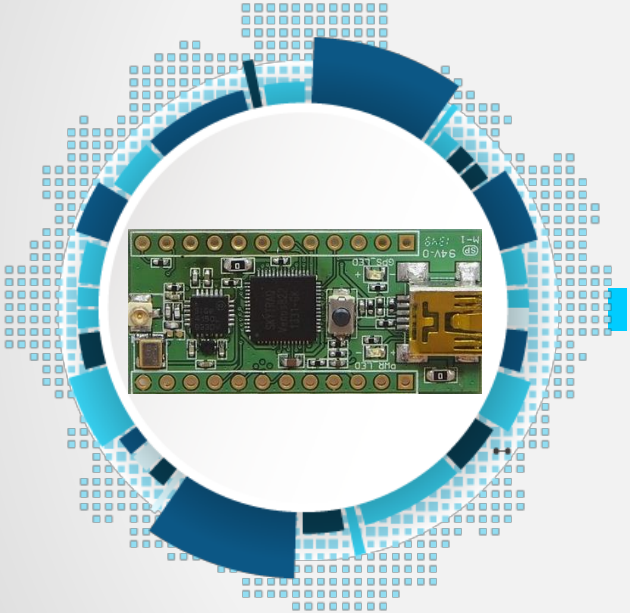


计算机组成原理

第三章 运算方法与运算器

3.6 定点数除法

3.6 定点数除法

1 手工除法运算方法

```
             0.1101
0.1011 /  0.10010        不够减，商上零，
        - 0.01011        除数右移1位，够减，减除数，商上1
          0.001110
        - 0.001011       除数右移2位，够减，减除数，商上1
          0.0000110
          0.0001011      除数右移3位，不够减，不减除数，商上零
          0.00001100
        - 0.00001011     除数右移4位，够减，减除数，商上1
          0.00000001
```

启示：除法可通过减法实现

问题：除数移位次数不固定且多

需要长度为2n位的余数寄存器

如何判断每步是否够减

2 原码恢复余数除法

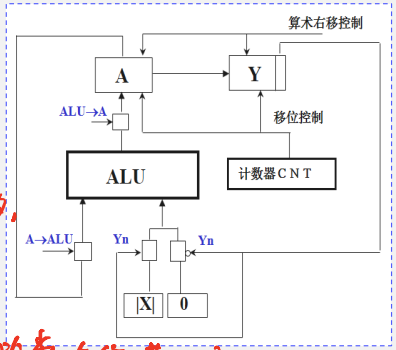
■ 如何判断是否够减

◆利用减法，通过余数符号判断

```
  00.10010
- 00.01011
  00.00111
```

```
  00.10010
 -00.11011
  11.10111
 +00.11011
  00.10010
```

做了减法，改变了余数，恢复



手工：将除数右移若干位

■余数为正数时，够减 ，商上1，将余数左移一位，再与除数做减法比较

■ 余数为负数时，不够减，商上0 ，？

◆加除数恢复成原来的值 ，将余数左移一位，再与除数做减法比较

■重复上述过程直到商达到所需要的位数为止。

2 原码恢复余数除法

原码运算：
数据取绝对值参加运算
符号位单独运算

已知 X = 0.1001，Y = - 0.1011，用原码一位除法求X/Y

解：$[X]_{原}$= 0 .1001　　$[|X|]_{补}$=0.1001

$[Y]_{原}$= 1.1011　　$[|Y|]_{补}$=0.1011　　$[-|Y|]_{补}$ =1.0101

2 原码除法运算方法

被除数/余数	商	上商位	说明
00.1001			
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
11.1110		0	余数<0，商=0
+ 00.1011			加Y恢复余数
00.1001			左移一位
← 01.0010	0		减Y比较
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			
00.0111		1	余数>0，商上1
← 00.1110	0.1		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
00.0011		1	余数>0，商上1
← 00.0110	0.11		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
11.1011		0	余数<0，商上0
+ 00.1011			加Y恢复余数
00.0110			左移一位
← 00.1100	0.110		减Y比较
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			
00.0001	0.1101	1	余数>0，商上1，移商

最后结果：

商Q = $(X_0 \oplus Y_0)$.1101=1.1101

余数 R = 0.0001 * 2^{-4}

该方法存在的不足：

运算步数不确定（有可能恢复余数）

3 原码加/减交替除法运算方法（不恢复余数法）

- 设某次余数为R_i，将R_i左移一位减除数进行比较并上商，即：

  $2R_i-Y$

- 当上述结果小于0时，商上0，恢复余数，然后左移一位，减除数比较，即：

  $(2R_i-Y)+Y=2R_i$

  $2*2R_i-Y=4R_i-Y$

- 若当结果小于0时，商上0，不恢复余数而直接将余数左移一位，加Y:

  $2(2R_i-Y)+Y$

  $=2*2R_i-2Y+Y=4R_i-Y$

3 原码加/减交替除法运算方法（不恢复余数法）

简单，运算步数固定

已知 X = 0.1001，Y = - 0.1011，用原码一位除法求X/Y

被除数/余数	商	上商位	说明
$+[-Y]_{补}$ 00.1001 11.0101			减Y比较
0 11.1110		0	余数 <0 商上零
← 11.1100	0		左移一位
$+[Y]_{补}$ 00.1011			加Y比较
1 00.0111		1	余数>0，商上1
← 00.1110	0.1		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
1 00.0011		1	余数>0，商上1
← 00.0110	0.11		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
0 11.1011		0	余数<0 商上零
← 11.0110	0.110		左移一位
$+[Y]_{补}$ 00.1011			加Y比较
1 00. 0001	0.1101	1	余数>0，商上1,移商

最后结果：

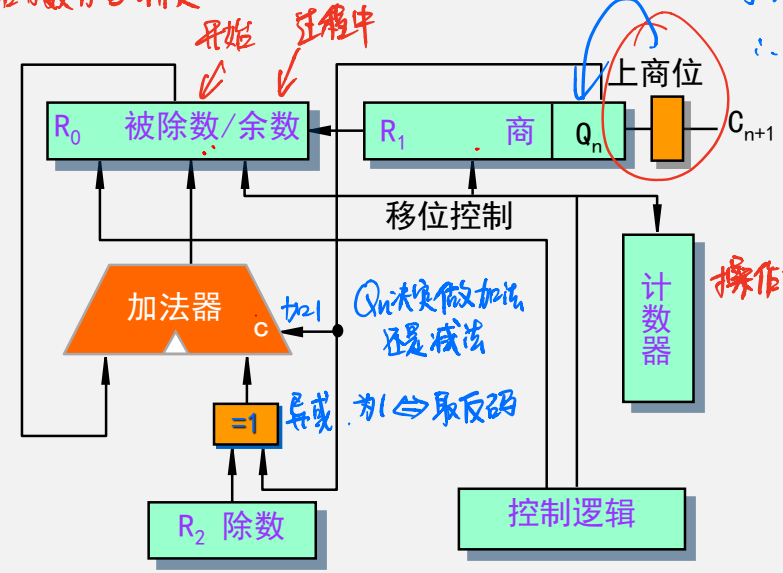
商Q = $X_0 \oplus Y_0$.1101=1.1101

余数 R = 0.0001 * 2^{-4}

被除数/余数	商	上商位	说明
$+[-Y]_{补}$ 00.1001 11.0101			减Y比较
11.1110		0	余数<0，商=0
+ 00.1011			加Y恢复余数
00.1001			左移一位
← 01.0010	0		减Y比较
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			
00.0111		1	余数>0，商上1
← 00.1110	0.1		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
00.0011		1	余数>0，商上1
← 00.0110	0.11		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
11.1011		0	余数<0，商上0
+ 00.1011			加Y恢复余数
00.0110			左移一位
← 00.1100	0.110		减Y比较
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			
00.0001	0.1101	1	余数>0，商上1，移商

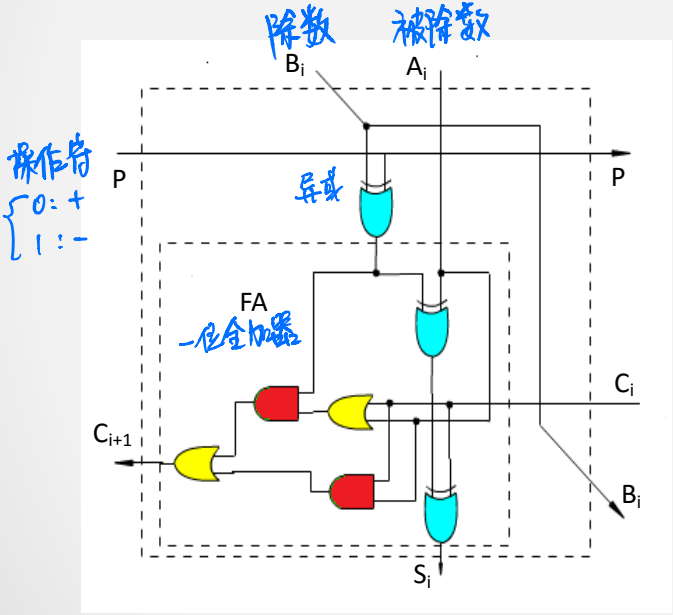
4 原码加/减交替除法实现逻辑

被除数/余数	商	上商位	说明
$+[-Y]_{补}$ 00.1001 11.0101			减Y比较
0 11.1110		0	余数<0 商上零
← 11.1100	0		左移一位
$+[Y]_{补}$ 00.1011			加Y比较
1 00.0111		1	余数>0，商上1
← 00.1110	0.1		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
1 00.0011		1	余数>0，商上1
← 00.0110	0.11		左移一位
$+[-Y]_{补}$ 11.0101			减Y比较
0 11.1011		0	余数<0 商上零
← 11.0110	0.110		左移一位
$+[Y]_{补}$ 00.1011			加Y比较
1 00. 0001	0.1101	1	余数>0，商上1,移商



5 阵列除法

1)可控制加/减法(CAS)单元



逻辑功能为：

$$S_i = A_i \oplus (B_i \oplus P) \oplus C_i$$
$$C_{i+1} = (A_i + C_i)(B_i \oplus P) + A_i C_i$$

P=0时实现加法功能

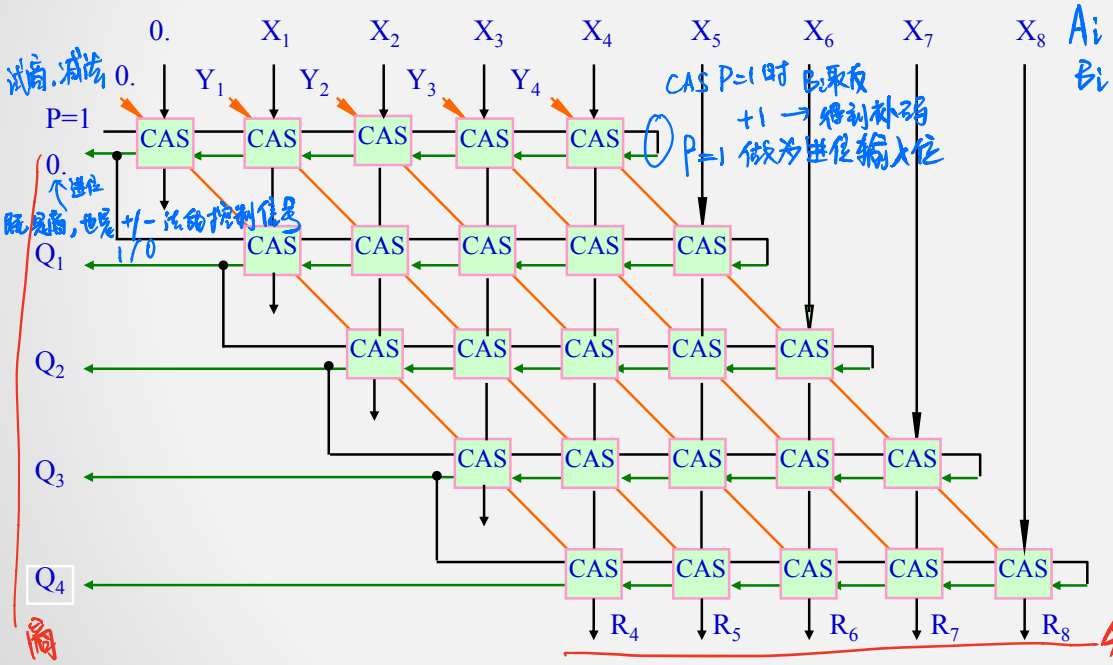
$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i$$
$$C_{i+1} = (A_i + C_i) B_i + A_i C_i$$

P=1时实现减法功能(全减)

$$S_i = A_i \oplus \overline{B}_i \oplus C_i$$
$$C_{i+1} = (A_i + C_i) \overline{B}_i + A_i C_i$$

5 阵列除法

2)基于CAS的阵列除法



- 注意连接、输入输出关系
- 使用原码不恢复余数法。第一步一定是减法，故P=1，以后各步做加还是减取决于前一步的商
- 最左边CAS的进位输出是商，且本位商决定下一步是执行加操作还是减操作
- 每执行完一步除法，就将除数右移一位(同手工除法)