

Pràctica 2: Zeros de funcions

Oriol Ventosa Altimira: 1457285

11 de març de 2018

1 Valor absolut

Observem que el valor absolut s'aproxima millor amb els nodes de Gauss-Legendre que amb Gauss-Chebyshev.

Això és degut a que per usar els nodes de Chebyshev hem hagut de multiplicar la funció per $\sqrt{1-x^2}$ i com més nodes tinguem més nodes seràn propers a $x = -1$ o $x = 1$ creant un error de cancel·lació.

Observem que el error amb la funció $\frac{e^{-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ amb nodes de Legendre la aproximació no convergeix a cap nombre mentre que en el cas dels nodes de Chebyshev sí.

Això és degut de nou a $\sqrt{1-x^2}$ que apareix en aquest cas en els nodes de Legendre i no en els de Chebyshev. De manera que en aquest cas l'error de cancel·lació es produirà en els nodes de Legendre.

Estimant les integrals de les dos funcions amb trapezis obtenim aquests resultats:

En el cas de valor absolut, els trapezis donen un resultat exacte.

Això és perquè com trapezis fa una aproximació lineal de la funció i, si agafem un nombre parell de particions, un dels nodes caurà en el 0 i la resta estaràn repartits equidistantment en el interval assolint els extrems del interval. De manera que el resultat de l'aproximació lineal amb aquests valors serà exactament el valor absolut.

En el cas de $\frac{e^{-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ els trapezis fallen ja que la funció no està ben definida a $x = -1$ i $x = 1$. Si agafem valors propers a -1 i 1 tornem a obtenir un error de cancel·lació.

Iteració	Ordre 1	Ordre 2	Ordre 3
1	0.01248918081925201	0.005463913951181786	0.002390417441942918
2	1.842692755025232	64.54890401705153	2261.126277530449
3	1.702255038608466	32.35993528700995	615.1636435369242
4	1.46280082950094	16.33591953962786	182.4324007911864
5	1.104668372244713	8.433446801228495	64.3840511199098
6	0.6698905392401661	4.629617534898694	31.99531455355764
7	0.2824962810940362	2.914406725843755	30.06682612156564
8	0.06405272718457172	2.339172858148314	85.42539718146021
9	0.00431413316935736	2.459691339153118	1402.3863535038
10	2.15632745224664E-05	2.849759631796303	376618.5859459582