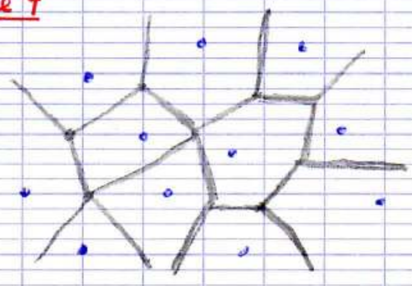
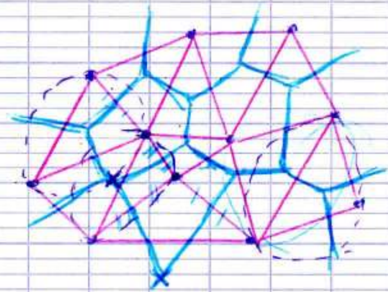
(1)

TD4

Exercice 4

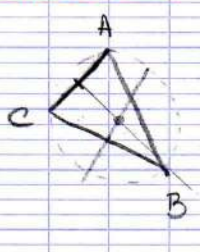


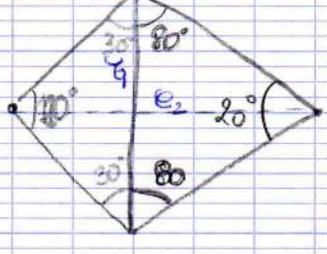


Δ de delaunay leurs cercle ne doivent pas toucher les autres

Centre du cercle circonscrit du triangle x médiatrice

Exercice 5

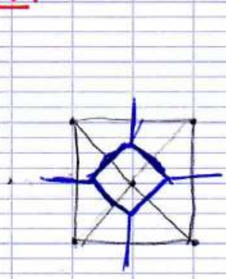




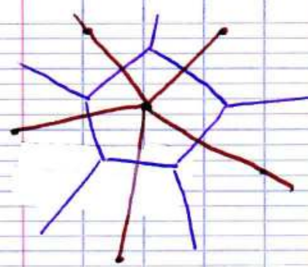
Si on ajoute l'arête 1 → $\mathcal{C}_1$
2 → $\mathcal{C}_2$

$\mathcal{C}_1 = \{\underline{20}, 30, 30, 80, 80, \underline{120}\}$ Delaunay, maximise le + petit angle
$\mathcal{C}_2 = \{\underline{10}, 10, 60, 60, 110, \underline{110}\}$ Minimise le + grand angle

Exercice 7 :



. Une cellule de Vor a en moyenne n côtés
n étant son nombre de voisins.



_ Voronoï
- Delaunay

Nbre de côtés de $Vor(x)$ = $deg(x)$ dans la triangulat° de Delaunay

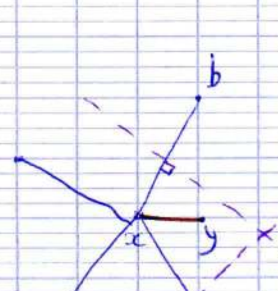
Donc nbre moyen de côtés dans Voronoï = degrés moyen dans Delaunay

$$\frac{\sum_{x \in P} deg(x)}{n} = 2 \ldots$$

Dans le cours, $N_{Del} = 3(n-1)$ - Nbe 2 Points Dans l'Enveloppe convexe

$$\frac{2N_{Del}}{n} = \frac{6(n-1)}{n} - \frac{N_{Env}}{n} \sim \boxed{6 - \frac{N_{Env}}{n}} \in [5,6]$$

Exercice 6:



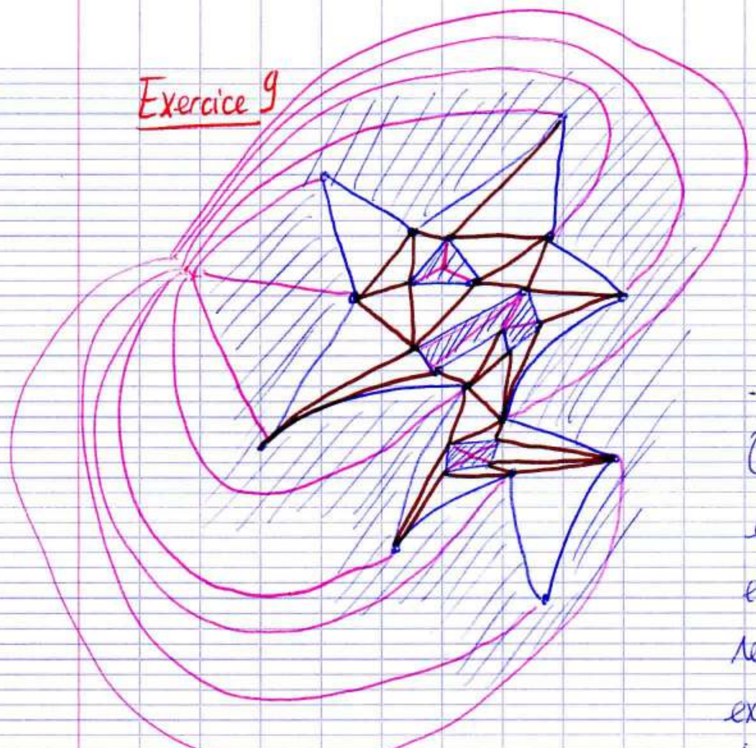
_ Cette arête est forcément dans la triangulat°

Pour le prouver, supposons qu'elle n'est pas.
On parcourt les voisin de x dans la triangulat° de Delaunay, ds le sens direct. On note a, celui qui précède y et b celui qui suit y
$\rightarrow$ xAB est un triangle de la triangulat°

On va montrer que y est relié à x par + proche voisin.
x est le plus proche voisin de y donc. $yx < ya$ ainsi, y et x sont du même côté de la médiatrice de $[ax]$
De même, $yx < yb$: y et x du m côté de la médiatrice de $[bx]$
$y \in$ quadrilatère $xa'ob'$ $\subset$ cercle circonscrit à $x\,a\,b$ ce qui contredit xAb triangle de Delaunay

(2)

Exercice 9



$n = 26$

$p = 3$

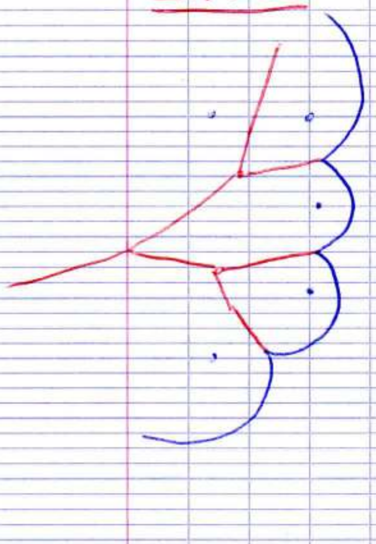
Graphe planaires triangulées.
$3n-6$ arêtes.

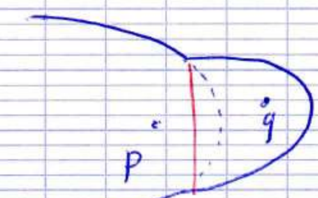
On ajoute un sommet par trou relié à tous les points bordant le trou. et un sommet par la face externe relié à tous les sommets de la face externe. On a ajouté $p+1$ sommets et n arêtes et n triangles.

On obtient un graphe triangulé sur $n+p+1$ sommets donc contenant $2(n+p+1)-4$ triangles $\left(f = m - n + 2 = (3n-6)-n+2 = 2n-4\right)$
$= 2n+2p-2$

Comme on a ajouté n triangles, on a :
$\boxed{n+2p-2 \text{ triangles}}$ dans la triangulation.

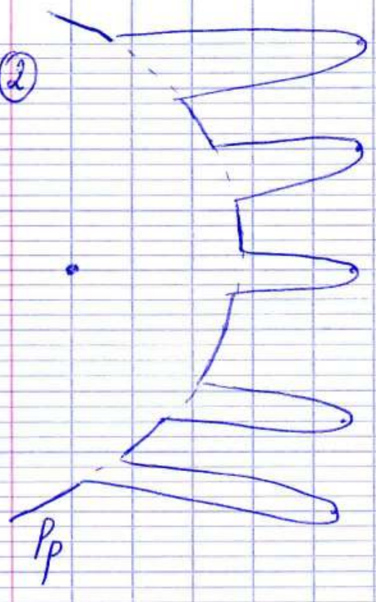
Exercice 8



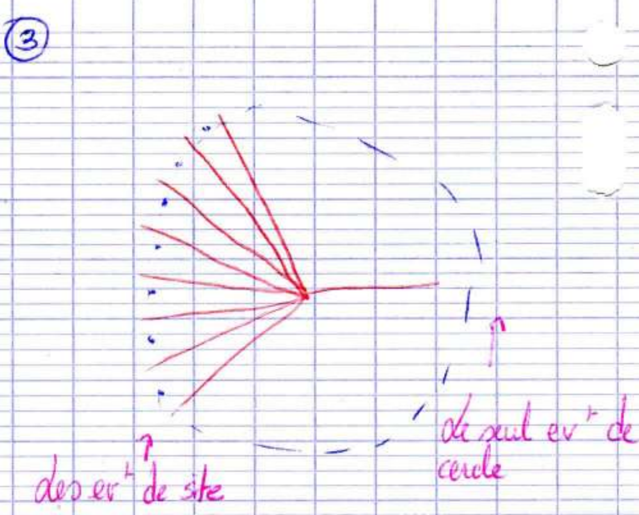


La parabole Parcée à p porte 2 arcs de la ligne deplag

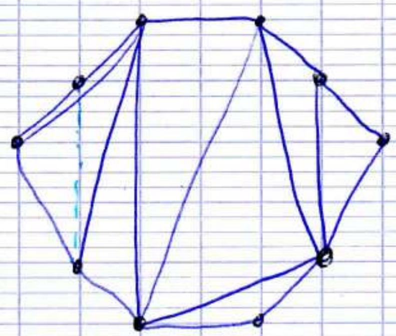
②

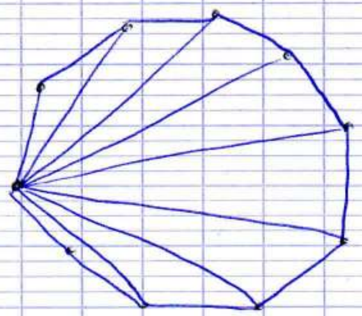


③



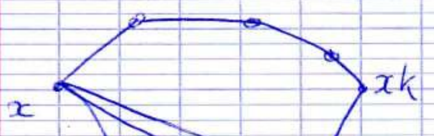
Exercice 10





Montrer qu'on peut tjrs avoir.

Etant donné une triangulation $\mathcal{T}$ de P, on fixe un ~~semestre~~ sommet x de P, on produit une triangulat° $\mathcal{T}'$ avec ⊕ de triangles incidents à x que $\mathcal{T}$.

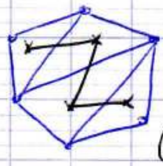


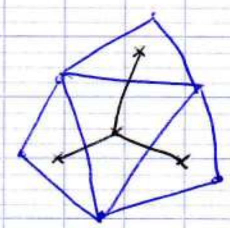
On nomme les sommets $x_0 = x, x_1 \dots x_2$ dans le sens direct autour de p
On regarde x_i tq $x_2, x_3, \dots x_i$ soient reliés à x et x_{i+1} si relié à e. Le second triangle contenant $[x x_i]$ est $x x_i x_j$ pour $j > \cancel{x} \, i+1$

On regarde le second triangle contenant $[x_i x_j]$ c'est $x_i x_j x_k$ avec $i+1 \leq k \leq j-1$

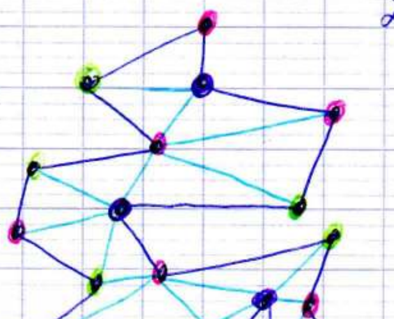
(3) Dans le quadrilatère $x\ x_i\ x_k\ x_j$, on "flip" l'arête x_ix_j ; x_k devient incident à x.
Ensuite pour passer d'une triangulation $\mathcal{C}$ à une triangulation $\mathcal{C}'$:
$\mathcal{C} \rightsquigarrow \mathcal{C}_x \leftrightsquigarrow \mathcal{C}'$

Exercice 11


Chemin

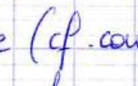

Pas chemin

Exercice 12



21 sommets

(1) Soit $\mathcal{C}$ une triangulation d'un polygone P. On note A le dual de $\mathcal{C}$, c'est un arbre (cf. cours) et on considère T, un triangle correspondant à une feuille de l'arbre



Il y a un seul côté pq de T incident à un autre triangle de $\mathcal{C}$, le 3ème sommet (R) a degré 2

(2) Par récurrence. Si $P = \Delta$ vrai
Sinon $\exists$ sommet x de degré 2, on supprime x, par récurrence on 3-colorie, puis on rajoute x avec la couleur représente en y et z

③ On met les gardiens sur la couleur qui contient le + petit nombre de sommets. $\leq \left[\frac{n}{3} \right]$

④