

- TD 5 : Extensions et applications -

- Alpha-shape et Alpha-Complexe -

- Exercice 1 - Calcul du rayon du cercle circonscrit -

Le but de l'exercice est d'obtenir une routine pour calculer le rayon du cercle circonscrit à un triangle. Bien entendu, on ne cherche pas à avoir toujours un résultat entier à cette requête.

- Montrer (rappeler) que si AB est le diamètre d'un cercle \mathcal{C} et que C est un troisième point de \mathcal{C} , alors ABC est rectangle en C .
- Soit ABC un triangle quelconque. On note a , b et c la valeur des angles du triangle respectivement en les sommets A , B et C . En considérant I la base de la hauteur de ABC issue de B , montrer que $\sin(a) \cdot BC = \sin(b) \cdot AC$. En déduire que $\frac{\sin(a)}{BC} = \frac{\sin(b)}{AC} = \frac{\sin(c)}{AB}$.
- Montrer que si ABC est un triangle et que P est un point quelconque du plan, alors on peut permuter A , B et C de telle sorte que P et C soient du même côté de la droite (AB) .
- Soit ABC un triangle, \mathcal{C} son cercle circonscrit et O le centre de \mathcal{C} . On suppose que O et C sont du même côté de la droite (AB) . On note A' le symétrique de B par rapport à O . D'après l'exercice 3 de la fiche de td 4 ('arcs capables'), on sait que les angles \widehat{BAC} et $\widehat{BA'C}$ sont égaux. En déduire que $2 \cdot OB \cdot \sin(\widehat{BAC}) = BC$.
- Conclure.

- Exercice 2 - α -shape -

Dans tout l'exercice P désigne un nuage de n points du plan.

- Si P est fixé, et $\alpha < \min\{pq : p \in P, q \in P, p \neq q\}$, où pq désigne la distance de p à q , montrer que l' α -shape de P est vide.
- Montrer que quelquesoit $\alpha > 0$, il est possible de trouver une configuration de points P telle que l' α -shape de P ne soit pas son enveloppe convexe.

- Binary Space Partition -

- Exercice 3 - Découpe d'objets -

Donner un exemple d'ensemble d'objets (convexes) dans le plan tel que n'importe quel BSP-tree oblige à couper au moins un de ces objets.

- Exercice 4 - BSP de segments -

On suppose qu'on a un ensemble \mathcal{S} de n segments du plan.

- Donner un exemple d'ensemble \mathcal{S} pour lequel un BSP construit par auto-partition à taille $\Omega(n^2)$.
- Donner un exemple d'ensemble \mathcal{S} pour lequel tout BSP construit par auto-partition à taille au moins $\lceil 4n/3 \rceil$, alors que \mathcal{S} admet un BSP de taille n .
- Donner un exemple d'ensemble \mathcal{S} pour lequel tout BSP construit par auto-partition à profondeur au moins $\Omega(n)$.