

OLIMPIADE SAINS NASIONAL SMA MATEMATIKA TINGKAT KABUPATEN/KOTA TAHUN 2019

Ayo Kita Belajar & Firman Fathul

Kemampuan Dasar

Terdiri dari 10 soal. Setiap soal yang dijawab benar bernilai 2 poin dan tidak ada pengurangan untuk soal yang dijawab salah atau tidak dijawab(kosong).

- 1. Misalkan u_1, u_2, u_3 barisan aritmetika dengan suku-suku bilangan positif. Jika $\frac{u_1+u_2}{u_3}=\frac{11}{21}$, maka nilai $\frac{u_2+u_3}{u_1}$ adalah
- 2. Koefisien suku x^7 pada penjabaran

$$(1+x)(2+x^2)(3+x^3)(4+x^4)(5+x^5)$$

adalah

3. Diketahui fungsi f terdefinisi di semua bilangan real selain 0 dan 1 memenuhi persamaan

$$(x-1)f(-x) + \frac{1-x}{4x}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{100(x^2+4)}{x}$$

Nilai dari $f(2) + f(3) + f(4) + \cdots + f(400)$ adalah

- 4. Diketahui bilangan bulat positif A dan B bila dibagi 5 berturut-turut bersisa 2 dan 3. Sisa pembagian A(A+1)+5B oleh 25 adalah
- 5. Bilangan asli n dikatakan menarik jika terdapat suku banyak(polinom) dengan koefisien bulat P(x) sehingga P(7) = 2021 dan P(n) = 2045. Banyak bilangan **prima** menarik adalah ...
- 6. Pada gambar di bawah ini sebuah persegi panjang dibagi dua menjadi dua buah persegi yang panjang sisinya 6 cm. Luas total dari daerah yang diarsir adalah ...cm².
- 7. Pada suatu lingkaran dengan jari-jari r, terdapat segiempat talibusur ABCD dengan AB=8 dan CD=5. Sisia AB dan DC diperpanjang dan berpotongan di luar lingkaran di titik p. Jika $\angle APD=60^{\circ}$ dan BP=6, maka nilai r^2 adalah
- 8. Bilangan 1,2,...,999 digit-digitnya disusun membentuk angka baru m dengan menuliskan semua digit bilangan-bilangan tadi dari kiri ke kanan. Jadi, $m=123\dots91011\dots999$. Hasil penjumlahan digit ke 2021,2022,2023 dari m adalah
- 9. Diketahui ada enam pasang suami istri. Dari keenam pasangan tersebut akan dipilih enam orang secara acak. Banyaknya cara untuk memilih enam orang tersebut sehingga paling banyak terdapat sepasang suami istri adalah
- 10. Diketahui segitiga ABC dengan AB > AC. Garis bagi sudut BAC memotong sisi BC di titik D. Titik E dan F berturut-turut terletak pada sisi AC dan AB sehingga DE sejajar AB dan DF sejajar AC. Lingkaran luas segitiga BCE memotong sisi AB di titik K. Jika luas segitiga CDE adalah 75 dan luas segitiga DEF adalah 85, maka luas segiempat DEKF adalah

Kemampuan Lanjut

 $Terdiri\ dari\ 10\ soal.\ Setiap\ soal\ yang\ dijawab\ benar\ bernilai\ +4\ poin,\ dijawab\ salah\ bernilai\ -1\ poin,\ dan\ tidak\ dijawab\ bernilai\ 0\ poin.$

- 11. Jika a>1 suatu bilangan asli sehingga hasil penjumlahan semua bilangan real x yang memenuhi persamaan $|x|^2-2ax+a=0$ adalah 51 adalah
- 12. Diketahui bilangan real a,b, dan c memenuhi ketaksamaan $|ax^2+bx+c|\leq 1$ untuk setiap $x\in R$ dengan $0\leq x\leq 1$. Nilai maksimal yang mungkin dari 21a+20b+19c adalah





OLIMPIADE SAINS NASIONAL SMA MATEMATIKA TINGKAT KABUPATEN/KOTA TAHUN 2019

Ayo Kita Belajar & Firman Fathul

13. Diberikan $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},$ dan \boldsymbol{n} bilangan-bilangan asli yang memenuhi

$$x^{2} + (y+2)x + (n+1)y = n^{2} + 252$$

Nilai yterbesar yang mungkin adalah

- 14. Jika dua digit terakhir dari a^{777} adalah 777, maka dua digit terakhir dari a adalah
- 15. Bilangan asli ganjil b terbesar sehingga barisan bilangan asli $a_n = n^2 + 19n + b$ memenuhi $FPB(a_n, a_{n+1}) = FPB(a_{n+2}, a_{n+1})$ untuk setiap bilangan asli n adalah
- 16. Banyaknya fungsi(pemetaan) dari $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ke $B = \{7, 8, 9, 10\}$ dengan syarat 7 dan 8 mempunyai prapeta, yaitu ada x dan y di A sehingga f(x) = 7 dan f(y) = 8 adalah



