
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière
- Finite Unification Set : algorithmes de chaînage arrière

Classes de règles abstraites

- Aucune propriété vérifiable
- Assurent la décidabilité du problème en suivant certains algorithmes
- Finite Extension Set
- (Greedy) Bounded Treewidth Set : algorithmes de chaînage avant avec condition d'arrêt particulière
- Finite Unification Set : algorithmes de chaînage arrière
- Classes incomparables

Classes de règles concrètes

- Imposent des contraintes sur la forme des règles ou de la base
- Spécialisent les classes abstraites
- Classes pouvant être comparables

Guardée

- Un atome de l'hypothèse contient toutes les variables de celle-ci
- $\exists a \in H_i : \text{variable}(H_i) \subseteq \text{variables}(a)$
- Simple à vérifier
- $\text{guarded}(R) = \{\forall R_i \in R : R_i \text{ est gardée}\} \in \text{GBTS}$

Exemple

$R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{père}(x,y))$

Garde : $\text{parent}(x,y)$

Frontière gardée

- Un atome de l'hypothèse contient toutes les variables de la frontière
- $\exists a \in H : \text{frontière}(R) \subseteq \text{variables}(a)$
- Seule la frontière influe sur l'application d'une règle
- Généralisation des règles gardées
- $\text{fr} - \text{guarded}(R) = \{\forall R_i \in R : R_i \text{ a une frontière gardée}\} \in \text{GBTS}$

Exemple

$\forall x \forall y (p(x) \wedge q(y) \rightarrow \exists z (r(y, z)))$

Garde-frontière : $q(y)$

Frontière de taille 1

- La frontière de la règle est de taille 1
- Spécialisation des règles à frontière gardée
- Utiles pour les notions d'héritage
- $fr - 1(R) = \{\forall R_i \in R : |frontière(R_i)| = 1\} \in GBTS$

Exemple

$R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$
 $frontière(R_2) = \{x\}$

Hypothèse atomique

- L'hypothèse de la règle ne contient qu'un seul atome
- Spécialisation des règles gardées
- $ah(R) = \{\forall R_i = (H_i, C_i) \in R : |H_i| = 1\} \in GBTS \cap FUS$

Exemple

$R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

Domaine restreint

- Les atomes de la conclusion contiennent soit toutes les variables de l'hypothèse, soit aucune
- $\forall a_j \in R_i (variables(H_i) \subseteq variables(a_j)) \vee (variables(H_i) \cap variables(a_j) = \emptyset)$
- Incomparable avec les autres classes concrètes exhibées
- $dr(R) = \{\forall R_i \in R : R_i \text{ a un domaine restreint}\} \in FUS$

Exemple

$R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$
 $variables(\text{homme}(z)) \cap variables(H_2) = \emptyset$
 $variables(H_2) \subseteq variables(\text{père}(z,x))$

Déconnectée

- Frontière vide
- Spécialisation des règles de domaine restreint
- Une seule application nécessaire
- $disc(R) = \{\forall R_i \in R : \text{frontière}(R_i) = \emptyset\} \in FUS$

Exemple

$$\forall x(p(x) \wedge q(a) \rightarrow \exists z(r(a, z)))$$

Universelle

- Aucune variable existentielle
- Couramment utilisées
- $rr(R) = \{\forall R_i \in R : \text{variables}(R_i) \subseteq \text{variables}(H_i)\} \in FES \cap GBTS$

Exemple

$R_5 : \forall x \forall y \forall z (\text{mêmeFamille}(x,y) \wedge \text{mêmeFamille}(y,z) \rightarrow \text{mêmeFamille}(x,z))$

Faiblement acyclique

- Contrainte sur l'ensemble des règles
- Nécessite l'usage d'une nouvelle structure : le graphe de dépendances des positions
- $wa(R) \in FES$

Exemple de non faible acyclicité

$R_1 : \forall x (\text{homme}(x) \rightarrow \text{humain}(x))$

$R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$

Exemple de faible acyclicité

$R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{père}(x,y))$

$R_4 : \forall x \forall y (\text{père}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

Sticky

- Contrainte sur l'ensemble des règles
- Marquage des variables
- Une variable marquée ne doit pas apparaître plusieurs fois dans l'hypothèse d'une règle
- $sticky(R) \in FES$

Exemple

$R_3 : \forall x \forall y (\text{parent}(x,y) \wedge \text{homme}(x) \rightarrow \text{père}(x,y))$

$R_4 : \forall x \forall y (\text{père}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

Weakly sticky

- Généralisation de faiblement acyclique et de sticky
- Les variables marquées ne doivent pas apparaître plusieurs fois dans l'hypothèse ou ne pas être dans une position de rang infini
- $ws(R) \notin FES \cup GBTS \cup FUS$

Graphes de dépendances des règles acyclique

- L'ensemble des règles forment un graphe de dépendances sans circuit
- $aGRD(R) \in FES \cup FUS$

Exemple de faible acyclicité

$R_2 : \forall x (\text{humain}(x) \rightarrow \exists z (\text{homme}(z) \wedge \text{père}(z,x)))$

$R_4 : \forall x \forall y (\text{père}(x,y) \rightarrow \text{parent}(x,y))$

Schéma récapitulatif

