

# 非寿险定价概述

# 参 考 资 料

- STAM Study manual, 2018
- Introduction to Ratemaking for property and casualty insurance, 2015
- 孟生旺：非寿险精算学，第二版

# 内容

- 非寿险类型
- 非寿险数据特点
- 基本概念
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定

# 机动车辆保险

## 机动车辆保险保障范围

- Liability
- Medical benefits
- Collision and other-than-collision
- 责任
- 医疗福利
- 碰撞和其他碰撞

# 机动车辆保险

- 责任险相关术语
  - Bodily injury
  - Property damage
  - Policy limit
    - 身体伤害险限额通常大于财产伤害，另外身体伤害险通常会有总限额和每人限额
    - 例如保单限额 100000/200000 是指赔付不超过 200000 的身体伤害总额和每人身体伤害赔付不超过 100000
  - Jurisdictions（审判）
    - Threshold no-fault



# 机动车辆保险

- Uninsured, underinsured, and unidentified motorist coverage
- Medical benefits
  - Personal injury protection
- Collision and other-than-collision coverage
  - Subrogation
  - Salvage
- 未投保，保额不足，以及身份不明的驾车人的保险
- 医疗福利
- 人身伤害保障
- 碰撞和其他碰撞覆盖
- 代位求偿权
- 残值

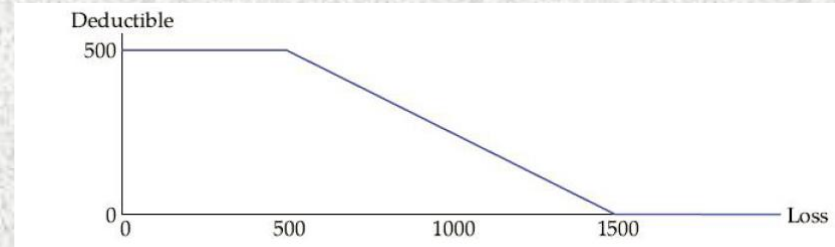
# Homeowners insurance 房主保险

- 房主保险通常包括
- First-party coverage
  - A. Damage to dwelling either for all risks except for those specifically excluded or for named perils
  - B. Damage to garage or other structures on premises
  - C. Damage to content
  - D. Additional living expense and loss of rental income
- Liability coverage

# 房主保险

- Primary dwelling coverage
  - Doctrine of proximate cause (近因原则) a loss is covered only if both the cause (direct or indirect) and the consequence are covered
  - Disappearing deductible, is a deductible of  $d$  that linear decrease to 0 if the loss is greater than  $d+k$ , where  $k>0$ 
    - 例如，如果保单条款规定了一个Disappearing deductible of 500 that is eliminated entirely for losses of 1500 or more.
    - 假设原始损失为 $l$ ，在500和1500之间，则保险人的赔付额为

$$l - 500\left(\frac{1500-l}{1000}\right).$$





# 房主保险例题

**308.** An insurance company sells a policy with a linearly disappearing deductible such that no payment is made on a claim of 250 or less and full payment is made on a claim of 1000 or more.

Calculate the payment made by the insurance company for a loss of 700.

At 250 the payment is 0. At 1000 the payment is 1000. Interpolating:

$$\frac{700 - 250}{1000 - 250} = \frac{x - 0}{1000 - 0} \Rightarrow x = 450(1000) / 750 = 600.$$

# 房主保险

- Primary dwelling coverage
  - Policy limit 与 deductible
    - 假设原始损失为300000，保单限额为250000，则
  - Coinsurance clause 共保条款
    - 共同保险，简称共保（coinsurance），是指由两方或两方以上共同承担保险责任。在财产保险中，共保是指由保险人和被保险人在一定的比例共同承担保险责任范围内的损失。这部分共同承担的损失是实际损失减去免赔额的部分。因此，在共保条款下，被保险人同时也作为共同保险人对发生的损失负有部分责任。

# 房主保险

- 为什么要共保
- 例 假定两个投保人，张先生和李女士，都对自己的房屋进行了投保。两所房屋的价值一样，均为50万元。张先生进行了足额投保，即保额为50万元；而李女士选择不足额投保，保额为25万，为张先生的一半。由于保险公司在定价时，始终假定被保险的人是足额投保的，即其投保的保额等于财产的实际价值，因此李女士所交的保费也为张先生的一半。
- 若不存在共保条款，当发生的损失小于25万时，两个被保险人得到的赔款相等，在这种情况下，交了一半保费的李女士却享有同张先生同等的保障水平。这种定价是否合理呢？



# 房主保险

- 为什么要共保

- 为简单起见，假定损失额 $L$ 的分布为均匀分布，即所有损失在0到50万的范围都是等可能发生的。当 $L$ 小于25万时，两人得到相同的赔款 $L$ ；当 $L$ 大于25万时，张先生得到足额赔款，而李女士得到的赔款恒为25万。根据均匀分布的假定，发生这两种情况的可能性是等价的。因此，张先生得到的总期望赔款为25万，而李女士得到的总期望赔付为18.75万（即 $\frac{1}{2} \times 25$ ）。显然，李女士用了一半的保费却获得了超过一半的保障。若该保单组就只有这两个被保险人，则意味着张先生的一部分保费将被用来保障李女士的一部分风险，因此张先生必然会减少自己的投保额度。
- 若存在共保条款，共保要求为50万，则张先生是足额投保，所以对张先生没有共保惩罚；而李女士是不足额投保，会受到共保惩罚，即保险公司按其投保比例进行赔付。李女士的投保额与共保要求之比为 $25/50=0.5$ ，所以当李女士发生损失时，保险公司仅赔款实际损失的50%。例如，当实际发生损失为20万时，张先生将得到20万的赔款，而李女士只能得到10万的赔款。此时，李女士得到的期望赔款为12.5万，也正好为张先生的一半，与其保费水平是相称的。当损失不是均匀分布时，也可以得到类似结果。

# 房主保險

- 共保條款例題

**EXAMPLE 5A** A homeowners insurance policy has a coinsurance clause requiring a policy limit of at least 80% of the house's value. A policyholder selects a policy limit of 300,000. A loss of 200,000 occurs. The value of the house at the time of the loss is 500,000. Calculate the insurance payment.

**ANSWER:** The coinsurance clause requires a policy limit of 400,000. Since the policy limit is 300,000, the insurance payment is  $\frac{300,000}{400,000}(200,000) = 150,000$ . □



# 共保例题

**311.** Mr. Fixit purchases a homeowners policy with an 80% coinsurance clause. The home is insured for 150,000. The home was worth 180,000 on the day the policy was purchased. Lightning causes 20,000 worth of damage. On the day of the storm the home is worth 250,000.

Calculate the benefit payment Mr. Fixit receives from his policy.

At the time of the loss the coverage is  $150,000/250,000 = 60\% < 80\%$ . Then the benefit payment is  $\min \left\{ 150,000, \frac{150,000}{0.8(250,000)} 20,000 \right\} = 15,000$ .

# Healthy insurance

- Major Medical insurance
- Dental insurance

# 免赔额

- 免赔的类型
  - 固定免赔额（普通免赔额）
  - 固定比例免赔额
    - 只承担损失的固定比例
    - 如果同时存在免赔额，一般约定先免赔再比例。例如免赔额为500，比例为80%，如果损失是1000，则保险公司的赔付额为 $0.8(1000-500)=400$
  - Franchise deductibles
  - Fixed dollar deductible per calendar（日历年度固定免赔），出现在健康保险中，在本课程中通常指总免赔额和年度免赔额
  - Elimination periods，出现在伤残险

# 保单限额

- 保单限额
  - 一个保单合约中可能会出现多种限额
  - 在本课程中，保单限额是保险公司的最大赔付额，免赔和限额同时存在时，限额是指扣除免赔额后保险公司的最大赔付额。例如，免赔1000，限额为10000，则保单所覆盖的最大损失是11000

# 例 題

**313.** Mini Driver has an automobile insurance policy with the All-Province Insurance Company. She has 200,000 of third party liability coverage (bodily injury/property damage) and has a 1,000 deductible on her collision coverage.

Mini is at fault for an accident that injures B. Jones, who is insured by Red Deer Insurance Company. M. Driver is successfully sued by B. Jones for Jones' injuries. The court orders Driver to pay Jones 175,000.

Other expenses incurred are:

- i) Legal fees to All-Province on behalf of Driver: 45,000
- ii) Collision costs to repair Driver's car: 20,000

Calculate the total amount All-Province pays out for this occurrence.

The payment is  $175,000 + 45,000 + (20,000 - 1,000) = 239,000$ . Note that the legal fees do not count against the liability limit.



# 例 题

**312.** A company purchases a commercial insurance policy with a property policy limit of 70,000. The actual value of the property at the time of a loss is 100,000. The insurance policy has a coinsurance provision of 80% and a 200 deductible, which is applied to the loss before the limit or coinsurance are applied. A storm causes damage in the amount of 20,000.

Calculate the insurance company's payment.

$$\min \left\{ 70,000, \frac{70,000}{0.8(100,000)} (20,000 - 200) \right\} = 17,325$$

# 内容

- 非寿险类型
- 非寿险基本概念
- 非寿险数据特点
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定

# 基本概念

- 风险基础和风险单位
- 保费
- 赔款
- 费用
- 赔付率和其他比率

# 风险基础 exposure base

- 度量潜在损失大小的一个基本工具就是风险基础（exposure base）。风险基础也就是保费基础（premium base），它的大小决定着保费的高低。
- 譬如在汽车第三者责任保险中，保险人通常使用的风险基础是车年数，即根据车年数的大小收取保险费）。

# 风险单位 (exposure unit)

- 风险单位是度量风险基础的基本单位，因此在很多情况下，风险基础也被称作风险单位数 (number of exposures), 也称风险暴露数
  - 如汽车险中风险单位常取为车年（12月）。一份为三辆汽车提供6个月保险的保单包含了1.5个车年。
  - 假设费率是1000元，则这份保单的保费是多少。



# 选取风险基础应注意的问题

- 合理性。风险基础应该是对潜在损失的准确度量，这样才能确保费率厘定结果的准确性。
- 可行性。风险基础应该便于保险人实际使用和核实，否则无法用于费率厘定
- 客观性。风险基础应该不易受到人为操纵。
- 以往和现在的风险基础应尽可能保持一致。
- 并非所有的影响因素都可以在费率厘定中得到应用。

# 非寿险中常用的风险基础

- 在**房主保险**中，财产保险部分通常使用保险金额作为风险基础，而责任保险部分通常使用房屋个数作为风险基础。
- 在**海上保险**中，通常使用保险金额作为风险基础。
- 在**航空保险**中，机身保险通常使用保险金额，而责任保险通常使用元公里（货运）或人公里（客运）
- 在**盗窃保险**中，通常使用保险金额作为风险基础。
- 在**机器设备保险**中，通常使用机器设备的台数作为风险基础。
- 在**汽车保险**中，通常使用车年数作为风险基础，但也有人建议使用耗油量或年行驶里程数作为风险基础。事实上，国外某些保险公司在汽车保险中使用的风险基础就是年行驶里程数。
- 在**劳工补偿保险**中，通常使用工资额或工时作为风险基础。

# 常用风险单位统计量

- 承保风险单位(written exposures)，指所签的保单在某个时期内所有的风险单位数量；
- 到期风险单位(earned exposures)，指各个相应时期内已经承担责任的风险单位数量；
- 有效风险单位(in-force exposures)，指在一个给定的时刻存在的有效风险单位数量。
- 未到期风险单位(unearned exposures)，指在承保的风险单位数中，截止某个时点，保险公司尚未提供保险保障的风险单位数。



考虑下面4个保险期限为12个月的一辆车的汽车保单。

生效日期(月/日/年)	承保风险		到期风险		有效风险
	2004	2005	2004	2005	1/1/2005
1/1/2004	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00
4/1/2004	1.00	0.00	0.75	0.25	1.00
7/1/2004	1.00	0.00	0.50	0.50	?
10/1/2004	1.00	0.00	?	?	1.00
合计	4.00	0.00	2.50	1.50	3.00

# 保 费

- 承保保费（written premium）
  - 是指日历年内签发保单时收取的全部保费。
- 已赚保费（earned premium）
  - 是日历年内实际赚取的保费。
- 未赚保费（unearned premium）
  - 承保保费与已赚保费的差就是未赚保费。
- 有效保费（in-force premium）。
  - 指在某个时点上全部有效保单在整个保险期间的保费之和。



# 保 费

例:如果某份保单有15辆商用汽车, 费率为112.90元。保单是从7/1/2015开始, 承保时间为12个月, 那么到12/31/2015为止. 求其承保保费、已赚保费收入.

# 保 费

答:保费为

$$112.90 \times 15 = 1693.50$$

2009日历年承保保费 1693.50

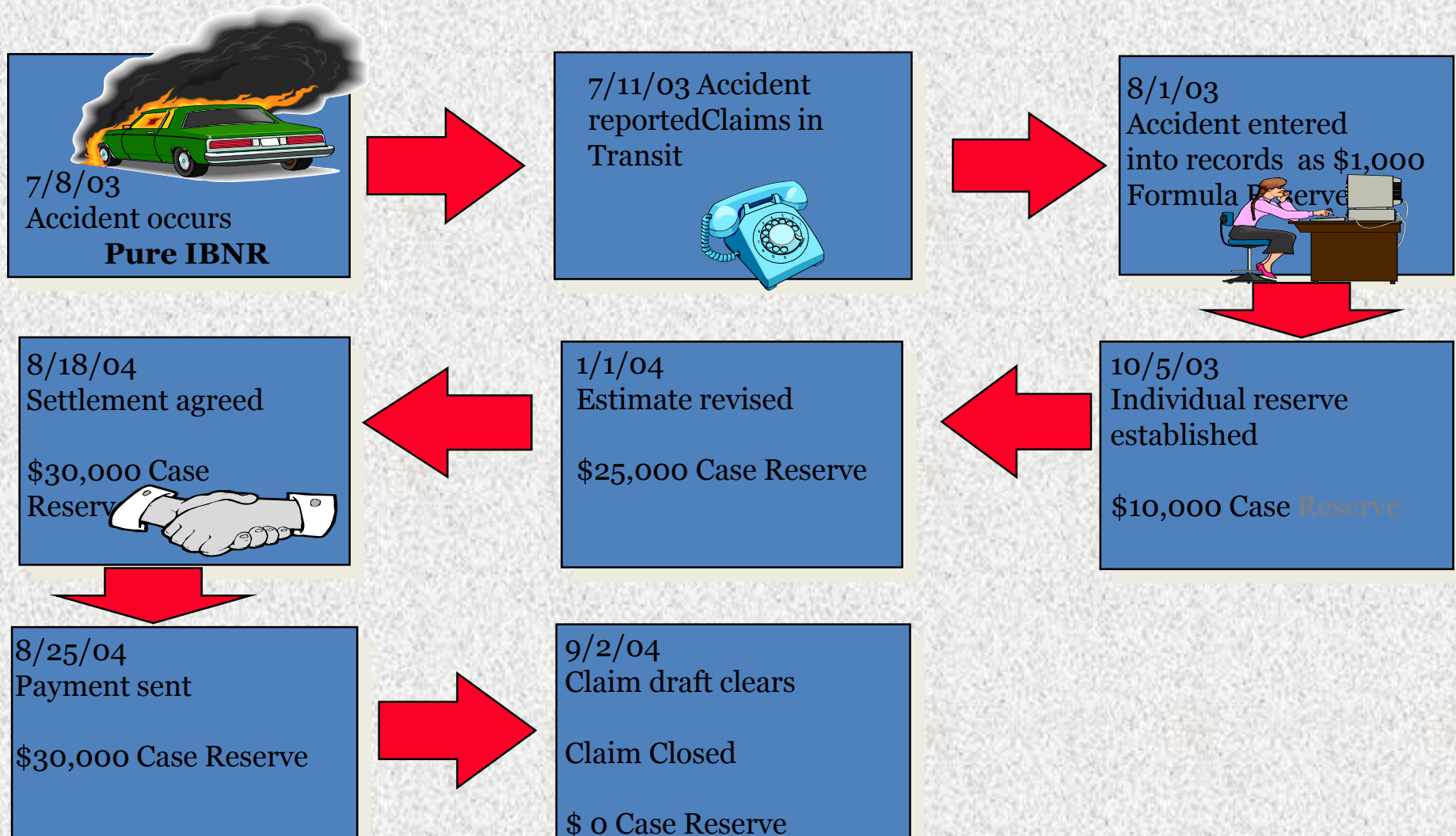
2009日历年已赚保费 846.75

12/31/2009未赚保费 846.75

# 赔款

- 赔款是指根据保险合同的约定应当由保险公司支付给索赔人的款项，包括
  - 已付赔款。已付赔款是指已经支付给索赔人的款项。
  - 未决赔款。未决赔款是保险公司预期需要支付给索赔人的款项。包括
    - 个案准备金（case reserve）
    - 已发生未完全报案赔款（incurred but not enough reported, IBNER）
    - 已发生未报案赔款（incurred but not reported, IBNR）。

# Life Cycle of a Claim Reserve





# 赔款关系式

- 已报案（发生）赔款=已付赔款+个案准备金
- 最终赔款=已报案赔款+IBNR准备金+IBNER准备金
- 最终赔款是指保险公司向索赔人最终需要支付的赔款，只有在结案后才能得到具体金额。
- 在费率厘定和准备实务中，通常需要根据已报案赔款或已付赔款来预测最终的赔款

# 索 赔 频 率

- 索赔频率（claim frequency）是指在一定时期内（通常为一年），每个风险单位的索赔次数，通常用索赔总次数和风险单位数之比进行估计。
  - 譬如，一个汽车保单组合在2004年有5000个车年的风险单位数，而在该年发生的索赔次数为800次，那么在2004年平均每个风险单位的索赔频率估计值为 $800/5000 = 16\%$ 。

# 关于索赔频率的几点注意

1. 索赔次数既可以按照事故日期（accident date）统计，也可以按照报案日期(report date)统计。
  - 事故日期是指保险事故发生的日期，而报案日期是指保险人收到索赔申请的日期。譬如，2014年12月25日发生的一次保险事故，被保险人在2015年1月5日提出索赔，那么如果按事故日期统计，这次事故应记入2014年的索赔次数；如果按报案日期统计，则应记入2015年的索赔次数。

# 关于索赔频率的几点注意

2. 在一定时期内发生的索赔次数需要在保险期限结束后再经过一段时间才能确切统计出来，因为保险事故从发生到报案通常存在**时间延迟**。
3. 在费率厘定实务中，通常需要根据已经报案的索赔次数来**预测**最终的索赔次数，并根据预测的索赔次数计算索赔频率。



# 索赔强度

- 索赔强度（claim severity）是指每次索赔的赔款，通常用赔款总额与索赔次数之比进行估计。
  - 严格地讲，这里的赔款应该是**最终**赔款，索赔次数也应该是**最终**索赔次数。由于报案延迟和理赔延迟的影响，最终赔款数据通常需要在保险期限结束以后经过较长时间才能得到。

# 5、赔付率

- 赔付率（loss ratio）是指在每单位保费中用于支付赔款的部分，通常用赔款与保费之比进行估计。
  - 严格地讲，为了实现保费和赔款之间的配比关系，应该用**最终赔款与已赚保费**之比进行估计。
  - 对于保费和赔款的不同选择将导致不同的赔付率估计值。
  - 某些保险公司在计算赔付率时将理赔费用也包含在赔款之中，此时的赔付率被称作赔款和理赔费用比率（loss and LAE ratio）

# 费用

- 承保费用，包括代理人佣金、一般管理费用、广告费用和税金。
  - 在费率厘定中，承保费用通常被区分为固定费用和变动费用两大类
- 理赔费用（LAE）。保险公司在结案过程中发生费用，一般分为两种：直接理赔费用（ALAE）和间接理赔费用（ULAE）。

# 费用率

- ① 理赔费用比率 (loss adjustment expense ratio)  
是理赔费用与赔款之比，其中理赔费用包括直接理赔费用和间接理赔费用。注意，理赔费用比率的分母是赔款
- 赔款和理赔费用比率 = 赔付率  $\times$  (1 + 理赔费用比率)



# 费用率

- 承保费用率（**underwriting expense ratio**）是每单位保费中用于支付承保费用的部分，可以用承保费用和保费之比进行估计。保险公司通常将承保费用分解为两部分，
  - 一部分是在保单签发时发生的承保费用（如代理人佣金、广告费用和保费税等）在计算承保费用率时，第一部分承保费用通常与承保保费相比，
  - 另一部分是在整个保险期间发生的承保费用（如一般管理费用）。为了满足配比原则，而第二部分承保费用与已赚保费相比。
  - 将这两部分比值相加就可以得到承保费用率的估计值。

# 内容

- 非寿险类型
- 基本概念
- 非寿险数据特点
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定

# 非寿险数据的类型

- 在费率厘定中使用的内部数据主要有两种类型：
  - 风险信息（**risk information**），如风险单位数、保费、索赔次数、赔款金额和个体风险的各种风险特征等；
  - 会计信息（**accounting information**），如承保费用和间接理赔费用等。

# (1) 风险信息：保单数据库

- 在费率厘定中，精算师通常需要两类数据：
  - 风险单位数和保费等数据，建立**保单数据库**（policy database）。在保单数据库中，每一条记录通常包含下列字段：
    - 保单编码。
    - 风险编码。
    - 日期。包括保单的生效日和到期日。
    - 保费。通常是每条记录的承保保费。
    - 风险单位数。
    - 风险特征。包括费率因子、承保变量和个体风险的其他信息。
  - 某些风险特征可能同时出现在不同的数据库中，为了便于数据库的合并处理，应该尽可能使用固定形式的记录。譬如，在汽车保险中，驾驶员的年龄。



## 保单数据库

额

- Policy ID 保单编码
- Policy inception date 保单生效日期
- Policy expiry date 保单到期时间
- Policy limits and deductibles 保单限额和免赔
- Participation percentage 参与率
- Relevant exposure 相关风险单位
- Rating factors 定价因素
- Gross premium 毛保费
- Brokerage fee 佣金费
- Type of coverage 覆盖类型
- Territories 地区
- Exclusions 排除

## Policies and Cover Data

### Example of Policy Data

Policy ID	Policy_7022	Policy_16141	Policy_20434	Policy_7870	Policy_19714	Policy_20703
Inception date	01/01/2008	27/07/2008	29/07/2008	01/01/2009	01/01/2009	12/11/2007
Expiry date	01/01/2009	27/01/2010	28/07/2015	01/01/2010	01/01/2010	13/11/2008
Territory	Spain	Australia	United Kingdom	Russian federation	United States	Ecuador
Client	Client_2	Client_7	Client_15	Client_17	Client_23	Client_25
Class of business	PI	D&O	D&O	D&O	PI	D&O
Insured's industry sector	Project management	Manufacturing	Energy	Technology, media, telecommunication	Legal services solicitor	Administration services
Currency	EUR	AUD	GBP	USD	USD	USD
Limit amount	3,000,000	10,000,000	20,000,000	15,000,000	20,000,000	1,000,000
Excess/ deductible amount	30,000	10,000,000	25,000	15,000,000	3,000,000	Nil
Layer type	Stand-alone	Excess	Stand-alone	Excess	Primary	Stand-alone
Gross premium	8468	15,281	208,750	82,500	1,547,100	6772
Brokerage deductions	1111	2717	46,969	11,813	274,180	1505
Net premium	7356	12,564	161,781	70,687	1,272,920	5267

# 风险单位数据 Exposure Data for Experience

- 例

<b>Fiscal year</b>	<b>Turnover (£ × 1000)</b>
2002	10,500
2003	10,856
2004	11,246
2005	11,630
2006	12,047
2007	12,450
2008	12,857
2009	13,341
2010	13,798
2011	14,334
2012 (estim)	14,783



# (1) 风险信息：索赔数据库

- 索赔次数和赔款金额等数据。保险公司通常对这两类数据分别建立**索赔数据库**（claim database）。索赔数据库中的每条记录表示与一次特定索赔相关的交易，而每个字段则是与这次索赔相关的信息。在索赔数据库中，每个索赔记录通常包括下述字段：
  - 保单编码。
  - 风险编码。
  - 索赔编码。如果一次索赔导致了多次索赔交易记录，这些记录应该使用相同的索赔编码。
  - 索赔人编码。在索赔数据库中，每个索赔人应该有一个唯一的编码。
  - 日期。包括事故发生日期、报案日期、赔付日期和个案准备金调整日期等。
  - 索赔状态。该字段用于标识索赔是否已经结案。如果结案后还有可能重新立案，该字段中应该有重新立案和重新结案的描述。
  - 索赔次数。该字段用于记录每次事故所导致的索赔次数。
  - 已付赔款。



- 事故编码。该字段用于标识导致本次索赔的事故是否属于异常事故。
- 个案准备金。该字段用于记录交易发生时的个案准备金或对个案准备金的调整。
- 直接理赔费用。直接理赔费用与特定索赔案件相关，所以其记录方式与赔款类似。
- 残值和追偿款。
- 索赔特征，如伤残类型、医院和医生的有关信息等。注意，这些信息在准备金评估中具有重要价值，但在费率厘定中，只能使用那些在投保时已知的信息。

# 索赔数据 *Claims Data*

**Claims Data Set – Example for Direct Insurance**

<b>Policy ID</b>	BZW3143854UF	BZW3143854UF	BZW3143854UF	BZW3143854UF	BZW3143854UF
<b>Claim ID</b>	203306	334247	469379	22150	152899
<b>Claimant name</b>	Name_1	Name_2	Name_4	Name_7	Name_8
<b>Loss date</b>	08-Aug-2005	24-Oct-2007	16-Aug-2007	11-May-2007	13-Mar-2007
<b>Reporting date</b>	13-Sep-2005	19-Dec-2008	28-Jul-2008	16-Dec-2009	15-May-2008
<b>Circumstance</b>	Manual handling	Others	Falling or flying object	Manual handling whiplash	Falling or flying object
<b>Injury description</b>	Sprain	Burn/Scald	Bruise/oedema/swelling		Bruise/oedema/swelling
<b>Territory</b>	United Kingdom	United Kingdom	United Kingdom	United Kingdom	United Kingdom
<b>Settled date</b>	28-Sep-2009	26-Feb-2009	23-Aug-2010		
<b>Loss status</b>	Closed	Closed	Closed	Open	Open
<b>Original currency</b>	GBP	GBP	GBP	GBP	GBP
<b>Total OS</b>	0	0	0	10,484	9000
<b>Total paid</b>	33,166	0	20,216	9044	0
<b>Total incurred</b>	33,166	0	20,216	19,528	9000
<b>Fees</b>	5472	0	3356	2910	0
<b>Recoveries</b>	0	0	1240	510	0
<b>Overall amount</b>	38,638	0	22,331	21,928	9000

## 8.2 Claims Data

Claims Data Set – Example for Reinsurance

Claim ID	Loss date	Loss year	Type	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
210245	03/07/2004	2004	Paid	–	–	300,300	300,300	300,300	720,261	720,261	720,261
210245	03/07/2004	2004	O/S	4,050,000	2,500,000	469,700	413,578	419,961	–	–	–
210245	03/07/2004	2004	Incurred	4,050,000	2,500,000	770,000	713,878	720,261	720,261	720,261	720,261
211136	04/07/2004	2004	Paid	–	–	–	–	–	–	–	–
211136	04/07/2004	2004	O/S	190,000	140,000	140,000	–	–	–	–	–
211136	04/07/2004	2004	Incurred	190,000	140,000	140,000	–	–	–	–	–
213330	10/07/2004	2004	Paid	–	–	–	–	–	–	–	–
213330	10/07/2004	2004	O/S	–	50,000	50,000	–	–	–	–	–
213330	10/07/2004	2004	Incurred	–	50,000	50,000	–	–	–	–	–
216085	15/07/2004	2004	Paid	–	–	21,773	50,942	50,942	50,942	50,942	50,942
216085	15/07/2004	2004	O/S	50,000	85,000	43,227	–	–	–	–	–
216085	15/07/2004	2004	Incurred	50,000	85,000	65,000	50,942	50,942	50,942	50,942	50,942
217372	12/07/2004	2004	Paid	–	–	–	–	11,146	11,146	11,146	11,146
217372	12/07/2004	2004	O/S	265,000	300,000	300,000	11,146	–	–	–	–
217372	12/07/2004	2004	Incurred	265,000	300,000	300,000	11,146	11,146	11,146	11,146	11,146
217513	02/07/2004	2004	Paid	2172	2172	2172	2172	2172	2172	2172	2172
217513	02/07/2004	2004	O/S	–	–	–	–	–	–	–	–
217513	02/07/2004	2004	Incurred	2172	2172	2172	2172	2172	2172	2172	2172
220236	23/07/2004	2004	Paid	–	–	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825
220236	23/07/2004	2004	O/S	1,500,000	1,500,000	–	–	–	–	–	–
220236	23/07/2004	2004	Incurred	1,500,000	1,500,000	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825	1,659,825



## ( 2 ) 会 计 信 息

- 承保费用是发生在保险业务招揽和保单日常服务过程中的费用，包括一般管理费用、佣金、其他承保费用（如广告费用）和税金等。虽然某些承保费用（如佣金和税金）可以分配到特定的保单，但大多数承保费用是无法分配到特定保单的。
- 理赔费用是发生在理赔过程中的费用，包括直接理赔费用和间接理赔费用。间接理赔费用也无法分配到特定的保单，只能汇总处理。
- 保险公司通常按照日历年度汇总承保费用和间接理赔费用，并据此确定费率厘定中的费用附加。



- 毛保费率（gross premium）

$$\text{Gross rate} = \frac{L}{1 - V}$$

V是可允许的目标损失率

- 考虑费用的毛保费率

$$\text{Gross rate} = \frac{L + F}{R}$$

or

$$\text{Gross rate} = \frac{L}{R} + F$$

某些州规定F不能放在分子中

F是每张保单的固定费用

# 总结：非寿险数据的特点

- 保费数据
  - 保单期通常为1年
  - 费率每年都有可能调整
  - 已赚保费和承保保费
- 赔款数据
  - 每个案例单独计录
  - 赔付延迟
  - 残值和重开案
- 理赔次数
  - 已发生未报案
- 费用
  - 承保费用
  - 理赔费用
    - ALAE
    - ULAE

# 内容

- 非寿险类型
- 非寿险数据特点
- 非寿险基本概念
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定

# 费率厘定的前期准备

- 数据汇总
- 保费数据的调整
- 赔款数据的调整
- 计算费用



# 数据的汇总方法

- 按事故年度AY汇总数据
  - 按事故年汇总数据就是以事故发生为统计标准，把发生在同一个日历年度的保险事故所对应的赔款和保费等数据汇总在一起。
  - 譬如，假设发生在2008年12月20日的一次保险事故，其报案日期是2009年1月10日，赔款支付日期是2010年2月5日。
  - 事故年度数据的平均事故日期是每年的7月1日。
  - 按照事故年汇总赔款和保费数据，可以更好地体现赔款与保费之间的配比关系。

- 按保单年度PY汇总数据

- 按保单年度汇总数据就是以保单生效日期为统计标准，把在同一个日历年度生效的保单所对应的赔款和保费等数据归集在一起。
  - 例：2009年的保单年度数据是指2009年内签发的所有保单数据。
- 在每个2保单年末，统计数据都是不完整的。
- 平均事故日期
  - 若假设所有的签单日期和事故发生日期均匀分布，则2009年内签发保单的事故发生日期中点是12/31/2009子夜（或1/1/2010零点）
- 保单年度的赔款数据由已付赔款和未决赔款准备金组成。
- 按保单年度汇总保费和赔款数据的优点是能够完全体现保费和赔款之间的配比关系，因为它们都对应着相同年度承保的业务。

- 按日历年年度CY汇总数据

- 按日历年年度汇总数据就是把发生在同一日历年年度的会计数据归集在一起，而不论这些保单何时签发，相应的事故何时发生。
- 日历年度的已付赔款（**paid loss**）就是在该日历年实际支付的赔款，而不论事故的发生日期和保单的生效日期。日历年度的已报案赔款（**reported loss**）是已付赔款和个案准备金的提转差，

日历年X的已报案赔款=日历年X的已付赔款+日历年X的未决赔款准备金－日历年（X－1）的未决赔款准备金。

- 按日历年年度汇总保费和赔款数据的缺点是不能很好地体现它们之间的配比关系，
- 按日历年年度汇总的数据可以用于报案延迟和理赔延迟都很短的保险业务的费率厘定。



- 按报案年汇总数据

- 按报案年汇总数据就是以保险事故的报案时间为统计标准，把在同一个日历年度报案的赔款数据归集在一起，而不考虑事故的发生日期和保单的生效日期。
- 譬如，假设一份一年期保单从2007年12月10日生效，该保单在2008年10月20日发生了一次保险事故，其报案日期是2009年1月10日，赔款支付日期是2010年2月5日。
- 按报案年度汇总的数据主要用于索赔发生式保单（claims-made policy）的定价。



# 保费调整步骤

- 水平调整，即把经验期的保费按照当前的费率水平重新进行计算，得到均衡保费。  
(掌握)
- 趋势调整，即把当前的费率水平调整到未来新费率的使用期。(略)

# 水平调整：计算均衡保费

- 方法一：风险单位扩展法
  - 对经验期内每张保单都使用当前费率来计算。
  - 若将保单按风险特征分为若干类型的保单组，同一类别的保单收取相同的费率，则均衡已赚保费为

$$\text{均衡已赚保费} = \sum_{ijk} CR_{ijk} \cdot e_{ijk}$$

$CR_{ijk}$  是费率分类参数  $i, j, k$ （比如类别、地域和费率组别）限定的  $ijk$  项下的当前费率， $e_{ijk}$  是保单组合中对应的  $ijk$  项的已经风险单位数量。

例1、已知经验期1997-1999三年中各级别与各区域的已经风险单位，求均衡保费。

A. Earned Premium at Current Rate Level					
Earned Exposures					
Year	Territory	Class 1	Class 2	Class 3	Total
1997	1	7,807	3,877	1,553	13,237
	2	11,659	4,976	3,930	20,565
	3	5,760	2,639	3,030	11,429
	Total	25,226	11,492	8,513	45,231
1998	1	8,539	4,181	1,697	14,417
	2	12,957	5,442	4,262	22,661
	3	5,834	2,614	3,057	11,505
	Total	27,330	12,237	9,016	48,583
1999	1	9,366	4,551	1,870	15,787
	2	14,284	5,939	4,669	24,892
	3	5,961	2,591	3,036	11,588
	Total	29,611	13,081	9,575	52,267

Territory	Class 1	Class 2	Class 3
	Adult Drivers, No Youthful Operators	Family with Youthful Drivers Not Principal Operators	Youthful Owners or Principal Operators
1—Central City	\$224	\$325	\$403
2—Midway Valley	\$160	\$232	\$288
3—Remainder of State	\$136	\$197	\$245

#### Increased Limits

Limit	Factor
100/300	1.300



# 计算结果

$$7807 \times 224 = 1,748,768$$

## On-Level Earned Premium

Year	Territory	Class 1	Class 2	Class 3	Total
1997	1	\$1,748,768	\$1,260,025	\$625,859	\$3,634,652
	2	\$1,865,440	\$1,154,432	\$1,131,840	\$4,151,712
	3	\$783,360	\$519,883	\$742,350	\$2,045,593
	Total	\$4,397,568	\$2,934,340	\$2,500,049	\$9,831,957
1998	1	\$1,912,736	\$1,358,825	\$683,891	\$3,955,452
	2	\$2,073,120	\$1,262,544	\$1,227,456	\$4,563,120
	3	\$793,424	\$514,958	\$748,965	\$2,057,347
	Total	\$4,779,280	\$3,136,327	\$2,660,312	\$10,575,919
1999	1	\$2,097,984	\$1,479,075	\$753,610	\$4,330,669
	2	\$2,285,440	\$1,377,848	\$1,344,672	\$5,007,960
	3	\$810,696	\$510,427	\$743,820	\$2,064,943
	Total	\$5,194,120	\$3,367,350	\$2,842,102	\$11,403,572

请验证1999年区域1类别1的均衡已赚保费2097,984。

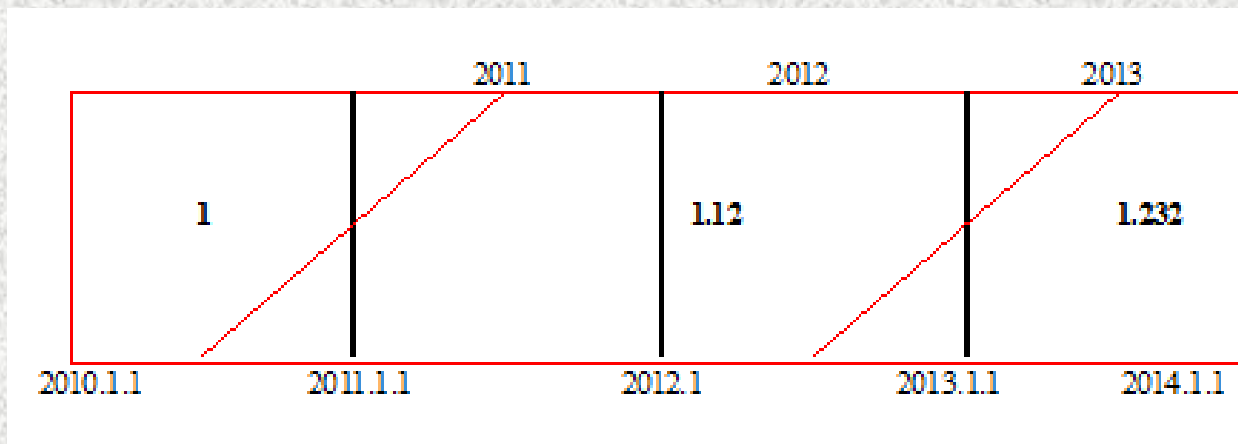
- 方法二：平行四边形近似法（掌握）\*\*

- 假设风险单位在经验期内均匀分布，根据简单的几何关系将各日历年的已赚保费调整到当前费率水平上。

# 例：平行四边形法

- 假设经验期包括**2011年、2012年和2013年**，每份保单的保险期限均为**12个月**，过去几年的费率调整情况如表所示。

费率调整日期	费率调整幅度	相对费率水平	费率有效时期
2009年7月1日	+11%	1	2009.7.1— 2010.6.30
2010年7月1日	+12%	1.12	2010.7.1— 2012.6.30
2012年7月1日	+10%	1.232	2012.7.1—现在



注：由于这些保单的保险期限为12个月，因此，经验期的第一年即2011年的承担风险有的是在7/1/2010以前费率水平上承保的，有的是在7/1/2010以后费率水平上承保的。若假设7/1/2010费率水平为P，则7/1/2010费率水平是1.12P，7/1/2012费率水平为1.232P。



- 对2011年的已经风险进行这种处理的结果

Figure 3.6

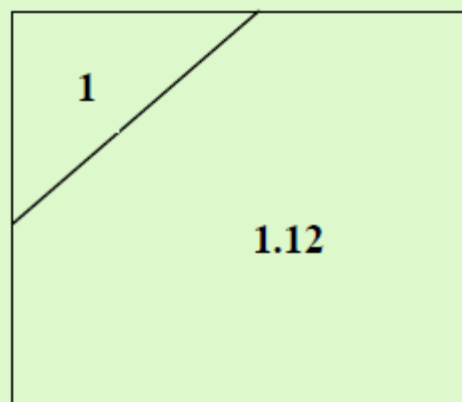
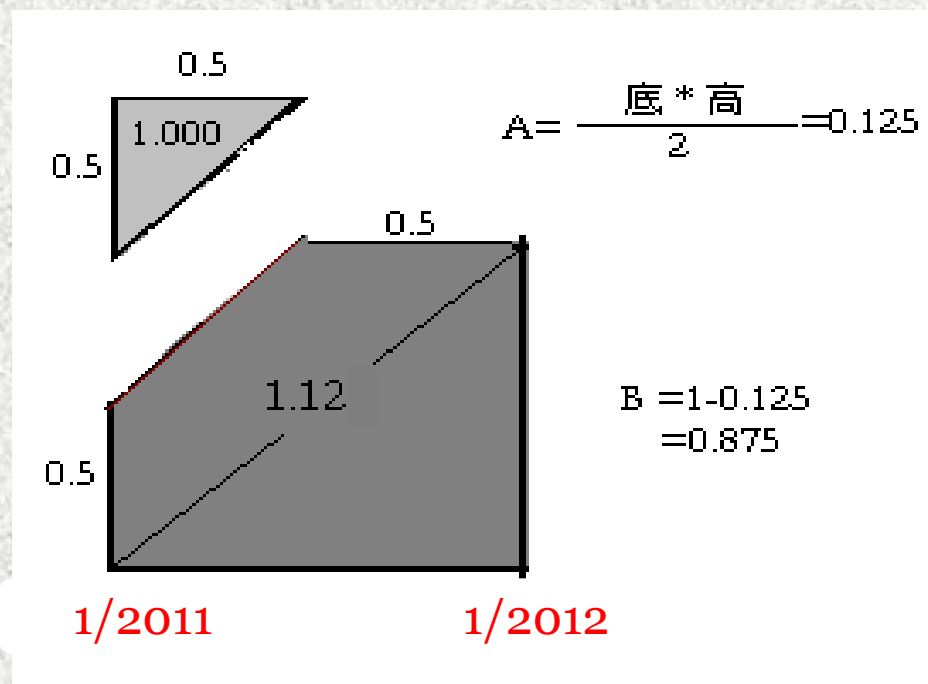


图 3-6 2011 年已赚保费的构成

# 已经风险的比例的计算



假设承保的业务是均匀分布的.

# 计算结果

表 3-8 等水平已赚保费的计算

日历年度	2011 年	2012 年	2013 年
各日历年度的已赚保费(1)	1200 万	1400 万	1500 万
相对费率水平为 1 的已赚保费所占比例(2)	12.5%	0	0
相对费率水平为 1.12 的已赚保费所占比例(3)	87.5%	87.5%	12.5%
相对费率水平为 1.232 的已赚保费所占比例(4)	0	12.5%	87.5%
各日历年度的平均相对费率水平(5)= $1 \times (2) + 1.12 \times (3) + 1.232 \times (4)$	1.1050	1.1340	1.2180
等水平因子(6)= $1.232 / (5)$	1.1149	1.0864	1.0115
各日历年度的等水平已赚保费(7)= $(1) \times (6)$	1337.9 万	1521 万	1517.2 万

例：  $1 \times 12.5\% + 1.12 \times 87.5\% = 1.105$   
 $1.232 \div 1.105 = 1.1149$

# 例题：平行四边形法

**314.** You are given the following earned premiums for three calendar years:

Calendar Year	Earned Premium
CY5	7,706
CY6	9,200
CY7	10,250

All policies have a one-year term and policy issues are uniformly distributed through each year.

The following rate changes have occurred:

Date	Rate Change
July 1, CY3	+ 7%
Nov. 15, CY5	– 4%
October 1, CY6	+ 5%

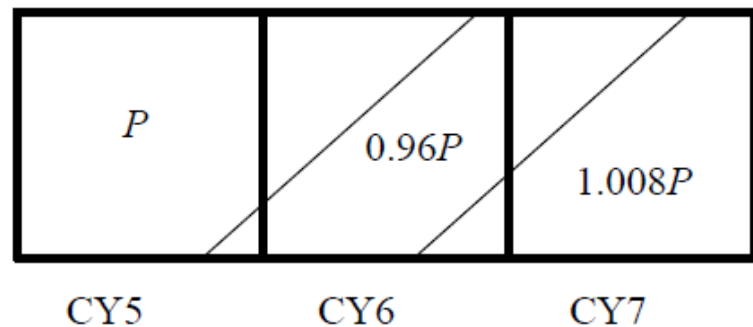
Rates are currently at the level set on October 1, CY6.

Calculate the earned premium at the current rate level for CY6.



**Question #314****Key: C**

Let  $P$  be the premium after the July 1, CY3 rate change. On November 15, CY5 the premium is  $0.96P$  and on October 1, CY6 it becomes  $1.05(0.96)P = 1.008P$ . The relevant parallelogram is:



The upper left triangle for CY6 has area  $(1/2)(7/8)^2 = 49/128$  and the lower right triangle has area  $(1/2)(1/4)^2 = 4/128$ . The weighted average is  $[49 + 4(1.008) + 75(0.960)]P/128 = 0.9768P$ . The current premium is  $9200(1.008)/(0.9768) = 9494$ .

**317.** You are given:

- i) Policies are written uniformly throughout the year.
- ii) Policies have a term of 6 months.
- iii) The following rate changes have occurred:

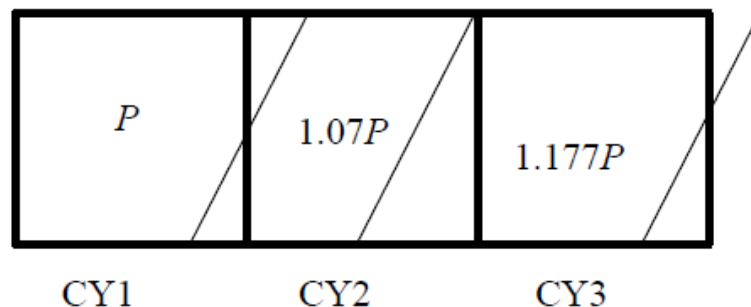
Date	Amount
October 1, CY1	+7%
July 1, CY2	+10%
September 1, CY3	−6%

Calculate the factor needed to adjust CY2 earned premiums to December 31, CY3 level.

**Question #317**

**Key: E**

Let  $P$  be the premium prior to the October 1, CY1 rate change. After the change, the premium is  $1.07P$  and on July 1, CY2 it becomes  $1.10(1.07)P = 1.177P$ . The relevant parallelogram is:



The upper left triangle for CY2 has area  $(1/2)(1/4)(1/2) = 1/16$  and the lower right triangle has area  $(1/2)(1/2)(1) = 4/16$ . The weighted average is  $[1 + 4(1.177) + 11(1.07)]P/16 = 1.092375P$ . The factor is  $(1.177 \times .94)/(1.092375) = 1.0128$ .

# 赔款数据的调整步骤

- （1）剔除经验数据中的异常损失，然后将其在一个较长的时期内分摊。（略）
- （2）应用链梯法等技术将经验期的已付赔款或已报案赔款进展到最终赔款。（掌握）
- （3）根据保障水平的变化和通货膨胀等因素对经验期的赔款进行趋势调整，得到新费率使用期的期望赔款。（掌握）



# 最终赔款的预测 – 流量三角形法（掌握）

- **原因**：理赔的过程是一个长期的过程，只有理赔完毕才能知道最终赔款。
- **定义**：已付（报案）赔款/已付（报案）赔款和直接理赔费用？
- **方法**：流量三角形法（链梯法）
- **假设**：赔案发生之后，索赔以某种模式经历“未报告→已报告未赔付→赔付完毕”这一过程，并且这样的模式是平稳的，与赔案何时发生没有关系。

- 步骤:

- (1) 建立流量三角形;
- (2) 计算同一个发生年的赔案相邻年龄进展因子;
- (3) 选定相邻年的进展因子和尾部进展因子（如果有必要）;
- (4) 将各发生年的选定进展因子和尾部进展因子连乘得到最终进展因子;
- (5) 将最终进展因子乘以最近一个评价日记录已发生的赔款可得到各发生年的最终索赔预测值。

# ( 1 ) 建 立 流 量 三 角 形

表 3-9                      累积已付赔款的流量三角形

事故 年	进展年					
	0	1	2	3	4	5
2010	1024	2350	<b>3264</b>	4122	4516	4939
2011	1469	<b>3190</b>	4520	5185	5676	
2012	<b>1421</b>	2960	4278	5718		
2013	1248	2768	4113			
2014	1540	3152				
2015	2405					

## (2) 计算同一个发生年的赔案相邻年龄进展因子 (development factor)

表 3-10 累积已付赔款的进展因子

事故年	进展年				
	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5
2010	2.2949	1.3889	1.2629	1.0956	1.0937
2011	2.1715	1.4169	1.1471	1.0947	
2012	2.0830	1.4453	1.3366		
2013	2.2179	1.4859			
2014	2.0468				
加权平均值	2.1516	1.4355	1.2456	1.0951	1.0937
选定值	2.15	1.44	1.25	1.10	1.10

比如：2.2949=2350/1024



- 平均进展因子的计算公式

- 算术平均（arithmetic average）

$$\frac{2.2949+2.1715+2.0830+2.2179+2.0468}{5}=2.1628$$

- 加权平均（volume Weighted Average）

$$\frac{2.2949 \times 1024 + 2.1715 \times 1469 + \dots + 2.0468 \times 1540}{1024 + 1469 + 1421 + 1248 + 1540} = 2.1516$$

$$\frac{2350 + 3190 + 2960 + 2768 + 3152}{1024 + 1469 + 1421 + 1248 + 1540} = 2.1516$$

– 调和平均 (Harmonic mean)

$$(1.181 \times 1.223 \times 1.177 \times 1.237)^{1/4} = 1.204$$

– Avg Exc Hi& Lo是指去掉最高和最低值的平均值

$$(1.994 + 1.941 + 1.936 + 1.974) / 4 = 1.961$$

### ( 3 ) 预 测 最 终 赔 款 的 值

表 3-11

累积已付赔款的预测值

事故 年	进展年					
	0	1	2	3	4	5
2010	1024	2350	3264	4122	4516	4939
2011	1469	3190	4520	5185	5676	<b>6244</b>
2012	1421	2960	4278	5718	<b>6290</b>	<b>6919</b>
2013	1248	2768	4113	<b>5141</b>	<b>5655</b>	<b>6221</b>
2014	1540	3152	<b>4539</b>	<b>5674</b>	<b>6241</b>	<b>6865</b>
2015	2405	<b>5171</b>	<b>7446</b>	<b>9307</b>	<b>10238</b>	<b>11262</b>

# 最终进展因子 ( ultimate factor )

## 例

1. 进展月 (2—5) 最终进展因子的估计值为  
(2.1415、6=1.4355\*1.2456\*1.0951\*1.0937)
2. 最终索赔预测值=最终进展因子×已付索赔数，  
比如6065=3152\*2.18

相邻进展因子	2.15	1.44	1.25	1.1	1.1
最终进展因子	4.683	2.18	1.51	1.21	1.1



# 链梯法的准备金

- 链梯法的准备金等于预测最终赔款—已付赔款，例如
- $(4939+6244+6919+6221+6865+11262)$ —?

事故年	进展年					
	0	1	2	3	4	5
2010	1024	2350	3264	4122	4516	4939
2011	1469	3190	4520	5185	5676	<b>6244</b>
2012	1421	2960	4278	5718	<b>6290</b>	<b>6919</b>
2013	1248	2768	4113	<b>5141</b>	<b>5655</b>	<b>6221</b>
2014	1540	3152	<b>4539</b>	<b>5674</b>	<b>6241</b>	<b>6865</b>
2015	2405	<b>5171</b>	<b>7446</b>	<b>9307</b>	<b>10238</b>	<b>11262</b>

# 回顾：链梯法步骤

- 步骤：

- (1) 建立流量三角形；
- (2) 计算同一个发生年的赔案相邻年龄进展因子；
- (3) 选定相邻年的进展因子和尾部进展因子（如果有必要）；
- (4) 将各发生年的选定进展因子和尾部进展因子连乘得到最终进展因子；
- (5) 将最终进展因子乘以最近一个评价日记录已发生的赔款可得到各发生年的最终索赔预测值。

# 最终损失的预测 – BF方法（掌握）

- 基本原理

终极赔款估计值 = 期望赔付率 × 已赚保费

$$= \text{至评估日已经支付（报告）的赔款} \times \prod_j f_j$$

未报告的准备金的估计值 (纯IBNR)

= 终极赔款估计值 - 至评估日的已付赔款

$$= \text{至评估日的已付赔款} \times (f_{ult} - 1)$$

$$= \text{终极赔款估计值} \times \left(1 - \frac{1}{f_{ult}}\right)$$

$$= \text{已赚保费} \times \text{期望损失率} \times \left(1 - \frac{1}{f_{ult}}\right)$$

$$f_{ult} = \prod_j f_j$$

$f_{ult}$  是最终进展因子

# BF法的准备金

$$\begin{aligned}\text{准备金} &= \text{最终损失} - \text{已付损失} \\ &= \text{已报告损失} + \text{未报告损失} \\ &\quad - \text{已付损失}\end{aligned}$$



- 例子：已知某险种的已报告损失和已付损失

Accident Year	Age in months:						
	12	24	36	48	60	72	84
1994	58,641	74,804	77,323	77,890	80,728	82,280	82,372
1995	63,732	79,512	83,680	85,366	88,152	87,413	
1996	51,779	68,175	69,802	69,694	70,041		
1997	40,143	67,978	75,144	77,947			
1998	55,665	80,296	87,961				
1999	43,401	57,547					
2000	28,800						

已报告损失

Accident Year	Age in months:						
	12	24	36	48	60	72	84
1994	22,603	40,064	54,301	64,114	71,257	75,950	78,224
1995	22,054	43,970	58,737	71,841	78,076	81,287	
1996	20,166	39,147	51,319	60,417	66,402		
1997	19,297	37,355	50,391	62,347			
1998	20,555	42,898	62,832				
1999	17,001	33,568					
2000	11,346						

已付损失

Accident	Age in months:							Dev to
Year	12-24	24-36	36-48	48-60	60-72	72-84	84-Ult	Ult
1994	1.276	1.034	1.007	1.036	1.019	1.001	<b>1.010</b>	<b>1.010</b>
1995	1.248	1.052	1.020	1.033	0.992	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.010</b>
1996	1.317	1.024	0.998	1.005	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.010</b>
1997	1.693	1.105	1.037	<b>1.020</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.030</b>
1998	1.442	1.095	<b>1.020</b>	<b>1.020</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.051</b>
1999	1.326	<b>1.095</b>	<b>1.020</b>	<b>1.020</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.151</b>
2000	<b>1.350</b>	<b>1.095</b>	<b>1.020</b>	<b>1.020</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.010</b>	<b>1.553</b>

### Bornhuetter-Ferguson (BF) Method

	(1)	(2)	(3) = (1) × (2)	(4)	(5) = 1.0 – 1.0 / (4)	(6) = (5) × (3)	(7)	(8) = (6) + (7)	(9)	(10) = (8) – (9)
Accident Year	Earned Premium	ELR	Expected Ultimate	Ultimate Develop't	Remaining Develop't	Expected Unreported	Reported to Date	Total Ultimate	Paid to Date	Reserve
1994	101,946	80%	81,557	1.010	1.0%	816	82,372	83,188	78,224	4,964
1995	112,068	80%	89,654	1.010	1.0%	897	87,413	88,310	81,287	7,023
1996	97,796	80%	78,237	1.010	1.0%	782	70,041	70,823	66,402	4,421
1997	101,930	78%	79,505	1.030	2.9%	2,306	77,947	80,253	62,347	17,906
1998	107,357	78%	83,738	1.051	4.9%	4,103	87,961	92,064	62,832	29,232
1999	84,531	78%	65,934	1.151	13.1%	8,637	57,547	66,184	33,568	32,616
2000	57,697	78%	45,004	1.553	35.6%	16,021	28,800	44,821	11,346	33,475
Total Reserve									129,637	



# 例题

**318.** You are given the following information:

			<b>Cumulative Loss Payments through Development Month</b>			
<b>Accident Year</b>	<b>Earned Premium</b>	<b>Expected Loss Ratio</b>	<b>12</b>	<b>24</b>	<b>36</b>	<b>48</b>
AY5	19,000	0.90	4,850	9,700	14,100	16,200
AY6	20,000	0.85	5,150	10,300	14,900	
AY7	21,000	0.91	5,400	10,800		
AY8	22,000	0.88	7,200			

There is no development past 48 months.

Calculate the indicated actuarial reserve using the Bornhuetter-Ferguson method and volume-weighted average loss development factors.

# 例题解答

1、先计算进展因子

12-24

24-36

36-48

2、再计算最终进展因子

12-48

24-48

3、计算预测最终损失

4、计算IBNR

## Question #318

Key: B

The year-to-year development factors are 12-24:  $30,800/15,400 = 2$ ; 24-36:  $29,000/20,000 = 1.45$ ; and 36-48:  $16,200/14,100 = 1.149$ . Then the factor for 24-48 is  $1.45(1.149) = 1.666$  and for 12-48 is  $2(1.666) = 3.332$ . The expected ultimate losses are AY6:  $20,000(0.85) = 17,000$ ; AY7:  $21,000(0.91) = 19,110$ ; and AY8:  $22,000(0.88) = 19,360$ . The B-F reserves are  $17,000(1 - 1/1.149) = 2205$ ,  $19,110(1 - 1/1.666) = 7639$ , and  $19,360(1 - 1/3.332) = 13,550$ . The total is 23,394.

# 练习

**320.** You are given:

i)

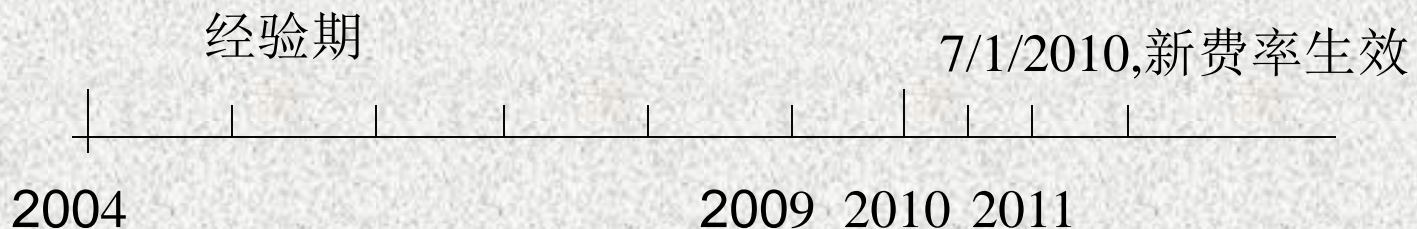
Accident Year	Cumulative Paid Losses through Development Year						Earned premium
	0	1	2	3	4	5	
AY4	1,400	5,200	7,300	8,800	9,800	9,800	18,000
AY5	2,200	6,400	8,800	10,200	11,500		20,000
AY6	2,500	7,500	10,700	12,600			25,000
AY7	2,800	8,700	12,900				26,000
AY8	2,500	7,900					27,000
AY9	2,600						28,000

ii) The expected loss ratio for each Accident Year is 0.550.

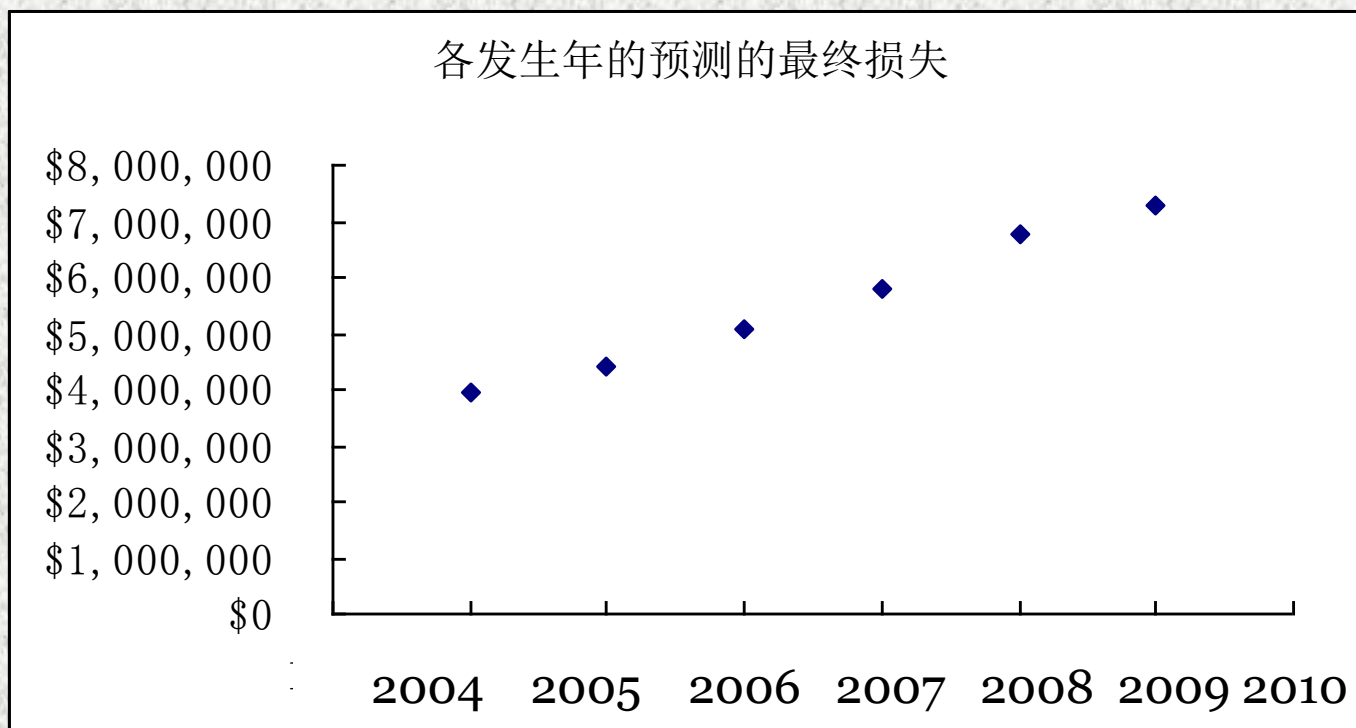
Calculate the total loss reserve using the Bornhuetter-Ferguson method and three-year arithmetic average paid loss development factors.

# 赔款的趋势调整

例： 假设我们已经得到了发生年2004年到2009年的最终索赔次数和损失（包括直接理赔费用）的预测值，现在要对**2010年7月1**日开始执行的**一年期**的保单制定费率，我们应该如何根据这些的经验数据估计2010年7月1日后签发的保单的最终损失。







## 问题：

- 新费率将什么时候开始实施？
- 该费率预计将应用多长时间？
- 在新费率实施之后，预计从何时开始将发生索赔，平均事故日期是什么时候？
- 索赔经验中是否存在一定趋势？

# 分析：

- 7/1/2010签的保单事故发生的平均日期是1/1/2011。而6/30/2011签的保单事故发生的平均日期是12/31/2011。
- 2000年7月1日后签的保单发生事故的平均日期是7/1/2011。
- 我们要预测的损失应该是平均事故日期为1/7/2011的损失。

- 因此，基于2009发生年以前数据预测的最终损失仅代表了大约到1/7/2009（平均日期）为止的损失，而根据新费率收的保费必须覆盖大约到1/7/2011（平均日期）为止的损失。



# 趋势调整例题

- P139

**EXAMPLE 9A** You are using AY2017 data to calculate rates on one-year policies effective 10/1/2021. The annual effective trend factor is 1.045. Calculate the losses used to calculate the rates.

Developed losses per exposure for AY2017 are 500. The annual effective trend factor is 1.045. Calculate the losses used to calculate the rates.

**ANSWER:** For AY2017, the average accident date is 7/1/2017. The average accident date for the policy is 10/1/2021, as derived in the paragraph preceding this example. That means there are 4.25 years between the average accident date and the policy date. The trended loss cost is  $500(1.045^{4.25}) = 602.86$ .

# 加权调整

- 信度

$$Z = \min\left(\sqrt{\frac{n}{1082}}, 1\right)$$

$$Z = \frac{E}{E+k}, \text{ E是风险测量单位, 如风险单位数、保费}$$

- 信度用于两个方面
  - 损失成本
  - 计算相对数

# 精算费率厘定的目标

- 费率厘定的基本目标
  - 支付期望赔款和费用
  - 费率可以充分的应对不确定性
  - 鼓励损失控制
  - 满足监管者的要求

# 保费的主要构成部分

- 保费（premium）是投保人购买保险产品向保险人所支付的价格，由纯保费和附加保费构成。保险费率（premium rate）简称费率，是指每一个风险单位的保费。
  - 纯保费（等于期望赔付成本）
  - 附加保费
    - 安全附加（应付难以预料的不确定性赔付）
    - 费用附加（支付经营费用、代理人佣金、税金等）



每风险单位的保费可以用下面的公式来表示

$$R = P + f(E) + v(R, E) + Q(R)$$

其中

$R$ 是每风险单位的费率；

$P$ 是每风险单位的纯保费（期望损失）；

$E$ 是承保的风险单位数；

$f(E)$ 是理赔费用，它是风险单位数 $E$ 的函数；

$V(R, E)$ 是承保费用，是费率 $R$ 和风险单位数 $E$ 的函数；

$Q(R)$ 是利润和安全附加，是 $R$ 的函数。

- 更具体地讲，保险公司收取的保费应该足以补偿下述的各项成本和费用：
  - 赔款，即支付给被保险人的保险赔偿金；
  - 直接理赔费用，即可以直接分配到特定赔案的理赔费用；
  - 间接理赔费用，即不能直接分配到特定赔案的理赔费用；
  - 佣金和手续费，即支付给保险代理人 and 经纪人的报酬；
  - 其它展业费用，即除了佣金和手续费之外的展业费用；
  - 营业税及附加；
  - 保险保障基金；
  - 保险监管费用；
  - 可能产生的应收保费等坏账损失；
  - 一般管理费用；
  - 承保利润和风险附加。

# 纯保费的定义和估计

纯保费等于期望赔付成本

- 理论上， $P_i = E[X_i]$ ， $X$ 为索赔强度。
- 纯保费率等于每风险单位的期望损失

$$P = \frac{L}{E}$$

$L$ 为保单组合的最终赔款； $E$ 为保单组合的风险单位数

- $L$ 通常由保单组合的损失经验得到的预测最终赔款。

# 内容

- 非寿险类型
- 非寿险数据特点
- 非寿险基本概念
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定



# 费率厘定过程

- 整体费率厘定
- 分类费率厘定
- 平衡调整

# 整体费率厘定方法（掌握）

- 损失成本法
- 损失率法

# 损失成本法

$$\text{Average loss cost} = \frac{\text{Expected losses, trended and developed}}{\text{Number of earned exposures}}$$

$$\text{Average gross rate} = \frac{\text{Average loss cost} + F}{R}$$

**F**是每张保单的固定费用，**R**是可允许的损失率

$$\text{Indicated rate change} = \frac{\text{Average gross rate}}{\text{Current average gross rate}} - 1$$

# 损失率法

$$\text{指示费率变化} = \frac{\text{有效损失率} + \text{固定费用率}}{\text{当前损失率}} - 1$$

其中

$$\text{有效损失率} = \frac{\text{趋势化后的预测最终损失}}{\text{已赚保费}}$$

$$\text{固定费用率} = \frac{\text{每风险单位的固定费用}}{\frac{\text{当前费率下的已赚保费}}{\text{已赚风险单位数}}}$$

或

$$\text{固定费用率} = \frac{\text{总固定费用}}{\text{当前费率下的已赚保费}}$$



# 例题：整体费率厘定

**EXAMPLE 10A** You are given the following information:

- (i) A rate filing is based on experience in AY2 and AY3, with 30% weight on AY2 and 70% weight on AY3.
- (ii) Developed losses for the two years are 505,000 and 642,000 respectively.
- (iii) Earned premiums at current rates are 725,000 in CY2 and 992,000 in CY3.
- (iv) The annual trend factor is 5%.
- (v) Rates are effective on 10/1/CY5 for one year.
- (vi) All policies are one-year policies.
- (vii) The permissible loss rate is 0.65.

Calculate the indicated rate change.

# 例题解答

1、先趋势化，再计算损失率

AY2，从7/1/CY2趋势到10/1/CY6

$$\frac{505,000(1.05^{4.25})}{725,000} = 0.857053$$

AY3:从7/1/CY3趋势到10/1/CY6

$$\frac{642,000(1.05^{3.25})}{992,000} = 0.758383$$

2、对损失率加权

$$0.3(0.857053) + 0.7(0.758383) = 0.787984$$

3、计算费率变化

$$0.787984/0.65 - 1 = 2283$$

# 例题解答

**ANSWER:** We compute the loss ratio based on AY2 and based on AY3 and then take their weighted average. The textbook specifies this order of computation in their similar exercise 4.22. For AY2, trend goes from 7/1/CY2 to 10/1/CY6, or 4.25 years, and for AY3 trend is for 3.25 years. The loss ratio for AY2 is

$$\frac{505,000(1.05^{4.25})}{725,000} = 0.857053$$

The loss ratio for AY3 is

$$\frac{642,000(1.05^{3.25})}{992,000} = 0.758383$$

The weighted average is  $0.3(0.857053) + 0.7(0.758383) = 0.787984$ . The rate change is  $0.787984/0.65 - 1 = 0.212283$ . □

# 样 题

**316.** You use the following information to determine a rate change using the loss ratio method.

(i)

Accident Year	Earned Premium at Current Rates	Incurred Losses	Weight Given to Accident Year
AY8	4252	2260	40%
AY9	5765	2610	60%

(ii) Trend Factor: 7% per annum effective

(iii) Loss Development Factor (to Ultimate): AY8: 1.08  
AY9: 1.18

(iv) Permissible Loss Ratio: 0.657

(v) All policies are one-year policies, are issued uniformly through the year, and rates will be in effect for one year.

(vi) Proposed Effective Date: July 1, CY10

Calculate the required portfolio-wide rate change.



解：首先趋势化损失

Average accident date in experience period is July 1, AY8 and July 1, AY9, respectively. New rates will be in effect from July 1, CY10 through June 30, CY12, with an average accident date of July 1, CY11.

Trend period for losses are 3 years for AY8 and 2 years for AY9. Ultimate losses trended and developed are, AY8:  $2260(1.073)(1.08) = 2990$ , and AY9:  $2610(1.072)(1.18) = 3526$ .

Weighted average loss ratio =  $0.4(2990/4252) + 0.6(3526/5765) = 0.648$ .  
Required portfolio-wide rate change =  $0.648/0.657 - 1 = -1.4\%$ .

# 内容

- 非寿险类型
- 非寿险数据特点
- 非寿险基本概念
- 费率厘定的前期准备
- 整体费率厘定
- 分类费率厘定

# 基础费率与级别相对数

- 基础级别
  - 基础类别的风险单位数量通常是最大的，因此它在统计上的可信度最高。
  - 基础类别的费率称为基础费率，记为  $CR_B$
- 级别相对数
  - 第  $i$  个类别关于基础类别的相对数  $S_i$  定义为

$$S_i = \frac{CR_i}{CR_B}$$

- 可乘性：某险种有三个风险分级变量，风险分类变量 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 。

$x$ 有 $m$ 个级别分类数，

$y$ 有 $n$ 个级别分类数， $(x_1, \dots, x_m)$

$z$ 有 $l$ 个级别分类数  $(y_1, \dots, y_n)$

假设级别  $(1, 1, 1)$  为基础类别，费率为 $a$

级别  $(i, j, k)$  的相对数等于  
费率等于

$$x_i \cdot y_j \cdot z_k$$

$$x_i \cdot y_j \cdot z_k \cdot a$$



例：请指出下面的费率表中的分级变量和相应的级别相对数。

Territory	Class 1 Adult Drivers, No Youthful Operators	Class 2 Family with Youthful Drivers Not Principal Operators	Class 3 Youthful Owners or Principal Operators
1—Central City	\$224	\$325	\$403
2—Midway Valley	\$160	\$232	\$288
3—Remainder of State	\$136	\$197	\$245

#### Increased Limits

Limit	Factor
100/300	1.300

# 级别费率厘定步骤

- 确定新级别相对数
- 冲销修正,确定基础费率的调整因子
- 计算基础费率和各级别费率

# (1) 确定新的级别相对数的

- 纯保费法:

$$\text{类别i的指示费率} = \frac{\text{第i类别的损失成本}}{\text{基础类别的损失成本}}$$

- 损失率法:

$$\text{Indicated differential}_i = \text{Existing differential}_i \left( \frac{R_i}{R_{\text{base}}} \right)$$

# 符号说明：

不失一般性，假设某险种存在两个风险分级变量， $x$ 和 $y$ 。 $x$ 表示类别，有 $m$ 个级别相对数， $x_1, \dots, x_m$ ； $y$ 表示区域，有 $n$ 个级别相对数  $y_1, \dots, y_n$ 。因此总共有 $mn$ 个级别。

其中：

第 $i$ 个类别第 $j$ 个区域的相对数为 $x_i y_j$ ，

$CR_{ij}$ 为其每风险单位的当前费率，

$e_{ij}$ 为风险单位数，

$L_{ij}$ 为经过趋势化的预测损失。



# 1、纯保费法

- 公式

$$x_k^* = \frac{\text{第k类别的经验纯保费}}{\text{基础类别的经验纯保费}} = \frac{LC_k}{LC_B}$$

$$LC_k = \frac{L_k}{e_k}$$

$$LC_B = \frac{L_B}{e_B}$$

$L_k$ ， $e_k$ ，分别是第k个类别的趋势化预测总损失，总风险单位数和均衡总已赚保费。

注：若某险种存在两个分级变量时

$$LC_k = \frac{L_k^*}{e_k^*} = \frac{\sum_j L_{kj}}{\sum_j e_{kj} y_j}$$

$$LC_B = \frac{L_B^*}{e_B^*} = \frac{\sum_j L_{Bj}}{\sum_j e_{Bj} y_j}$$

$L_{kj}$ ， $e_{kj}$  分别是第kj个类别的趋势化预测总损失，风险单位数和 $y_j$ 是第j个类别的相对数， $e_k^*$  称为基础风险单位数（使用相对数进行加权后）。

例：给定如下信息，假设A为基础类别，费率为100。用纯保费法确定类别B和类别C的新级别相对数。

类别	当前费率	风险单位	基于当前费率的经验损失率
A	100	410	0.65
B	85	395	0.71
C	121	195	0.66

由经验损失率乘以保费计算得到各类别的最终赔款数，再将最终赔款数除以风险单位得到经验纯保费。具体计算如下表。

类别	当前费率	风险单位	基于当前费率的经验损失率	最终赔款	经验纯保费
A	100	410	0.65	26650	65
B	85	395	0.71	23838.25	60.35
C	121	195	0.66	15572.7	79.86



于是，由纯保费公式得到，  
类别B的相对数为 $60.35/65=0.93$ ，  
类别C的相对数为 $79.86/65=1.23$ 。

**EXAMPLE 10C** You are given the following data:

	Existing Differential	Earned Premium at Current Rates	Losses Developed and
Territory 1	1.00	80,000	50,000
Territory 2	1.25	50,000	35,000
Territory 3	1.60	60,000	36,000

Calculate the indicated differentials.

纯保费法      区域1:  $\frac{50000}{160} = 312.5$

区域2:  $\frac{35000}{80} = 437.5$

区域3:  $\frac{36000}{75} = 480$

区域2的相对数:  $437.5 / 312.5 = 1.40$

区域1的相对数:  $480 / 312.5 = 1.536$

## 2、损失率法

新的第k个类别相对数等于

$$x_k^* = x_k \cdot \frac{LR_k}{LR_B}$$

其中

$$LR_k = \frac{L_k}{e_k CR_k}, \quad LR_B = \frac{L_B}{e_B CR_B}$$

$L_k$ ,  $e_k$ ,  $CR_k$  分别是第k个类别的趋势化预测总损失, 总风险单位数和均衡总已赚保费。

注：若某险种存在两个分级变量时

$$LR_k = \frac{L_k}{e_k^* CR_k^*} = \frac{\sum_j L_{kj}}{\sum_j e_{kj} CR_{kj}}$$

$$LR_B = \frac{L_B}{e_B^* CR_B^*} = \frac{\sum_j L_{Bj}}{\sum_j e_{Bj} CR_{Bj}}$$

$L_{kj}$ ,  $e_{kj}$ ,  $e_{kj} CR_{kj}$  分别是第kj个类别的趋势化预测总损失, 风险单位数和均衡已赚保费。



- 计算步骤

1. 计算各级别的均衡已经保费
2. 预测各级别的趋势化最终损失
3. 计算分别各级别的经验损失率。
4. 最后各级别经验损失率除以基础级别的经验损失率得到各级别指示相对数.

**EXAMPLE 10C** You are given the following data:

	Existing Differential	Earned Premium at Current Rates	Losses Developed and
Territory 1	1.00	80,000	50,000
Territory 2	1.25	50,000	35,000
Territory 3	1.60	60,000	36,000

Calculate the indicated differentials.

区域1的损失率等于 $50000/80000=0.625$ ，区域2的损失率等于 $35000/50000=0.7$   
区域3的损失率等于 $36000/60000=0.6$ ，利用损失率法

$$1.25 \left( \frac{0.7}{0.625} \right) = \boxed{1.40} \text{ for Territory 2}$$

$$1.6 \left( \frac{0.6}{0.625} \right) = \boxed{1.536} \text{ for Territory 3}$$

练习：给定如下信息，假设A为基础类别，费率为100。  
用损失率法计算B、C的新级别相对数。

类别	当前费率	风险单位	最终赔款	基于当前费率的经验损失率
A	100	410	26650	0.65
B	85	395	23838	0.71
C	121	195	15573	0.66

代入 $x_B = 1$ ，消除 $C_B$ 得到

$$x_k^* = \frac{LC_k}{LC_B} = \frac{\sum_j L_{kj}}{\sum_j e_{kj} y_j} \cdot \frac{\sum_j e_{Bj} y_j}{\sum_j L_{Bj}}$$

纯保费  
法公式



## ( 2 ) 冲 销 纠 正 ( Correction for Off-Balance )

例1假设当前的基础费率为160元，并已知整体费率厘定中指示费率将提高 $\alpha=10.14\%$ 的比例。新的基础费率是否等于当前的基础费率增加一个的 $\alpha$ 比例？新的级别费率是多少？

Territory	Class 1	Class 2	Class 3
	Adult Drivers, No Youthful Operators	Family with Youthful Drivers Not Principal Operators	Youthful Owners or Principal Operators
1—Central City	\$224	\$325	\$403
2—Midway Valley	\$160	\$232	\$288
3—Remainder of State	\$136	\$197	\$245

### Increased Limits

Limit	Factor
100/300	1.300

(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = (4)/(3)	(6) = (2)*(5)/0. 7657
类别	对当前 级别的 相对数	均衡已经 保费	经验损失 (包括分 配损失调 整费用)	损失率 (包括 分配损 失调整 费用)：	新的关 于级别1 的相对 程度的 度量
1	1.0000	14,370,968	11,003,868	0. 7657	1.0000
2	1.4500	9,438,017	6,541,840	0. 6931	1.3125
3	1.8000	8,002,463	5,618,043	0. 7020	1.6503
合计		31,811,448	23,163,751		

解答：假设新的基础费率等于  $160 * 1.1014 = 176.22$

则各级别费率的变化量为：

$$\text{级别 1: } [(176.22)(1.0000)/(160)(1.0000)] - 1 \\ = +.1014$$

$$\text{级别 2: } [(176.22)(1.3125)/(160)(1.4500)] - 1 \\ = -.0031$$

$$\text{级别 3: } [(176.22)(1.6503)/(160)(1.8000)] - 1 \\ = +.0098$$

将各级别费率变化量乘以均衡已赚保费可得

$$\text{级别1: } 14,370,968 \times 1.1014 = 15,828,184$$

$$\text{级别 2: } 9,438,017 \times 0.9969 = 9,408,759$$

$$\text{级别 3: } 8,002,463 \times 1.0098 = 8,080,887$$



- 这时，在新的基础费率下的总均衡已赚保费为  
 $15,828,184 + 9,408,759 + 8,080,887 = 33,317,830$ .
- 新的指示费率下的均衡已赚保费为  $= 31,811,448 \times 1.1014 = 35,037,1288$ .
- $35,037,1288 \neq 33,317,830$ ,

这种计算方法是否合理，为什么会出现这种情况？

# 冲销因子的数学证明

- 下面我们将说明新的基础费率 $CR_B^*$ 等于当前基础费率 $CR_B$ 乘以 $(1+\alpha)$ ，还除以一个因子 $\beta$ 。

当前费率水平下的总均衡已赚保费为

$$P = \sum_k \sum_j e_{kj} \cdot CR_{kj} = \sum_k \sum_j e_{kj} \cdot CR_B \cdot x_k \cdot y_j = CR_B \sum_k x_k \cdot \sum_j e_{kj} \cdot y_j$$

在新费率下，同样风险单位的总均衡已赚保费为

$$P^* = \sum_k \sum_j e_{kj} CR_{kj}^* = \sum_k \sum_j e_{kj} CR_B^* x_k^* y_j^* = CR_B^* \sum_k x_k^* \sum_j e_{kj} y_j^*$$

由于整体费率变动为 $\alpha$

$$P^* = (1 + \alpha)P$$

从而

$$(1 + \alpha)P = (1 + \alpha)CR_B \sum_k \sum_j e_{kj} x_k y_j = CR_B^* \sum_k \sum_j e_{kj} x_k^* y_j^*$$

令

$$\beta = \frac{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k^* y_j^*}{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k y_j} \quad \beta \text{称为冲销因子}$$

则在新的级别相对数下，为保持整体费率变动为 $\alpha$ ，新的基础费率等

$$CR_B^* = \frac{(1 + \alpha)CR_B}{\beta}$$

注：当风险单位不易度量时，冲销因子也等于

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k^* y_j^*}{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k y_j} \\&= \frac{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k^* y_j^*}{\sum_k \sum_j e_{kj} x_k y_j} \frac{CR_B(1+\alpha)}{CR_B(1+\alpha)} \\&= \frac{\text{基于新费率的已赚保费}}{\text{基于当前费率的已赚保费} \times (1+\alpha)}\end{aligned}$$



新的基础费率下的总均衡已赚保费较当前已赚保费提高了4.74%=  
33,317,830/ **31,811,448**

为了纠正冲销错误，新的基础费率在当前的基础费率增加一个10.14%的比例后，还应该再除上一个冲销因子  
 $1.0474 / 1.1014 = 0.9510$ ，即

$$(176.22) / (0.9510) = 185.3.$$

纠正后的各级别费率的变化分别为

$$\text{Class 1: } [(185.3)(1.0000)/(160)(1.0000)] = 1.1582$$

$$\text{Class 2: } [(185.3)(1.3125)/(160)(1.4500)] = 1.0484$$

$$\text{Class 3: } [(185.3)(1.6503)/(160)(1.8000)] = 1.0619$$

各级别的均衡已经保费为

$$\text{Class 1: } 14,370,968 \times 1.1582 = 16,644,455$$

$$\text{Class 2: } 9,438,017 \times 1.0484 = 9,894,817$$

$$\text{Class 3: } 8,002,463 \times 1.0619 = 8,497,815$$

提高的比例为  $35,037,087 / 31,811,448 - 1 = 10.14\%$

### ( 3 ) 计 算 新 费 率

各级别的新费率等于基础费率×整体费率的变动×新的级别相对数/冲销因子。

级别	新费率
1	185.3
2	243.22
3	?

# 分类费率厘定例子

**315.** You are given:

i) Data for three territories as follows:

Territory	Earned Premium At Current Rates	Incurred Loss & ALAE	Claim Count	Current Relativity
1	520,000	420,000	600	0.60
2	1,680,000	1,250,000	1320	1.00
3	450,000	360,000	390	0.52
<b>Total</b>	<b>2,650,000</b>	<b>2,030,000</b>	<b>2310</b>	

ii) The full credibility standard is 1082 claims and partial credibility is calculated using the square root rule.

iii) The complement of credibility is applied to no change to the existing relativity.

Calculate, using the loss ratio method, the indicated territorial relativity for Territory 3.

**Question #315**

**Key: C**

The credibility factor is  $Z = \sqrt{390/1082} = 0.6$ . Prior to applying credibility, the indicated relativity is  $0.52 \frac{360/450}{1250/1680} = 0.559$ . The credibility-weighted relativity is  $0.6(0.559) + 0.4(0.52) = 0.5434$ .



# 小结：费率厘定的步骤

- 1、趋势化预测最终损失
- 2、计算均衡保费
- 3、整体费率厘定：纯保费和损失率法
- 4、计算新的级别相对数：纯保费和损失率法
- 5、冲销纠正
- 6、计算新的费率