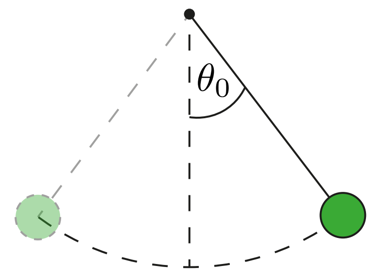
Tarea 1

Entrega viernes 17 de septiembre a las 00:00 por U-Campus.

Indicaciones: Junto a sus respuestas y figuras, adjunte los códigos que utilizó para resolver los problemas.

P1. Tal como vio en su curso de Física, el movimiento de un péndulo de largo L está descrito por la ecuación:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{L}\sin\theta.$$



Además, se demostró que para el caso de pequeñas oscilaciones ($\theta \ll 1$) el periodo del péndulo no depende de la posición inicial desde donde se lanza y está dado por:

$$T_p = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

En este problema se pide estudiar cómo cambia el periodo de oscilación como función de la posición inicial. Para esto:

a) Escriba explícitamente un método de integración de su elección que resuelva el sistema con las condiciones iniciales $\theta(t=0) = \theta_0$ y $\dot{\theta}(t=0) = 0$, donde θ_0 está en el intervalo $[0, \pi)$. Use $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ y $L = 0.5\,\mathrm{m}$. Grafique ciertas soluciones representativas de $\theta(t)$ y $\dot{\theta}(t)$. Ojo: Integre las ecuaciones por un tiempo relativamente largo de modo de obtener al menos 5 ciclos completos del movimiento.

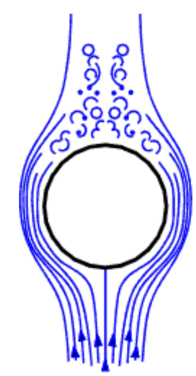
b) A partir de lo anterior, encuentre el periodo del movimiento para cada valor de θ_0 que usó. Qué criterio usó para encontrar el periodo?

c) Realice un gráfico del periodo del movimiento T como función del ángulo de lanzamiento θ_0. Al graficar, y para facilitar la interpretación del resultado, normalice por el periodo de pequeñas oscilaciones T_p. Qué pasa con el periodo cerca de $\theta_0 = \pi$? Tiene sentido este resultado?

P2. Se sabe que un objeto al moverse en un fluido esta sometido a una fuerza de roce viscoso dada por $\vec{F} = -bv^2\hat{v}$, donde $\vec{v}$ corresponde a la velocidad del objeto, y b es el coeficiente de arrastre que caracteriza la intensidad de la fuerza (y depende de los parámetros físicos del fluido como su densidad, viscosidad, etc, así como también de la forma y tamaño del objeto). Así, si queremos describir la caída vertical de un objeto por efecto de la gravedad, esto se describe por la ecuación:

$$\ddot{y} = -g + \frac{b}{m}\dot{y}^2,$$

donde $y(t)$ corresponde a la altura del objeto medida desde el suelo.



En este problema buscamos caracterizar el movimiento de un paracaidista. Para esto,

a) Resuelva numéricamente la ecuación diferencial anterior y grafique tanto la altura $y(t)$ como la velocidad $\dot{y}(t)$ para distintas alturas iniciales de lanzamiento (use alturas de lanzamiento "razonables" para un paracaidista). Asuma $b = 1.5 \times 10^{-1}\,\mathrm{kg/m}$ y $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$. Para el valor de m, use su propia masa (o peso, en el lenguaje mas común). Qué ocurre para tiempos largos? Cómo se comporta la velocidad de caída? Ojo: Para asegurarse que el paracaidista alcanzó la velocidad terminal, debe integrar las ecuaciones por un tiempo relativamente largo.

b) Ahora queremos estudiar cómo se comporta la velocidad final o *velocidad terminal* v_T como función de b. Para esto, escoja una altura inicial y resuelva el sistema usando 100 valores distintos de b en el intervalo $[0.01, 2]$, y grafique $|v_T|$ como función de b. Qué forma tiene la curva? Realice un ajuste de mínimos cuadrados por una curva que le parezca podría funcionar, y grafique la curva ajustada junto a la curva de los datos. Muestre también en el gráfico los parámetros del ajuste.