TAREA 3

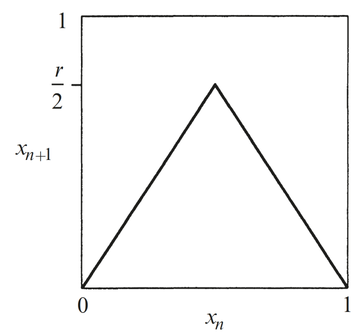
Entrega domingo 31 de octubre a las 23:59 por U-Campus.

Indicaciones: Junto a sus respuestas y figuras, adjunte los códigos que utilizó para resolver los problemas.

P1. Considere el mapa definido por:

$$f(x) = \begin{cases} rx & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ r - rx & \text{si } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

definido para $0 \leq r \leq 2$ y $0 \leq x \leq 1$.



a) Realice diagramas *cobwebs* para distintas condiciones iniciales en los rangos $0 \leq r \leq 1$ y $1 \leq r \leq \infty$ (pruebe con 3 valores distintos de r en cada intervalo). Muestre cómo se ve la evolución del mapa como función de n en cada situación estudiada. Qué puede concluir a partir de esto? Qué diferencia hay en cada rango de r estudiado?

b) Realice el diagrama de bifurcación de este mapa. En base a lo visto en clases para el mapa logístico, qué puede decir al respecto?

c) Obtenga y realice un gráfico del exponente de Lyapunov, λ, como función de r. Es consistente con lo encontrado en la parte a)?

d) Re-grafique el exponente de Lyapunov ahora con los ejes: *semilogy*, *semilogx* y *loglog*. A partir de esto, qué puede concluir respecto a la dependencia de λ con r?

P2. Considere el mapa:

$$x_{n+1} = r \sin \pi x_n,$$

donde $0 \leq x_n \leq 1$ y $0 \leq r \leq 1$.

a) Obtenga y realice un gráfico del exponente de Lyapunov, λ, como función de r.

b) Se define r_n al valor que toma el parámetro r cuando aparece el ciclo 2^n (en otras palabras, cada vez que hay doblamiento de periodo). Por otro lado, es posible demostrar que para un mapa cualquiera, cada doblamiento de periodo ocurre cuando $\lambda = 0$. Haciendo uso de esto y de lo obtenido en la parte a), encuentre los valores r_n (hasta un n relativamente grande). Definiendo δ_n como

$$\delta_n \equiv \frac{r_n - r_{n-1}}{r_{n+1} - r_n},$$

realice un gráfico de δ_n versus n y muestre que δ_n tiende a un valor constante para $n \to \infty$.