

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

ЗАВДАННЯ  
ДО РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

з вищої математики (частина 1)

Модуль № 1

*для студентів  
інженерно-технічних спеціальностей*

Львів – 2009

**Вища математика. Частина 1:** Розрахункові завдання з курсу “Вища математика. Частина 1” для студентів інженерно-технічних спеціальностей / Укладач З.М. Нитребич. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2009. – 34 с.

*Укладач — Нитребич З.М., канд. фіз.-мат. наук, доц.*

*Затверджено на засіданні кафедри  
обчислювальної математики і програмування  
(протокол № 1 від 26 серпня 2009 р.)*

## РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА

Завдання 1. Для даного визначника:

- а) знайти мінори та алгебричні доповнення елементів  $a_{ij}$ ;
- б) обчислити визначник, розкладаючи його за елементами  $i$ -го рядка;
- в) обчислити визначник, розкладаючи за елементами  $j$ -го стовпця;
- г) обчислити визначник, утворивши попередньо нулі в  $i$ -му рядку.

$$1.1. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 3.$$

$$1.2. \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 4.$$

$$1.3. \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 3.$$

$$1.4. \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 4.$$

$$1.5. \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 4.$$

$$1.6. \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 3.$$

$$1.7. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 3.$$

$$1.8. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 3.$$

$$1.9. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 2.$$

$$1.10. \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 4.$$

$$1.11. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 2.$$

$$1.12. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 3.$$

$$1.13. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 4.$$

$$1.14. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 2.$$

$$1.15. \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 2.$$

$$1.16. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 4.$$

$$1.17. \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 2.$$

$$1.18. \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 3.$$

$$1.19. \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 1.$$

$$1.20. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 1.$$

$$1.21. \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 2.$$

$$1.22. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 1.$$

$$1.23. \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 2.$$

$$1.24. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 1.$$

$$1.25. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}, \quad i = 2, \quad j = 1.$$

$$1.26. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 2.$$

$$1.27. \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad i = 3, \quad j = 2.$$

$$1.28. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 4.$$

$$1.29. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 2.$$

$$1.30. \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 1, \quad j = 4.$$

Завдання 2. Дано дві матриці  $A$  та  $B$ . Знайти:

а)  $AB$ ; б)  $BA$ ; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$2.1. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$2.2. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2.3. A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$2.4. A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.5.} \ A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.6.} \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.7.} \ A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.8.} \ A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.9.} \ A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.10.} \ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.11.} \ A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.12.} \ A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.13.} \ A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.14.} \ A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.15.} \ A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.16.} \ A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.17.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.18.} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.19.} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.20.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.21.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.22.} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.23.} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.24.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.25.} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.26.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.27.} \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.28.} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$



$$2.29. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$2.30. A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Завдання 3. Перевірити на сумісність систему рівнянь і, у випадку сумісності, розв'язати її:

а) за формулами Крамера;

б) за допомогою оберненої матриці (матричним методом);

в) за методом Гауса.

$$3.1. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 19. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 19. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 13. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
3.16. \quad & \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases} \\
3.17. \quad & \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases} \\
3.18. \quad & \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases} \\
3.19. \quad & \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases} \\
3.20. \quad & \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \\
3.21. \quad & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases} \\
3.22. \quad & \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases} \\
3.23. \quad & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3.24. \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \\
3.25. \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 30. \end{cases} \\
3.26. \quad & \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 = -8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases} \\
3.27. \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \\
3.28. \quad & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases} \\
3.29. \quad & \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \\
3.30. \quad & \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ 11x_1 + x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases}
\end{aligned}$$

Завдання 4. Розв'язати матричне рівняння  $AXB = C$ , якщо:

$$\begin{aligned}
4.1. \quad & A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}. \\
4.2. \quad & A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}. \\
4.3. \quad & A = \begin{pmatrix} -5 & 9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}. \\
4.4. \quad & A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}. \\
4.5. \quad & A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$4.6. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.7. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.8. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4.9. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4.10. A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.11. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.12. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.13. A = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$4.14. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.15. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.16. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.17. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.18. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4.19. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4.20. A = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$4.21. A = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 13 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.22. A = \begin{pmatrix} -5 & 9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.23. A = \begin{pmatrix} -5 & 9 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.24. A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.25. A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.26. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4.27. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4.28. A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$4.29. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$4.30. A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Завдання 5.** Розв'язати однорідну систему лінійних алгебричних рівнянь.

$$5.1. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.2. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.3. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.4. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.5. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.6. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.7. \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.10. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.11. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.13. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.14. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.15. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.16. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.17. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.18. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.19. \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.20. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.21. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.22. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.23. \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.24. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.25. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.26. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.27. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.28. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.29. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.30. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

**Завдання 6.** Знайти скалярний та векторний добутки векторів  $\vec{m}$  та  $\vec{n}$ , косинус та синус кута між ними, а також  $\text{pr}_{\vec{m}} \vec{n}$ , якщо:

$$6.1. \vec{a} = (1; 3; -4), \vec{b} = (2; 0; -2), \vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{n} = 3\vec{a} - \vec{b}.$$

$$6.2. \vec{a} = (-1; 3; -2), \vec{b} = (2; 1; -2), \vec{m} = 3\vec{a} + \vec{b}, \vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}.$$

$$6.3. \vec{a} = (1; -3; 4), \vec{b} = (2; 1; -3), \vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{n} = 4\vec{a} + \vec{b}.$$

$$6.4. \vec{a} = (1; -2; -1), \vec{b} = (-2; 0; 2), \vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}.$$

$$6.5. \vec{a} = (1; 3; -4), \vec{b} = (2; 1; -5), \vec{m} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}.$$

6.6.  $\vec{a} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; -2)$ ,  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + \vec{b}$ .

6.7.  $\vec{a} = (1; -1; -4)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; 2)$ ,  $\vec{m} = 6\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - \vec{b}$ .

6.8.  $\vec{a} = (1; 3; 2)$ ,  $\vec{b} = (2; 0; 3)$ ,  $\vec{m} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$ .

6.9.  $\vec{a} = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; -1)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + \vec{b}$ .

6.10.  $\vec{a} = (0; -3; 2)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; 4)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$ .

6.11.  $\vec{a} = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (2; 3; -2)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - \vec{b}$ .

6.12.  $\vec{a} = (-1; 3; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{m} = 7\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .

6.13.  $\vec{a} = (1; -3; 4)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 3)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$ .

6.14.  $\vec{a} = (1; 2; -1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 3; 2)$ ,  $\vec{m} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

6.15.  $\vec{a} = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 5)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - \vec{b}$ .

6.16.  $\vec{a} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; -3)$ ,  $\vec{m} = \vec{a} + 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 5\vec{a} + \vec{b}$ .

6.17.  $\vec{a} = (1; -1; -4)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; 2)$ ,  $\vec{m} = 8\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - 4\vec{b}$ .

6.18.  $\vec{a} = (1; 3; 2)$ ,  $\vec{b} = (2; 2; 3)$ ,  $\vec{m} = 3\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$ .

6.19.  $\vec{a} = (-1; -3; -4)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; 1)$ ,  $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + \vec{b}$ .

6.20.  $\vec{a} = (0; -3; 2)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; 2)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - 7\vec{b}$ .

6.21.  $\vec{a} = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (2; 0; -2)$ ,  $\vec{m} = \vec{a} + 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

6.22.  $\vec{a} = (-5; 3; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; 4; -2)$ ,  $\vec{m} = 6\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$ .

6.23.  $\vec{a} = (1; -3; 4)$ ,  $\vec{b} = (2; 3; -3)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$ .

6.24.  $\vec{a} = (1; 3; -6)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 4)$ ,  $\vec{m} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

6.25.  $\vec{a} = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 4)$ ,  $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + \vec{b}$ .

6.26.  $\vec{a} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; -3)$ ,  $\vec{m} = \vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$ .

6.27.  $\vec{a} = (1; -1; -4)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; 2)$ ,  $\vec{m} = -\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{n} = -\vec{a} - \vec{b}$ .

6.28.  $\vec{a} = (1; 3; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; -3)$ ,  $\vec{m} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{n} = -\vec{a} - \vec{b}$ .

6.29.  $\vec{a} = (-1; 3; -4)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; -1)$ ,  $\vec{m} = -\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 3\vec{a} + \vec{b}$ .

6.30.  $\vec{a} = (0; -3; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 4)$ ,  $\vec{m} = -\vec{a} + 4\vec{b}$ ,  $\vec{n} = -\vec{a} - 5\vec{b}$ .

Завдання 7. Вершини піраміди знаходяться в точках  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  та  $A_4$ .

Знайти площу грані  $A_1A_2A_3$ , висоту піраміди, опущеної з точки  $A_4$ , а також об'єм піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ .

7.1.  $A_1(-1; -2; -3)$ ,  $A_2(2; 0; 0)$ ,  $A_3(-3; -2; -5)$ ,  $A_4(4; 0; 0)$ .

7.2.  $A_1(2; 0; -2)$ ,  $A_2(0; 0; -4)$ ,  $A_3(-3; -2; -5)$ ,  $A_4(-1; -3; -2)$ .

7.3.  $A_1(-3; -2; 0)$ ,  $A_2(4; 0; 0)$ ,  $A_3(-3; 2; -5)$ ,  $A_4(6; 0; 0)$ .

7.4.  $A_1(1; 2; -3)$ ,  $A_2(2; 2; 0)$ ,  $A_3(-3; -2; 5)$ ,  $A_4(4; 1; 0)$ .

7.5.  $A_1(-1; 2; 3)$ ,  $A_2(1; 0; 0)$ ,  $A_3(3; -2; -5)$ ,  $A_4(2; 0; 0)$ .

7.6.  $A_1(1; -2; -2)$ ,  $A_2(0; 0; 1)$ ,  $A_3(3; -1; -5)$ ,  $A_4(4; 0; 2)$ .

7.7.  $A_1(-1; 2; -3)$ ,  $A_2(0; 0; 0)$ ,  $A_3(-1; 2; 5)$ ,  $A_4(4; 0; 0)$ .

7.8.  $A_1(1; -1; -3)$ ,  $A_2(-1; 0; 0)$ ,  $A_3(1; -2; -5)$ ,  $A_4(1; 0; 0)$ .

7.9.  $A_1(-4; -1; -1)$ ,  $A_2(2; -1; 0)$ ,  $A_3(-3; 0; -5)$ ,  $A_4(4; 0; 1)$ .

7.10.  $A_1(-1; 1; 0)$ ,  $A_2(-1; 0; 0)$ ,  $A_3(-3; -2; 5)$ ,  $A_4(3; 0; 0)$ .

7.11.  $A_1(-1; -2; -3)$ ,  $A_2(3; 0; 0)$ ,  $A_3(3; -2; -5)$ ,  $A_4(4; 0; 0)$ .

7.12.  $A_1(2; 0; -2)$ ,  $A_2(0; 0; -4)$ ,  $A_3(-1; -2; -5)$ ,  $A_4(-1; 3; -2)$ .

7.13.  $A_1(-3; -2; 0), A_2(1; 0; 0), A_3(-3; 2; 5), A_4(5; 0; 0).$

7.14.  $A_1(1; 2; -3), A_2(1; 2; 0), A_3(3; -2; 5), A_4(2; 1; 0).$

7.15.  $A_1(-1; 2; 3), A_2(1; 0; -2), A_3(3; -2; -4), A_4(1; 0; 0).$

7.16.  $A_1(1; -2; -2), A_2(0; 0; 3), A_3(3; -2; -5), A_4(1; 0; 2).$

7.17.  $A_1(-1; 2; -3), A_2(0; 0; -1), A_3(1; 2; 5), A_4(-2; 0; 0).$

7.18.  $A_1(1; -1; -3), A_2(-1; 0; 0), A_3(-1; 2; -5), A_4(2; 0; 0).$

7.19.  $A_1(-4; -1; -1), A_2(-2; 1; 0), A_3(-3; 0; 5), A_4(-4; 0; 1).$

7.20.  $A_1(-1; 1; 0), A_2(-2; 0; 0), A_3(-3; 2; 5), A_4(-3; 0; 0).$

7.21.  $A_1(1; -2; 3), A_2(2; 0; 1), A_3(3; -2; -5), A_4(4; 0; 0).$

7.22.  $A_1(2; 0; 2), A_2(0; 0; -4), A_3(-3; -2; 5), A_4(-1; -3; -2).$

7.23.  $A_1(-3; -2; 0), A_2(3; 0; 0), A_3(3; 2; -5), A_4(-2; 0; 0).$

7.24.  $A_1(1; 2; -3), A_2(-2; 2; 0), A_3(3; -2; 5), A_4(-4; 1; 0).$

7.25.  $A_1(-1; 2; 3), A_2(-5; 0; 0), A_3(3; -2; 5), A_4(-2; 0; 0).$

7.26.  $A_1(1; -2; -2), A_2(0; 0; -1), A_3(3; -1; -2), A_4(-1; 0; 2).$

7.27.  $A_1(-1; 2; -3), A_2(0; 5; 0), A_3(1; 2; 5), A_4(3; 0; 0).$

7.28.  $A_1(1; -1; -3), A_2(-2; 0; 0), A_3(1; 2; -3), A_4(1; 0; 0).$

7.29.  $A_1(-4; -1; -1), A_2(2; 1; 0), A_3(-2; 0; -5), A_4(1; 0; 1).$

7.30.  $A_1(-1; 1; 0), A_2(-7; 0; 0), A_3(-3; 2; 4), A_4(3; 0; 0).$



**Завдання 8.** Чи компланарні вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  та  $\vec{c}$ . Якщо вектори некомпланарні, то яку трійку вони утворюють?

8.1.  $\vec{a} = (3; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 2; 0)$ .

8.2.  $\vec{a} = (1; 3; -1)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; -2)$ ,  $\vec{c} = (1; 2; 0)$ .

8.3.  $\vec{a} = (2; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 1; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; 1)$ .

8.4.  $\vec{a} = (1; 1; 3)$ ,  $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; -3; 0)$ .

8.5.  $\vec{a} = (-1; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; -4)$ .

8.6.  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 3; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 4; 0)$ .

8.7.  $\vec{a} = (3; -4; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; -4; 1)$ .

8.8.  $\vec{a} = (-3; 2; -1)$ ,  $\vec{b} = (-3; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-3; 2; 0)$ .

8.9.  $\vec{a} = (3; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 2; 0)$ .

8.10.  $\vec{a} = (3; -1; -2)$ ,  $\vec{b} = (-3; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-5; 2; 0)$ .

8.11.  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{c} = (-1; -2; 0)$ .

8.12.  $\vec{a} = (1; 3; -6)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; -3)$ ,  $\vec{c} = (1; 4; 0)$ .

8.13.  $\vec{a} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 3; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 2; 1)$ .

8.14.  $\vec{a} = (1; 1; 2)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 3; 0)$ .

8.15.  $\vec{a} = (-1; 3; -1)$ ,  $\vec{b} = (-2; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; 0; -4)$ .

8.16.  $\vec{a} = (-2; 3; 4)$ ,  $\vec{b} = (2; 4; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 5; 0)$ .

8.17.  $\vec{a} = (3; 4; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 2; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; -4; 1)$ .

8.18.  $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; -2)$ ,  $\vec{c} = (-3; -2; 0)$ .

8.19.  $\vec{a} = (3; -4; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; -3; 0)$ .

8.20.  $\vec{a} = (3; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-3; 1; -2)$ ,  $\vec{c} = (5; 2; 0)$ .

8.21.  $\vec{a} = (3; 7; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 4; 2)$ ,  $\vec{c} = (-3; 2; 0)$ .

8.22.  $\vec{a} = (1; -1; -1)$ ,  $\vec{b} = (2; -5; -2)$ ,  $\vec{c} = (1; -1; 0)$ .

8.23.  $\vec{a} = (2; 0; -1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; -1)$ .

8.24.  $\vec{a} = (1; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (-1; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; -3; 0)$ .

8.25.  $\vec{a} = (-1; 3; -3)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; -2)$ ,  $\vec{c} = (1; 0; -4)$ .

8.26.  $\vec{a} = (-2; -3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -3; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; 4; 0)$ .

8.27.  $\vec{a} = (3; -4; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 7; 1)$ .

8.28.  $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-3; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-3; -3; 0)$ .

8.29.  $\vec{a} = (3; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (-1; -3; 0)$ .

8.30.  $\vec{a} = (3; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-3; -4; 2)$ ,  $\vec{c} = (-5; -2; 1)$ .

**Завдання 9.** Довести, що вектори  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$ ,  $\vec{e}_3$  утворюють базу, та знайти координати вектора  $\vec{x}$  в цій базі, якщо:

9.1.  $\vec{e}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-4; 3; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (-3; 5; 3)$ ;  $\vec{x} = (-6; 10; 5)$ .

9.2.  $\vec{e}_1 = (4; 0; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -1; 0)$ ,  $\vec{e}_3 = (5; -1; 2)$ ;  $\vec{x} = (10; -2; 3)$ .

9.3.  $\vec{e}_1 = (3; -1; 2)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; 4; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (4; 3; 3)$ ;  $\vec{x} = (8; 6; 7)$ .

9.4.  $\vec{e}_1 = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; 3; -4)$ ,  $\vec{e}_3 = (3; 4; -3)$ ;  $\vec{x} = (6; 8; -7)$ .

9.5.  $\vec{e}_1 = (1; -1; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -3; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (2; -4; 2)$ ;  $\vec{x} = (4; -8; 5)$ .

9.6.  $\vec{e}_1 = (1; 1; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (2; 3; -3)$ ;  $\vec{x} = (4; 6; 0)$ .

**9.7.**  $\vec{e}_1 = (-1; 3; 5)$ ,  $\vec{e}_2 = (2; -1; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 2; 7)$ ;  $\vec{x} = (2; 4; 13)$ .

**9.8.**  $\vec{e}_1 = (2; 1; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-1; 1; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 2; 4)$ ;  $\vec{x} = (2; 4; 9)$ .

**9.9.**  $\vec{e}_1 = (1; 2; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (0; 3; 5)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 5; 3)$ ;  $\vec{x} = (2; 10; 7)$ .

**9.10.**  $\vec{e}_1 = (0; 2; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (5; 1; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (5; 3; 3)$ ;  $\vec{x} = (10; 6; 7)$ .

**9.11.**  $\vec{e}_1 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (3; 2; -1)$ ,  $\vec{e}_3 = (4; -1; 2)$ ;  $\vec{x} = (8; -2; 2)$ .

**9.12.**  $\vec{e}_1 = (0; 1; 2)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -1; 4)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 0; 5)$ ;  $\vec{x} = (2; 0; 11)$ .

**9.13.**  $\vec{e}_1 = (2; -1; 0)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; 3; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (3; 2; 2)$ ;  $\vec{x} = (6; 4; 3)$ .

**9.14.**  $\vec{e}_1 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-2; 1; 3)$ ,  $\vec{e}_3 = (-1; 2; 3)$ ;  $\vec{x} = (-2; 4; 5)$ .

**9.15.**  $\vec{e}_1 = (-3; 1; 0)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -1; 3)$ ,  $\vec{e}_3 = (-2; 0; 2)$ ;  $\vec{x} = (-4; 0; 5)$ .

**9.16.**  $\vec{e}_1 = (5; 1; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-4; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 2; 1)$ ;  $\vec{x} = (2; 4; 3)$ .

**9.17.**  $\vec{e}_1 = (1; 3; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -4; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (2; -1; 1)$ ;  $\vec{x} = (4; -2; 3)$ .

**9.18.**  $\vec{e}_1 = (0; 2; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (-1; 4; 3)$ ;  $\vec{x} = (-2; 8; 7)$ .

**9.19.**  $\vec{e}_1 = (2; 5; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-1; 3; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 8; 4)$ ;  $\vec{x} = (2; 16; 7)$ .

**9.20.**  $\vec{e}_1 = (5; 2; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (1; -1; 3)$ ,  $\vec{e}_3 = (6; 1; 1)$ ;  $\vec{x} = (12; 2; 3)$ .

**9.21.**  $\vec{e}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-3; 4; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (-2; 6; 1)$ ;  $\vec{x} = (-4; 12; 3)$ .

**9.22.**  $\vec{e}_1 = (1; -1; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (4; 5; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (5; 4; 3)$ ;  $\vec{x} = (10; 8; 7)$ .

**9.23.**  $\vec{e}_1 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (5; 4; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (-3; -2; 4)$ ;  $\vec{x} = (3; 3; 4)$ .

**9.24.**  $\vec{e}_1 = (5; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-3; 2; -4)$ ,  $\vec{e}_3 = (2; 3; 3)$ ;  $\vec{x} = (4; 6; -2)$ .

**9.25.**  $\vec{e}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (3; 0; 4)$ ,  $\vec{e}_3 = (4; 2; 4)$ ;  $\vec{x} = (8; 4; 9)$ .

**9.26.**  $\vec{e}_1 = (4; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (3; 1; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (7; 2; 2)$ ;  $\vec{x} = (4; 4; 3)$ .

9.27.  $\vec{e}_1 = (2; 1; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-1; 1; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (1; 2; 4)$ ;  $\vec{x} = (2; 4; 9)$ .

9.28.  $\vec{e}_1 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-2; 1; 3)$ ,  $\vec{e}_3 = (-1; 2; 3)$ ;  $\vec{x} = (-2; 4; 5)$ .

9.29.  $\vec{e}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{e}_2 = (-3; 4; 1)$ ,  $\vec{e}_3 = (-2; 6; 1)$ ;  $\vec{x} = (-4; 12; 3)$ .

9.30.  $\vec{e}_1 = (0; 2; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-1; 4; 3)$ ,  $\vec{e}_3 = (-1; 2; 1)$ ;  $\vec{x} = (-2; 8; 7)$ .

Завдання 10. Записати рівняння медіани та висоти, довжину медіани та висоти, проведені в трикутнику  $ABC$  з вершини  $B$ , а також рівняння бісектриси кута  $A$ , якщо:

10.1.  $A(2; 2)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(-1; 5)$ .

10.14.  $A(2; 4)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-2; -1)$ .

10.2.  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(2; 4)$ .

10.15.  $A(1; 2)$ ,  $B(-1; 3)$ ,  $C(2; 3)$ .

10.3.  $A(0; 5)$ ,  $B(3; 3)$ ,  $C(1; -2)$ .

10.16.  $A(3; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(3; 5)$ .

10.4.  $A(5; 1)$ ,  $B(1; -2)$ ,  $C(-2; -3)$ .

10.17.  $A(-4; 1)$ ,  $B(1; 4)$ ,  $C(2; 3)$ .

10.5.  $A(0; -2)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-3; 5)$ .

10.18.  $A(3; 0)$ ,  $B(2; 2)$ ,  $C(0; 5)$ .

10.6.  $A(-3; 0)$ ,  $B(0; 1)$ ,  $C(3; 0)$ .

10.19.  $A(1; 4)$ ,  $B(0; 2)$ ,  $C(2; -1)$ .

10.7.  $A(-1; -3)$ ,  $B(-3; 4)$ ,  $C(2; 2)$ .

10.20.  $A(0; 4)$ ,  $B(1; -3)$ ,  $C(-2; 0)$ .

10.8.  $A(3; -1)$ ,  $B(-2; -4)$ ,  $C(-1; 2)$ .

10.21.  $A(0; 4)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(-2; -1)$ .

10.9.  $A(-3; 0)$ ,  $B(0; -2)$ ,  $C(2; 2)$ .

10.22.  $A(1; -4)$ ,  $B(-2; -1)$ ,  $C(1; 1)$ .

10.10.  $A(-2; -3)$ ,  $B(4; -2)$ ,  $C(1; 1)$ .

10.23.  $A(5; 4)$ ,  $B(-3; 2)$ ,  $C(3; -2)$ .

10.11.  $A(-1; 3)$ ,  $B(2; -3)$ ,  $C(1; 2)$ .

10.24.  $A(2; 1)$ ,  $B(-3; 1)$ ,  $C(-5; 3)$ .

10.12.  $A(3; 5)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(-5; 7)$ .

10.25.  $A(1; -3)$ ,  $B(5; 1)$ ,  $C(-7; 4)$ .

10.13.  $A(-3; 1)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(3; -1)$ .

10.26.  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-2; -1)$ .

10.27.  $A(-1; -3), B(-3; 4), C(2; 2).$

10.29.  $A(-3; 0), B(0; -2), C(1; 2).$

10.28.  $A(3; -1), B(-2; -5), C(-1; 2).$

10.30.  $A(-2; 3), B(4; -2), C(1; -1).$

Завдання 11. Дослідити взаємне розташування прямих  $L_1$  та  $L_2$ :

а) якщо прямі паралельні, то знайти відстань між ними;

б) якщо прямі перетинаються, то знайти кут між ними та точку їх перетину.

11.1.  $L_1 : 2x - 3y + 1 = 0; \quad L_2 : x - 4 = 0.$

11.2.  $L_1 : 2x - y + 5 = 0; \quad L_2 : -3x + y - 1 = 0.$

11.3.  $L_1 : x - 4y + 3 = 0; \quad L_2 : 3x - 12y + 1 = 0.$

11.4.  $L_1 : 4x - 3y + 1 = 0; \quad L_2 : x - y + 3 = 0.$

11.5.  $L_1 : -x + 2y + 5 = 0; \quad L_2 : 2x - 4y + 5 = 0.$

11.6.  $L_1 : x - 4y + 3 = 0; \quad L_2 : -3x + 12y - 7 = 0.$

11.7.  $L_1 : x + 4 = 0; \quad L_2 : x - 3y + 2 = 0.$

11.8.  $L_1 : x - y + 3 = 0; \quad L_2 : 2x + y - 5 = 0.$

11.9.  $L_1 : x - 7y + 3 = 0; \quad L_2 : x + y - 1 = 0.$

11.10.  $L_1 : x - y + 2 = 0; \quad L_2 : x - 2y + 5 = 0.$

11.11.  $L_1 : 2x - 3y + 1 = 0; \quad L_2 : -x - y + 4 = 0.$

11.12.  $L_1 : 2x + y + 3 = 0; \quad L_2 : x - 4 = 0.$

11.13.  $L_1 : 3x - 2y + 1 = 0; \quad L_2 : -x + 2y + 5 = 0.$

11.14.  $L_1 : x - 3y + 12 = 0; \quad L_2 : -3x - 9y + 10 = 0.$

$$11.15. L_1 : x + 2y - 5 = 0; \quad L_2 : x + y - 4 = 0.$$

$$11.16. L_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{0}; \quad L_2 : x + y - 7 = 0.$$

$$11.17. L_1 : 2x - y + 3 = 0; \quad L_2 : \frac{x+5}{4} = \frac{y-1}{-2}.$$

$$11.18. L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3}; \quad L_2 : \frac{x-4}{5} = \frac{y-5}{-3}.$$

$$11.19. L_1 : x - 3y + 2 = 0; \quad L_2 : 2x + y - 1 = 0.$$

$$11.20. L_1 : 3x + 2y - 4 = 0; \quad L_2 : -2x + 3y + 5 = 0.$$

$$11.21. L_1 : x + y + 4 = 0; \quad L_2 : x - 1 = 0.$$

$$11.22. L_1 : 2x - 3y + 6 = 0; \quad L_2 : x - 4y + 3 = 0.$$

$$11.23. L_1 : x - 2y + 1 = 0; \quad L_2 : 2x + 3y - 5 = 0.$$

$$11.24. L_1 : 5x + 4y - 3 = 0; \quad L_2 : 4x - 5y + 2 = 0.$$

$$11.25. L_1 : y + 5 = 0; \quad L_2 : x - 4 = 0.$$

$$11.26. L_1 : 3x - y + 5 = 0; \quad L_2 : x + 4y - 5 = 0.$$

$$11.27. L_1 : 2x + y + 4 = 0; \quad L_2 : x - 4y + 1 = 0.$$

$$11.28. L_1 : x - y - 2 = 0; \quad L_2 : 2x + 2y + 3 = 0.$$

$$11.29. L_1 : 2x - y - 3 = 0; \quad L_2 : y + 5 = 0.$$

$$11.30. L_1 : x - y + 4 = 0; \quad L_2 : x + y - 13 = 0.$$

**Завдання 12. Знайти:**

- а) рівняння площини  $\pi$ , що проходить через точки  $M_1, M_2, M_3$ ;*
- б) рівняння прямої  $L$ , що проходить через точки  $M_0, M_1$ ;*
- в) відстань від точки  $M_0$  до площини  $\pi$  та відстань від точки  $M_2$  до прямої  $L$ ;*
- г) рівняння площини, яка паралельна  $\pi$ , та проходить через точку  $M_0$ ;*
- д) загальне рівняння прямої  $L$ ;*
- е) проекцію точки  $M_0$  на площину  $\pi$  та точку, симетричну точці  $M_0$  відносно  $\pi$ ;*
- є) проекцію точки  $M_2$  на пряму  $L$  та точку, симетричну точці  $M_2$  відносно  $L$ ;*
- ж) кут між площиною  $\pi$  та прямою  $L$ .*

12.1.  $M_1(0; -1; -1), M_2(-2; 3; 5), M_3(1; -5; -9), M_0(-4; -13; 6)$ .

12.2.  $M_1(5; 2; 0), M_2(2; 5; 7), M_3(1; 2; 4), M_0(-3; -6; -8)$ .

12.3.  $M_1(-1; 2; 4), M_2(-2; 3; -5), M_3(-6; 0; -3), M_0(-2; 3; 5)$ .

12.4.  $M_1(-1; -5; 2), M_2(-6; 0; -3), M_3(3; 6; -3), M_0(10; -8; -7)$ .

12.5.  $M_1(1; 2; 0), M_2(3; 0; -3), M_3(5; 2; -7), M_0(-13; -8; 10)$ .

12.6.  $M_1(-2; 0; -4), M_2(-1; 0; 1), M_3(4; -7; -2), M_0(-6; 5; 5)$ .

12.7.  $M_1(2; -1; -2), M_2(1; 2; 1), M_3(5; 0; -6), M_0(14; -3; 7)$ .

12.8.  $M_1(14; 4; 5), M_2(-5; -3; 2), M_3(-4; -1; -3), M_0(-1; -8; -7)$ .

12.9.  $M_1(-4; 2; 6), M_2(2; -3; 0), M_3(-10; 5; 8), M_0(-13; 11; 5)$ .

12.10.  $M_1(7; 2; 4), M_2(7; -1; -2), M_3(-5; -2; -1), M_0(10; 1; 8)$ .

12.11.  $M_1(2; 1; 4), M_2(3; 5; -2), M_3(-7; -3; 2), M_0(-3; 1; 8)$ .

- 12.12.  $M_1(-3; -5; 6)$ ,  $M_2(2; 1; -4)$ ,  $M_3(0; -3; -1)$ ,  $M_0(3; 6; 15)$ .
- 12.13.  $M_1(1; 3; 6)$ ,  $M_2(2; 2; 1)$ ,  $M_3(-1; 0; 1)$ ,  $M_0(5; -4; 5)$ .
- 12.14.  $M_1(2; -4; 3)$ ,  $M_2(5; -6; 0)$ ,  $M_3(-1; 3; -3)$ ,  $M_0(2; 1; 8)$ .
- 12.15.  $M_1(1; -1; 2)$ ,  $M_2(2; 1; 2)$ ,  $M_3(1; 1; 4)$ ,  $M_0(-3; 2; 7)$ .
- 12.16.  $M_1(-2; -1; -1)$ ,  $M_2(0; 3; 2)$ ,  $M_3(3; 1; -4)$ ,  $M_0(-21; 1; 7)$ .
- 12.17.  $M_1(-1; 2; 4)$ ,  $M_2(-1; -2; -4)$ ,  $M_3(3; 0; -1)$ ,  $M_0(-2; 3; 9)$ .
- 12.18.  $M_1(0; -3; 1)$ ,  $M_2(-4; 1; 2)$ ,  $M_3(2; -1; 5)$ ,  $M_0(-3; 4; -5)$ .
- 12.19.  $M_1(1; 3; 0)$ ,  $M_2(4; -1; 2)$ ,  $M_3(3; 0; 1)$ ,  $M_0(4; 3; 0)$ .
- 12.20.  $M_1(3; 10; -1)$ ,  $M_2(-2; 3; -5)$ ,  $M_3(-6; 0; -3)$ ,  $M_0(-6; 7; -10)$ .
- 12.21.  $M_1(1; 2; 0)$ ,  $M_2(0; 0; 3)$ ,  $M_3(0; 1; -1)$ ,  $M_0(2; -1; 7)$ .
- 12.22.  $M_1(1; 2; 0)$ ,  $M_2(1; 2; -1)$ ,  $M_3(2; -2; 1)$ ,  $M_0(-5; -9; 1)$ .
- 12.23.  $M_1(-4; 2; 6)$ ,  $M_2(2; -3; 0)$ ,  $M_3(-10; 5; 8)$ ,  $M_0(-12; 11; 5)$ .
- 12.24.  $M_1(2; 3; 5)$ ,  $M_2(3; 2; -1)$ ,  $M_3(-1; -3; 4)$ ,  $M_0(0; 0; -5)$ .
- 12.25.  $M_1(-1; 2; -3)$ ,  $M_2(4; -1; 0)$ ,  $M_3(2; 1; -3)$ ,  $M_0(1; -6; -5)$ .
- 12.26.  $M_1(-3; 4; -7)$ ,  $M_2(1; 5; -4)$ ,  $M_3(-5; -2; 0)$ ,  $M_0(-12; 7; -1)$ .
- 12.27.  $M_1(2; -1; -2)$ ,  $M_2(1; 2; 1)$ ,  $M_3(5; 0; -6)$ ,  $M_0(14; -3; 7)$ .
- 12.28.  $M_1(14; 4; 5)$ ,  $M_2(-5; -3; 2)$ ,  $M_3(-4; -1; -3)$ ,  $M_0(-1; -8; -7)$ .
- 12.29.  $M_1(-4; 2; 6)$ ,  $M_2(2; -3; 0)$ ,  $M_3(-10; 5; 8)$ ,  $M_0(-13; 11; 5)$ .
- 12.30.  $M_1(7; 2; 4)$ ,  $M_2(7; -1; -2)$ ,  $M_3(-5; -2; -1)$ ,  $M_0(10; 1; 8)$ .



Завдання 13.

- а) Довести, що прямі  $L_1$  та  $L_2$  є мимобіжними;  
б) записати рівняння площини, що проходить через  $L_1$ , паралельно до  $L_2$ ;  
в) обчислити відстань між  $L_1$  та  $L_2$ ;  
г) записати рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $L_1$  та  $L_2$ .

13.1.  $L_1 : \frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}, \quad L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+12}{-1}.$

13.2.  $L_1 : x = 2t + 3, y = -t + 4, z = 2t + 3, \quad L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+12}{-1}.$

13.3.  $L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+3}{2}, \quad L_2 : \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{0}.$

13.4.  $L_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}, \quad L_2 : x = 4, y = 2t + 3, z = t + 4.$

13.5.  $L_1 : \frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{0}, \quad L_2 : \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}.$

13.6.  $L_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}, \quad L_2 : \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{4}.$

13.7.  $L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+3}{-2}, \quad L_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}.$

13.8.  $L_1 : \frac{x-3}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}, \quad L_2 : x = t, y = -t + 2, z = 2t + 3.$

13.9.  $L_1 : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}, \quad L_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{0}.$

13.10.  $L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{0}, \quad L_2 : x = t, y = 4, z = 3t + 1.$

13.11.  $L_1 : x = 2t + 3, y = -t, z = 4t + 1, \quad L_2 : \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-3}.$

13.12.  $L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-3}, \quad L_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{4}.$

13.13.  $L_1 : x = 2t + 3, y = -t + 2, z = t + 1, \quad L_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}.$

13.14.  $L_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}, \quad L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}.$

13.15.  $L_1 : \frac{x+4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{3}, \quad L_2 : x = 2t + 1, y = t + 1, z = 2.$

$$13.16. L_1 : x = t, y = 2, z = 4t + 3, \quad L_2 : x = 2t + 1, y = t + 1, z = 2.$$

$$13.17. L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}, \quad L_2 : \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}.$$

$$13.18. L_1 : \frac{x-4}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{1}, \quad L_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}.$$

$$13.19. L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}, \quad L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{0}.$$

$$13.20. L_1 : x = 2t + 1, y = 4, z = t - 2, \quad L_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}.$$

$$13.21. L_1 : x = 2t, y = 3t + 1, z = -t + 3, \quad L_2 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{1}.$$

$$13.22. L_1 : x = 4, y = t + 1, z = 2t - 1, \quad L_2 : x = 3t + 2, y = t - 3, z = 2t + 1.$$

$$13.23. L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{5}, \quad L_2 : x = t, y = -t + 1, z = 2.$$

$$13.24. L_1 : x = 1, y = -t + 3, z = 2t + 1, \quad L_2 : x = t + 5, y = -t + 3, z = 3t + 2.$$

$$13.25. L_1 : \frac{x-9}{3} = \frac{y+4}{0} = \frac{z}{1}, \quad L_2 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{5}.$$

$$13.26. L_1 : x = t + 3, y = t - 4, z = -t, \quad L_2 : x = 2t, y = 3t + 2, z = -t + 1.$$

$$13.27. L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{0}, \quad L_2 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{1}.$$

$$13.28. L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{2}, \quad L_2 : \frac{x-4}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{0}.$$

$$13.29. L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}, \quad L_2 : \frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{3}.$$

$$13.30. L_1 : x = 2t + 1, y = t - 3, z = t - 2, \quad L_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{0} = \frac{z}{5}.$$

Завдання 14. Знайти власні значення та власні вектори лінійного перетворення, що задаються наступними матрицями.

$$14.1. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -10 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.2. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}; \quad \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -22 & 21 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$14.3. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.4. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 10 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$14.5. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -18 \\ 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.6. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.7. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -10 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.8. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 13 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.9. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 10 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$14.10. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.11. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.12. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 5 & 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.13. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.14. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.15. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 20 & 6 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -12 \\ 0 & 4 & 18 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.16. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.17. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 \\ 15 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.18. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 15 & -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & -15 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.19. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & -12 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -13 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.20. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ 22 & 21 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$14.21. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 15 \\ 0 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.22. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -8 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.23. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 10 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$14.24. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -5 & 12 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.25. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 16 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 10 \\ 0 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.26. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -8 \\ 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.27. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.28. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -9 & 18 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$14.29. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 \\ 5 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.30. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -14 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Завдання 15.** Звести квадратичну форму до канонічного вигляду і знайти відповідне ортогональне перетворення.

$$15.1. x^2 + 2xy + y^2.$$

$$15.13. 5x^2 - 8xy + 5y^2.$$

$$15.2. 7x^2 + 2xy + 7y^2.$$

$$15.14. 8x^2 + 6xy + 8y^2.$$

$$15.3. 2x^2 - 6xy + 2y^2.$$

$$15.15. 3x^2 - 18xy + 3y^2.$$

$$15.4. 3x^2 + 8xy + 3y^2.$$

$$15.16. 7x^2 - 4xy + 7y^2.$$

$$15.5. 5x^2 - 4xy + 5y^2.$$

$$15.17. 2x^2 + 8xy + 2y^2.$$

$$15.6. x^2 - 4xy + y^2.$$

$$15.18. 5x^2 + 4xy + 5y^2.$$

$$15.7. 9x^2 - 12xy + 9y^2.$$

$$15.19. x^2 - 18xy + y^2.$$

$$15.8. 6x^2 - 8xy + 6y^2.$$

$$15.20. 7x^2 + 6xy + 7y^2.$$

$$15.9. x^2 + 6xy + y^2.$$

$$15.21. 9x^2 + 2xy + 9y^2.$$

$$15.10. 5x^2 + 8xy + 5y^2.$$

$$15.22. 6x^2 + 8xy + 6y^2.$$

$$15.11. 4x^2 + 18xy + 4y^2.$$

$$15.23. x^2 - 6xy + y^2.$$

$$15.12. 2x^2 - 6xy + 2y^2.$$

$$15.24. 7x^2 - 3xy + 7y^2.$$

15.25.  $7x^2 - 6xy + 7y^2$ .

15.28.  $6x^2 - 12xy + 6y^2$ .

15.26.  $4x^2 - 12xy + 4y^2$ .

15.29.  $x^2 + 4xy + y^2$ .

15.27.  $9x^2 - 8xy + 9y^2$ .

15.30.  $5x^2 + 10xy + 5y^2$ .

**Завдання 16.** Звести до канонічного вигляду рівняння кривої другого порядку. Вказати формули відповідного лінійного перетворення. Схематично зобразити криву відносно старої та нової системи координат.

16.1. а)  $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$ ;

б)  $x^2 + 2xy + y^2 - 8x + 4y = 8$ .

16.2. а)  $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$ ;

б)  $4xy + 4y = 1$ .

16.3. а)  $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0$ ;

б)  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x + 30y = 0$ .

16.4. а)  $8x^2 - 4xy + 5y^2 + 4x - 10y = 319$ ;

б)  $16x^2 + 24xy + 9y^2 - 170x + 310y - 465 = 0$ .

16.5. а)  $34x^2 - 12xy + 18y^2 + 24x - 72y - 504 = 0$ ;

б)  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y = 0$ .

16.6. а)  $13x^2 + 12xy + 4y^2 - 50x - 28y - 11 = 0$ ;

б)  $xy - 1 = 0$ .

16.7. а)  $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$ ;

б)  $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 14x + 2y + 5 = 0$ .

16.8. а)  $7x^2 + 16xy - 23y^2 - 14x - 16y - 218 = 0$ ;

б)  $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$ .

16.9. а)  $7x^2 - 24xy + 8y^2 - 38x + 24y + 175 = 0$ ;

б)  $7x^2 - 2xy + 7y^2 - 28x + 4y - 20 = 0$ .

16.10. а)  $2xy - 4x - 2y + 3 = 0$ ;

б)  $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 2y + 16 = 0$ .

16.11. а)  $5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$ ;

б)  $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 2y + 16 = 0$ .

16.12. а)  $x^2 - 8xy + 7y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$ ;

б)  $x^2 + y^2 - xy + x - 2y = 2$ .

16.13. а)  $3x^2 - 10xy + 3y^2 - 2x + 14y + 3 = 0$ ;

б)  $2x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 4y + 1 = 0$ .

16.14. а)  $x^2 - 14xy + y^2 - 4x - 28y = 44$ ;

б)  $13x^2 + 18xy + 10y^2 - 44x - 38y + 33 = 0$ .

16.15. а)  $x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y + 7 = 0$ ;

б)  $4x^2 - 4xy + y^2 - 12x + 7y + 10 = 0$ .

16.16. а)  $x^2 - xy - 3x + y + 4 = 0$ ;

б)  $x^2 - 4xy + 4y^2 + 7x - 8 = 0$ .

16.17. а)  $6x^2 + 11xy + 3y^2 - 23x - 17y + 16 = 0$ ;

б)  $25x^2 - 120xy + 144y^2 - 242x - 298y + 491 = 0$ .

16.18. а)  $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 8 = 0$ ;

б)  $23x^2 - 30xy + 7y^2 - 76x + 44y + 28 = 0$ .

16.19. а)  $3x^2 - 4xy - 4 = 0$ ;

б)  $89x^2 + 36xy + 116y^2 - 2000 = 0$ .

16.20. а)  $9x^2 + 16y^2 - 24xy - 40x - 30y = 0$ ;

б)  $41x^2 - 24xy + 9y^2 - 45 = 0$ .

16.21. а)  $x^2 - 6xy - 7y^2 - 200 = 0$ ;

б)  $13x^2 + 10xy + 13y^2 - 16x + 16y - 56 = 0$ .

16.22. а)  $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 144 = 0$ ;

б)  $3x^2 + 3y^2 - 10xy - 46x + 34y + 91 = 0$ .

16.23. а)  $15x^2 - 8xy - 16 = 0$ ;

б)  $5x^2 + 6xy + 5y^2 + 2x + 14y + 5 = 0$ .

16.24. а)  $5x^2 + 8xy + 5y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$ ;

б)  $17x^2 - 14xy - 31y^2 + 26x - 214y - 7 = 0$ .

16.25. а)  $17x^2 + 6xy + 9y^2 + 62x - 6y - 7 = 0$ ;

б)  $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$ .

16.26. а)  $29x^2 - 24xy + 36y^2 - 116x + 48y - 64 = 0$ ;

б)  $20x^2 - 24xy + 65y^2 + 8x - 66y + 17 = 0$ .

16.27. а)  $19x^2 + 6xy + 11y^2 + 38x + 6y + 29 = 0$ ;

б)  $116x^2 + 36xy + 89y^2 - 268x - 216y - 1759 = 0$ .



16.28. а)  $3x^2 - 8xy - 3y^2 - 18x + 14y + 24 = 0$ ;

б)  $31x^2 + 14xy - 17y^2 - 76x + 20y - 22 = 0$ .

16.29. а)  $25x^2 + 110xy + 144y^2 + 166x - 41y + 27 = 0$ ;

б)  $-5x^2 + 12xy - 46x + 12y - 5 = 0$ .

16.30. а)  $16x^2 + 9y^2 - 24xy + 50y + 1 = 0$ ;

б)  $13x^2 - 18xy + 37y^2 - 8x - 56y - 8 = 0$ .

**Завдання 17.** Звести до канонічного вигляду рівняння поверхні другого порядку. Записати формули переходу. Зобразити схематично цю поверхню в новій системі координат.

17.1.  $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 4y + 3 = 0$ .

17.2.  $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2yz + 2x - 6y - 2z + 3 = 0$ .

17.3.  $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2yz + 2x - 6y - 2z = 0$ .

17.4.  $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4xz - 8y - 4z + 3 = 0$ .

17.5.  $6x^2 + 6y^2 + 6z^2 + 4x - 8y - 8z + 5 = 0$ .

17.6.  $2x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 8xz - 4x - 8y + 3 = 0$ .

17.7.  $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$ .

17.8.  $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy + 2yz + 4x - 2y + 2 = 0$ .

17.9.  $5x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4xy - 2xz - 4yz + 10x - 4y - 2z + 4 = 0$ .

17.10.  $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 4x - 2y = 0$ .

17.11.  $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 10xz + 4yz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0$ .

$$17.12. y^2 + 2xy + 4xz + 2yz - 4x - 2y = 0.$$

$$17.13. 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + x - 4y - 3z + 2 = 0.$$

$$17.14. 3x^2 + 3y^2 + 5z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 2x - 2y - 4z = 0.$$

$$17.15. x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6xz - 6yz + 2x + 2y + 4z = 0.$$

$$17.16. 3x^2 + 3y^2 + 6z^2 + 6xy - 3x - y - 4z + 1 = 0.$$

$$17.17. x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4xz + 4yz - 6x + 1 = 0.$$

$$17.18. 5x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 2xz + 4yz + 3x - y - 2z = 0.$$

$$17.19. x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 10xz + 4yz + x + y - z = 0.$$

$$17.20. 3y^2 - 4x - 4y + 4z = 0.$$

$$17.21. x^2 - yz + 1 = 0.$$

$$17.22. x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 2x - 2y - 2z + 1 = 0.$$

$$17.23. x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - x - 4y - z + 2 = 0.$$

$$17.24. 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz + 4x + 2y + 1 = 0.$$

$$17.25. 5x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 6xz + 2x + 4y + 6z - 8 = 0.$$

$$17.26. 2x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 8xz - 4x - 8y + 3 = 0.$$

$$17.27. x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2xy - 4yz = 0.$$

$$17.28. 2x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xz - 2yx + x + y + 2z = 0.$$

$$17.29. 2x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4xy - 4xz - 4yz = 0.$$

$$17.30. x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy - 2yz - 2xz = 0.$$