Matemáticas Avanzadas

CURSO 2008-09

Clase Práctica No. 10

ECUACIONES DIFERENCIALES

Métodos de solución

de ecuaciones lineales de orden superior

UNIVERSIDADE
DE VIGO

ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

Una ecuación diferencial lineal de orden $n \geq 2$, se escribe en general como

$$a_n(t)y^{n)} + \cdots + a_1(t)y^{1)} + a_0(t)y = f(t).$$

En particular nos interesa el caso $n = 2$.

Las EEDD lineales de orden superior pueden ser tratadas con el comando DSOLVE del MATLAB, aunque son relativamente pocas las ecuaciones de coeficientes variables para las que se obtiene información útil.

El trabajo del alumno consistirá en aplicar DSOLVE a cada uno de los problemas que se tratarán en esta sesión. En algunos casos se hallará el sistema fundamental de soluciones y la solución particular de la completa, con la ayuda del comando SOLVE tal como se muestra en el primer ejemplo..

Ecuación diferencial lineal y homogéneas de orden 2 y coeficientes constantes.

Ejemplo 1. *Resolver, utilizando herramientas MATLAB, la ecuación diferencial*

$$\boldsymbol{y'' + 6y' + 12y = 0.} \tag{1}$$

Resolución del ejemplo ?? con DSOLVE.

```
>>S=dsolve('D2y+6*Dy+12*y=0')
S =C1*exp(-3*t)*cos(3^(1/2)*t)+C2*exp(-3*t)*sin(3^(1/2)*t)
```

Resolución del ejemplo ?? por la vía de la ecuación característica.

La ecuación característica de $(\mathbf{??})$ es $\boldsymbol{\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0}$.

```
>>solve('x^2+6*x+12=0','x')
ans = [ -3+i*3^(1/2)]
      [ -3-i*3^(1/2)]
```

De modo que las raíces son complejas conjugadas. Se concluye que el sistema fundamental de soluciones es $\boldsymbol{\{e^{-3t}\sin(\sqrt{3}), e^{-3t}\cos(\sqrt{3})\}}$.

Problema de condiciones iniciales

Ejemplo 2. *Resolver el problema de condiciones iniciales*

$$y'' + 8y' + 32y = 1, \;\; y(0) = 1, \; y'(0) = 4.$$

Resolución del ejemplo ??

```
>>S=dsolve('D2y+8*Dy+32*y=1','y(0)=1,Dy(0)=4')
 S=1/32+63/32*exp(-4*t)*sin(4*t)+31/32*exp(-4*t)*cos(4*t)
```

El polinomio característico tiene raíces complejas conjugadas $-4 \pm 4i$.

Ecuación diferencial lineal completa de orden 2 y coeficientes constantes.

Ejemplo 3. *Resolver la ecuación diferencial*

$$y'' + 18y' + 90y = t.$$

Resolución del ejemplo ??

```
>>S=dsolve('D2y+18*Dy+90*y=t')
S =-1/450+1/90*t+C1*exp(-9*t)*sin(3*t)+C2*exp(-9*t)*cos(3*t)
```

El polinomio característico tiene raíces complejas conjugadas $-9 \pm 3i$.

Ecuación diferencial lineal completa de orden 3 y coeficientes constantes.

Ejemplo 4. *Resolver*

$$t^2y''' - 6ty'' + 5y' = 0$$

$$y(1) = 0,\ y'(1) = 1,\ y''(1) = 2.$$

Resolución del ejemplo ??

```
>>y=dsolve('D3y-6*D2y+5*Dy=0','y(1)=0','Dy(1)=1','D2y(1)=2','x')
  y=-1/20*(15*exp(1)^5+exp(5))/exp(1)^5+3/4/exp(1)*exp(x)+...
     1/20/exp(1)^5*exp(5*x)
```

¿Es la ecuación del ejemplo **??** una Euler?

Problemas

Ejercicio 1. *Obtener mediante los recursos MATLAB información acerca de la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales lineales y problemas de valores iniciales. Identificar cuando sea posible el sistema fundamental de soluciones y la solución particular de la ecuación completa. Considerar como alternativa, si fuese necesario, la posibilidad de calcular las raíces de la ecuación característica con SOLVE.*

a) $y'' + 6y' - 7y = t^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1.$

b) $2t^2y'' + 4ty' + 5y = 0,\ y(0) = 9,\ y'(0) = 1$

c) $8y'' + 5y' - 3y = 0$

d) $y^{3)} + 5y^{2)} + y^{1)} - 3y = 0,\ y''(1) = 3,\ y'(1) = -3,\ y(1) = 2.$

e) $6y^{iii)} + 9y^{ii)} - 24y^{i)} - 20y = 0$