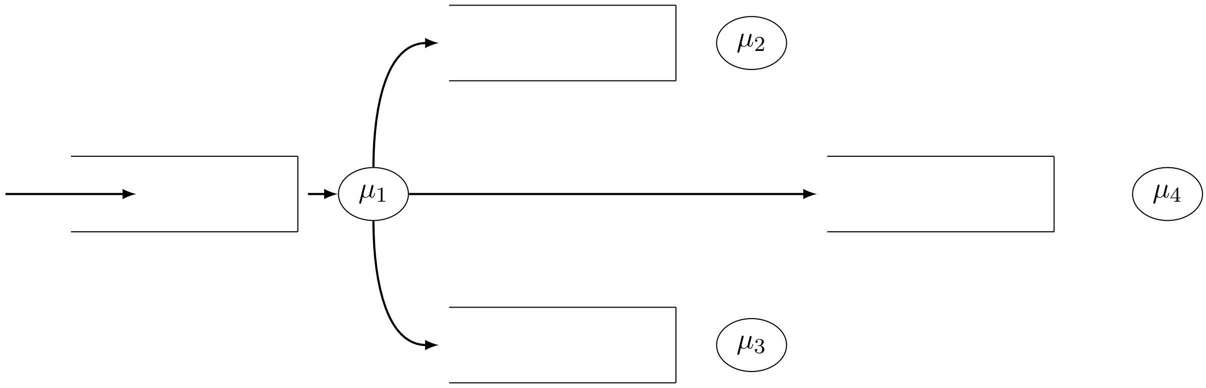
1 Exercice 4



1.1 Débit d'arrivée et stabilité

Pour chacune des files du système, on cherche le débit d'arrivée de la file :
- **File 1**, débit $= \lambda$
- **File 2**, débit $= \lambda p_{1,2}$
- **File 3**, débit $= \lambda p_{1,3}$
- **File 4**, débit $= \lambda(p_{1,2} + p_{1,3} + p_{1,4})$

Un système est dit stable si le débit d'arrivée est inférieur au temps de traitement, on obtient alors ce qui suit :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \lambda & < & \mu_1 \\ \lambda p_{1,2} & < & \mu_2 \\ \lambda p_{1,3} & < & \mu_3 \\ \lambda(p_{1,2} + p_{1,3} + p_{1,4}) & < & \mu_4 \end{array}\right. \quad \Longrightarrow \quad \lambda < \min(\mu_1, \frac{\mu_2}{p_{1,2}}, \frac{\mu_3}{p_{1,4}}, \mu_4)$$

1.2 Application Numérique

On a :

$$\frac{1}{\mu_1} = 10 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_2} = 100 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_3} = 100 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_4}$$

Il faut faire attention attention aux unités ! On obtient donc les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{rcccl} \mu_1 & = & \dfrac{1}{10.10^{-3}} & = & 100 \\ \\ \mu_2 & = & \dfrac{1}{100.10^{-3}} & = & 10 \\ \\ \mu_3 & = & \dfrac{1}{200.10^{-3}} & = & 5 \\ \\ \mu_4 & = & \dfrac{1}{50.10^{-3}} & = & 20 \\ \\ p_{1,2} & = & 1 - 0,25 & = & 0,75 \\ p_{1,3} & = & 0,25 \times 0,6 & = & 0,15 \\ p_{1,4} & = & 0,25 \times 0,4 & = & 0,1 \end{array}$$

Après calcul on obtient :

$$\lambda < min(100; 100; 33,33; 20) \Longrightarrow \lambda \leq 19$$

1.3 Temps de réponse moyen

Le temps de réponse moyen est donné par :

$$T = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i}$$

Ce qui donne une valeur de 165 ms.

2 Exercice 6

2.1 Trafic engendré par une connexion

Une connexion engendre un trafic descendant de $4,0 Mb.s^-1$ ce qui donne en cellules :

$$\frac{4.10^6}{8 \times 50} = 10.10^3 s^{-1}$$

. A raison d'une cellule envoyée toutes les 50 cellules reçues, le traffic montant s'estime de la sorte :

$$\frac{10.10^3}{50} = 200$$

Le traffic total s'écrit alors :

$$10.10^3 + 200 = 10200 \text{ cellules}.s^{-1}$$

2.2 Capacités des commutateurs

Chacun des commutateurs présente une borne de capacité qui lui est propre, en ajoutant la borne de capacité maximale du système on obtient le système d'inéquations suivant (en Mb puis en cellules) :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} a \times 4,08 & \leq & 250 \\ b \times 4,08 & \leq & 250 \\ c \times 4,08 & \leq & 150 \\ (a+b+c) 4,08 & \leq & 250 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} a \times 10200 & \leq & 625.10^3 \\ b \times 10200 & \leq & 625.10^3 \\ c \times 10200 & \leq & 375.10^3 \\ (a+b+c) 10200 & \leq & 625.10^3 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} a & \leq & 61 \\ b & \leq & 61 \\ c & \leq & 36 \\ (a+b+c) & \leq & 61 \end{array} \right.$$

2.3 Temps moyen de réponse

On a $\mu_1 = \mu_2 = \mu_E = 625.10^3$ et $\mu_3 = 375.10^-3$. On note $\hat{\lambda_1}, \hat{\lambda_2}, \hat{\lambda_3}, \hat{\lambda_E}$, le trafic total arrivant aux noeuds A, B, C et E. On a alors :

$$\begin{array}{rcl} \hat{\lambda_1} & = & a\lambda \\ \hat{\lambda_2} & = & b\lambda \\ \hat{\lambda_3} & = & c\lambda \\ \hat{\lambda_E} & = & \lambda(a+b+c) \end{array}$$

Soit λ_0 la valeur du traffic sur une route passant par A et E, on a :

$$F_A = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{\lambda_0}{625000 - 10200a} + \frac{\lambda_0}{625000 - 10200(a+b+c)} \right.$$

Pour le temps de réponse moyen de tous les clients confondus, on calcule le traffic total :

$$\Lambda = \lambda(a+b+c)$$

D'où :

$$\bar{T} = \frac{1}{\Lambda}\left(\frac{\hat{\lambda_1}}{\mu_1 - \hat{\lambda_1}} + \frac{\hat{\lambda_2}}{\mu_2 - \hat{\lambda_2}} + \frac{\hat{\lambda_3}}{\mu_3 - \hat{\lambda_3}} + \frac{\hat{\lambda_E}}{\mu_E - \hat{\lambda_E}}\right)$$

Ce qui implique :

$$\bar{T}_A = 17,53\mu s \quad \text{et} \quad F = 20,62\mu s$$

3 Exercice 5

Multiplexage en fréquence

On a N file d'attente en parallèle. Chacune est alimentée par des clients de débit : $\lambda = \theta$ et le temps de service moyen est donné ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} &= \tfrac{LN}{C} \\ \mu &= \frac{C}{LN} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} T_{Rf} &= \tfrac{1}{\mu-\lambda} \\ &= \tfrac{1}{C/LN} - \theta \\ &= \tfrac{LN}{C-\theta LN} \end{aligned}$$

Multiplexage statistique

On a alors : $\lambda = N\theta$, le temps moyen de chaque client :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{L}{C} \quad \Longrightarrow \mu = \frac{C}{L}$$

Avec le temps de réponse :

$$T_{Rs} = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{C/L - N\theta} = \frac{L}{C - \theta LN} = \frac{1}{N}T_{Rf}$$