

Логистика

Переформулируем задачу на язык теории графов. Нам дан двудольный граф, где вершинами левой доли являются фуры, а правой ворота. Необходимо найти минимальное l , такое что можно выбрать такое подмножество рёбер, чтобы для каждой вершины левой доли было выбрано ровно одно смежное ребро, а для каждой вершины правой доли было выбрано не более k смежных рёбер.

Несложно заметить, что если такое подмножество можно найти для l , то можно найти и для $l + 1$. А значит работает бинарный поиск по k (ответу). Заметим, что так как у каждой вершины левой доли степень хотя бы 1, то имеем $1 \leq l \leq n$.

Как для фиксированного l найти такое подмножество рёбер? Размножим все вершины правой доли и смежные им рёбра на l версий, теперь вершинами будут пары (ворота, час). Тогда в таком двудольном графе необходимо найти максимальное паросочетание. Если его размер равен n , то мы построили расписание для данного l , иначе его построить нельзя. Для построения паросочетания можно использовать стандартный алгоритм Куна. Итого асимптотика $O((n^3 + nm) \log n)$, что укладывается в ограничения задачи при аккуратной реализации.

Также несложно заметить, что сформулированная задача является поиском максимального потока в сети, где в левую долю идут ребра пропускной способности 1, а из правой — l . Из-за чего можно использовать алгоритмы поиска максимального потока.

Наконец, можно заметить, что бинарный поиск излишен. Достаточно просто итеративно запускать алгоритм Куна от очередной вершины, и если не нашлась пара, увеличивать l , при этом сохраняя выбранные ребра. При такой реализации решение будет работать за $O(n^3 + nm)$.