

## ECUACIONES POLINÓMICAS

1.— Aplicando el *método de Laguerre*, acotar las raíces positivas y negativas de la ecuación:

$$2x^5 - 7x^4 - 3x^3 + 17x^2 + 5x - 1 = 0.$$

2.— Dada la ecuación  $P(x) = 8x^3 - 20x^2 - 2x + 5 = 0$ , mediante la *regla de Descartes*, analizar cuántas raíces reales positivas y negativas posee.

3.— Obtener cotas superiores e inferiores de las raíces positivas de las siguientes ecuaciones, aplicando un método distinto a cada una de ellas:

a)  $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 1 = 0$

b)  $2x^5 - 100x^2 + 2x - 1 = 0$ .

c)  $x^7 - 5x^6 - 27x^5 + 3x^3 + 4x^2 + 7x - 2 = 0$

4.— Dados dos números,  $a, b \in \mathbb{R}$  con  $a > 0$ , se considera el polinomio

$$P(x) = x^3 - bx^2 + ax - ab.$$

a) Encontrar una relación entre  $a$  y  $b$  que garantice que la *sucesión de Sturm* de  $P$  tenga sólo tres términos.

b) Decidir, en el caso en que  $a$  y  $b$  verifiquen la relación anterior, el número de raíces reales y distintas de  $P$ .

5.— Dado el polinomio

$$g(x) = (2x^5 + 3x^3 + 4)(x - 1)$$

a) Aplicando la regla de Descartes estima el número de raíces reales de  $g$ . ¿Puedes precisar el número exacto de raíces reales de  $g$  utilizando sólo Descartes?

b) Encuentre un intervalo que aisle la raíz menor.

6.— Estudiar si cada una de las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas, indicando qué resultados o resultados se han utilizado en cada caso:

a) El polinomio  $2x^3 - x^2 - x - 1$

1) tiene tres raíces reales positivas

2) no tiene raíces reales

3) tiene dos o ninguna raíz real negativa.

b) Si nos dicen que el cociente de dividir un polinomio  $P(x)$  por  $(x + 2)$  es  $2x^3 - 4x^2 + 5x - 7$  podemos deducir que

1) el valor de la derivada de  $P(x)$  en el punto  $-2$  es 10.

2) El valor de la derivada de  $P(x)$  en el punto  $-2$  es 49.

3) No podemos deducir nada sobre  $P'(-2)$ .