МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №3
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Потоки в сети

Студент гр. 8303 _____ Логинов Е.А.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы.

Изучить и реализовать на языке программирования C++ алгоритм Форда- Фалкерсона, который позволяет найти максимальный поток в сети.

Формулировка задания.

Вариант 4. Поиск в глубину. Итеративная реализация.

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона. Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса). В ответе выходные рёбра отсортируйте в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в ответе должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

Входные данные:

N - количество ориентированных рёбер графа

*v*0 - исток

vn - сток

vi vj *ωij* - ребро графа

vi vj *ωij* - ребро графа

...

Выходные данные:

Pmax - величина максимального потока

vi vj *ωij* - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

vi vj *ωij* - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

Пример входных данных

7

a

f

a b 7

a c 6

b d 6

c f 9

d e 3

d f 4

e c 2

Соответствующие выходные данные

12

a b 6

a c 6

b d 6

c f 8

d e 2

d f 4

e c 2

Теоретические сведения.

Сеть – ориентированный взвешенный граф, имеющий один исток и один сток. Исток – вершина, из которой рёбра только выходят.
Сток – вершина, в которую рёбра только входят.
Поток – абстрактное понятие, показывающее движение по графу.
Величина потока – числовая характеристика движения по графу (сколько всего выходит из стока = сколько всего входит в сток).

Пропускная способность – свойство ребра, показывающее, какая максимальная величина потока может пройти через это ребро.

Максимальный поток (максимальная величина потока) – максимальная величина, которая может быть выпущена из стока, которая может пройти через все рёбра графа, не вызывая переполнения ни в одном ребре.

Фактическая величина потока в ребре – значение, показывающее, сколько величины потока проходит через это ребро.

Описание алгоритма.

Строится остаточная сеть, в которой изначальный поток через каждое ребро равен 0. Затем, при помощи обхода в глубину, итеративно перебирая все ребра, вес которых не равен 0 из текущей рассматриваемой вершины ищется путь от истока к стоку по ребрам. Для найденного пути определяется минимальная пропускная способность, эта величина добавляется к величине потока и вычитается из всех весов рёбер пути. После этого ищется новый путь от истока к стоку до тех пор, пока возможно найти путь.

Оценка сложности.

Оценка по времени: O((R + E)*F), где R число ребер в графе, E – кол-во вершин, F – максимальный поток, (R + E) – поиск в глубину.

Оценка по памяти: O(R + E), где R – число ребер в графе, E – кол-во вершин.

Описание структур данных и функций алгоритма.

1. struct edge

```
struct edge
{
  char first; // начальная вершина
  char second; // вершина назначения
  int weight; // вес ребра

  int forward; // поток в найденом пути
  int back; // поток в противоположном пути
  bool bidirectional; // двунаправленное ребро
```

```
};
```

Структура edge предназначена для представления графа и хранения его рёбер с вершинами first, second и весом weight, forward – величина потока в найденном пути, back – величина потока в обратном пути, bidirectional – флаг, является ли ребро двунаправленным. Если это так, то происходит слияние рёбер.

2. Class Graph

```
class Graph
{
private:

  char start; // исток
  char finish; // сток
  int N; // количество ребер
  vector <edge> edges; // ребра
  vector <char> solutions; // найденный путь
   vector <char> checkedpoint; // просмотренные вершины
};
```

Класс для осуществления работы алгоритма Форда-Фалкерсона. Содержит контейнер edges для хранения ребер, контейнер solutions для хранения найденного пути, контейнер checkedpoint для хранения просмотренных вершин, переменную N для количества вершин, переменную finish для стока и переменную start для истока.

3. Graph()

Конструктор класса, выполняет считывание информации о графе: количество ребер, вершина стока и истока, данные о всех ребрах (добавляются в контейнер edges). Также выполняется проверка на то, является ли текущее ребро двунаправленным. Если это так, то к обратному потоку добавляется прямой поток.

4. Bool isChecked(char elem)

Функция для проверки является ли вершина уже просмотренной. Получает на вход вершину и проводит поиск в контейнере checkedpoint, если текущий рассматриваемый элемент присутствует в контейнере, то функция возвращает true, иначе false.

5. bool Search()

Функция для нахождения пути к стоку. В начале работы создается стек s, в который помещается вершина истока, после этого начинается основной цикл while(!s.empty()).

Работает на основе обхода в глубину, итеративно перебирая все ребра из текущей рассматриваемой вершины. В случае, если ребро ведет в вершину, которая не рассматривалась ранее, то поиск начинается от этой нерассмотренной вершины, а после возвращаем и продолжаем перебирать ребра. При нахождении стока фиксируется минимальная пропускная способность и ф-ия возвращает true. В случае, если сток не был найден, то возвращается false.

6. int FordFulkerson()

Функция, реализующая алгоритм Форда-Фалкерсона. Запускается функция Search в цикле while() до тех пор, пока она не вернет false. Для найденного пути вычисляется минимальная пропускная способность через функцию calc_min(). После каждого найденного пути минимальный вес ребра вычитается из весов ребер потока и прибавляется к величине максимального потока. Так получаются фактические пропускные способности для каждых ребер.

7. int calc_min()

Функция определяет минимальную пропускную способность. Изначально наименьший вес ребра инициализируется большим числом и изменяется в процессе поиска.

8. void print(int maxFlow)

Функция для печати результата работы программы, получает на вход переменную с результатом работы алгоритма.

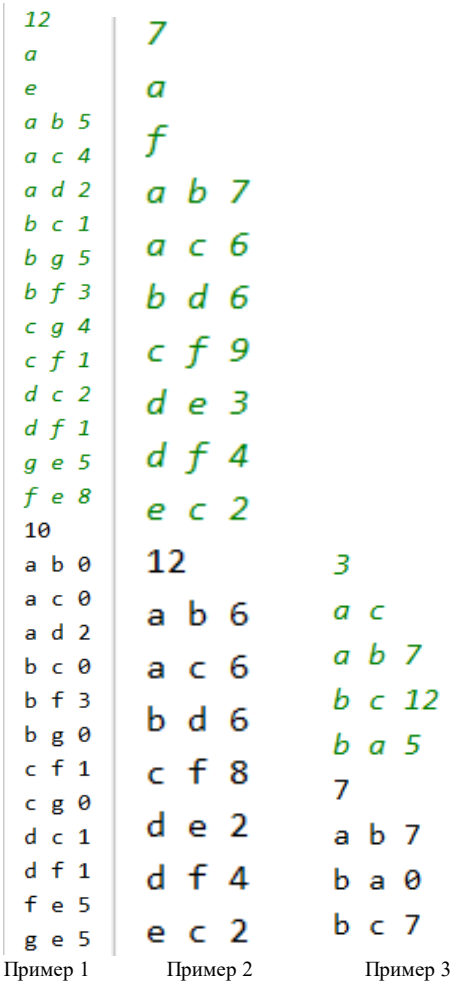
9. Void print_stack(stack<char> s)

Функция выводит содержимое стека s, для этого каждое значение стека s копируется в стек r и выводится на экран. Стек r нужен для того, чтобы печать выполнялась в правильном порядке. Используется для отладочной печати.

10. Void print_solution(vector <char> v)

Функция выводит текущий рассматриваемый пути из контейнера solutions. Используется для отладочной печати.

Тестирование.



Пример 1 Пример 2 Пример 3

```
7
a
f
a b 7
a c 6
b d 6
c f 9
d e 3
d f 4
e c 2
Current path: acf(0)
  ac(6)
  cf(9)
Current min: 6
Recount:
straight:ac(6-6)=0
back:ca(0+6)=6
straight:cf(9-6)=3
back:fc(3+6)=9
Max Flow: 6

Current path: abdf(6)
  ab(7)
  bd(6)
  df(4)
Current min: 4
Recount:
straight:ab(7-4)=3
back:ba(3+4)=7
straight:bd(6-4)=2
back:db(2+4)=6
straight:df(4-4)=0
back:fd(0+4)=4
Max Flow: 10
```

```
Current path: abdecf(10)
  ab(3)
  bd(2)
  de(3)
  ec(2)
  cf(3)
Current min: 2
Recount:
straight:ab(3-2)=1
back:ba(1+2)=3
straight:bd(2-2)=0
back:db(0+2)=2
straight:de(3-2)=1
back:ed(1+2)=3
straight:ec(2-2)=0
back:ce(0+2)=2
straight:cf(3-2)=1
back:fc(1+2)=3
Max Flow: 12

12
a b 6
a c 6
b d 6
c f 8
d e 2
d f 4
e c 2
```

Пример 4, с отладкой

Выводы.

В ходе выполнения лабораторной работы был изучен и реализованы на языке программирования C++ алгоритм Форда-Фалкерсона, определяющий максимальный поток в сети.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <limits.h>
#include <stack>
using namespace std;
#define SHOW_DEBUG


struct edge
{
    char first; // начальная вершина
    char second; // вершина назначения
    int weight; // вес ребра

    int forward; // поток в найденом пути
    int back; // поток в противоположном пути
    bool bidirectional; // двунаправленное ребро

};

bool compare(edge a, edge b)
{
    if (a.first == b.first)
        return a.second < b.second;
    return a.first < b.first;
}
class Graph
{
private:

    char start; // исток
    char finish; // сток
    int N; // количество ребер
    vector <edge> edges; // ребра
    vector <char> solutions; // найденный путь
    vector <char> checkedpoint; // просмотренные вершины
public:
    Graph()
    {
        cin >> N;
        cin >> start >> finish;
        for (int i = 0; i < N; i++)
        {
```

```
            edge elem;
            cin >> elem.first >> elem.second >> elem.weight; //
считывание ребра
            elem.forward = elem.weight;
            elem.back = 0;
            elem.bidirectional = false;

            bool flag = true;
            for (int i = 0; i < edges.size(); i++) // проверка на
существование обратного ребра
            {
                if (edges.at(i).first == elem.second &&
edges.at(i).second == elem.first)
                {
                    edges.at(i).back += elem.forward;
                    flag = false;
                    edges.at(i).bidirectional = true;
                    break;
                }
            }
            if ( !flag) // если получено обратное ребро, то не
добавляем
                continue;
            edges.push_back(elem); // добавляем ребро
        }
    }

    bool isChecked(char elem)
    {
        for (int i = 0; i < checkedpoint.size(); i++)
            if (checkedpoint.at(i) == elem)
                return true;
        return false;
    }


    bool Search()
    {
        stack<char> s;
        s.push(start);

        while(!s.empty())
        {
            char elem = s.top();
            checkedpoint.push_back(elem); // добавляем в вектор
просмотренных вершин
            s.pop();

            bool found = false;
            for (int i = 0; i < edges.size(); i++)
            {
```

```
                if (elem == edges.at(i).first) // прямой ход по ребру
                {
                    if (isChecked(edges.at(i).second) ||
edges.at(i).forward == 0)
                        continue; // если далее путь просмотрен или
пропускная способность равна 0, то не рассматриваем

                    if(edges.at(i).second == finish)
                    {
                        solutions.push_back(elem);
                        solutions.push_back(finish);
                        return true;
                    }

                    found = true;
                    s.push(edges.at(i).second);
                }

                if (elem == edges.at(i).second) // обратный ход по
ребру
                {
                    if (isChecked(edges.at(i).first) ||
edges.at(i).back == 0)
                        continue; // если далее путь просмотрен или
пропускная способность равна 0, то не рассматриваем

                    if(edges.at(i).first == finish)
                    {
                        solutions.push_back(elem);
                        solutions.push_back(finish);
                        return true;
                    }

                    found = true;
                    s.push(edges.at(i).first);
                }
            }

            if(found) {
                solutions.push_back(elem);
            }
            else
                solutions.pop_back();

        }
        return false;
    }

    int calc_min()
    {
        int min = INT_MAX;
```

```
        for (int i = 1; i < solutions.size(); i++)
        {
            for (int j = 0; j < edges.size(); j++)
            {
                if (edges.at(j).first == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).second == solutions.at(i))
                {
                    if(edges.at(j).forward < min)
                        min = edges.at(j).forward;
                }
                if (edges.at(j).second == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).first == solutions.at(i))
                {
                    if(edges.at(j).back < min)
                        min = edges.at(j).back;
                }
            }
        }
        return min;
    }

    void print(int maxFlow)
    {
        cout << maxFlow << endl; // вывод данных
        sort(edges.begin(), edges.end(), compare);
        for (int i = 0; i < edges.size(); i++)
        {
            int elem = max(edges.at(i).weight - edges.at(i).forward, 0
- edges.at(i).back);
            if (edges.at(i).bidirectional == true)
            {
                if (elem < 0)
                    elem = 0;
                cout << edges.at(i).first << " " << edges.at(i).second
<< " " << elem << endl;
                swap(edges.at(i).first, edges.at(i).second);
                swap(edges.at(i).back, edges.at(i).forward);
                edges.at(i).bidirectional = false;
                sort(edges.begin(), edges.end(), compare);
                i--;
            }
            else
                cout << edges.at(i).first << " " << edges.at(i).second
<< " " << elem << endl;
        }
    }

    int FordFulkerson()
    {
        int maxFlow = 0; // максимальный поток
        int min = INT_MAX; // минимальная пропускная способность
```

```
        while (Search()) // пока есть путь к стоку
        {

#ifdef SHOW_DEBUG
            cout << "Current path: " << start;
            for (int i = 1; i < solutions.size(); i++) {
                cout << solutions.at(i);
            }
            cout << "(" << maxFlow << ")"<< endl;


            for (int i = 1; i < solutions.size(); i++)
            {
                for (int j = 0; j < edges.size(); j++)
                {
                    if (edges.at(j).first == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).second == solutions.at(i))
                    {
                        cout <<"  "<< edges.at(j).first <<
edges.at(j).second << "(" << edges.at(j).forward<<")" << endl;
                    }
                    if (edges.at(j).second == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).first == solutions.at(i))
                    {
                        cout <<"  " << edges.at(j).second <<
edges.at(j).first << "(" << edges.at(j).back<<") - back" << endl;
                    }
                }
            }
#endif

            int min = calc_min();  // минимальная пропускная
способность

#ifdef SHOW_DEBUG
            cout << "Current min: " << min << endl;
            cout << "Recount:" << endl;
#endif
            for (int i = 1; i < solutions.size(); i++)
            {
                for (int j = 0; j < edges.size(); j++)
                {
                    if (edges.at(j).first == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).second == solutions.at(i))
                    {
#ifdef SHOW_DEBUG
                        cout << "straight:" << edges.at(j).first <<
edges.at(j).second <<"(";
                        cout << edges.at(j).forward << "-" << min<<")"
<< "=" << edges.at(j).forward-min << endl;
#endif
```

```
                        edges.at(j).forward -= min;
#ifdef SHOW_DEBUG
                        cout << "back:" << edges.at(j).second <<
edges.at(j).first <<"(";
                        cout << edges.at(j).forward << "+" << min
<<")"<< "=" << edges.at(j).forward+min << endl;
#endif
                        edges.at(j).back += min;
                    }
                    if (edges.at(j).second == solutions.at(i - 1) &&
edges.at(j).first == solutions.at(i))
                    {
#ifdef SHOW_DEBUG
                        cout << "straight:" << edges.at(j).first <<
edges.at(j).second <<"(";
                        cout << edges.at(j).forward << "+" << min <<
"=" << edges.at(j).forward+min << endl;
#endif
                        edges.at(j).forward += min;
#ifdef SHOW_DEBUG
                        cout << "back:" << edges.at(j).second <<
edges.at(j).first <<"(";
                        cout << edges.at(j).forward << "-" << min <<
"=" << edges.at(j).forward-min << endl;
#endif
                        edges.at(j).back -= min;
                    }
                }
            }
            maxFlow += min;
#ifdef SHOW_DEBUG
            cout << "Max Flow: " << maxFlow << endl;
#endif
            checkedpoint.clear();
            solutions.clear();
            min = INT_MAX;

            cout<<endl;
        }

        return maxFlow;
    }
};
int main()
{
    Graph task;
    int maxFlow = task.FordFulkerson();
    task.print(maxFlow);

    return 0;
}
```