INTERPOLACIÓN Y AJUSTE

1.– Razonar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones: *a)* El polinomio interpolador en los puntos $(-1,-1)$, $(7/2,7/2)$, $(3,3)$, $(17,17)$ es un polinomio de grado tres. *b)* El polinomio interpolador de la función $f(x) = \text{sen}(x)$ en los puntos $x_0 = -\pi$, $x_1 = 0$ y $x_2 = \pi$, es idénticamente nulo.

2.– La siguiente tabla aproxima algunos de los valores de la función $f(x) = e^x$.

x_k	0,5	1	2
y_k	1,64872	2,71828	7,38906

Efectuar los siguientes cálculos:

a) Aproximar $f(0{,}25)$ usando interpolación lineal.

b) Aproximar $f(0{,}25)$ utilizando el *polinomio interpolador de Lagrange* de segundo grado con $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ y $x_2 = 2$.

c) ¿Cuáles de las aproximaciones son mejores? ¿Por qué?

3.– En una ciudad se han tomado datos sobre una población en los últimos años, obteniéndose la siguiente tabla:

Año	1950	1960	1970	1980	1990
Población	131700	150670	179320	203240	226500

Usar el método de *Newton* de diferencias divididas para estimar la población en el año 1975 y predecir la población en el año 2000.

4.– Construya los *polinomios de interpolación de Lagrange* para las siguientes funciones y obtenga una cota del error absoluto en el intervalo $[x_0, x_n]$.

a) $f(x) = e^{2x}\cos(3x)$, $x_0 = 0$, $x_1 = 0{,}3$, $x_2 = 0{,}6$, $n = 2$.

b) $f(x) = \text{sen}(\log(x))$, $x_0 = 2{,}0$, $x_1 = 2{,}4$, $x_2 = 2{,}6$, $n = 2$.

c) $f(x) = \log(x)$, $x_0 = 1$, $x_1 = 1{,}1$, $x_2 = 1{,}3$, $x_3 = 1{,}4$, $n = 3$.

5.– La siguiente tabla presenta la medida de cómo varía la temperatura en un sistema. La variable x representa el instante de tiempo y la función $f(x)$ la temperatura. Se pide, en primer lugar, calcular un polinomio de grado 3 que interpole los cuatro primeros datos por el *método de las diferencias divididas de Newton* y a continuación, uno de grado 4 que interpole los datos de toda la tabla.

x	$3,2$	$2,7$	$1,0$	$4,8$	$5,6$
$f(x)$	22	$17,8$	$14,2$	$38,3$	$51,7$

6.− Aproximar la función de error

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt$$

en el intervalo $[0, 1/2]$ por medio de un polinomio de interpolación usando los puntos de la tabla:

x	0	$1/4$	$1/2$
$erf(x)$	0	$0,276326$	$0,520500$

y acotar el error que se comete.

7.− Para el conjunto de datos que se muestran al final del enunciado, determine la curva de cada familia que mejor se les ajusta en el sentido de *mínimos cuadrados*.

a) $f(x) = Ax + B$.

b) $f(x) = A\,x^2$.

c) $f(x) = C\,e^{Ax}$.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0,6	1,9	$4,3$	$7,6$	$12,6$