

1 Exercice 4

1.1 Débit d'arrivée et stabilité

Pour chacune des files du système, on cherche le débit d'arrivée de la file :

- **File 1**, débit = λ
- **File 2**, débit = $\lambda p_{1,2}$
- **File 3**, débit = $\lambda p_{1,3}$
- **File 4**, débit = $\lambda(p_{1,2} + p_{1,3} + p_{1,4})$

Un système est dit stable si le débit d'arrivée est inférieur au temps de traitement, on obtient alors ce qui suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda < \mu_1 \\ \lambda p_{1,2} < \mu_2 \\ \lambda p_{1,3} < \mu_3 \\ \lambda(p_{1,2} + p_{1,3} + p_{1,4}) < \mu_4 \end{array} \right. \implies \lambda < \min(\mu_1, \frac{\mu_2}{p_{1,2}}, \frac{\mu_3}{p_{1,4}}, \mu_4)$$

1.2 Application Numérique

On a :

$$\frac{1}{\mu_1} = 10 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_2} = 100 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_3} = 100 \text{ ms}, \quad \frac{1}{\mu_4}$$

Il faut faire attention attention aux unités ! On obtient donc les valeurs suivantes :

$$\mu_1 = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} = 100$$

$$\mu_2 = \frac{1}{100 \cdot 10^{-3}} = 10$$

$$\mu_3 = \frac{1}{200 \cdot 10^{-3}} = 5$$

$$\mu_4 = \frac{1}{50 \cdot 10^{-3}} = 20$$

$$p_{1,2} = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$p_{1,3} = 0,25 \times 0,6 = 0,15$$

$$p_{1,4} = 0,25 \times 0,4 = 0,1$$

Après calcul on obtient :

$$\lambda < \min(100; 100; 33,33; 20) \implies \lambda \leq 19$$

1.3 Temps de réponse moyen

Le temps de réponse moyen est donné par :

$$T = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i}$$

Ce qui donne une valeur de 165 ms.