GUÍA RÁPIDA

APLICACIONES FINANCIERAS DE EXCEL

CON MATEMÁTICAS FINANCIERAS

César Aching Guzmán

Diplomado ESAN

Más de 70 Casos Prácticos Resueltos Aplicando Excel

RECLAME SU CD

SERIE MYPES

PROCIENCIA Y CULTURA S.A.

GUIA RAPIDA
APLICACIONES FINANCIERAS DE EXCEL
CON MATEMATICAS FINANCIERAS

César Aching Guzmán
Diplomado ESAN - PADE en
Admnistración de Empresas y
Mercadotecnia y Ventas

REVISIÓN TÉCNICA
Jorge L. Aching Samatelo
INGENIERO ELECTRONICO

PROCIENCIA Y CULTURA S.A.

EQUIPO DE EDICION

GERENCIA GENERAL	CESAR ACHING GUZMAN
COORDINACION GENERAL	MARLENE SAMATELO VALDIVIA
DISEÑO CARATULA	CESAR ACHING SAMATELO
DISEÑO Y DIAGRAMACION	MARIA VICTORIA ANGULO JOHNSON
PROCESO DIGITAL	CESAR ACHING SAMATELO
	PAULA ENITH ACHING DIAZ

Es una publicación de:
PROCIENCIA Y CULTURA S.A.

cesar_aching@hotmail.com
cesaraching@yahoo.es
achingster@gmail.com
http://cesaraching.blogspot.com/
http://es.geocities.com/cesaraching/
4585021 93346106

GUIA RAPIDA:
Aplicaciones Financieras de Excel con Matemáticas Financieras

Año 2005, Primera Edición

IMPRESIÓN:
DIGITAL ACROBAT PDF WRITER

Indice General

COMPLEMENTO:

1) Funciones financieras de Excel, con las respectivas fórmulas
2) Glosario de términos económico financieros
3) Ejercicios tipos resueltos aplicando funciones financieras de Excel
4) Plantillas de la hoja de cálculo con cada una de las funciones tratadas en la obra
5) Paquete: calculadora para fijar precios de venta.

Resumen de Fórmulas

TIPO	FORMULA	REFERENCIA
Interés Simple y Descuento Simple	[1] $\boldsymbol{I = VA * n * i}$ [1A] $I = VF - VA$	Pág. 13
	[2] $\boldsymbol{VF = VA}\,(1+\boldsymbol{n*i})$ [3] $\boldsymbol{VA} = \dfrac{\boldsymbol{VF}}{(1+\boldsymbol{n*i})}$ [4] $\boldsymbol{i} = \dfrac{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}-1}{\boldsymbol{n}}$ [4A] $\boldsymbol{i} = \dfrac{\boldsymbol{VF-VA}}{\boldsymbol{VA}}$ [5] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}-1}{\boldsymbol{i}}$	Pág. 15
	[7] $\boldsymbol{VN} = VA + D$ [8] $\boldsymbol{VA} = VN - D$ [9] $\boldsymbol{D} = VN - VA$ [10] $\boldsymbol{D} = \dfrac{\boldsymbol{VA*n*d}}{(1-\boldsymbol{n*d})}$	Pág. 17 - 18
Interés Compuesto	[11] $\boldsymbol{VF} = \boldsymbol{VA}(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}$ [13] $\boldsymbol{i} = \sqrt[n]{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}}-1$ [12] $\boldsymbol{VA} = \dfrac{\boldsymbol{VF}}{(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}}$ [14] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\log\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}}{\log(1+\boldsymbol{i})}$ [15] $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{VA}\left((1+\boldsymbol{i})^{n}-1\right)$ [16] $\boldsymbol{I} = VF - VA$	Pág. 17 - 18
Valor Actual de un flujo variable	[17] $\boldsymbol{VA} = \sum_{t=0}^{n} \dfrac{\boldsymbol{FC}_t}{(1+\boldsymbol{i})^t}$	Pág. 26
ANUALIDADES		
	[18] $\boldsymbol{VA = C}\left(\dfrac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right)$ [19] $\boldsymbol{C = VA}\left(\dfrac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right)$ [20] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\log\left(1-\left(\dfrac{VA}{C}\right)i\right)}{\log\left(\dfrac{1}{(1+i)}\right)}$ [21] $\boldsymbol{VF = C}\left(\dfrac{(1+i)^n-1}{i}\right)$ [22] $\boldsymbol{C = VF}\left(\dfrac{i}{(1+i)^n-1}\right)$ [23] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\log\left(\left(\dfrac{VF}{C}*\boldsymbol{i}\right)+1\right)}{\log(1+i)}$	Págs. 28 y 33
Perpetuidad	[24] $\boldsymbol{VAP} = \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{i}}$	Pág. 35
Tasas de Interés		
	[25] $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{i}_{PERIODICA} * \boldsymbol{n}$ [25A] $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{m}\left((1+\boldsymbol{i})^{1/m}\right)-1$ [27] $\boldsymbol{i}_{PERIODICA} = \left(\sqrt[n]{(1+\boldsymbol{i}_{EFECTIVA})}\right)-1$ [25B] $\boldsymbol{i} = \left(1+\dfrac{j}{m}\right)^m-1$ [26] $\boldsymbol{i}_{PERIODICA} = \dfrac{\boldsymbol{j}}{\boldsymbol{n}}$ [28] $\boldsymbol{i}_{EFECTIVA} = [1+\boldsymbol{i}_{PERIODICA}]^{\boldsymbol{n}}-1$	Págs. 37 y 38
	[29] $\boldsymbol{iv} = \dfrac{\boldsymbol{i}_{ANTICIPADO}}{1-\boldsymbol{i}_{ANTICIPADO}}$ [30] $\boldsymbol{ia} = \dfrac{\boldsymbol{i}_{VENCIDO}}{1+\boldsymbol{i}_{VENCIDO}}$	Pág. 38

Prólogo

La Guía Rápida, "APLICACIONES FINANCIERAS DE EXCEL - Con Matemáticas Financieras", será de mucha utilidad para el pequeño y microempresario, el ejecutivo de mercadotecnia y ventas, el administrador de empresas, el hombre de negocios, los estudiantes de Administración, Contabilidad, Economía, Ingeniería Económica y para todas aquellas personas del entorno económico hispanoamericano, que como decía Albert Einstein «....consideren el estudio como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber».

Inauguramos la serie de GUIAS RAPIDAS con este tema y el de «PLANEAMIENTO Y DIRECCION ESTRATEGICA INTEGRADA, seguidamente estaremos publicando «RATIOS FINANCIEROS CON ARITMETICA DE LA MERCADOTECNIA» y «MATLAB» potente herramienta de cálculo numérico y visualización gráfica, de uso muy difundido entre los científicos y estudiantes de las ramas de ingeniería y matemáticas aplicadas en las tareas de investigación; del autor Jorge L. Aching Samatelo.

En la presente Guía, expongo las Matemáticas Financieras como: el interés simple y compuesto, descuentos, valor del dinero en el tiempo, flujos de caja uniformes y variables, anualidades y perpetuidades, valor actual y valor futuro de una anualidad, la tasa de interés y sus componentes, productos activos y pasivos del sistema financiero, letra devuelta y de renovación, margen de utilidad del banco, amortización, tabla de amortización, sistema de amortización francés y alemán entre otros temas, los cuales son ilustrados con ejemplos y ejercicios de nuestra realidad.

La revisión técnica de la obra estuvo a cargo de JORGE L. ACHING SAMATELO, Ingeniero Electrónica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, autor de publicaciones en la Revista ELECTRONICA - UNMSM, asesor en el desarrollo de proyectos de software, Conferencista y docente sobre procesamiento de imágenes y

Cursos de capacitación de programación, estudioso e investigador sobre temas vinculados al procesamiento digital de imágenes, programación y desarrollo de sistemas autónomos e INVESTIGADOR INVITADO en el Instituto Peruano de Energía Nuclear (IPEN).

Finaliza la obra con las Funciones financieras de Excel, y las respectivas fórmulas, un Glosario de términos económico financieros, Ejercicios tipos resueltos aplicando funciones financieras de Excel, Plantillas de la hoja de cálculo con cada una de las funciones tratadas en la obra, Paquete: calculadora para fijar precios de venta.

César Aching Guzmán

Autor

Aplicaciones Financieras de Excel con Matemáticas Financieras

1. Introducción

No sabemos a ciencia cierta cuando aparecieron, pero de lo que si estamos seguros es que la Matemática Financiera es una derivación de las matemáticas aplicadas que estudia el valor del dinero en el tiempo y que a través de una serie de modelos matemáticos llamados criterios permiten tomar las decisiones más adecuadas en los proyectos de inversión.

El lector debe establecer y analizar el concepto de Matemática Financiera, así como sus principios y elementos básicos. Del mismo modo, debe eslabonar el estudio de las matemáticas financieras con la práctica empresarial.

Aquellos lectores interesados en profundizar en el estudio de las matemáticas financieras, pueden adquirir la obra «MATEMATICAS FINANCIERAS Para Toma de Decisiones Empresariales» [1] de mi autoría, en versión convencional o electrónica, comunicarse a http://es.geocities.com/cesaraching/ o a cesaraching@yahoo.es.

Para la solución de los ejemplos, casos y ejercicios aplicamos en forma combinada las fórmulas y las funciones financieras de Excel o simplemente la función, siguiendo un proceso básico:

1º Identificación y ordenamiento de los datos,

2º Aplicación de la fórmula o fórmulas y,

3º Empleo de las funciones financieras de Excel.

Cuando operamos con porcentajes, lo hacemos en su expresión decimal (0.20), por ejemplo 20% = 0.20 (20/100), que es la forma correcta de trabajar con las fórmulas.

Los resultados de las operaciones lo expresamos generalmente con cinco o cuatro decimales, en el caso de los factores o índices. Las respuestas finales de los ejercicios vienen con dos decimales. En ambos casos los resultados son redondeados por exceso o por defecto.

Las funciones financieras más utilizadas en la obra son: NPER(tasa;pago;va;vf;tipo);PAGO(tasa;nper;va;vf;tipo); TASA(nper;pago;va;vf;tipo;estimar);VA(tasa;nper;pago;vf;tipo); VF(tasa;nper;pago;va;tipo) y la opción Buscar Objetivo del menú herramientas, entre otras.

2. Capitalización y descuento

Consideramos dos tipos de interés: el interés simple y el interés compuesto.

3. Interés Simple

Una operación financiera es a interés simple cuando el interés es calculado sobre el capital (o principal) original y para el período completo de la transacción. En otras palabras, no hay capitalización de intereses.

Nomenclatura básica:

Símbolo	**Significando**
VA unida-	Capital, principal, Valor Actual expresado en des monetarias
VF	Capital más el interés, monto, Valor Futuro ex presado en unidades monetarias
j	Tasa nominal o la tasa de interés anual
t	Número de años, tiempo,
m	Número de capitalizaciones por año
n	Número de períodos de composición
i	Tasa periódica
TEA	Tasa Efectiva Anual
VAN	Valor Actual Neto
TIR	Tasa Interna de Retorno
C	Anualidad o cuota uniforme
VA	Valor presente de una anualidad
VF	Valor futuro de una anualidad
ia	Tasa de interés anticipada
iv	Tasa de interés vencida
UM	Unidad Monetaria

3.1. Conceptos básicos

Los empresarios que obtienen dinero prestado tienen que pagar un **interés (I)** al propietario o a la entidad financiera por usar su dinero.

La cantidad prestada es el **capital** o **principal** **(VA o P)**, la suma de ambos (capital más interés) recibe el nombre de **monto** **(VF)**; el período de tiempo acordado para la devolución del préstamo es el **plazo (n)**.

El interés cobrado es proporcional tanto al capital como al período del préstamo, está expresado por medio de una **tasa de interés (i)**. Para la teoría económica, el interés es el precio del dinero.

Cuando sólo pagan intereses sobre el principal, es decir, sobre la totalidad del dinero prestado, se denomina **interés simple**.

Fórmula del interés simple:

El interés es el producto de los tres factores, capital (VA), tiempo (n) y tasa (i), así tenemos:

[1] $I = VA * n * i$ [1A] $I = VF - VA$

Que viene a ser la fórmula o ecuación para calcular el interés simple.

EJERCICIO 1 (Calculando el interés simple)

Una Caja Rural, paga el 6% sobre los depósitos a plazos. Determinar el pago anual por interés sobre un depósito de UM 18,000.

Solución:

VA = 18,000; n = 1; i = 0.06; I = ?

[1] **I** = 18,000*1*0.06 = UM 1,080

Respuesta:

La Caja Rural paga anualmente sobre este depósito la suma de UM 1,080.

EJERCICIO 2 (Préstamo a MYPES)

Un Banco obtiene fondos al costo de 12% y presta a los microempresarios al 58.6% anual, ganándose así el 46.6% bruto. Si los ingresos anuales que obtuvo de esta forma fueron de UM 500,000, ¿cuánto dinero prestó?

Solución

I = 500,000; n = 1; i = 0.466; VA = ?

[1] 500,000 = VA*1*0.466 despejamos VA:

$$\boldsymbol{VA} = \frac{500{,}000}{0.466} = \text{UM } 1'072{,}961.37$$

Respuesta:

El Banco prestó UM 1'072,961.37

EJERCICIO 3 (Calculando el plazo de una inversión)

Una entidad financiera invirtió UM 250,000 al 17.6% en hipotecas locales y ganó UM 22,000. Determinar el tiempo que estuvo invertido el dinero.

Solución

VA = 250,000; I = 22,000; i = 0.176; n = ?

Despejamos n de la fórmula [1] ***I = VA*n*i***

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{VAi}}$$ sustituyendo las cantidades:

$$\boldsymbol{n} = \frac{22{,}000}{250{,}000*0.176} = \frac{22{,}000}{44{,}000} = 1/2 \text{ año}$$

Respuesta:

El dinero estuvo invertido durante medio año.

EJERCICIO 4 (Calculando la tasa i de interés)

Si una empresa hipotecaria tiene invertido UM 320,000 durante 3½ años a interés simple y obtiene en total UM 146,250 de ingresos, ¿cuál es la tasa de interés?.

Solución

I = 146,250; VA = 320,000; n = 3.5; i = ?

Despejamos i de la fórmula [1] ***I = VA*n*i***:

$$\boldsymbol{i} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{VA}*\boldsymbol{n}},$$ sustituimos las cantidades conocidas:

$$i = \frac{146{,}250}{320{,}000*3.5} = 0.13$$

Respuesta:

La empresa hipotecaria obtuvo el 13% sobre su inversión.

3.2. Monto

El monto es la suma obtenida añadiendo el interés al capital, esto es:

MONTO = CAPITAL + INTERES

Reemplazando en [1] por sus respectivos símbolos, obtenemos la fórmula general para el monto:

[2] $\boldsymbol{VF} = \boldsymbol{VA}(1+\boldsymbol{n}*\boldsymbol{i})$

*Fórmula para el monto (VF) a interés simple de un capital **VA**, que devenga interés a la tasa **i** durante **n** años.*

De donde:

[3] $\boldsymbol{VA} = \dfrac{\boldsymbol{VF}}{(1+\boldsymbol{n}*\boldsymbol{i})}$ [4] $\boldsymbol{i} = \dfrac{\frac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}-1}{\boldsymbol{n}}$

[4A] $\boldsymbol{i} = \dfrac{\boldsymbol{VF}-\boldsymbol{VA}}{\boldsymbol{VA}}$ [5] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\frac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}-1}{\boldsymbol{i}}$

4. Tipos de plazos de los intereses

Generalmente conocemos dos tipos de plazos:

a) Interés Comercial o Bancario. Presupone que un año tiene 360 días y cada mes 30 días.

b) Interés Exacto . Tiene su base en el calendario natural: un año 365 o 366 días, y el mes entre 28, 29, 30 o 31 días.

El uso del año de 360 días simplifica los cálculos, pero aumenta el interés cobrado por el acreedor, es de uso normal por las entidades financieras.

La mayoría de ejercicios en la presente obra consideran el año comercial; cuando utilicemos el calendario natural indicaremos operar con el interés exacto.

EJERCICIO 5 (Interés Simple Comercial)

Jorge deposita UM 2,300, en una libreta de ahorros al 9% anual, ¿cuánto tendrá después de 9 meses?.

1º Expresamos la tasa en meses: 0.09/12 = 0.0075, mensual:

Solución:

VA = 2,300; i = 0.0075; n = 9; VF = ?

2º Aplicamos la fórmula [2] y Excel:

[2] ***VF*** = 2,300 [1 + (0.0075*9)] = UM 2,455.25

	A	B	C
1	VA	2,300	Fórmula
2	i	0.0075	
3	n	9	
4	VF	2,455.25	=B1*(1+(B2*B3))
5	I	155	=B4-B1

Respuesta:

El valor futuro es UM 2,455.25

EJERCICIO 6 (Interés Simple Exacto)

Un pequeño empresario, con utilidades por UM 5,000 los deposita en una libreta de ahorros en un banco al 9.7% anual. Calcular cuanto tendrá al final de 8 meses.

1º Expresamos el plazo en años: (8 meses por 30 días = 240 días) 240/365 = 0.6575 años

Solución:

VA = 5,000; i = 0.097; n = 0.6575; VF = ?

2º Aplicamos la fórmula (2) y Excel:

[2] ***VF*** = 5,000 *[1 + (0.097*0.6575)] = UM 5,318.89

	A	B	C
1	VA	5,000	Fórmula
2	i	0.0970	
3	n	0.6575	
4	VF	5,318.89	=B1*(1+(B2*B3))

Respuesta:
El pequeño empresario tendrá al final de los 8 meses UM 5,318.89

5. Descuentos

Es una operación de crédito llevada a cabo principalmente en instituciones bancarias y consiste en que estas adquieren letras de cambio, pagarés, facturas, etc. de cuyo valor nominal descuentan una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento entre la fecha recibida y la fecha de vencimiento. Anticipan el valor actual del documento.

La formula para el cálculo del descuento es:

[6] $\boldsymbol{D = VN * n * d}$

donde:

D = descuento

VF o **VN** = valor del pagaré o documento (monto), valor nominal

d = tasa de descuento

n = número de períodos hasta el vencimiento del pagaré

Otras fórmulas del descuento:

Despejando de la fórmula [6] tenemos:

[7] ***VN = VA + D***

[8] ***VA = VN - D***

[9] ***D = VN - VA***

Sustituimos el valor de VF en la formula [6]:

D =[***VA + D***]***n*d***

D =VAbd + Dnd y pasando el segundo termino tenemos D-

Dnd = VAnd

D(1 - dt) = VAnd por lo cual:

[10] $$D = \frac{VA * n * d}{(1 - n * d)}$$

EJERCICIO 7 (Pagaré)

Tenemos un pagaré por UM 185,000, girado el 15/09/03 y con vencimiento al 15/11/03, con una tasa de descuento de 50% anual. Determinar el descuento y el valor actual del documento.

Solución:

VN = 185,000; n = 2 meses; d = (0.50/12) = 0.0417; D = ?; VA = ?

[6] $D = 185{,}000 \times 2 \times 0.041666 =$ UM 15,416.64

[8] VA = 185,000 - 15,416.67 = UM 169,583.33

Respuesta:

El descuento es de UM 15,416.64 y el valor actual del documento es de UM 169,583.33.

EJERCICIO 8 (Descuento de pagaré)

Una empresa descuenta un pagaré y recibe UM 20,000. Si la tasa de descuento es del 66% anual y el vencimiento es en tres meses después del descuento. ¿Cuál era el valor nominal del documento en la fecha de vencimiento?.

Solución:

VA = 20,000; d = (0.66/12) = 0.055; n = 3; VF = ?

[10] $$D = \frac{20{,}000 \times 3 \times 0.055}{(1 - 3 \times 0.055)} = \text{UM } 3{,}300$$

[7] VF = 20,000 + 3,300 = UM 23,300

Respuesta:

El valor nominal (VF) del documento en la fecha de vencimiento es UM 23,300.

EJERCICIO 9 (Descuento de letra)

Una empresa descuenta una letra por la cual recibe UM 2,520. Si la tasa de descuento es de 66% y el valor nominal de UM 2,950. ¿Cuánto tiempo faltaba para el vencimiento de la obligación?.

Solución:

VN = 2,950; VA = 2,520; d = (0.66/12) = 0.055; D = ?

[9] ***D*** = 2,950 - 2,520 = UM 430.00

Despejando n de la fórmula (6) ***D = VN *n*i*** obtenemos:

$$\boldsymbol{n} = \frac{430}{2{,}950 \times 0.055} = 2.6502 \text{ meses} \qquad 0.6502*30 = 19.51 \text{ días}$$

Respuesta:

Faltaba para el vencimiento 2 meses y 20 días.

6. Valor del dinero en el tiempo

El tiempo (plazo) es fundamental a la hora de establecer el valor de un capital.

Una unidad monetaria hoy vale más que una unidad monetaria a ser recibida en el futuro. Una UM disponible hoy puede invertirse ganando una tasa de interés con un rendimiento mayor a una UM en el futuro. Las matemáticas del valor del dinero en el tiempo cuantifican el valor de una UM a través del tiempo. Esto, depende de la tasa de rentabilidad o tasa de interés que pueda lograrse en la inversión.

El valor del dinero en el tiempo tiene aplicaciones en muchas áreas de las finanzas el presupuesto, la valoración de bonos y la valoración accionaria. Por ejemplo, un bono paga intereses periódicamente hasta que el valor nominal del mismo es reembolsado.

Los conceptos de valor del dinero en el tiempo están agrupados en dos áreas: el valor futuro y valor actual. El valor futuro (VF - Capitalización) describe el proceso de crecimiento de una inversión a futuro a una tasa de interés y en un período dado. El valor actual (VA - Actualización) describe el proceso de un flujo de dinero futuro que a una tasa de descuento y en un período representa UM de hoy.

6.1. Valor futuro de un flujo único

El valor futuro de un flujo único representa la cantidad futura, de una inversión efectuada hoy y que crecerá si invertimos a una tasa de interés específica. Por ejemplo, si el día de hoy depositamos UM 100 en una libreta de ahorros que paga una tasa de interés de 9% compuesto anualmente, esta inversión crecerá a UM 109 en un año. Esto puede mostrarse como sigue:

Año 1:UM 100(1 + 0.09) = UM 109

Al final de dos años, la inversión inicial habrá crecido a UM 118.81. Como vemos la inversión ganó UM 9.81 de interés durante el segundo año y sólo ganó UM 9 de interés durante el primer año. Así, en el segundo año, ganó no sólo interés la inversión inicial de UM 100 sino también los UM 9 al final del primer año. Esto sucede porque es una tasa de interés compuesta.

6.2. El Interés compuesto

El interés compuesto es una fórmula exponencial y en todas las fórmulas derivadas de ella debemos operar únicamente con la tasa efectiva. La tasa periódica tiene la característica de ser a la vez efectiva y nominal, ésta tasa es la que debemos utilizar en las fórmulas del interés compuesto.

Con el interés compuesto, pagamos o ganamos no solo sobre el capital inicial sino también sobre el interés acumulado, en contraste con el interés simple que sólo paga o gana intereses sobre el capital inicial.

Una operación financiera es a interés compuesto cuando el plazo completo de la operación (por ejemplo un año) está dividido en períodos regulares (por ejemplo un mes) y el interés devengado al final de cada uno de ellos es agregado al capital existente al inicio. Así, el interés ganado en cada período percibirá intereses en los periodos sucesivos hasta el final del plazo completo. Su aplicación produce intereses sobre intereses, conocido como: la capitalización del valor del dinero en el tiempo.

La tasa de interés en el ejemplo anterior es 9% compuesto anualmente. Esto significa que el interés paga anualmente. Así tenemos que en nuestra libreta de ahorros al final del primer año tendremos UM 109 (el principal más los intereses), en el segundo año este saldo aumenta en 9%. Arrojando al final del segundo año un saldo de UM 118.81 que puede computarse como sigue:

Año 2	(09 (1+0.09))	= 118.81	ó
	100 (1+0.09)(1+0.09)	= 118.81	ó
	100 $(1+0.09)^2$	= 118.81	

Y así sucesivamente:

Año 3		(118.81(1+0.09))	= 129.50	ó
	100	(1+0.09) (1+0.09) (1+0.09)	= 129.50	ó
	100	$(1+0.09)^3$	= 129.50	

Como vemos, un modelo matemático va manifestándose con mucha nitidez. El Valor Futuro de una inversión inicial a una tasa de interés dada compuesta anualmente en un período futuro es calculado mediante la siguiente expresión:

[11] $\boldsymbol{VF} = \boldsymbol{VA}(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}$

Que no es otra cosa, que la fórmula general del interés compuesto para el período ***n*** de composición. En las matemáticas financieras es fundamental el empleo de la fórmula general del interés compuesto para la evaluación y análisis de los flujos de dinero.

Las ecuaciones derivadas de la fórmula [11] (<u>para inversión y recuperación en un sólo pago</u>) son:

[12] $\boldsymbol{VA} = \dfrac{\boldsymbol{VF}}{(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}}$ [13] $\boldsymbol{i} = \sqrt[\boldsymbol{n}]{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}} - 1$ [14] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\log \dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}}{\log(1+\boldsymbol{i})}$

[15] $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{VA}\left\langle(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}\right\rangle - 1$ [16] $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{VF} - \boldsymbol{VA}$

El tipo de interés (***i***) y el plazo (***n***) deben referirse a la misma unidad de tiempo (si el tipo de interés es anual, el plazo debe ser anual, si el tipo de interés es mensual, el plazo irá en meses, etc.). Siendo indiferente adecuar la tasa al tiempo o viceversa.

Al utilizar una tasa de interés mensual, el resultado de ***n*** estará expresado en meses.

EJERCICIO 10 (Calculando el VF)

Calcular el VF al final de 5 años de una inversión de UM 20,000 con un costo de oportunidad del capital de 20% anual.

Solución:

VA = 20,000; n = 5; i = 0.20; VF = ?

[11] $\boldsymbol{VF} = 20{,}000(1+0.20)^5 =$ UM 49,766.40

Aplicamos la función financiera VF:

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.20	5		-20,000		49,766.40

Respuesta:

El VF al final de los 5 años es UM 49,766.40

EJERCICIO 11 (Calculando el VF a partir del VA)

Yo tengo un excedente de utilidades de UM 1,000 y los guardo en un banco a plazo fijo, que anualmente me paga 8%; ¿cuánto tendré dentro de 3 años?

Solución: VA = 1,000; n = 3; i = 0.08; VF = ?

Indistintamente aplicamos la fórmula y la función financiera VF:

[11] $\boldsymbol{VF} = 1{,}000(1 + 0.08)^3 =$ UM 1,259.71

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.08	3		-1,000		1,259.71

Respuesta:

El monto al final de los 3 años es UM 1,259.71

EJERCICIO 12 (Calculando el VA a partir del VF)

Inversamente, alguien nos ofrece UM 5,000 dentro de 3 años, siempre y cuando le entreguemos el día de hoy una cantidad al 10% anual. ¿Cuánto es el monto a entregar hoy?

Solución:
VF = 5,000; n = 3; i = 0.10; VA = ?

Aplicamos la fórmula y/o la función financiera VA:

$$[12] \quad \boldsymbol{VA} = \frac{5{,}000}{(1+0.10)^3} = \text{UM } 3{,}756.57$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.10	3		-5,000		3,756.57

Respuesta: El monto a entregar el día de hoy es UM 3,757.57

EJERCICIO 13 (Calculando el tipo de interés *i*)

Determinar la tasa de interés aplicada a un capital de UM 25,000 que ha generado en tres años intereses totales por UM 6,500.

Solución: (VF = 25,000 + 6,500)
i = ?; VA = 25,000; n = 3; I = 6,500; VF = 31,500

Aplicando la fórmula [13] o la función TASA, tenemos:

$$[13] \quad \boldsymbol{i} = \left\langle \sqrt[3]{\frac{31{,}500}{25{,}000}} - 1 \right\rangle = 0.0801$$

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
3		25,000	-31,500	0.0801

Respuesta: La tasa de interés aplicada es de 8% anual.

EJERCICIO 14 (Calculando el tiempo o plazo *n*)

Calcular el tiempo que ha estado invertido un capital de UM 35,000, si el monto producido fue UM 56,455 con un interés de 9 %.

Solución

VA = 35,000; VF = 56,455; i = 0.09; n = ?;

Aplicando la fórmula [14] o la función NPER, tenemos:

$$[14] \quad \boldsymbol{n} = \frac{\log \frac{56,455}{35,000}}{\log(1+0.09)} = 5.5478 \text{ años}$$

0.5478*12 = 6.5736 meses
0.5736*30 = 17 días

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.09		35,000	-56,455		5.5478

Respuesta:

El tiempo en que ha estado invertido el capital fue de 5 años, 6 meses y 17 días.

6.3. Valor actual de un flujo único

El valor actual, es el valor de las unidades monetarias de hoy. El proceso de calcular los valores actuales a una tasa específica de Interés es conocido como descuento.

La tasa de interés con el que determinamos los valores actuales es la tasa de descuento, cuando el dinero proviene de fuentes externas y costo de oportunidad cuando la inversión proviene de recursos propios.

Por ejemplo:

El valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de un año es UM 91.74, si la tasa de descuento es 9% compuesto anualmente tenemos:

Cálculos a valor futuro:

Un año 91.74(1 + 0.09) = 100 ó

$$91.74 = \frac{100}{(1+0.09)}$$

La ecuación de valor futuro la utilizamos para describir la relación entre el valor actual y el valor futuro. Así, el valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de dos años es UM 84.17 a la tasa de descuento de 9%.

Dos años $84.17(1 + 0.09)^2 = \text{UM } 100$ ó

$84.17 = 100/(1 + 0.09)^2$

Como vemos el modelo matemático derivado de la fórmula del interés compuesto utilizada es el del valor actual. Ecuación que nos permite calcular el valor actual de un flujo de caja futuro dado la tasa de descuento en un período determinado de tiempo.

EJERCICIO 15 (Calculando el VA)

Determinar el valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de 3 años a partir de hoy si la tasa de interés es 9%.

Solución:

VF = 100; n = 3; i = 0.09; VA = ?

Aplicando al flujo la fórmula 12 o la función financiera VA, tenemos:

$$[12] \quad \boldsymbol{VA} = \frac{100}{1.09^3} = \text{UM } 77.2183$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.09	3		-100		77.2183

Respuesta:

El VA al final de los 3 años es UM 77.22

7. Flujos variables

7.1. Valor actual de un flujo variable

El valor actual de un flujo variable es igual a la suma de los valores actuales de cada uno de estos flujos. Para comprender esto, suponga una inversión en que las promesas de pago de UM 100 dentro de un año y UM 200 dentro de dos años es hoy; si un inversionista tiene que decidir entre estas dos opciones, al inversionista le resultaría indiferente, elegir entre las dos opciones, asumiendo que las inversiones son de igual riesgo, es decir, la tasa de descuento es la misma. Esto es porque los flujos futuros que el inversionista recibiría hoy carecen de riesgo y tienen el mismo valor bajo cualquier alternativa. Sin embargo, sí la inversión tuviera una tasa de descuento de 12%, el valor actual de la inversión puede encontrarse como sigue:

Valor actual de la inversión

$$\boldsymbol{VA} = \frac{100}{(1+0.12)} + \frac{100}{(1+0.12)^2}$$

$$\boldsymbol{VA} = 89.29 + 79.72 = \text{UM } 169.01$$

La siguiente ecuación puede emplearse para calcular el valor actual de un flujo futuro de caja:

$$[17] \quad \boldsymbol{VA} = \sum_{t=0}^{n} \frac{\boldsymbol{FC}_t}{(1+\boldsymbol{i})^t}$$

<u>donde</u>:

VA = Valor actual del flujo de caja

FC_t = Flujo de caja (ingresos menos egresos) de t = 0 a n

i = Tasa de descuento,

t = El período que va de cero a n

n = El último período del flujo de caja

<u>EJERCICIO 16</u> (Calculando el VA de un flujo variable de caja)

Calcule el valor actual del siguiente flujo de caja considerando una tasa de descuento de 15%:

AÑOS	0	1	2	3	4
FC		500	700	700	900

Solución: (Aplicamos sucesivamente la fórmula (12) ó (17):

$$[17]\quad VA = \frac{500}{(1+0.15)^1} + \frac{700}{(1+0.15)^2} + \frac{700}{(1+0.15)^3} + \frac{900}{(1+0.15)^4} = \text{UM } 1{,}938.9225$$

Aplicando la función VNA tenemos:

Sintaxis

VNA(**tasa**;**valor1**;valor2; ...)

0	1º	2º	3º	4º	**VNA**
	500	700	700	900	1,938.9225

Respuesta:
El valor actual del flujo de caja es UM 1,938.92

8. Las anualidades

Una anualidad es un flujo de caja en el que los flujos de dinero son uniformes (es decir, todos los flujos de dinero son iguales) y los movimientos de dinero ocurren a un intervalo regular. Los flujos de dinero de la anualidad son los pagos de la anualidad o simplemente pagos. El nombre de anualidad es utilizado como una generalización sobre el tema, no siempre son períodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

1. Pagos mensuales por renta
2. Cobro quincenal o semanal por sueldo
3. Abonos quincenales o mensuales por pago de un préstamo.
4. Pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida, etc.

Flujo de una anualidad

AÑOS	0	1	2	3	4	5
FC		500	500	500	500	500

No es una Anualidad

El flujo no es una anualidad porque al 4to año se interrumpen para reiniciarse al 5to.

AÑOS	0	1	2	3	4	5
FC		500	500	500		500

Cuando el flujo de caja es de una anualidad, el proceso de calculo del valor actual y del valor futuro de un flujo de dinero se simplifica enormemente.

Las anualidades son:

Vencidas. Las anualidades vencidas, ordinarias o pospagables son aquellas en las cuales los pagos son hechos a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.

Ejemplo, el pago de salarios a los empleados, el trabajo es primero, luego el pago.

Anticipadas. Las anualidades anticipadas o prepagables se efectúan al principio de cada periodo.

Las anualidades prepagables son el resultado de capitalizar un período el VA o VF las pospagables multiplicándolas por (1 + i). Es decir, utilizamos las mismas fórmulas del VA o VF de las anualidades pospagables, multiplicando el resultado por (1 + i).

8.1. Valor actual de una anualidad

El valor actual de una anualidad es igual a la suma de los valores actuales de los pagos de la anualidad. Esto puede calcularse a través de la siguiente ecuación:

[18] $\boldsymbol{VA = C}\left\langle \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right\rangle$, con esta fórmula obtenemos:

[19] $\boldsymbol{C = VA}\left\langle \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right\rangle$

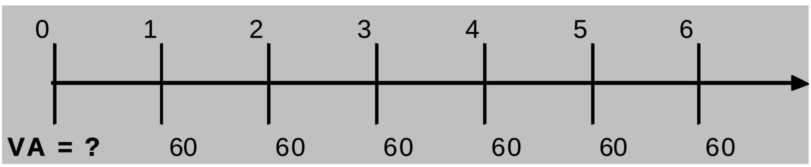
[20] $\boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle 1 - \left\langle \frac{VA}{C} \right\rangle i \right\rangle}{\log\left\langle \frac{1}{(1+i)} \right\rangle}$

donde:

VA = Valor actual de la anualidad
C = Pago de una anualidad
i = Interés o tasa de descuento

En las fórmulas de anualidades de VA y VF, la tasa de interés no puede ser despejada, por lo cual debe obtenerse por ensayo y error. Por esta razón en el presente libro, para obtener la tasa de interés utilizamos la función TASA cuando operamos con flujos uniformes y la función TIR cuando operamos con flujos variables.

Cuando estamos frente a un perfil de flujos iguales para cada período, es posible hacer una formulación que nos de el Valor Actual de los flujos de una sola vez obviando el cálculo del descuento flujo por flujo. De esta forma de cálculo son las Anualidades. Ejemplo:



Si usamos el método de descuento flujo por flujo y lo descontamos al 15% por período tendríamos los valores indicados en el cuadro y después lo comparamos con el método abreviado a través de la fórmula y la función VA:

Periodo n	**Flujo VF**	[12] $VA = \frac{VF}{(1+i)^n}$	**Valor VA**
1	60	$60/(1+0.15)^1$	52.17
2	60	$60/(1+0.15)^2$	45.37
3	60	$60/(1+0.15)^3$	39.45
4	60	$60/(1+0.15)^4$	34.31
5	60	$60/(1+0.15)^5$	29.83
6	60	$60/(1+0.15)^6$	25.94
		Valor Actual Neto (**VAN**)	227.07

Aplicando la fórmula [18] o la función VA:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 60\left\langle\frac{(1+0.15)^6-1}{0.15(1+0.15)^6}\right\rangle = \text{UM } 227.07$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.15	6	-60			227.07

Como podemos observar, con los tres métodos obtenemos resultados iguales.

EJERCICIO 17 (Calculando el VA de una anualidad pospagable)

Tenemos una anualidad de UM 500 anual, durante cinco años vencidos. Si la tasa de descuento es igual a 13%, ¿cuál es el VA de la anualidad?

Solución:

C = 500; n = 5; i = 0.13; VA = ?

Aplicando la fórmula (18) o la función VA, tenemos:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 500\left\langle\frac{(1+0.13)^5-1}{0.13(1+i0.13^5}\right\rangle = \text{UM } 1{,}758.62$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.13	5	-500			1,758.62

Respuesta: El VA de los cinco pagos iguales es UM 1,758.62.

EJERCICIO 18 (La mejor elección)

Usted gana la lotería. Cuando va a cobrar, los ejecutivos de la lotería le proponen lo siguiente: cobrar hoy UM 500,000 ó UM 3,000 mensuales durante los próximos 25 años. ¿Qué elige Ud.?

Solución:

VA = 500,000; i = ?

En este caso, primero determinamos la tasa de interés, que nos permita descontar las cuotas mensuales y compararlo con los UM 500,000 que recibiríamos el día de hoy. El dinero hoy vale más que en el futuro. Asumamos una inflación del 6% anual proyectada para los próximos 25 años. (i = 0.06/12 = 0.005)

i = 0.005; C = 3,000; n = (5*12) = 300; i = 0.005; VA = ?

Aplicamos la fórmula [18] o la función VA:

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 3{,}000\left\langle\frac{(1+0.005)^{300}-1}{0.005(1+0.005)^{300}}\right\rangle = \text{UM } 465{,}620.59$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.005	300	-3,000			465,620.59

Respuesta:
El VA de las 300 cuotas mensuales de UM 3,000 descontadas a la tasa de inflación del 6% anual es UM 465,620.59 inferior a los UM 500,000 que cobraríamos hoy, en consecuencia, nuestra decisión será cobrar la loterías hoy.

EJERCICIO 19 (Calculando el VA de una anualidad prepagable)

El dueño de una MYPE contrae una deuda para saldarla en cinco pagos iguales de UM 26,913 al inicio de cada año, con una tasa de interés de 45.60% anual. Calcular el valor actual de esta obligación.

Solución:
C = 26,913; n = 5; i = 0.456 ; VA = ?

Aplicando el concepto de las anualidades prepagables en la fórmula (18) y la función VA multiplicamos el resultado de la fórmula por (1 + i) y la función a operamos con tipo = 1:

$$[18] \quad \text{VA}=26{,}913\left\langle\frac{(1+0.456)^{5}-1}{0.456(1+0.456)^{5}}\right\rangle*(1+0.456)= \text{UM } 72{,}800$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.456	5	-26,913		1	72,800

Respuesta: El valor actual prepagable de ésta operación es UM 72,800, considera el pago anticipado de cada cuota anual.

EJERCICIO 20 (Calculando el incremento anual)

En 1978 el franqueo de un sobre a Europa era de UM 10. En el 2003 colocar por correo la misma carta cuesta UM 70. ¿Que incremento anual en el franqueo de una carta experimentó durante este tiempo?

Solución (n = 2003 - 1978)
C = 10; VA = 70; n = (2003 - 1978) = 25; i = ?

Aplicando la función TASA obtenemos:

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
25	10	-70		0.1371

Respuesta: El incremento anual es 13.71%

EJERCICIO 21 (Calculando la tasa de interés de una anualidad)

Una inversión de UM 120,000 hoy, debe producir beneficios anuales por un valor de UM 45,000 durante 5 años. Calcular la tasa de rendimiento del proyecto.

Solución:
VA = 120,000; C = 45,000; n = 5; i = ?

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

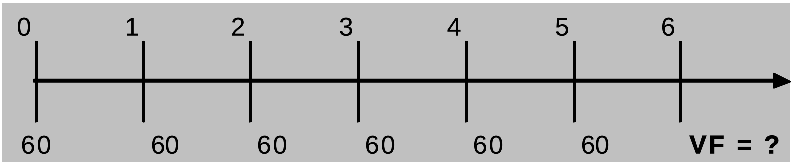
Nper	Pago	VA	VF	TASA
5	45,000	-120,000		0.2541

Respuesta: La tasa anual de rendimiento del proyecto es 25.41%

8.2. Valor Futuro de una anualidad

Al tratar el cálculo de las anualidades, determinábamos el valor de los flujos en valor actual o del momento cero. También es posible emplear esta misma formulación y plantear por ejemplo, cuánto tendré ahorrado en un momento futuro si depositara una determinada cantidad igual período a período, dada una cierta tasa de interés por período. Es decir, lo que estamos haciendo es constituir un fondo.

Anteriormente calculamos el valor actual de una serie de pagos futuros. Lo que ahora buscamos, como monto futuro, es una expresión que responda al siguiente perfil financiero:



Partimos depositando una suma ahora y hacemos lo mismo con igual monto hasta el período n-1 y con la misma tasa de interés por cada período.

La fórmula del valor futuro de la anualidad y las derivadas de ella son:

$$[21]\quad \boldsymbol{VF} = \boldsymbol{C}\left\langle\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right\rangle \quad [22]\quad \boldsymbol{C} = \boldsymbol{VF}\left\langle\frac{i}{(1+i)^{n}-1}\right\rangle \quad [23]\quad \boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle\left\langle\frac{VF}{C} * \boldsymbol{i}\right\rangle+1\right\rangle}{\log(1+i)}$$

El valor, depende sólo de las variables tasa de interés «i», igual para cada período y el valor correspondiente al número de periodos «n», para flujos realizados a comienzo de cada uno de ellos.

Las anualidades tienen la característica que siendo un pago constante en el caso de amortizar una deuda los intereses pagados en los primeros periodos son mayores, destinándose el excedente al pago de amortización de capital, el cual aumenta gradualmente, el interés posterior deberá calcularse sobre un menor monto de capital por la disminución o amortización de éste.

EJERCICIO 22 (Calculando el VF y el plazo de un ahorro)

Un microempresario deposita UM 2,500 ahora en una cuenta de ahorros que reconoce una tasa de interés del 1.8% mensual y considera retirar UM 390 mensuales, empezando dentro de 10 meses. ¿Calcular por cuánto tiempo podrá realizar retiros completos?

Solución:

VA = 2,500; i = 0.018; C = 390; n = 10; VF = ?; n = ?

1º Calculamos el VF de los UM 2,500 a 10 meses:

[11] $\mathbf{VF} = 2{,}500(1 + 0.018)^{10} = \text{UM } 2{,}988.2559$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.018	10		-2,500		2,988.26

2º Calculamos el tiempo durante el cual podrá hacer retiros por UM 390 cada uno:

[23] $$\boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle\left\langle\frac{2{,}988.26}{390} * 0.018\right\rangle + 1\right\rangle}{\log(1+0.018)} = 7.2423 \text{ meses}$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.018	390		-2,988.26		7.2423

Respuesta:

A partir del mes 10 puede hacer retiros completos por 7 meses.

9. Las perpetuidades

Por definición significa duración sin fin. Duración muy larga o incesante.

A partir del valor actual (VA) de una anualidad C, que representa una serie de pagos, depósitos o flujo periódico uniforme para cada uno de estos periodos y efectuando algunas modificaciones podríamos derivar las perpetuidades. La característica de una perpetuidad es que el número de periodos es grande, de forma que el valor de los últimos flujos al descontarlos es insignificante. El valor de la anualidad de muchos términos, llamada perpetuidad, es calculada con la siguiente fórmula:

$$[24] \quad \boldsymbol{VAP} = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{i}}$$

Las perpetuidades permiten cálculos rápidos para determinar el valor de instrumentos de renta fija (VAP) de muchos periodos. En este caso, «***C***» es el rendimiento periódico e «***i***» la tasa de interés relevante para cada período. Ejemplos de perpetuidades son también las inversiones inmobiliarias con canon de arrendamiento, dada la tasa de interés aproximamos el valor de la inversión (C).

Por lo general, la tasa de interés es casi siempre anual y el canon de arriendo es mensual, por lo cual deberá establecerse la tasa de interés equivalente (Ver definición y fórmula en el numeral 10, de este capítulo) para este período de tiempo. Otras aplicaciones importantes son las pensiones o rentas vitalicias.

EJERCICIO 23 (Perpetuidad)

Para que mis 2 hijos estudien becados en una universidad de prestigio, dentro de 10 años, es requisito fundamental -entre otros- depositar el día de hoy una suma de dinero en una institución financiera que paga mensualmente por ahorros de este tipo el 1.5% y que permite a la institución disponer de UM 2,500 mensuales a perpetuidad. ¿Cuánto debo depositar el día de hoy?.

Solución:

C = 2,500; i = 0.005; VAP = ?

$$[24] \quad \boldsymbol{VAP} = \frac{2{,}500}{0.015} = \text{ UM } 166{,}667$$

Respuesta:

Debo depositar el día de hoy UM 166,6667. Mensualmente el dinero gana UM 2,500 de interés. Este interés constituye la beca.

10. El interés

El **interés** (**I**) es el monto pagado por la institución financiera para captar recursos, igualmente es el monto cobrado por prestarlos (colocar). El interés es la diferencia entre la cantidad acumulada menos el valor inicial; sea que tratemos con créditos o con inversiones.

El **interés es un precio**, el cual expresa el valor de un recurso o bien sujeto a intercambio, es la renta pagada por el uso de recursos prestados, por período determinado.

Fórmulas utilizadas para el cálculo del interés I:

[1] $\boldsymbol{I = VA * n * i}$ [16] $\boldsymbol{I = VF - VA}$

[15] $\boldsymbol{I = VA}\left\langle (1 + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}} - 1 \right\rangle$

10.1. La tasa de interés (*i*)

La tasa de interés es el precio del tiempo, mientras que la tasa de rentabilidad es el precio del tiempo cuando existe riesgo. La tasa de rentabilidad es el precio del tiempo más una prima por riesgo (precio del riesgo).

Calculamos la tasa de interés dividiendo el interés ***I*** recibido o pagado por período, por el monto inicial, *VA*; de modo que la tasa de interés será:

[13] $\boldsymbol{i} = \sqrt[\boldsymbol{n}]{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}} - 1$

El resultado obtenido con las fórmulas [13A] y [13B], representa la tasa de todo el período de composición. De aplicación cuando evaluamos préstamos e inversiones a interés simple (pago flat) y para casos de inversiones a interés compuesto aplicamos la fórmula [13], cuando tratamos con un solo pago. No es aplicable para el caso de las anualidades o flujos variables, en estos casos son de mucha utilidad las funciones financieras TASA (flujos uniformes) y TIR (flujos variables) de Excel.

10.2. Componentes de la tasa de interés

La tasa de **interés corriente** (**ic**), es la tasa del mercado, aplicado por los bancos y las entidades financieras; la tasa efectivamente pagada por cualquier préstamo. Tiene tres componentes o causas:

1. El efecto de la inflación (F): medida del aumento del nivel general de precios, valorada a través de la canasta familiar; notamos su efecto en la pérdida del poder adquisitivo de la moneda. A mayor inflación, mayor tasa de interés.

2. El efecto del riesgo, inherente al negocio o inversión. A mayor riesgo, mayor tasa de interés. Elemento de riesgo (**ip**).

3. La tasa real « ***i*** » propio del negocio, lo que el inversionista desea ganar, libre de riesgos e inflación. Rendimiento base. Generalmente los bonos del tesoro de EE.UU. son tomados como parámetro para la tasa libre de riesgo. Tasa de interés real (***i***).

11. Tasas de interés y descuento equivalente

En el mundo real, las tasas de interés son en más de un período por año. Por convención, las tasas de interés son en base anual. La tasa de interés expresada anualmente y con composición en más de una vez por año es la tasa nominal, es una tasa de interés simple; ignora el valor del dinero en el tiempo y la frecuencia con la cual capitaliza el interés.

Tasa periódica: Tasa de interés cobrada o pagada en cada período, por ejemplo, semanal, mensual o anual; tiene la característica de ser nominal y efectiva a la vez.

Tasa efectiva anual (TEA): La tasa que realmente paga o cobra por una operación financiera, incluye todos los costos asociado al préstamo o inversión. Si el interés capitaliza en forma trimestral, semestral, mensual, la cantidad efectivamente pagada o ganada es mayor que la compuesta en forma anual.

Interés anticipado (ia): Es el interés liquidado al inicio del período, cuando recibimos o entregamos dinero.

Interés vencido (iv): Liquidado al final del período, cuando recibimos o entregamos dinero.

Fórmulas de las Tasas de interés nominal, efectiva y equivalente:

Tasa Nominal j :[25] $j = i_{\text{PERIODICA}} * n$

Tasa Nominal j :[25A] $j = m\left\langle (1+i)^{1/m} \right\rangle - 1$

Tasa Efectiva Anual (TEA) $\boldsymbol{i}$: [25B] $\boldsymbol{i} = \left\langle (1+\frac{j}{m} \right\rangle^{m} - 1$

Tasa periódica $\boldsymbol{i}$: [26] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \frac{\boldsymbol{j}}{\boldsymbol{n}}$

Tasa periódica $\boldsymbol{i}$: [27] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \left\langle \sqrt[\boldsymbol{n}]{(1+\boldsymbol{i}_{\text{EFECTIVA}})} \right\rangle - 1$

Tasa Efectiva Anual (TEA) : [28] $\boldsymbol{i}_{\text{EFECTIVA}} = [1+\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}}]^{\boldsymbol{n}} - 1$

11.1. Tasas equivalentes

Dos tasas con diferentes periodos de capitalización serán equivalentes, si al cabo de un año producen el mismo interés compuesto.

Común en operaciones bancarias y también en el caso de bonos del tipo «cupón cero», el uso de la tasa de descuento (d) en vez de (o junto con) la tasa de interés, como referencia del rendimiento de la operación. Usar la tasa de descuento o la tasa de interés es puramente convencional y siempre podemos expresar una en términos de la otra.

Esto lo explicamos con las tasas equivalentes pagadas al vencimiento (iv) o por anticipado (ia).

Pactan muchas negociaciones en términos de interés anticipado y es deseable conocer cuál es el equivalente en tasas de interés vencido. Un ejemplo corriente, lo constituyen los préstamos bancarios y los certificados de depósito a término.

Cuando indican un pago de interés anticipado (***ia***), en realidad ello significa que -en el caso de un préstamo- recibe un monto menor al solicitado.

Tasa de interés vencida : [29] $\boldsymbol{iv} = \frac{\boldsymbol{i}_{ANTICIPADO}}{1 - \boldsymbol{i}_{ANTICIPADO}}$

Tasa de interés anticipada [30] $\boldsymbol{ia} = \frac{\boldsymbol{i}_{VENCIDO}}{1 + \boldsymbol{i}_{VENCIDO}}$

Estas dos fórmulas sólo son de aplicación a tasas periódicas.

EJERCICIO 24 (Tasa nominal y tasa efectiva anual)

Tenemos una tarjeta de crédito cuya tasa de interés es 2.5% mensual. Determinar la tasa anual que realmente me cuesta.

Solución:

i = 0.025; n = 12; j = ?; TEA = ?

[25] $\boldsymbol{j} = 0.025 * 12 = \ 0.30$ ó 30%

[28] $\boldsymbol{i}$ $\text{(TEA)} = [1 + 0.025]^{12} - 1 = \ 0.3449$ ó 34.49%

Por demostración calculamos la tasa periódica a partir de la tasa nominal y TEA:

[26] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \dfrac{30\%}{12} = \ 2.5\%$

[28] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \left\langle \sqrt[12]{(1 + 0.3448888)} \right\rangle - 1 = \ 0.025$ ó 2.5%

Aplicando las funciones financieras de Excel:

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.30	12	0.3449

Sintaxis

TASA.NOMINAL(**tasa_efectiva**; **núm_per**)

tasa_efectiva	núm_per	TASA.NOMINAL
0.3449	12	0.30

Respuesta:

El costo nominal de la tarjeta de crédito es 30% y el costo real o Tasa Efectiva Anual (TEA) es 34.49%.

Caso típico de tasas equivalentes, 30% de tasa nominal es equivalente a 34.49% de tasa efectiva anual.

EJERCICIO 25 (Tasa anticipada y tasa vencida)

Una institución financiera paga por uno de sus productos el 18% anual y liquida trimestralmente por anticipado. Determine a cuánto equivale el interés trimestral vencido. j = 0.18

Solución:

[30] $ia = \frac{0.18}{4} = 0.045$ ó 4.5% tasa periódica anticipada

[29] $iv = \frac{0.045}{1-0.045} = 0.04712$ ó 4.71% tasa periódica vencida

11.1. Tasas de interés en el Perú

Las Circulares del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) Nº 006-91-EF/90 y Nº 007-91-EF/90 del 11 de marzo de 1991, establecieron que a partir del 1º de abril de 1991 la Superintendencia de Banca y Seguros (SBS) debía calcular y publicar diariamente la Tasa Activa en Moneda Nacional (TAMN) y la Tasa Activa en Moneda Extranjera (TAMEX), así como los intereses aplicables a las diferentes operaciones fijadas en función a la TAMN y TAMEX, respectivamente. De acuerdo con dichas Circulares, la TAMN debe ser publicada en términos efectivos mensuales y la TAMEX en términos efectivos anuales.

La SBS también debe publicar las Tasas de Interés Legal, las cuales son fijadas por el BCRP según el Código Civil (artículos 1244º y 1245º) y utilizan cuando las partes no han acordado una tasa de interés con antelación. En dicha oportunidad, establecieron la Tasa de Interés Legal en moneda extranjera equivalente a la TAMEX y la de moneda nacional equivalente a la TAMN, TAMN + 1 y TAMN + 2, dependiendo del plazo del contrato.

Adicionalmente, dichas Circulares fijan la Tasa Efectiva de Interés Moratorio en 15% de la TAMN y 20% de la TAMEX, respectivamente. El interés moratorio es cobrado sólo cuando las partes hayan pactado y únicamente sobre el monto correspondiente al capital impago cuyo pago esté vencido.

Las tasas de interés utilizadas por las entidades financieras para los ahorros llamadas **operaciones pasivas** son la **TIPMN** (Tasa de interés pasiva promedio en moneda nacional) y la **TIPMEX** (Tasa de interés pasiva promedio en moneda extranjera).

Tasa de interés convencional compensatorio, cuando constituye la contraprestación por el uso del dinero o de cualquier otro bien. En operaciones bancarias está representada por la tasa activa para las colocaciones y la tasa pasiva para las captaciones que cobran o pagan las instituciones financieras.

Tasa de interés moratorio, cuando tiene por finalidad indemnizar la mora en el pago. No cumplimiento de una deuda en el plazo estipulado. Se cobra cuando ha sido acordada. Aplicable al saldo de la deuda correspondiente al capital.

Cuando la devolución del préstamo se hace en cuotas, el cobro del interés moratorio procede únicamente sobre el saldo de capital de las cuotas vencidas y no pagadas.

Tasa de interés legal, La tasa de interés legal en moneda nacional y extranjera, es fijada, según el Código Civil por el BCRP, cuando deba pagarse la tasa de interés compensatoria y/o moratoria no acordadas; en este caso, el prestatario abonará el interés legal publicado diariamente por el BCRP en términos efectivos.

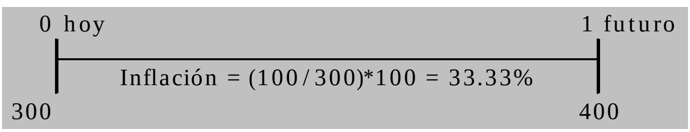
12. La Inflación y la Tasa de Interés

Como vimos al tratar los componentes de la tasa de interés, la Inflación es un alza sostenida en el nivel de precios, que hace disminuir el poder adquisitivo del dinero. De esta forma en un futuro con la misma cantidad de dinero compramos menos cantidades de bienes y servicios que en la actualidad.

EJERCICIO 26 (Precios en inflación)

Hoy un televisor cuesta UM 300 y está calculado que dentro de un año costará UM 400, en este caso decimos que el precio ha subido un 33%.

$$\frac{400-300}{300}=0.3333 \quad \text{ó} \quad 33.33\% \quad \text{o también :} \quad \frac{400}{300}-1=0.3333$$



Si la cantidad disponible de dinero es UM 6,000, en el momento actual en que cada unidad vale UM 300, podemos comprar 20 unidades, pero en el momento futuro sólo es posible adquirir 15 unidades con UM 6,000, es decir, se ha perdido capacidad de compra o poder adquisitivo.

El interés ganado en un período de tiempo, lo expresábamos como una determinada tasa de interés «i» que aplicábamos sobre el capital inicial. Por lo tanto, en ausencia de inflación, esta tasa de interés es «real», por cuanto explica el crecimiento habido en la capacidad de consumo. Frente a la presencia de un proceso inflacionario, debemos tener una tasa de interés mayor, que compense el efecto inflacionario y además recoja el interés real esperado, será por tanto una tasa «nominal», que incluye inflación e intereses:

j = Tasa Real + efecto inflacionario sobre capital e intereses

Veamos la determinación de la tasa de interés nominal a partir de un ejemplo, primero sin la presencia de inflación y después con una inflación esperada de 15%:

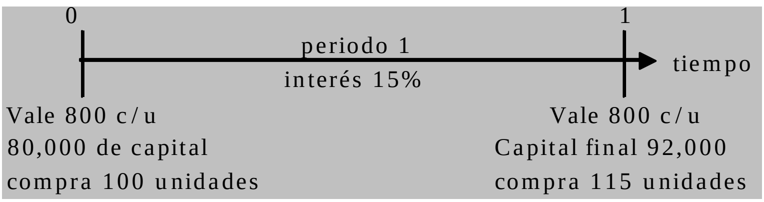
EJERCICIO 27 (Tasa real de interés)

Un determinado bien actualmente vale UM 800. El costo de oportunidad por el uso del capital o rendimiento exigido es 15% por el período de un año; el capital disponible es UM 80,000.

Situación sin Inflación:

VA = 80,000; n = 1; i = 0.15; VF = ?

[11] ***VF*** = 80,000*1.15 = UM 92,000

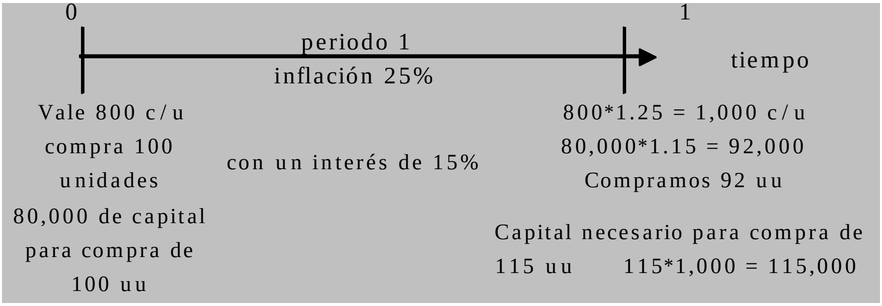


(11) ***VF*** = 80,000(1 + 0.15) = 92,000

COMPRA: 92,000/800 = 115 unidades

En estas condiciones, sin inflación, el capital inicial de UM 80,000, con un precio por cada unidad de UM 800, permite comprar 100 unidades. Al ganar un 15% de intereses en el período, aumenta su capacidad de compra a 115 unidades (92,000/ 800 = 115 unidades).

Veamos a continuación la situación con inflación (F):
VA = 80,000; n = 1; F = 25%;



El crecimiento nominal del capital durante el período es de:
115,000 - 80,000 = 35,000

Crecimiento relativo del capital:
35,000 / 80,000 = 0.4375 ó 43.75%.

Esto significa que una tasa nominal de un 43.75% permite mantener el poder adquisitivo del capital y ganar intereses, también cubiertos del efecto inflacionario, que aumenten la capacidad real de consumo en un 10%, o bien ganarse realmente un 10%. Si actualmente compramos 100 unidades del bien, con esta tasa nominal de un 43.75%, podremos comprar al término del período 115 unidades. Así, la tasa de Interés Nominal debe recoger o sumar el interés del período de 15% más la tasa de inflación del período de 25% y más la tasa de Inflación sobre el Interés 25% por 15%:

Interés Nominal = 0.15 + 0.25 + (0.15 * 0.25) = 0.4375

$$j = \text{Tasa Real} + \text{Inflación} + \text{Tasa Real} \times \text{Inflac}$$

13. Préstamo

Por definición, préstamo es el contrato en el que una de las partes (prestamista) entrega activos físicos, financieros o dinero en efectivo y la otra (prestatario) quien se compromete a devolverlos en una fecha o fechas determinadas y a pagar intereses sobre el valor del préstamo. El **préstamo** es la única alternativa que existe en el mundo de las inversiones y de la que todas las demás derivan.

Las alternativas más comunes de inversión, generalmente lo constituyen los distintos tipos de depósito que hacemos en los bancos: cuentas de ahorro, cuentas corrientes y plazo fijos. El banco reconoce un «interés» por nuestros depósitos (por el hecho de prestarle nuestro dinero), que los empleará para «prestárselo» a otras personas, empresas o gobierno. El banco intermedia, entonces, entre quienes tienen ahorros y los que necesitan fondos. El riesgo es la solvencia del banco para devolvernos el dinero prestado.

14. Sistema Financiero

Formado por el conjunto de instituciones financieras, relacionados entre si directa o indirectamente, cuya función principal es la intermediación, es decir, el proceso mediante el cual captan fondos del público con diferentes tipos de depósitos (productos pasivos) para colocarlos a través de operaciones financieras (productos activos) según las necesidades del mercado.

Conforman el Sistema Financiero Peruano 18 Bancos (16 bancos privados), 6 Financieras, 12 Cajas Rurales de Ahorro y Crédito, 6 Almaceneras, 13 Cajas Municipales de Ahorro y Crédito, 7 Empresas de Arrendamiento Financiero, 13 EDPYMES, 4 Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), 17 Empresas de Seguros, 2 Cajas (Caja de Beneficios y Seguridad Social del pescador y Caja de Pensión Militar Policial) y 2 Derramas (Derrama de Retirados del Sector Educación y Derrama Magisterial).

14.1. Productos activos

1) El préstamo pagaré.- Es una operación a corto plazo (máximo un año), cuyas amortizaciones mensuales o trimestrales también pueden ser pagadas al vencimiento. Por lo general, son operaciones a 90 días prorrogables a un año con intereses mensuales cobrados por anticipado. Generalmente utilizado para financiar la compra de mercancías dentro del ciclo económico de la empresa (comprar-vender-cobrar).

2) El préstamo a interés.- Es una operación de corto a largo plazo, que puede ir desde uno hasta cinco años. Las cuotas son por lo general mensuales, pero también pueden ser negociadas y los intereses son cobrados al vencimiento. Este tipo de crédito es utilizado generalmente para adquirir bienes inmuebles, o activos que por el volumen de efectivo que representan, no es posible amortizarlo con el flujo de caja de la empresa en el corto plazo.

3) El leasing.- Operación mediante la cual, la institución financiera, adquiere bienes muebles o inmuebles de acuerdo a las especificaciones del arrendatario, quien lo recibe para su uso y preservación por períodos determinados, a cambio de la contraprestación dineraria (canon) que incluye amortización de capital, intereses, comisiones y recargos emergentes de la operación financiera. El contrato permite al arrendatario la adquisición del bien al final del período de arriendo, mediante el pago de un valor de rescate que corresponde al valor residual del bien.

4) El descuento.- Generalmente, el comercio de bienes y servicios no es de contado. Cuando la empresa vende a crédito a sus clientes, recibe letras de cambio por los productos entregadas. Cuando las empresas carecen de liquidez para adquirir nuevos inventarios o pagar a sus proveedores acuden a las instituciones financieras (generalmente bancos) y ofrecen en cesión sus letras de cambio antes del vencimiento, recibiendo efectivo equivalente al valor nominal de los documentos menos la comisión que la institución financiera recibe por adelantarle el pago. Esta comisión es conocida como descuento. Según van ocurriendo los vencimientos de los documentos de crédito, la institución financiera envía el cobro para que los deudores paguen la deuda que originalmente le pertenecía a la empresa.

5) La carta de crédito.- Instrumento mediante el cual, el banco emisor se compromete a pagar por cuenta del cliente (ordenante) una determinada suma de dinero a un tercero (beneficiario), cumplidos los requisitos solicitados en dicho instrumento. Producto de uso generalizado en las operaciones de importación y exportación.

14.2. Los productos pasivos

Estos productos pueden ser clasificados en tres grandes grupos:

1) Los depósitos.- Son el mayor volumen pues provienen de la gran masa de pequeños y medianos ahorristas. Estos fondos son por lo general los más económicos, dependiendo de la mezcla de fondos.

2) Los fondos interbancarios .- Fondos que las instituciones financieras no colocan a sus clientes en forma de créditos. Estos no pueden quedar ociosos y son destinados a inversiones o a préstamos a otros bancos cuyos depósitos no son suficientes para satisfacer la demanda de crédito de sus clientes.

3) Captación por entrega de valores.- En algunos casos, los bancos emiten valores comerciales para captar fondos del público. Pueden estar garantizados por la cartera de créditos hipotecarios o por la de tarjetas de crédito. En cualquier caso, la tasa de interés será casi directamente proporcional al riesgo promedio total de la cartera que garantiza la emisión.

14.3. Documentos y operaciones financieras de uso frecuente

1) Letra devuelta .- Es la letra que el banco devuelve al cliente por no haberse efectivizado la cobranza en su vencimiento. Si la letra fue descontada previamente, el banco cargará en cuenta del cedente, el monto nominal del documento más los gastos originados por el impago, como son: gastos de devolución (comisión de devolución y correo) y gastos de protesto (comisión de protesto y costo del protesto). Intereses: Aplicable cuando el banco cobra con posterioridad a la fecha de vencimiento de la letra devuelta por impagada. Calculada sobre la suma del nominal de la letra no pagada más todos los gastos originados por el impago, por el período transcurrido entre vencimiento y cargo.

EJERCICIO 28 (Letra devuelta)

Una letra por UM 8,000, es devuelta por falta de pago, cargándose en la cuenta del cedente los siguientes gastos: comisión de devolución 1.5%, comisión de protesto 2.5% y correo UM 4.00. Calcule el monto adeudado en la cuenta corriente del cliente.

Valor Nominal de la letra		8,000
Comisión devolución [8,000*0.015]	120	
Comisión protesto [8,000*0.025]	200	
Correo	4	
Total Gastos		324
Adeudo en Cta. Cte.		8,324

2) Letra de renovación .- Es aquella letra emitida para recuperar una anterior devuelta por falta de pago incluido los gastos originados por su devolución. Debemos establecer el valor nominal de esta nueva letra de tal forma que los gastos ocasionados por su falta de pago los abone quien los originó (el librador).

Giramos la letra como aquella emitida y descontada en condiciones normales, con la diferencia de que ahora el efectivo que deseamos recuperar es conocido: el valor nominal no pagado, los gastos de devolución, los gastos del giro y descuento de la nueva letra; siendo desconocido el valor nominal que debemos determinar.

EJERCICIO 29 (Letra de renovación)

Para recuperar la letra devuelta por falta de pago del ejemplo 28, acordamos con el deudor, emitir una nueva con vencimiento a 30 días, en las siguientes condiciones tipo de descuento 18%, comisión 3% y otros gastos UM 20.00. Calcular el valor que deberá tener la nueva letra.

Solución:

VA = 8,324; n = 30/360; i = 0.18; Coms. = 0.03; Otros GG = 20; VN = ?

1º Calculamos los adeudos en cta. cte.:

Adeudos en Cta. Cte. = 8,324[1+0.18*(30/360)] = UM 8,449

2º Finalmente determinamos el valor nominal de la nueva letra:

Valor futuro del adeudo en Cta. Cte.		8,449
Comisión de renovación [8,324*0.03]	250	
Otros gastos	20	
Total Gastos		270
Valor Nominal de la letra renovada		8,719

14.4. ¿Cómo obtiene el banco la tasa activa y de qué depende la tasa pasiva?

Respondemos la interrogante definiendo qué es **Spread o margen financiero** (tiene su base en el riesgo crediticio):

Un Spread de tasas de interés es la diferencia entre la tasa pasiva (tasa que pagan los bancos por depósitos a los ahorristas) y la tasa activa (que cobran los bancos por créditos o préstamos otorgados). Para comprender con mayor facilidad explicamos cómo el banco obtiene la tasa activa, lo único que haremos es restar la tasa pasiva y obtendremos el Spread.

Para obtener la tasa activa el banco toma en cuenta la tasa pasiva, los gastos operativos propios del banco, su ganancia, el encaje promedio del sistema que tienen que depositar en el BCR por cada dólar ahorrado en los bancos, más el componente inflacionario y riesgo. Es así cómo los bancos obtienen su tasa activa, si le quitamos la tasa pasiva el Spread lo componen, los gastos de los bancos, el encaje, las ganancias por realizar esta intermediación, más los componentes inflacionario y riesgo.

15. Amortización

En términos generales, amortización es cualquier modalidad de pago o extinción de una deuda. Aquí haremos referencia a la más común de estas modalidades. La extinción de una deuda mediante un conjunto de pagos de igual valor en intervalos regulares de tiempo. En otras palabras, este método de extinguir una deuda tiene la misma naturaleza financiera que las anualidades. Los problemas de amortización de deudas representan la aplicación práctica del concepto de anualidad.

15.1. Tabla de amortización

La tabla de amortización es un despliegue completo de los pagos que deben hacerse hasta la extinción de la deuda. Una vez que conocemos todos los datos del problema de amortización (saldo de la deuda, valor del pago regular, tasa de interés y número de periodos), construimos la tabla con el saldo inicial de la deuda, desglosamos el pago regular en intereses y pago del principal, deducimos este último del saldo de la deuda en el período anterior, repitiéndose esta mecánica hasta el último período de pago. Si los cálculos son correctos, veremos que al principio el pago corresponde en mayor medida a intereses, mientras que al final el grueso del pago regular es aplicable a la disminución del principal. En el último período, el principal de la deuda deber ser cero.

Estructura general de una tabla de amortización:

SALDO INICIAL	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	PAGO	SALDO FINAL

EJERCICIO 30 (Calculando la cuota uniforme)

La mejora de un proceso productivo requiere una inversión de UM 56,000 dentro de dos años. ¿Qué ahorros anuales debe hacerse para recuperar este gasto en siete años, con el primer abono al final del año en curso, si contempla una tasa de interés del 12% anual?

Solución:

$VF_2 = 56{,}000$; $n = 2$; $i = 0.12$; $VA = ?$;

1º Calculamos el VA de la inversión dentro de 2 años, aplicando indistintamente la fórmula (12) o la función VA:

$$[12] \quad \boldsymbol{VA} = \frac{56{,}000}{(1+0.12)^2} = \text{UM } 44{,}642.86$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.12	2		-56,000		44,642.86

2º Luego determinamos la cuota periódica ahorrada a partir de hoy, aplicando la fórmula (19) o la función pago:

$VA = 44{,}642.86$; $n = 7$; $i = 0.12$; $C = ?$

$$[19] \quad \boldsymbol{C} = 44{,}642.86 \left\langle \frac{0.12(1+0.12)^7}{(1+0.12)^7 - 1} \right\rangle = \text{UM } 9{,}782.07$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.12	7	-44,643			9,782.07

Respuesta:

Los ahorros anuales que deben hacerse son UM 9,782.07

EJERCICIO 31 (Préstamo de Fondo de Asociación de Trabajadores)

Un sector de trabajadores que cotiza para su Asociación tienen un fondo de préstamos de emergencia para los asociados cuyo reglamento establece que los créditos serán al 9% anual y hasta 36 cuotas. La cantidad de los préstamos depende de la cuota.
a) Si el préstamo es de UM 3,000 ¿cuáles serán las cuotas?
b) Si sus cuotas son UM 120 ¿cuál sería el valor del préstamo?

Solución (a)

VA = 3,000; n = 36; i = (0.09/12) = 0.0075; C = ?

Para el cálculo de la cuota aplicamos indistintamente la fórmula (19) o la función PAGO:

$$[19]\quad \boldsymbol{C} = 3{,}000\left\langle\frac{0.0075(1+0.0075)^{36}}{(1+0.0075)^{36}-1}\right\rangle = \text{ UM } 95.3992$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.0075	36	-3,000			95.3992

Solución (b)

C = 120; n = 36; i = 0.0075 (0.09/12); VA =?

Para el cálculo de la cuota aplicamos indistintamente la fórmula (18) o la función VA:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 120\left\langle\frac{(1+0.0075)^{36}-1}{0.0075(1+0.0075)^{36}}\right\rangle = \text{ UM } 3{,}773.62$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.0075	36	-120			3,773.62

Respuesta:

(a) Las cuotas serán UM 95.40 y (b) Valor del préstamo UM 3,773.62

15.2. Sistema de Amortización Francés

Caracterizado por cuotas de pago constante a lo largo de la vida del préstamo. También asume que el tipo de interés es único durante toda la operación.

El objetivo es analizar no sólo el valor de las cuotas, sino su composición, que varía de un período a otro. Cada cuota está compuesta por una parte de capital y otra de interés. En este sistema, el valor total de la cuota permanece constante y el interés disminuye a medida que decrece el principal. Son útiles las funciones financieras de Excel para el cálculo. El interés aplicado es al rebatir, vale decir sobre los saldos existentes de la deuda en un período. Muy utilizado por los bancos y tiendas que venden al crédito.

EJERCICIO 32 (Calculando la cuota mensual de un préstamo)

Lilian toma un préstamo bancario por UM 3,000 para su liquidación en 6 cuotas mensuales con una tasa de interés del 4.5% mensual. Calcular el valor de cada cuota y elabora la tabla de amortización.

Solución:

VA = 3,000; n = 6; i = 0.045; C = ?

1º Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$[19]\ \boldsymbol{C} = 3{,}000\left\langle\frac{0.045(1+0.045)^6}{(1+0.045)^6-1}\right\rangle = \textbf{UM 582}$$

2º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION FRANCES del préstamo:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**3,000**
3	1	3,000	135	447	581.64	2,553.36
4	2	2,553	115	467	581.64	2,086.63
5	3	2,087	94	488	581.64	1,598.89
6	4	1,599	72	510	581.64	1,089.21
7	5	1,089	49	533	581.64	556.59
8	6	557	25	557	581.64	0

SALDO INICIAL	= SALDO FINAL
INTERES	= SALDO INICIAL POR TASA DE INTERES
PAGO	= FORMULA [19] O BUSCAR OBJETIVO
AMORTIZ.	= PAGO - INTERES
SALDO FINAL	= SALDO INICIAL - AMORTIZACION

Respuesta:
La cuota mensual a pagar por el préstamo es UM 581.64, contiene la amortización del principal y el interés mensual.

15.3. Sistema de Amortización Alemán

Cada cuota está compuesta por una parte de capital y otra de interés. En este sistema, el valor total de la cuota disminuye con el tiempo, el componente de capital es constante, el interés decrece.

No es posible utilizar las funciones financieras de Excel para su cálculo. Con este método son de mucha utilidad las tablas de amortización.

EJERCICIO 33 (Préstamo con amortización constante)

Una persona toma un préstamo de UM 4,000 para su liquidación en 24 amortizaciones mensuales iguales, con una tasa de interés del 3.85% mensual. Calcular el valor de cada cuota y elabore el cronograma de pagos.

Solución:
VA = 4,000; i = 0.0385; n = 24; C = ?

$$\textbf{AMORTIZACION} = \frac{4,000}{24} = \text{ UM } 166.67$$

Elaboramos el CUADRO DE AMORTIZACION ALEMAN DE LA DEUDA:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**4,000.00**
3	1	4,000.00	154.00	166.67	320.67	3,833.33
4	2	3,833.33	147.58	166.67	314.25	3,666.67
5	3	3,666.67	141.17	166.67	307.83	3,500.00
6	4	3,500.00	134.75	166.67	301.42	3,333.33
7	5	3,333.33	128.33	166.67	295.00	3,166.67
8	6	3,166.67	121.92	166.67	288.58	3,000.00
9	7	3,000.00	115.50	166.67	282.17	2,833.33
25	23	333.33	12.83	166.67	179.50	166.67
26	24	166.67	6.42	166.67	173.08	0.00

INTERES = SALDO FINAL POR TASA DE INTERES
AMORTIZ. = PRESTAMO / Nº DE CUOTAS
PAGO = INTERES + AMORTIZACION
SALDO FINAL = SALDO INICIAL - AMORTIZACION

Ejercicios Desarrollados

Interés Compuesto, Anualidades, Tasas de interés, Tasas Equivalentes

EJERCICIO 34 (Fondo de ahorro)

Durante los 5 años de mayores ingresos de su actividad empresarial el dueño de una MYPE, ahorra mensualmente UM 500, colocando el dinero al 8.4% anual en un Banco que capitaliza los intereses mensualmente. El último abono lo efectúa el 1º de enero de 1999. A partir de este momento decide no tocar los ahorros hasta el 1º de enero del 2003. Determinar cuánto es lo ahorrado del 1º de enero de 1994 al 1º de enero de 1999 y cuánto es lo que tiene del 1º de enero de 1999 al 1º de enero del 2003.

Solución:

Del 1/1/1994 al 1/1/1999 el caso es de anualidades y del 1/1/1999 al 1/1/2003 es un caso de interés compuesto.

1) Anualidad: Del 1/1/1994 al 1/1/1999, hay 5 años:
C = 500; i = (0.084/12) = 0.007; n = (5*12) = 60; VF = ?

[21] $VF = 500 \left\langle \frac{(1+0.007)^{60}-1}{0.007} \right\rangle = \text{UM } 37{,}124.02$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.007	60	-500			37,124.02

2) Interés compuesto:
Del 1/1/1999 al 1/1/2003 hay 4 años. El valor futuro de la cuota periódica es el valor actual para el cálculo del valor futuro al 1/1/2003:

VA = 37,124.02; n = (4*12) = 48; i = 0.007; VF = ?

[11] $VF = 37{,}124.02\ (1 + 0.007)^{48} = \text{UM } 51{,}888.32$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.007	48		-37,124.02		51,888.32

Respuesta: Lo ahorrado del 1/1/1994 al 1/1/1999 es UM 37,124.02. Lo acumulado del 1/1/1999 al 1/1/2003 es UM 51,888.32

EJERCICIO 35 (Evaluando el valor actual de un aditamento)

Un fabricante compra un aditamento para un equipo que reduce la producción defectuosa en un 8.5% lo que representa un ahorro de UM 6,000 anuales. Se celebra un contrato para vender toda la producción por seis años consecutivos. Luego de este tiempo el aditamento mejorará la producción defectuosa sólo en un 4.5% durante otros cinco años. Al cabo de éste tiempo el aditamento será totalmente inservible. De requerirse un retorno sobre la inversión del 25% anual, cuánto estaría dispuesto a pagar ahora por el aditamento?

Solución

C = 6,000; n = 6; i = 0.25; VA = ?

1º Actualizamos los beneficios de los seis primeros años:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 6{,}000\left\langle\frac{(1+0.25)^6-1}{0.25(1+0.25)^6}\right\rangle = \text{UM } 17{,}708.54$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.25	6	-6,000			17,708.54

2º Calculamos el VA de los beneficios para los próximos 5 años:

Determinamos el monto de la anualidad, aplicando una regla de tres simple:

Sí 8.5% es igual a 6,000

4.5% a cuánto será igual ***C***

$$\boldsymbol{C} = \frac{4.5\%*6{,}000}{8.5\%} = \text{UM } 3{,}176.47$$

Con este valor actualizamos la anualidad:

C = 3,176.47; i = 0.25; n = 5; VA = ?

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 3{,}176.47\left\langle\frac{(1+0.25)^5-1}{0.25(1+0.25)^5}\right\rangle = \text{UM } 8{,}542.42$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.25	5	-3,176			8,542.42

3º Finalmente, sumamos los valores actuales obtenidos:

$\mathbf{VA}_T$ = 17,708.54 + 8,542.42 = UM 26,250.96

Respuesta: El precio a pagarse hoy por el aditamento con una esperanza de rentabilidad de 25% anual es UM 26,250.96

EJERCICIO 36 (Calculando la tasa vencida)

Determinar la tasa vencida de una tasa de interés anticipada de 12% semestral a:

Solución:

ia = 0.12; iv = ?

[29] $\boldsymbol{iv} = \frac{0.12}{1-0.12} = 0.1364$

Respuesta: La tasa vencida es 13.64% semestral.

EJERCICIO 37 (Calculando la tasa vencida)

Tenemos una tasa de interés anual de 24% liquidada trimestralmente por anticipado. ¿Cuál es el interés trimestral vencido?.

Tasa de interés trimestral anticipada = 0.24/4 = 0.06

Tasa de interés trimestral vencida: [12] $\boldsymbol{iv} = \frac{0.06}{1-0.06} = 0.0638$

Para utilizar éstas conversiones, trabajar con la tasa correspondiente a un período de aplicación. Por ejemplo, una tasa de interés de 12% anticipada y/o vencida para un semestre.

Respuesta:

La tasa vencida es 6.38% trimestral.

EJERCICIO 38 (Calculando el VF)

Calcular el valor final de un capital de UM 50,000 invertido al 11 % anual, con capitalización compuesta durante 8 años.

Solución:

VA = 50,000; i = 0.11; n = 8; VF = ?

Calculamos el VF aplicando la fórmula (11) o la función financiera VF:

(11) $\boldsymbol{VF} = 50{,}000(1 + 0.11)^8 = \text{UM } 115{,}226.89$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.11	8		-50,000		115,226.89

Respuesta:
El valor final o futuro es UM 115,226.89.

EJERCICIO 39 (Calculando n, VF e I)

Un pequeño empresario deposita UM 1,500 con una tasa del 5% trimestral y capitalización trimestral el 30 de Marzo de 1999. Calcular cuánto tendrá acumulado al 30 de Marzo del 2006. Considerar el interés exacto y comercial.

Solución: Con interés exacto
VA = 1,500; i = 0.05; n = ?; VF = ?; I = ?

1º Calculamos el plazo (n) con la función DIAS.LAB (Un año = 365 días y 4 trimestres):

Sintaxis

DIAS.LAB(fecha_inicial;fecha_final;festivos**)**

Fecha inicial	Fecha final	Festivos	DIAS
1999-03-30	2006-03-30		20.03

DIAS.LAB / 4 = 20.03 n = 20.03

2º Calculamos el VF utilizando la fórmula y la función respectiva de Excel:

[11] $\boldsymbol{VF} = 1,500(1+0.05)^{20.03} =$ UM 3,985.78

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.05	20.03		-1,500		3,985.78

Respuesta:
El monto acumulado después de 20 trimestres es UM 3,985.78

Solución: Con interés comercial
VA = 1,500; i = 0.05; n = ?; VF = ?; I = = ?

1º Calculamos n aplicando la función DIAS.LAB:(Un año = 360 días y 4 trimestres)

Sintaxis

DIAS.LAB(fecha_inicial;fecha_final;festivos**)**

Fecha inicial	Fecha final	Festivos	DIAS
1999-03-30	2006-03-30		20.31

DIAS.LAB / *4 = 20.31 n = 20.31

[11] $\boldsymbol{VF} = 1,500(1+0.05)^{20.31} =$ UM 4,040.60

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.05	20.31		-1,500		4,040.60

Respuesta:
El monto acumulado después de 20.31 trimestres es UM 4,040.60
Nuevamente, constatamos que el interés comercial es mayor que el interés exacto.

EJERCICIO 40 (Calculando el VF)

Cuál será el monto después de 12 años si ahorramos:
UM 800 hoy, UM 1,700 en tres años y UM 500 en 5 años, con el 11% anual.

Solución
$VA_{1,3\ y\ 5}$ = 800, 1,700 y 500; n = 12; i = 0.11; VF_{12} = ?

Aplicando sucesivamente la fórmula [11] y la función VF:

[11] $\boldsymbol{VF} = 800(1.11)^{12} + 1{,}700(1.11)^{9} + 500(1.11)^{7} = \text{UM } 8{,}185.50$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	*VF*
0.11	12		800.00		2,798.76
0.11	9		1,700.00		4,348.66
0.11	7		500.00		1,038.08
VALOR FUTURO TOTAL					8,185.50

Respuesta: El monto ahorrado después de 12 años es UM 8,185.50

EJERCICIO 41 (Calculando el VF)

Un líder sindical que negocia un pliego de reclamos, está interesado en saber cuánto valdrá dentro de 3 años el pasaje, considerando que el aumento en el transporte es 1.4% mensual y el pasaje cuesta hoy UM 1.

Solución:

VA = 1; i = 0.014; n = (12*3) = 36; VF = ?

(11) $\boldsymbol{VF} = 1(1 + 0.014)^{36} = \text{UM } 1.65$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.014	36		-1		1.65

Respuesta: Dentro de tres años el pasaje costará UM 1.65

EJERCICIO 42 (Calculando el monto acumulado)

Jorge ahorra mensualmente UM 160 al 1.8% mensual durante 180 meses. Calcular el monto acumulado al final de este período.

Solución

C = 160; i = 0.018; n = 180; VF = ?

[21] $\boldsymbol{VF} = 160\left\langle\frac{(1+0.018)^{180}-1}{0.018}\right\rangle = \text{UM } 211{,}630.87$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.018	180	-160			211,630.87

Respuesta: El monto acumulado es UM 211,630.87

EJERCICIO 43 (Calculando el plazo)

Durante cuánto tiempo estuvo invertido un capital de UM 4,800 para que al 12% anual de interés produjera un monto de UM 8,700.

Solución:

VA = 4,800; i = 0.12; VF = 8,700; n = ?

[18] $$\boldsymbol{n} = \frac{\log\frac{8,700}{4,800}}{\log(1+0.12)} = 5.2476$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	n
0.12		4,800	-8,700		5.2476

0.2476*12 = 2.9712 meses 0.9712*30 = 29.1360 días

Comprobando tenemos: (11) **VF =** $4,800*1.12^{5.2476}$ = UM 8,700

Respuesta: El tiempo en que ha estado invertido el capital fue de 5 años y 2 meses con 29 días.

EJERCICIO 44 (Calculando el monto final de un capital)

Qué monto podríamos acumular en 12 años invirtiendo ahora UM 600 en un fondo de capitalización que paga el 11% los 6 primeros años y el 13% los últimos 6 años.

Solución:

VA = 600; i_6 = 0.11 e i_6 = 0.13; n = 12; VF = ?

[11] $\boldsymbol{VF} = 600*(1 + 0.11)^6*[1 + 0.13)^6$ = UM 2,336.47

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.11	6		-600		1,122
0.13	6		-1,122		2,336.47

Como apreciamos en la aplicación de la fórmula <u>los factores de capitalización de cada tramo no los sumamos sino los multiplicamos. Esto es así cuando la tasa es variable durante el período de la inversión y/o obligación</u>.

<u>Respuesta</u>: El monto acumulado en 12 años es UM 2,236.47

<u>EJERCICIO 45</u> (Calcular el monto a pagar por una deuda con atraso)

Un empresario toma un préstamo de UM 18,000 a 12 meses, con una tasa mensual de 3.8% pagadero al vencimiento. El contrato estipula que en caso de mora, el deudor debe pagar el 4% mensual sobre el saldo vencido. ¿Calcular el monto a pagar si cancela la deuda a los doce meses y 25 días?

<u>Solución</u>:

VA = 18,000; $n_1 = 12$; $n_2 = (25/12) = 0.83$; i = 0.038; $i_{mora} = 0.04$; VF = ?

1º Con la fórmula (11) o la función VF calculamos el monto a pagar a los doce meses más la mora por 25 días de atrazo:

(11) $VF = 18{,}000(1 + 0.038)^{12}$ = UM 28,160.53

(11) $VF = 28{,}160.53(1 + 0.038)^{0.83}$ = UM 29,049.46 o también en un sólo paso:

(11) **VF** = $18{,}000*1.038^{12}*1.038^{0.83}$ = UM 29,045.88

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

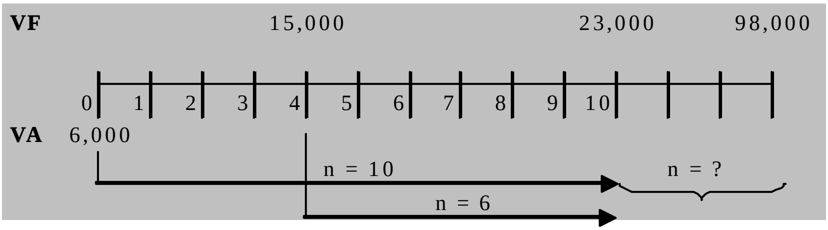
Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.038	12		-18,000.00		28,160.53
0.038	0.83		-28,160.53		29,049.46

Respuesta: La mora es aplicada al saldo no pagado a su vencimiento, en nuestro caso es UM 28,160.53. El monto que paga al final incluido la mora es UM 29,096.09.

EJERCICIO 46 (Calculando el tiempo)

Si depositamos hoy UM 6,000, UM 15,000 dentro de cuatro años y UM 23,000 dentro de seis años a partir del 4to. año. En qué tiempo tendremos una suma de UM 98,000 si la tasa de interés anual es de 14.5%.

Solución:



1º Capitalizamos los montos abonados hoy (6,000) y a 4 años (15,000) para sumarlos al abono de UM 23,000 dentro de 10 años, aplicando la fórmula (11) $VF = VA(1+i)^n$ o la función VF:

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.145	10		-6,000.00		23,238.39
0.145	6		-15,000.00		33,800.58
Depósito el 10º año					23,000.00
AHORROS ACUMULADOS AL 10º AÑO					80,038.98

2º Calculamos el tiempo necesario para que los abonos sean UM 98,000:

$$(14)\quad \boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle \frac{98,000}{80,038.98} \right\rangle}{\log(1+0.145)} = 1.4952$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.145		80,038.98	-98,000.00		1.4952

0.4952*12 = 5.9424 meses 0.9424*30 = 28.2720 días

Tiempo total: 11 años, 6 meses y 28 días

Respuesta:
El tiempo en el que los tres abonos efectuados en diferentes momentos, se convertirán en UM 98,000 es 11 años, 6 meses y 28 días.

EJERCICIO 47 (Ahorro o inversión)

Hace un año y medio una PYME invirtió UM 20,000 en un nuevo proceso de producción y ha obtenido hasta la fecha beneficios por UM 3,200. Determinar a que tasa de interés mensual debería haber colocado este dinero en una entidad financiera para obtener los mismos beneficios.

Solución:
VA = 20,000; n = (12*6) = 18; I = 3,200; VF = ?; i = ?

[16] 3,200 = **VF** - 20,000

VF = 20,000 + 3,200 = UM 23,200

[13] $\boldsymbol{i} = \left\langle \sqrt[18]{\frac{23,200}{20,000}} - 1 \right\rangle =$ 0.008280

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
18		20,000	-23,200	0.008280

Respuesta:
La tasa necesaria es 0.83% mensual.

EJERCICIO 48 (Sumas equivalentes)

Si UM 5,000 son equivalentes a UM 8,800 con una tasa de interés simple anual en tres años; haciendo la misma inversión con una tasa de interés compuesto del 32% anual ¿en cuánto tiempo dará la equivalencia económica?

Solución:

VA = 5,000; VF = 8,800; n = 5; i = ?

1º Calculamos la tasa de interés simple:

$$[4] \quad \boldsymbol{i} = \left\langle \frac{\frac{8{,}800}{5{,}000} - 1}{5} \right\rangle = 0.1520 \text{ anual}$$

2º Luego calculamos el tiempo:

$$(14) \quad \boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle \frac{8{,}800}{5{,}000} \right\rangle}{\log(1+0.32)} = 2.0362$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.32		5,000	-8,800		2.0362

0.0362*12*3 = 13 días

Respuesta:

La equivalencia económica se dará en 2 años con 13 días.

EJERCICIO 49 (Calculando el valor de venta de una máquina)

Una máquina que cuesta hoy UM 60,000 puede producir ingresos por UM 3,500 anuales. Determinar su valor de venta dentro de 5 años al 21% anual de interés, que justifique la inversión.

Solución:

VA = 60,000; C = 3,500; n = 5; i = 0.21; $VF_{1\ y\ 2}$ = ?

Calculamos el VF del VA de la máquina y de los ingresos uniformes:

[11] $\boldsymbol{VF} = 60,000(1+0.21)^5 =$ UM 155,624.5476

[21] $\boldsymbol{VF} = 3,500\left\langle\frac{(1+0.21)^5-1}{0.21}\right\rangle =$ UM 26,562.3743

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.21	5		-60,000		155,624.5476
0.21	5	-3,500			26,562.3743

Al VF (155,624.5476) del VA de la máquina le restamos el VF (26,562.3743) de los ingresos y obtenemos el valor al que debe venderse la máquina dentro de cinco años: 155,624.5476 - 26,562.3743 = 129,062.17

También solucionamos este caso en forma rápida aplicando en un solo paso la función VF, conforme ilustramos a continuación:

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.21	5	3,500	-60,000		129,062.17

Respuesta: El valor de venta dentro de cinco años es UM 129,062.17.

EJERCICIO 50 (Evaluación de alternativas)

Los directivos de una empresa distribuidora de productos de primera necesidad desean comprar una camioneta que cuesta UM 22,000, están en condiciones de pagar UM 5,000 al contado y el saldo en 18 cuotas mensuales. Una financiera acepta 18 cuotas de UM 1,321 y otra ofrece financiar al 4.5% mensual.

a) ¿Qué interés mensual cobra la primera financiera?
b) ¿Cuáles serían las cuotas en la segunda financiera?
c) ¿Cuál financiación debemos aceptar?

Solución: (a) Primera financiera

VA = (22,000-5,000) = 17,000; n = 18; C = 1,321; i = ?

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
18	1,321	-17,000		0.038

(28) $\boldsymbol{TEA} = \left\langle (1+0.038)^{12} - 1 \right\rangle = 0.5645$

Solución: (b) Segunda Financiera

VA = 17,000; n = 18; i = 0.045; C = ?

[19] $\boldsymbol{C} = 17{,}000 \left\langle \frac{0.045(1+0.045)^{18}}{(1+0.045)^{18} - 1} \right\rangle = \text{ UM } 1{,}398.03$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.045	18	-17,000			1,398.03

(28) $\boldsymbol{TEA} = \left\langle (1+0.045)^{12} - 1 \right\rangle = 0.6959$

Respuestas:

a) El costo efectivo anual es 56.45%

b) El costo efectivo anual es 69.59%

c) Luego conviene la primera financiera por menor cuota y menor costo del dinero.

EJERCICIO 51 (Cuota de ahorro mensual para compra de un carro)

Un empresario desea comprar un automóvil para su uso personal que cuesta hoy UM 20,000. Para tal fin abre una cuenta de ahorros que reconoce una tasa de interés del 1.25% mensual y empieza a hacer depósitos desde hoy. El carro se incrementa en 15% anual ¿cuánto deberá depositar mensualmente para adquirirlo en 5 años?.

Solución:

1º Calculamos el valor del automóvil dentro de 5 años:

VA = 20,000; i = (0.0125*12) = 0.15; n = 5; VF = ?

[11] $\boldsymbol{VF} = 20{,}000(1 + 0.15]^5 = \text{UM}\ \ 40{,}227.1437$

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.15	5		-20,000		40,227.14

2º Finalmente, calculamos la cuota mensual:

VF = 40,227.14; i = 0.0125; n = (5*12) = 60; C = ?

[22] $\boldsymbol{C} = 40{,}227.1437\left\langle\frac{0.012}{(1+0.012)^{60}-1}\right\rangle = \text{UM}\ \ 461.65$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.012	60		-40,227.14		461.65

Respuesta:
Para comprar el automóvil dentro de 5 años al precio de UM 40,227.14; el empresario debe ahorrar mensualmente UM 461.65.

EJERCICIO 52 (Compra de un computador)

Jorge desea comprar un nuevo computador, para lo cual cuenta con UM 500, los cuales entregará como cuota inicial, tomando un préstamo para el resto. El modelo que ha elegido tiene un valor de UM 2,900, pero el esquema de financiación exige que tome un seguro que es 1.70% del valor inicial del equipo, el cual puede pagarse en cuotas mensuales y debe tomarse en el momento de comprarlo. ¿A cuanto ascendería el valor de las cuotas mensuales para pagar el préstamo en 24 meses con una tasa de interés del 3.8% mensual?

Costo del equipo	UM	2,900.00
(-) Cuota inicial		500.00
Saldo por financiar	UM	2,400.00
(+) Seguro por financiar (2,900*1.70%)		49.30
Total por financiar	UM	2,449.30

VA = 2,449.30; n = 24; i = 0.038; C= ?

Con estos datos calculamos el valor de cada una de las cuotas del total por financiar, aplicando indistintamente la fórmula o la función PAGO de Excel:

$$[19] \quad \boldsymbol{C} = 2,449.30 \left\langle \frac{0.038(1.038^{24}}{(1+0.038)^{24}-1} \right\rangle = \text{ UM } 157.37$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.038	24	-2,449.30			157.37

Respuesta:
El valor de cada una de las cuotas mensuales es UM 157.37

EJERCICIO 53 (Calculando la cuota mensual por la compra de un auto)

César compra a plazos un automóvil por UM 15,000 para su pago en 18 cuotas iguales, a una tasa de interés de 3.5% mensual. Calcular el valor de la mensualidad.

Solución:
VA = 15,000; n = 24; i = 0.035; C = ?

$$[19] \quad \boldsymbol{C} = 15,000 \left\langle \frac{0.035(1+0.035)^{18}}{(1+0.035)^{18}-1} \right\rangle = \text{ UM } 1,137.25$$

Respuesta: El valor a pagar cada mes es UM 1,137.25. Aplique ud. la función PAGO.

EJERCICIO 54 (Ganaron la Tinka)

Un diario local informa que: «50 personas comparten el premio mayor de la tinka». Cuenta la historia de 50 trabajadores que compraron corporativamente un boleto de lotería y ganaron el premio mayor de UM 5’000,000, al cual era necesario descontar el 12% de impuesto a las ganancias ocasionales. Uno de los afortunados trabajadores coloca sus ganancias a plazo fijo por seis meses al 25% anual con capitalización semestral. Al cabo de este tiempo tiene planeado iniciar su propia empresa y requiere adicionalmente UM 30,000, que los debe cubrir vía un crédito al 3.5% mensual y a 36 meses. Determinar el monto para cada uno, el valor del ahorro a plazo fijo y el monto de las cuotas mensuales.

Solución: (1)

Premio global	UM	5'000,000
(-) 12% Impuesto a las apuestas		600,000
Saldo para distribución entre 50 ganadores	UM	4,400,000
Premio para cada uno (4'400,000/50)	UM	88,000.00

Solución: (2)

VA = 88,000; n = 1; i = (0.25/2) = 0.125; VF = ?

[11] **VF** = 88,000[1 + (1*0.125)] = UM 99,000

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.125	1		-88,000		99,000

Solución: (3)

VA = 30,000; n = 36; i = 0.035; C = ?

[19] $C = 30{,}000\left\langle\frac{0.035\times1.035^{36}}{1.035^{36}-1}\right\rangle =$ UM 1,478.52

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.035	36	-30,000			1,478.52

Respuesta:

1) Monto para cada uno de los ganadores	UM	88,000.00
2) Valor del ahorro a plazo fijo	UM	99,000.00
3) Cuotas mensuales del crédito	UM	1,479.52

EJERCICIO 55 (Compra a crédito de un minicomponente)

Sonia compra un minicomponente al precio de UM 800, a pagar en 5 cuotas al 5% mensual. Calcular la composición de cada cuota y elaborar la tabla de amortización.

Solución:

VA = 800; n = 5; i = 0.05; C = ?

1º Calculamos la cuota mensual:

$$[19] \quad \boldsymbol{C} = 800\left\langle\frac{0.05(1+0.05)^5}{(1+0.05)^5-1}\right\rangle = \quad \text{UM } 184.78$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	**Nper**	**VA**	**VF**	**Tipo**	**PAGO**
0.05	5	-800			184.78

2º Finalmente elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION SISTEMA FRANCES:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**800**
3	1	800	40	145	184.7798	655
4	2	655	33	152	184.7798	503
5	3	503	25	160	184.7798	344
6	4	344	17	168	184.7798	176
7	5	176	9	176	184.7798	0
Ver ejercicio 32 página 55, sobre como confeccionar una Tabla de Amortización Francés.						

Respuesta:

La cuota mensual es UM 184.78.

EJERCICIO 56 (Compra de máquinas textiles)

Un pequeño empresario textil adquiere dos máquinas remalladoras y una cortadora por UM 15,000 para su pago en 12 cuotas mensuales uniformes. El primer pago se hará un mes después de efectuada la compra. El empresario considera que a los 5 meses puede pagar, además de la mensualidad, una cantidad de UM 3,290 y para saldar su deuda, le gustaría seguir pagando la misma mensualidad hasta el final. Este pago adicional, hará que disminuya el número de mensualidades. Calcular en qué fecha calendario terminará de liquidarse la deuda, la compra se llevó a cabo el pasado 1 de Enero del 2003 y la tasa de interés es 4.5% mensual.

Solución:
VA = 15,000; n = 12; i = 0.045; C = ?

1º Calculamos el valor de cada una de las doce cuotas:

$$[19]\quad \boldsymbol{C} = 15{,}000\left\langle\frac{0.045(1+0.045)^{12}}{(1+0.045)^{12}-1}\right\rangle = \text{UM } 1{,}645.99$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.045	12	-15,000			1,644.99

2º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DE SISTEMA FRANCES: Al pagar los UM 3,290 adicionales a la cuota del quinto mes, nos queda un saldo de UM 6,403, como las cuotas mensuales deben ser de UM 1,644.99, calculamos los meses que faltan hasta que la deuda quede saldada:

VA = 6,403; i = 0.045; C = 1,645; n = ?

	A	B	C	D	E	F	G
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**	**VCTO.**
2	0					**15,000**	
3	1	15,000	675	970	1,644.99	14,030	01/01/2003
4	2	14,030	631	1,014	1,644.99	13,016	01/02/2003
5	3	13,016	586	1,059	1,644.99	11,957	01/03/2003
6	4	11,957	538	1,107	1,644.99	10,850	01/04/2003
7	5	10,850	488	4,447	4,934.99	6,403	01/05/2003
8	6	6,403	288	1,357	1,644.99	5,047	01/06/2003
9	7	5,047	227	1,418	1,644.99	3,629	01/07/2003
10	8	3,629	163	1,482	1,644.99	2,147	01/08/2003
11	9	2,147	97	1,548	1,644.99	599	01/09/2003
12	10	599	10	599	608.64	0	12/10/2003

599*(0.045/30)*11 = UM 10.00   1,645 + 3,290 = UM 4,935

Ver ejercicio 32 pág. 55, Tabla de Amortización Francés.

$$[20] \quad \boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle 1-\left\langle\frac{6{,}403}{1{,}645}\right\rangle 0.045\right\rangle}{\log\left\langle\frac{1}{(1+0.045)}\right\rangle} = 4.37$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.045	1,644.99	-6,403.00			4.37

0.37*30 = 11 días

Respuesta:
El pago de la deuda disminuye en casi tres meses, por el abono adicional en el quinto mes, la obligación es liquidada el 12/10/2003, siendo la última cuota de UM 609. La última cuota contiene el saldo final (599) y los intereses de 11 días.

EJERCICIO 57 (Doble préstamo)

Un préstamo de UM 3,000 a ser pagado en 36 cuotas mensuales iguales con una tasa de interés de 3.8% mensual, transcurrido 8 meses existe otro préstamo de UM 2,000 con la misma tasa de interés, el banco acreedor unifica y refinancia el primer y segundo préstamo para ser liquidado en 26 pagos mensuales iguales, realizando el primero 3 meses después de recibir el segundo préstamo. ¿A cuánto ascenderán estas cuotas?

Solución:
$VA_0 = 3{,}000$; $VA_8 = 2{,}000$; $n = 36$; $n = 26$; $i = 0.038$; $C = ?$

1º Calculamos cada una de las 36 cuotas con la fórmula (19) o la función PAGO:

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.038	36	-3,000			154.29

2º En el octavo mes recibimos un préstamo adicional de UM 2,000 que unificado con el saldo pendiente es amortizado mensualmente tres meses después de recibido. Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DE LA DEUDA.

	A	B	C	D	E	F	
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**	
2	0					**3,000.00**	
3	1	3,000.00	114.00	40.29	154.29	2,959.71	
9	7	2,734.10	103.90	50.39	154.29	2,683.70	
10	8	2,683.70	101.98	52.31	154.29	4,631.39	
11	9	4,631.39	175.99	-175.99	0.00	4,807.39	
12	10	4,807.39	182.68	-182.68	0.00	4,990.07	**C**
13	11	4,990.07	189.62	115.83	305.45	4,874.24	1
14	12	4,874.24	185.22	120.23	305.45	4,754.01	2
38	36	294.27	11.18	294.27	305.45	0.00	26
Ver ejercicio 32 pág. 55, Tabla de Amortización Francés							

Al momento 8, después de amortizar el principal, el saldo del préstamo es 2,683.70 - 52.31 = UM 2,631.39 sin embargo, con el nuevo préstamo más los intereses de los períodos de carencia o gracia el saldo es de 2,631.39 + 2,000 + 175.99 + 182.68 = 4,990.07 con el que calculamos el valor de la nueva cuota, aplicando indistintamente la fórmula [19], la función PAGO o la herramienta buscar objetivo de Excel:

VA = 4,990.07; i = 0.038; n = 26

$$[19]\quad \boldsymbol{C} = 4{,}990.07\left\langle \frac{0.038(1+0.038)^{26}}{(1+0.038)^{26}-1} \right\rangle = \text{UM } 305.45$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.038	26	-4,990.07			305.45

Respuesta: El valor de cada una de las 26 cuotas es UM 305.45

EJERCICIO 58 (Calculando las cuotas variables de un réstamo)

Tenemos un préstamo de UM 2,500 con una Caja Rural que cobra el 4.5% de interés mensual, para ser pagado en 8 abonos iguales. Luego de amortizarse 3 cuotas negocian con la Caja el pago del saldo restante en dos cuotas, la primera un mes después y la segunda al final del plazo pactado inicialmente. Calcular el valor de estas dos cuotas.

Solución:

VA = 2,500; i = 0.045; n = 8; C = ?

1º Calculamos el valor de cada una de las 8 cuotas, con la función PAGO:

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.045	8	-2,500			379.02

2º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DEL PRESTAMO, abonado la tercera cuota el saldo del préstamo es UM 1,663.92. Para el cálculo de la cuota aplicamos Buscar Objetivo de Excel:

	A	B	C	D	E	F
1	**MES**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
3	3	1,954.97	87.97	291.05	379.02	1,663.92

Obtenemos el valor de la amortización 4 dividiendo el saldo pendiente entre 2:

$$\text{AMORT.4º CUOTA} = \frac{1,663.92}{2} = \text{ UM } 831.96$$

A este valor adicionar los intereses correspondientes, incluido los intereses de los períodos de carencia cuando corresponda.

	A	B	C	D	E	F
1	**MES**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**2,500.00**
3	1	2,500.00	112.50	266.52	379.02	2,233.48
4	2	2,233.48	100.51	278.51	379.02	1,954.97
5	3	1,954.97	87.97	291.05	379.02	1,663.92
6	4	1,663.92	74.88	831.96	906.84	831.96
7	5	831.96	37.44	0.00	0.00	869.40
8	6	869.40	39.12	0.00	0.00	908.52
9	7	908.52	40.88	0.00	0.00	949.40
10	8	949.40	42.72	949.40	992.13	0.00

Respuesta:
El valor de la cuota 4, es UM 906.84
El valor de la cuota 8, es UM 992.13

EJERCICIO 59 (Préstamo sistema de amortización francés y alemán)

Una persona toma un préstamo por UM 15,000 a reintegrar en 12 cuotas con un interés del 3.5% mensual. Aplicar los sistemas de amortización francés y alemán.

Solución: Sistema Francés
VA = 15,000; n = 12;i = 0.035; C = ?

1º Calculamos el valor de cada una de las cuotas:

$$[19] \quad \boldsymbol{C} = 15{,}000 \left\langle \frac{0.035(1+0.035)^{12}}{(1+0.035)^{12}-1} \right\rangle = \text{UM } 1{,}552.2692$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.035	12	-15,000			1,552.2592

2º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DEL PRESTAMO, Sistema Francés:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**15,000.00**
3	1	15,000.00	525.00	1,027.26	1,552.2592	13,972.74
4	2	13,972.74	489.05	1,063.21	1,552.2592	12,909.53
12	10	4,348.87	152.21	1,400.05	1,552.2592	2,948.82
13	11	2,948.82	103.21	1,449.05	1,552.2592	1,499.77
14	12	1,499.77	52.49	1,499.77	1,552.2592	0.00
Ver ejercicio 32 pág. 55, Tabla de Amortización Francés.						

Solución: Sistema Alemán

VA = 15,000; n = 12; i = 0.035; AMORT. = ?

2º Elaboramos el CUADRO DE AMORTIZACION DE LA DEUDA, Sistema de Amortización Alemán:

$$\textbf{AMORTIZACION} = \frac{15,000}{12} = \text{ UM } 1,250$$

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**15,000.00**
3	1	15,000.00	525.00	1,250.00	1,775.00	13,750.00
4	2	13,750.00	481.25	1,250.00	1,731.25	12,500.00
12	10	3,750.00	131.25	1,250.00	1,381.25	2,500.00
13	11	2,500.00	87.50	1,250.00	1,337.50	1,250.00
14	12	1,250.00	43.75	1,250.00	1,293.75	0.00
Ver ejercicio 33 pág. 56, Tabla de Amortización Alemán						

Por falta de espacio hemos ocultado varias filas en cada cuadro.

Comentario: En el sistema de amortización francés los pagos son contantes y la amortización creciente; en el sistema de amortización alemán los pagos son decrecientes y la amortización es constante.

EJERCICIO 60 (Préstamo con tasa de interés flotante)

Un empresario adquiere un préstamo de la Banca Fondista por UM 5'000,000 a reintegrar en 5 cuotas anuales, con una tasa de interés flotante que al momento del otorgamiento es de 5.50% anual. Pagadas las 3 primeras cuotas, la tasa de interés crece a 7.5% anual, que se mantiene constante hasta el final.

Solución:

VA = 5'000,000; n = 5; $i_{1\ldots3}$ = 0.055 y $i_{4\ldots5}$ = 0.075; i = 0.075; AMORT. = ?

1º Calculamos la amortización mensual:

$$\textbf{AMORTIZACION} = \frac{5'000,000}{5} = \text{UM } 1'000,000$$

2º Elaboramos el CUADRO DE AMORTIZACION DE LA DEUDA, Sistema de Amortización Alemán:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑOS**	**SALDO INICIAL**	**INTERÉS**	**AMORTZ**	**PAGO**	**SALDO FINAL**
2	0					**5,000,000**
3	1	5,000,000	275,000	1,000,000	1,275,000	4,000,000
4	2	4,000,000	220,000	1,000,000	1,220,000	3,000,000
5	3	3,000,000	165,000	1,000,000	1,165,000	2,000,000
6	4	2,000,000	150,000	1,000,000	1,150,000	1,000,000
7	5	1,000,000	75,000	1,000,000	1,075,000	0
	Ver ejercicio 59 pág. 110, Tabla de amortización alemán					

Comentario:

Como observamos, el incremento de la tasa de interés produce un quiebre de la tendencia descendente de las cuotas. El quiebre tiene su origen en la cuantía de los intereses.

EJERCICIO 61 (Calculando la tasa efectiva)

Las EDPYMES y Cajas Rurales y Municipales de ahorro y crédito cobran un promedio anual de 52% por préstamos en moneda nacional. Calcular la tasa efectiva.

Solución:

j = 0.52; m = 12; i = ?

[26] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \dfrac{0.52}{12} = 0.04333$

[28] $\boldsymbol{i}_{\text{TEA}} = \langle [1+0.04333]^{12} - 1 \rangle = 0.6637$

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.52	12	0.6637

Respuesta: La tasa efectiva anual que cobran estas instituciones es 66.37%.

EJERCICIO 62 (Calculando la tasa nominal)

Una ONG (como muchas), canaliza recursos financieros de fuentes cooperantes extranjeras para ayuda social. Coloca los recursos que le envían únicamente a mujeres con casa y negocio propios al 3.8% mensual en promedio y hasta un máximo de UM 5,000; además, obligatoriamente los prestamistas deben ahorrar mensualmente el 15% del valor de la cuota que no es devuelto a la liquidación del préstamo, por cuanto los directivos de la ONG dicen que estos ahorros son para cubrir solidariamente el no pago de los morosos. Determinar el costo real de estos créditos, asumiendo un monto de UM 2,000 a ser pagado en 12 cuotas iguales al 3.8% mensual.

Solución:

VA = 2,000; i = 0.038; n = 12; j = ?; TEA = ?; VF = ?

1º Calculamos la tasa nominal y la TEA del préstamo:

[25] $\boldsymbol{j}$ = 3.80%*12 = 45.60%

[27] $\boldsymbol{i}\,(\text{TEA}) = [1+0.038]^{12} - 1 = 0.5648$

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.4560	12	0.5645

2º Calculamos el valor de cada una de las cuotas y el «ahorro»:

$$[19]\quad \boldsymbol{C} = 2{,}000 \left\langle \frac{0.038(1+0.038)^{12}}{(1+0.038)^{12}-1} \right\rangle = \text{UM } 211.64$$

Sintaxis

PAGO(**tasa**;**nper**;**va**;vf;tipo)

Tasa	Nper	VA	VF	Tipo	PAGO
0.038	12	-2,000			210.64

AHORRO MENSUAL OBLIGATORIO= 210.64 * 15% = UM 31.59 mensual

2º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DEL PRESTAMO:

	A	B	C	D	E			F
1	**Meses**	**Saldo Inicial**	**Interés**	**Amortz**	**Pago**	**Ahorro**	**Pago Tortal**	**Saldo Final**
2	0							**2,000**
3	1	2,000	76.00	134.64	210.64	31.60	242.23	1,865.36
4	2	1,865	70.88	139.75	210.64	31.60	242.23	1,725.61
5	3	1,726	65.57	145.07	210.64	31.60	242.23	1,580.54
11	9	768	29.19	181.45	210.64	31.60	242.23	586.77
12	10	587	22.30	188.34	210.64	31.60	242.23	398.43
13	11	398	15.14	195.50	210.64	31.60	242.23	202.93
14	12	203	7.71	202.93	210.64	31.60	242.23	0.00
Ver ejercicio 32 pág. 55, Tabla de Amortización Francés								

3º Para determinar el costo efectivo del crédito elaboramos el flujo de efectivo y aplicamos la función TIR:

	A	B	C	D	E
1	**MESES**	**PRESTAMO**	**PAGOS**	**AHORRO**	**FLUJOS NETOS**
2	0	2,000			-2,000.00
3	1		210.64	31.60	242.23
4	2		210.64	31.60	242.23
12	10		210.64	31.60	242.23
13	11		210.64	31.60	242.23
14	12		210.64	31.60	242.23
TIR					**6.28%**

4º Calculamos la tasa nominal y la TEA, a partir de la tasa de interés mensual de 6.28%:

[25] $\boldsymbol{j}$ = 6.28%*12 = 75.36% nominal

[28] $\boldsymbol{i}\,(\text{TEA}) = ([1+0.0628]^{12}-1) = 1.08$

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	**núm_per_año**	**INT.EFECTIVO**
0.7536	12	1.08

Respuesta:
Considerando el «ahorro» y el valor del dinero en el tiempo, el costo efectivo del crédito que da la ONG es de 108.40% anual, que es lo que pagan sus clientes por su «ayuda social».

EJERCICIO 63 (Evaluando el costo efectivo de un préstamo)

Un pequeño empresario obtiene un crédito de una EDPYME por UM 25,000, a una tasa de interés de 52% anual con capitalización mensual, con una retención mensual del 1.5% para un fondo de riesgo. ¿Cuál será la tasa efectiva anual y el monto a pagar transcurrido un año?

Solución:
1º Como la retención es mensual, convertimos esta tasa periódica a

tasa nominal: 0.015*12 = 0.18, luego sumamos este resultado a la tasa nominal:

j = 52% + 18% = 70% capitalizable mensualmente:

VA = 25,000; j = 0.70; m = 12; i = ?

2º Calculamos la tasa periódica y efectiva anual:

[26] $\boldsymbol{i}_{\text{PERIODICA}} = \dfrac{0.70}{12} = 0.05833$

[28] $\boldsymbol{i}_{\text{TEA}} = \left\langle [1+0.05833]^{12} - 1 \right\rangle = 0.9746$

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.70	12	0.9746

3º Finalmente encontramos el monto, transcurrido un año:

i = (0.9746/12) = 0.0812

[11] ***VF*** = 25,000 (1 + 0.0812)^{12}= UM 63,798.79

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.0812	12		-25,000		63,798.79

Respuesta:

La tasa efectiva anual (TEA) es 97.46% y el monto que paga efectivamente transcurrido un año es UM 63,798.79 por un préstamo de UM 25,000.

EJERCICIO 64 (Compra con TARJETA de Crédito)

Una persona con una TARJETA DE CREDITO de una cadena de SUPER MERCADOS, adquiere una refrigeradora el 30/12/03 cuyo precio contado es UM 861.54, para ser pagada en 12 cuotas uniformes de UM 96 mensuales cada una, debiendo agregar a esta cuota portes y seguros por UM 5.99 mensual. El abono de las cuotas es a partir del 5/03/04 (dos meses libres). Gastos adicionales UM 17.43 que hacen un total de UM 878.77. Determinar el costo efectivo y elabore la tabla de amortización de la deuda.

Solución:

VA = 878.77; n = 14; C = 96; i = ?; TEA = ?

1º Con la función TASA calculamos la tasa del período ($\boldsymbol{i}$):

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
12	96.00	-878.77		0.04433

2º Con la fórmula [25] calculamos la tasa nominal:

[25] $\boldsymbol{j} = (0.04433*12)=0.5320$

3º Con la fórmula [28] o la función INT.EFECTIVO calculamos la tasa efectiva anual (TEA) de la deuda:

[28] $\boldsymbol{i}\,(\text{TEA}) = [1 + 0.0443257]^{12} - 1 = 0.6828$

Sintaxis

INT.EFECTIVO(**int_nominal**;**núm_per_año**)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.5319	12	0.6828

4º Elaboramos la TABLA DE AMORTIZACION DE LA DEUDA:

	A	B		C	D		E	F
1	**MESES**	**SALDO INICIAL**	**PORT SEG**	**INTERÉS 4.43257%**	**AMORTZ**	**PAGO**	**PAGO TOTAL**	**SALDO FINAL**
2	0							**878.77**
3	1	878.77	5.99	38.95	57.05	96.00	101.99	821.72
4	2	821.72	5.99	36.42	59.58	96.00	101.99	762.15
12	10	264.24	5.99	11.71	84.29	96.00	101.99	179.95
13	11	179.95	5.99	7.98	88.02	96.00	101.99	91.93
14	12	91.93	5.99	4.07	91.93	96.00	101.99	0.00
Ver ejercicio 58 pág. 109, Tabla de Amortización Francés								

5º Para la determinación del costo efectivo de la deuda elaboramos el respectivo FLUJO DE CAJA:

MESES	**PRESTAMO**	**PAGOS**	**PORTES SEGURO**	**FLUJOS NETOS**
0	878.77			-878.77
1		96.00	5.99	101.99
2		96.00	5.99	101.99
3		96.00	5.99	101.99
4		96.00	5.99	101.99
5		96.00	5.99	101.99
6		96.00	5.99	101.99
7		96.00	5.99	101.99
8		96.00	5.99	101.99
9		96.00	5.99	101.99
10		96.00	5.99	101.99
11		96.00	5.99	101.99
12		96.00	5.99	101.99
TIR				**5.50%**

Costo mensual	**5.50%**
TASA NOMINAL	**66.06%**
TEA	**90.22%**

La cuota mensual que efectivamente paga el cliente es UM 101.99

Respuesta: El costo efectivo de la deuda incluido los UM 5.99 de portes y seguro es de 90.22% al año y 5.50% mensual.

EJERCICIO 65 (Valor actual de los ingresos anuales)

Una compañía frutera plantó naranjas cuya primera producción estima en 5 años. Los ingresos anuales por la venta de la producción están calculados en UM 500,000 durante 20 años. Determinar el valor actual considerando una tasa de descuento de 10% anual.

Solución:

C = 500,000; i = 0.10; n = 20; VA = ?

1º Calculamos el valor actual de los 20 ingresos:

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 500{,}000\left\langle\frac{(1+0.10)^{20}-1}{0.10(1+0.10)^{20}}\right\rangle = \text{UM } 4'256{,}781.86$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.10	20	-500,000			4,256,781.86

2º Finalmente calculamos el valor actual del total 5 años antes de iniciarse la cosecha:

VF = 4’256,781.86; i = 0.10; n = 5; VA = ?

$$(12) \quad \text{VA}=\frac{4{,}256{,}781.86}{1.10^{5}} = \text{UM } 2'643{,}126.62$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.10	5		-4,256,781.86		2,643,126.62

Respuesta:

El valor actual de los 20 ingresos al día de hoy son UM 2’643,126.62

EJERCICIO 66 (Cuando una inversión se duplica)

Determinar la conveniencia o no de un negocio de compra y venta de relojes, que garantiza duplicar el capital invertido cada 12 meses, o depositar en una libreta de ahorros que paga el 5% anual.

Solución:

VA = 1; VF = 2; n = 12; i = ?

1º Calculamos la tasa de interés de la operación financiera, cuando el capital se duplica:

[13] $\boldsymbol{i} = \left(\sqrt[12]{\frac{2}{1}}-1\right) = 0.0595$

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
12		-1	2	0.0595

Comprobando tenemos:

[11] $\boldsymbol{VF} = 1(1+0.0595)^{12} = 2$, se duplica

2º Calculamos el valor futuro de los ahorros a la tasa del 5% anual:

VA = 1; i = 0.05; n = 12; VF = ?

[11] $\boldsymbol{VF} = 1(1+0.05)^{10} = 1.80$, no se duplica

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.0595	12		-1		2.00
0.05	12		-1		1.80

Respuesta:

Es más conveniente la inversión en el negocio de los relojes.

EJERCICIO 67 (Calculando el valor de contado de un terreno)

Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones: UM 20,000 de contado; UM 1,000 por mensualidades vencidas durante 2 años y 6 meses y un último pago de UM 2,500 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilizar el 9% con capitalización mensual.

Solución: (i =0.09 / 12), (n = 2*12+6)
VA_1 = 20,000; $C_{1...30}$ = 1,000; VF_{31} = 2,500; i = 0.0075; n = 30; VA = ?

1º Calculamos el VA de la serie de pagos de UM 1,000 durante 30 meses:

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 1,000\left\langle\frac{(1+0.0.075)^{30}-1}{0.0075(1+0.0075)^{30}}\right\rangle = \text{ UM } 26,775.08$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.0075	30	-1,000			26,775.08

2º Calculamos el VA de los UM 2,500 pagados un mes después de la última cuota:

$$[12] \quad \boldsymbol{VA} = \frac{2,500}{(1+0.0075)^{31}} = \text{UM } 1,983.09$$

Respuesta:
Luego el valor de contado del terreno es: 26,775 + 1,983 + 20.000 = 48,758

EJERCICIO 68 (La mejor oferta)

Una persona recibe tres ofertas para la compra de su propiedad:
(a) UM 400,000 de contado;
(b) UM 190,000 de contado y UM 50,000 semestrales, durante 2 ½ años
(c) UM 20,000 por trimestre anticipado durante 3 años y un pago de UM 250,000, al finalizar el cuarto año.
¿Qué oferta debe escoger si la tasa de interés es del 8% anual?

Oferta : UM 400,000

Solución:(b)

i = (0.08/2 semestres) = 0.04; n = (2.5*2) = 5 semestres; VA = ?

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 50{,}000\left\langle\frac{(1+0.0.04)^{5}-1}{0.04(1+0.04)^{5}}\right\rangle = \text{ UM } 222{,}591.12$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.04	5	-50,000			222,591.12

Oferta b : 222,591 + 190,000 = UM 412,591

Solución (c):

n = (3*4 trimestres) = 12; i = (0.08/4 trimestres) = 0.02

1º Actualizamos los pagos trimestrales de UM 20,000:

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 20{,}000\left\langle\frac{(1+0.0.02)^{12}-1}{0.02(1+0.02)^{12}}\right\rangle(1+0.02) = \text{ UM } 215{,}737$$

n = 1 año = 4 trimestres

2º Calculamos el VA del último pago anual de UM 250,000:

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.08	4		-250,000		183,757.46

Oferta c : 215,737 + 183,757 = UM 399,494

Respuesta :

La oferta (b) es la más conveniente, arroja un mayor valor actual.

EJERCICIO 69 (Generando fondos para sustitución de equipos)

¿Qué suma debe depositarse anualmente, en un fondo que abona el 6% para proveer la sustitución de los equipos de una compañía cuyo costo es de UM 200,000 y con una vida útil de 5 años, si el valor de salvamento se estima en el 10% del costo?

Solución:

Valor de salvamento : 200,000 x 10% = 20,000

Fondo para sustitución de equipo : 200,000 - 20,000 = 180,000

Finalmente, calculamos el valor de cada depósito anual:

VF = 180,000; i = 0.06; n = 5; c = ?

$$[22]\quad \boldsymbol{C} = 180,000\left\langle\frac{0.06}{1.06^5-1}\right\rangle = 31,931.35$$

Respuesta:

El monto necesario a depositar anualmente durante 5 años es UM 31,931.35. Aplique la función PAGO para obtener el mismo resultado.

EJERCICIO 70 (Sobregiros bancarios)

Por lo general casi todos los empresarios recurren al banco para cubrir urgencias de caja vía los sobregiros (ver glosario); los plazos de éstos dependen de las políticas de cada institución financiera, pero es común encontrar en nuestro medio plazos de 48 horas, 3 días como máximo. Estos plazos casi nunca los cumple el empresario, normalmente los sobregiros son pagados a los 15 ó 30 días. La tasa promedio para este producto financiero es 49% anual más una comisión flat de 4% y gastos de portes de UM 5 por cada sobregiro. Determinar el descuento, el valor líquido, el costo efectivo de un sobregiro de 2 días por UM 10,000, los costos cuando este es pagado con retraso a los 15 y 30 días y la tasa efectiva anual.

Solución:

VN = 10,000; i = 0.49/360 = 0.0014; n = 2; D_2 = ?; VA = ?

1º Aplicando la fórmula (10) calculamos el descuento del sobregiro para 2 días:

$$(10)\quad \boldsymbol{D} = \frac{10,000 * \left\langle 2 * \left\langle\frac{0.49}{360}\right\rangle\right\rangle}{1-\left\langle 2 * \left\langle\frac{0.49}{360}\right\rangle\right\rangle} = \text{UM}\ \ 27.30$$

2º Aplicando la fórmula [8] $\boldsymbol{VA = VN - D}$, calculamos el VA del sobregiro:

VN = 10,000; D_2 = 27.30; i_{Flat} = 0.04; PORTES = 5; VA = ?

(8) $\mathbf{VA_2}$ = 10,000 - (27.30 + 5) = 9,967.70 - (10,000*0.04) = UM 9,567.70

3º Con la fórmula (4A) calculamos la tasa real de esta operación:

$$[4A] \quad \boldsymbol{i}_7 = \frac{10{,}000 - 9{,}567.70}{9{,}567.70} = 0.0452 \text{ ó } 4.52\% \text{ por los 2 días}$$

Hasta esta parte estamos operando con el descuento bancario a interés simple. El VA obtenido es el valor líquido o el monto que realmente recibe el empresario. Pero debe abonar los UM 10,000 a los 2 días, en caso contrario pagará el interés convencional de 49% anual, 18% anual de interés moratorio sobre el saldo deudor (UM 10,000) y UM 5.00 de portes. A partir de este momento operamos con el interés compuesto.

Sumamos a la tasa de interés los intereses moratorios:
VA = 10,000; n = 15 y 30; i = (0.49/360 + 0.18/360) = 0.0019; VF =?

4º Calculamos el monto a pagar a los 15 y 30 días incluyendo los portes:

(11) $\boldsymbol{VF}$ = 10,000*(1 + 0.0019)^{15} + 5 = 10,293.82
(11) $\boldsymbol{VF}$ = 10,000*(1 + 0.0019)^{30} + 5 = 10,590.99

Luego aplicando la fórmula (13) y la función TASA, calculamos el costo mensual del sobregiro:

VA = 9,567.70; n = 15 y 30; VF = 10,293.82 y 10,590.99; i = ?

$$[13] \quad \boldsymbol{i} = \sqrt[15]{\frac{10{,}293.82}{9{,}567.70}} - 1 = 0.00489 \text{ por 15 días : } 0.00489*15 = 0.0734$$

$$[13] \quad \boldsymbol{i} = \sqrt[30]{\frac{10{,}590.99}{9{,}567.70}} - 1 = 0.00339 \text{ por 30 días : } 0.00339*30 = 0.1017$$

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA	
15		9,567.70	-10,293.82	0.00489	DIARIO
30		9,567.70	-10,590.99	0.00339	DIARIO

5º Finalmente, calculamos la tasa nominal y la TEA del sobregiro:

(25) $\boldsymbol{j}$ = 0.00339*30* = 1.2204
(28) ***TEA*** = $(1 + 0.00339)^{360} - 1 = 2.3816$

Respuesta:

1) El descuento para los 2 días es: UM 27.30
2) Los costos cuando el sobregiro es pagado con retraso son:
   Para 15 días = 7.34%
   Para 30 días = 10.17%
3) La tasa nominal es : j = 122.04%
   La tasa efectiva anual es : TEA = 238.16%

EJERCICIO 71 (Evaluando la compra a crédito en un supermercado)

Una ama de casa compra a crédito el 8/10/2004 en un SUPERMERCADO, los siguientes productos:

Una lustradora marcada al contado a	UM 310.00	
Una aspiradora marcada al contado a	UM 276.00	
Una aspiradora marcada al contado a	UM 115.00	UM 701.00

La señora con la proforma en la mano pide a la cajera que le fraccione el pago en 12 cuotas iguales con pago diferido, la cajera ingresa los datos a la máquina y esta arroja 12 cuotas mensuales de UM 82.90 cada una con vencimiento la primera el día 5/2/2005. Determine la tasa de interés periódica y la TEA que cobra el SUPERMERCADO.

Solución:

VA = 701; C = 82.90; n = 12; i = ?; TEA = ?

1º Aplicando la función TASA calculamos la tasa periódica de la anualidad:

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
12	82.90	-701.00		0.05844

Tasa mensual = 5.84%

Tasa nominal:

[25] $\boldsymbol{j} = 0.05844 * 12 = 0.7013$

Tasa Efectiva Anual:

[28] $\boldsymbol{TEA} = [1+0.05844]^{12} - 1 = 0.9769$

Respuesta:

El SUPERMERCADO cobra mensualmente por sus ventas al crédito 5.84%, que arroja una tasa nominal de 70.13% y una Tasa Efectiva Anual de 97.69%. Esta tasa no considera portes, seguros e Impuesto a las Transacciones Financieras (ITF).

Referencias bibliográficas

1. Ayres Franh, Jr. (1971). Serie de Compendio Schaum, Teoría y Problemas de Matemáticas Financieras. Libros McGraw-Hill - México
2. Aching Guzmán César. (2004). Matemáticas Financieras para Toma de Decisiones Empresariales. Prociencia y Cultura S.A. - Perú
3. Biblioteca de Consulta Microsoft, Encarta 2003. © 1993-2002 Microsoft Corporation.
4. Blank T. Leland y Tarquin J. Anthony. (1999). Ingeniería Económica - IV Edición. Editora Emma Ariza H. - Colombia
5. Dodge Mark, Stinson Craig. (1999). Running Microsoft Excel 2000, Guía Completa. McGraw Hill - México
6. Glosario. (2005). Disponible en http://www.worldbank.org - Glosario
7. Lyman C. Peck. (1970). Matemáticas para Directivos de Empresa y Economistas. Ediciones Pirámide S.A. - Madrid
8. Mizrahi Sullivan. (1985). Cálculo con Aplicaciones a la Administración, Economía y Biología. UTEHA - México
9. Moore J.H. (1972). Manual de Matemáticas Financieras. UTEHA - México
10. Pareja Velez, Ignacio. (2005). Decisiones de Inversión. Disponible en http://sigma.poligran.edu.co/politecnico/apoyo/Decisiones/libro_on_line/contenido.html
11. Parkin Michael. (1995). Macroeconomía. Addison - Wesley Iberoamericana S.A. Wilmington, Delaware, E.U.A.
12. Parkin Michael. (1995). Microeconomía. Addison - Wesley Ibero americana S.A. Wilmington, Delaware, E.U.A.
13. Sabino Carlos, (2005). Diccionario de Economía y Finanzas. Disponible en http://www.eumed.net/cursecon/dic/
14. Springer, Herlihy y Beggs. (1972). Matemáticas Básicas, Serie de Matemáticas para la Dirección de Negocios. UTEHA - México
15. Van Horne, James C. (1995). Administración Financiera. Décima Edición. Editorial Prentice Hall, México