



Iby and Aladar Fleischman
Faculty of Engineering
Tel Aviv University

הפקולטה להנדסה
ע"ש איבי ואלדור פליישרמן
אוניברסיטת תל-אביב

דינמיקה ובקרה של מערכות

פרויקטון 2

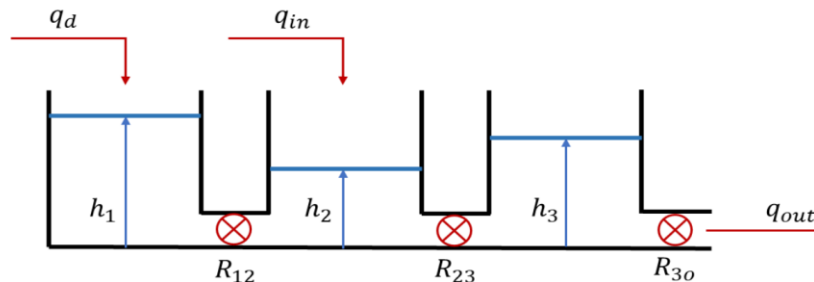
תכנ מערכת בקרה לגובה זורם במיכלים בשיטת מרחב המצב

מגיש : אורון בנימין 208306274

תאריך : 26.12.22



מערכת הניסוי



א. פונקציית תמסורת

מטרת מערכת הבקרה שלנו הינה לשמור על כל הגבהים בערכי שיווי המשקל שלהם בנוכחות ההפרעה. ראשית, נגדיר את משתני הסטייה של גבהיי המיכלים (h_i) ושל ספיקות המיכלים (q_i) סביב ערך שיווי משקל כלשהו:

$$h_i = h_0 + h_{eq}$$

$$q_i = q_0 + q_{eq}$$

משוואות עזר וערכים הנתונים לנו בשאלה:

$$q_{ij} = \frac{h_i - h_j}{R_{ij}}; R_{12} = R_{23} = R_{30} = 0.6 \left[\frac{hr}{m^2} \right] = R; A_1 = A_2 = A_3 = 1[m^2]$$

כאשר R הינו מקדם השסתומים ו- A הינו שטח המיכלים.
נפח המיכלים (m^3):

$$V_i = h_i \cdot A_i = h_i$$

העקרון הפיזיקלי עליו מתבסס מודל המערכת הינו שימור ספיקה, וחוק שלישי של ניוטון שמאפשר לעבור בין מיכל למיכל:

$$\dot{V}_i = \dot{h}_i = q_{in} - q_{out}$$

נקבל את המשוואות הבאות:

$$(1) V_1 = A_1 \dot{h}_1 = q_d - q_{12} = q_d - \frac{1}{R}(h_1 - h_2)$$

$$(2) V_2 = A_2 \dot{h}_2 = q_{12} + q_{in} - q_{23} = q_{in} + \frac{1}{R}(h_1 - 2h_2 + h_3)$$

$$(3) V_3 = A_3 \dot{h}_3 = q_{23} - q_{out} = \frac{1}{R}(h_2 - 2h_3)$$



נגדיר וקטור מצב:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}; \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3} \vec{x} + B_{u_{3 \times 1}} \cdot q_{in} + B_{d_{3 \times 1}} \cdot q_d$$

נציב את הפרמטרים לפי המשוואות ולאחר סידור והעברה למערכת מטריציונית נקבל:

$$\begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/AR & 1/R & 0 \\ 1/AR & -2/AR & 1/AR \\ 0 & 1/AR & -2/AR \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot q_{in} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot q_d$$

לאחר הצבת מספרים נקבל:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} & \frac{5}{3} & 0 \\ \frac{5}{3} & -\frac{10}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{10}{3} \end{pmatrix}; B_U = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

קיבלנו את מרחב המצב הבא:

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} & \frac{5}{3} & 0 \\ \frac{5}{3} & -\frac{10}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{10}{3} \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot q_{in} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot q_d$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}$$

כאשר \vec{x} הינו וקטור המצב ו- y הינה יציאת המערכת אותה נגדיר כגבהי המיכלים.לכן, מטריצה C הינה מטריצת היחידה ומטריצה D הינה מטריצת האפס.

להלן חישוב הערכים העצמיים של החוג הפתוח בעזרת מטלב:

eigD1 = 3x3

```

-5.4116      0      0
      0    -2.5916      0
      0      0    -0.3301

```



ניתן לראות כי הערכים העצמיים הינם איברי האלכסון במטריצה $eigD1$ אשר חושבו בעזרת הנוסחה:

$$|A_{3 \times 3} - \lambda \cdot I| = 0$$

והם:

$$\lambda_1 = -5.4116; \lambda_2 = -2.5916; \lambda_3 = -0.3301$$

ב. תגובה להפרעה ללא בקרה

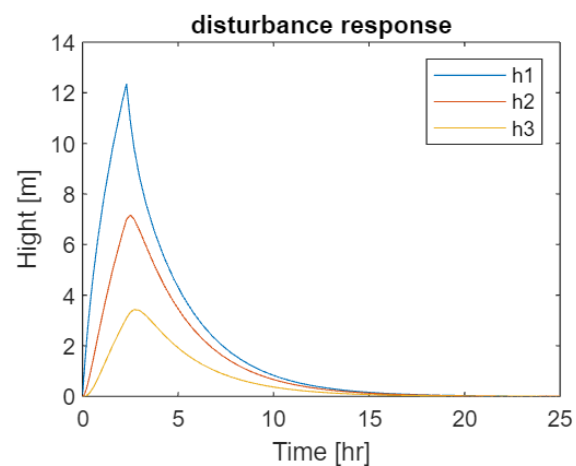
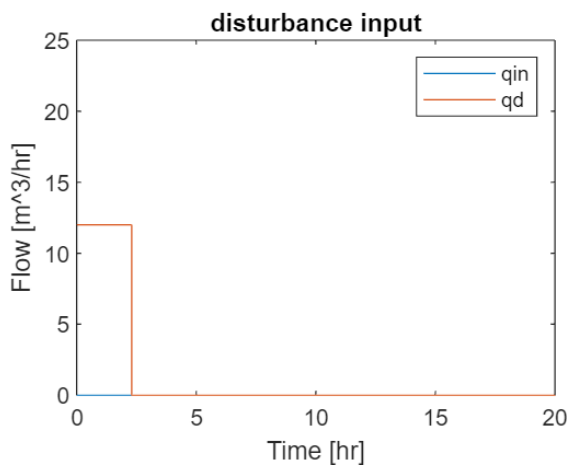
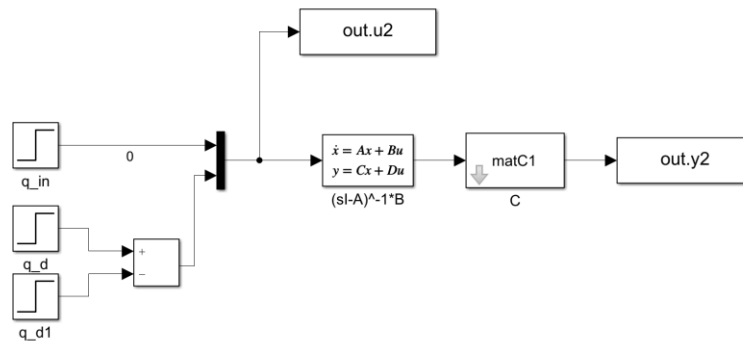
ההפרעה נתונה על ידי:

$$q_d = 12 \left[\frac{m^3}{hr} \right], 2.3[hr]$$

נחשב את התגובה (שלושת הגבהים) ללא בקרה, ובתנאי התחלה אפס.

נשתמש בסימולינק בסעיף זה.

להלן דיאגרמת הבלוקים שיצרתי בסימולינק עבור סעיף זה:





Iby and Aladar Fleischman
Faculty of Engineering
Tel Aviv University

הפקולטה להנדסה
ע"ש איבי ואלדור פליישרמן
אוניברסיטת תל-אביב

ניתן לראות כי המערכת תחילה קופצת בשל ההפרעה ולאחר זמן מסוים מגיעה להתייצבות. נשים לב כי התייצבות הגבהים על אפס הינה ביחס לנקודת שיווי משקל ולכן הדבר הגיוני, כלומר אין הכוונה לכך שכל המיכלים מתרוקנים אלא שמגיעים למצב שיווי משקל.

האילוצים עבור סעיפים ג' וד' הינם:

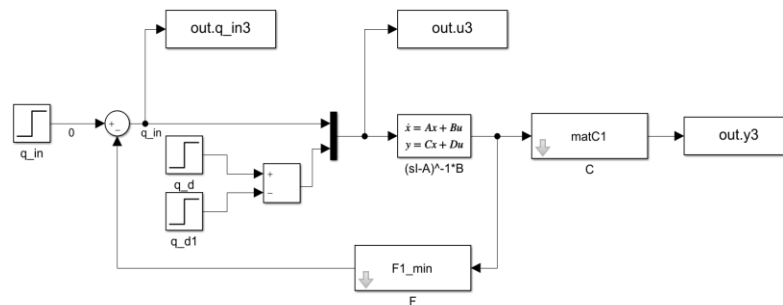
א. הספיקה הנכנסת חסומה על ידי $|q_{in}| \leq 13.4 \left[\frac{m^3}{hr} \right]$.

ב. הגובה בכל המיכלים חייב לקיים $h_i(t) > -1.6[m]$.

דרוש למצוא חוק בקרה המקיים את דרישות אלו ואת הדרישות בכל סעיף: $q_{in}(t) = -F \cdot \vec{x}(t)$.

ג. קטבי החוג הסגור בנקודה אחת (P)

דיאגרמת הבלוקים שיצרתי בסעיף זה היא:



ראשית, עלינו לבדוק האם נוכל למקם את קטבי החוג כרצוננו, כלומר האם המערכת קונטרולבילית. לכן, תחילה חישבנו במטלב את הדרגה של מטריצת הקונטרולביליות. הדרגה הינה 3 ולכן המערכת קונטרולבילית, משמע נוכל למקם את קטבי החוג הסגור כרצוננו. משוב המצב בצורה הכללית מוגדר כך:

$$\text{closed loop: } \begin{cases} \dot{x} = (A - BF)x + B\beta r \\ y = Cx \end{cases}$$

המשמעות שכל הקטבים נמצאים בנקודה אחת P מניבה את הפולינום האופייני:

$$\Delta_{cl} = (s + p)^3 = s^3 + 3s^2p + 3p^2s + p^3$$

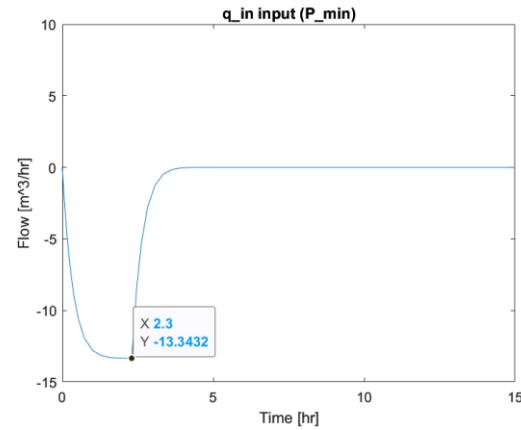
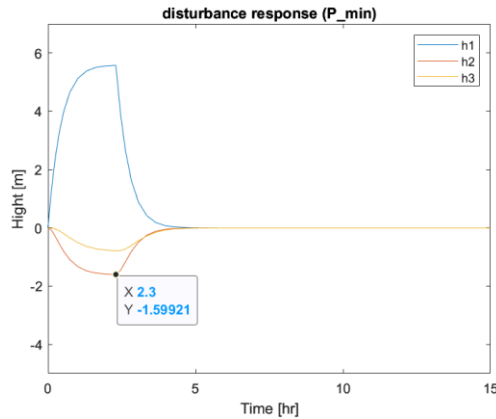
התהליך שבוצע הינו לבחור ערכי p על ידי ניסוי וטעיה, לאחר מכן על ידי נוסחת אקרמן חושב וקטור המשוב F, ועל ידי הגרפים עבור בחירת הקוטב הנתון ניתן לראות מתי עומדים או לא עומדים בדרישות המערכת.

לאחר ניסוי וטעיה רב ומדויק ככל הניתן הגעתי לכך שהתחום הנומרי של הערכים הממשיים בו p יכול להיות הינו:

$$p_{min} = -3.215, p_{max} = -0.746$$

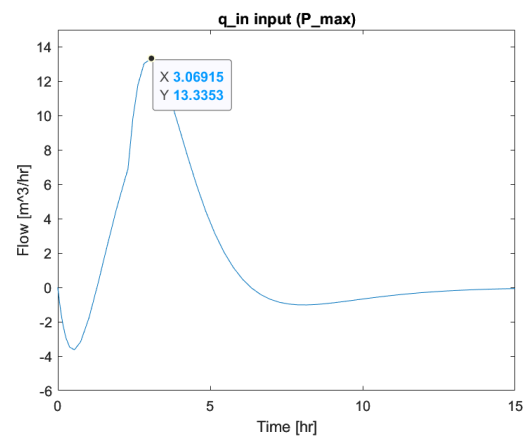
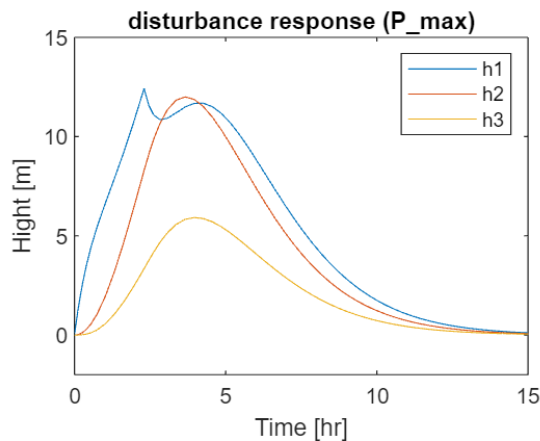


להלן הגרפים שהתקבלו עבור הקוטב המינימלי:



F1_min = 1×3			
	1	2	3
1	3.0029	1.3117	1.6673

עבור הקוטב המקסימלי:



F1_max = 1×3			
	1	2	3
1	1.3857	-6.0953	7.9020

ניתן לראות בפלוטים שהתקבלו במטלב כי עבור קטבים קרובים יותר לציר המדומה קיבלתי תגובות רועשות יותר והתייצבות לאחר זמן ארוך יותר, מה שעומד בקנה אחד עם התיאוריה שכן קטבים קרובים יותר ל-0 קרובים יותר לאי יציבות של המערכת, אילו עבור קטבים רחוקים יותר מהראשית התגובה מתייצבת בזמן קצר יותר. בשני המקרים ניתן לראות כי הדרישות קוימו וכי המערכת הגיעה למצב יציב.



ד. משוב באמצעות בקרה אופטימלית

בסעיף זה נבצע משוב בעזרת בקרה אופטימלית.

עלינו להביא למינימום את הקריטריון:

$$J = \int_0^{\infty} [h_1^2(t) + h_2^2(t) + h_3^2(t) + \rho \cdot u^2(t)] dt$$

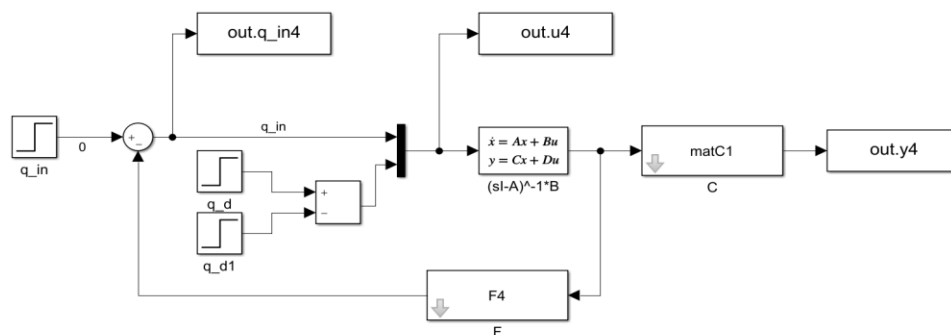
בצורה הכללית, J שלנו נראה כך :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C_z^T C_z x + \rho u^2) dt$$

מהביטוי שיש לנו בסעיף זה, ניתן לראות די בקלות כי המטריצה $Q = C_Z^T \cdot C_Z$ הינה מטריצת היחידה, שכן וקטור המצב שלנו הינו גובה המיכלים.

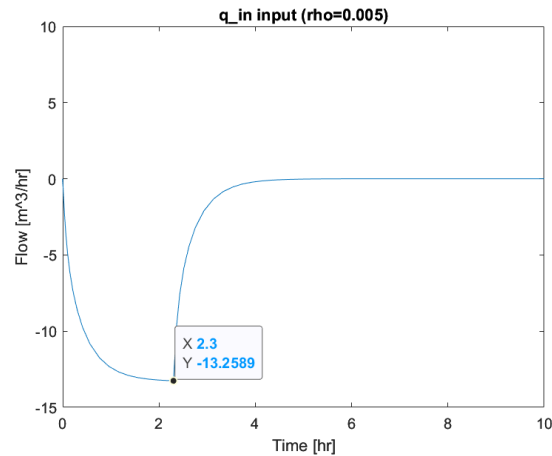
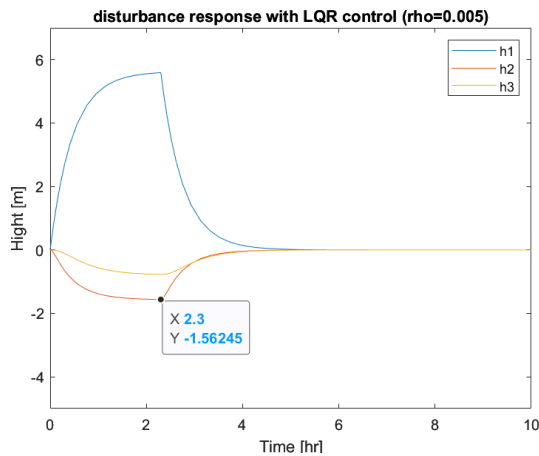
כמו כן, נשים לב שהחוג שלנו מתייצב גם ללא בקרה, שכן המערכת שלנו קונטרולבילית וניתנת לייצוב, ולכן ניתן לייצב את החוג גם עם מאמץ בקרה אפסי (ρ שואף לאינסוף).

דיאגמת הבלוקים בסעיף זה :



ברגע שיש לנו את המטריצה Q על ידי מטלב ניתן לחשב כבר את משווא המצב שלנו עבור ערכי ρ שונים. כפי שציניתי מקודם, הערך המקסימלי של ρ שואף לאינסוף שכן המערכת יציבה גם ללא בקרה. את הערך המינימלי יושפע מהיחס בין המשקול של ρ לעומת המשקול של וקטור המצב, כלומר הערכים של מטריצה Q . מכיוון שזוהי מטריצת היחידה, נצפה לערך מינימלי יחסית קטן.

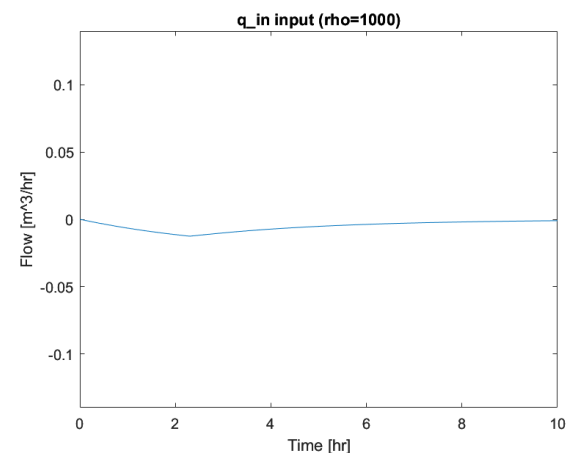
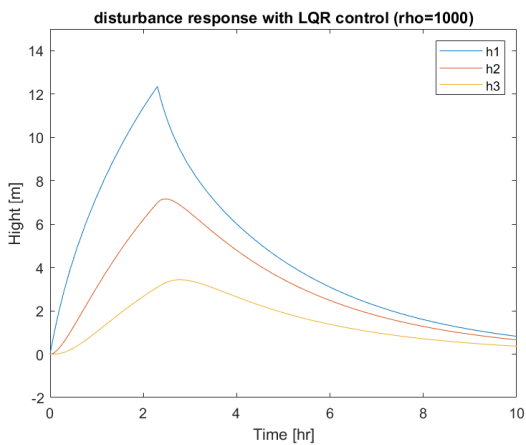
להלן התגובות בזמן בסעיף זה על ידי מטלב:

 $\rho_{min} = 0.0050$ $F4 = 1 \times 3$

6.3067 12.2911 3.5969

 $\rho_{max} = 1000$ $F4_{max} = 1 \times 3$ $10^{-3} \times$

0.5995 0.5996 0.2998



ניתן להסיק מהגרפים כמה תובנות חשובות שתואמות את ההנחה שהנחנו לפני שהוצאנו את הגרפים במטלב. ראשית, ניתן לראות את ה- TRADE-OFF שבין מהירות התגובה לבין מאמץ הבקרה. כלומר, ככל שהערך של ρ נמוך יותר, כך יש פחות חשיבות למאמץ הבקרה, כלומר מאמץ הבקרה על הספיקה הנכנסת יהיה גדול יותר, אך התגובה תתייצב מהר יותר.

כאשר ρ גדול מאוד ביחס למשקול של וקטור המצב, ניתן לראות כי מאמץ הבקרה אפסי, אך לוקח למערכת זמן רב יותר להתייצב, וכן יש חשיבות מועטה יותר להתייצבות גובה המיכלים, מה שבא לידי ביטוי בהתייצבות איטית הרבה יותר. לסיכום, הערך המינימלי של ρ הינו 0.005.

ה. בקר משוב + אינטגרטור

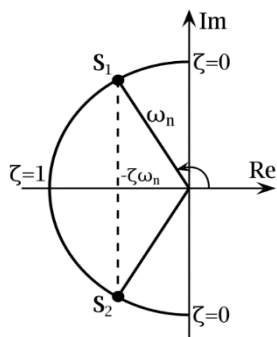
בסעיף זה נתכנן בקר משוב עם אינטגרטור, כאשר תחילה נחשב את הקטבים הרצויים כך שימצאו על רדיוס R ויצרו יחס ריסון 0.8.

ראשית, בשל האינטגרטור נגדיר ווקטור מצב מורחב $\tilde{x} = (x \ z)^T$ ונקבל את המערכת הכללית הבאה:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{V}r = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \tilde{x} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r$$

$$y = \tilde{C}\tilde{x} = (C \ 0)\tilde{x}$$

על מנת למצוא את הקטבים הנדרשים נשתמש בקשרים הבאים שמצאתי בקורס מבוא לבקרה:



$$\omega_n = R$$

$$\zeta = 0.8$$

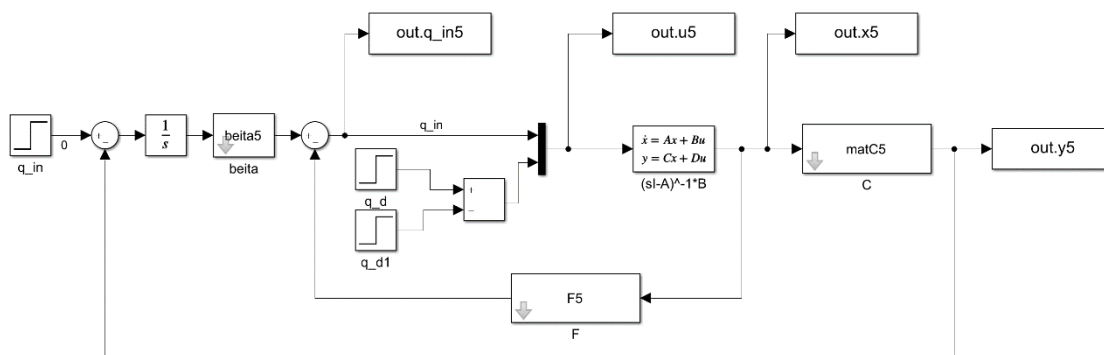
$$P_1 = -\zeta \cdot \omega_n + (\omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2})i = -0.8 \cdot R + (0.64 \cdot R)i$$

$$P_2 = -\zeta \cdot \omega_n - (\omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2})i = -0.8 \cdot R - (0.64 \cdot R)i$$

כעת יש לנו רק שני קטבים, אך אנו יודעים שמצויים 4 קטבים לאחר הוספת האינטגרטור, לכן נוסיף עוד שני קטבים שיהיו על אותו המעגל ברדיוס R על הציר הממשי השלילי, כלומר:

$$P_3 = P_4 = -R$$

להלן דיאגרמת הבלוקים שבניתי בסימולינק בסעיף זה:



המערכת שמתקבלת מהוספת האינטגרטור כאשר היציאה מוגדרת כספיקה היוצאת הינה:



$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{pmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}} \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}_u \cdot \mathbf{q}_{in} + \tilde{\mathbf{B}}_d \cdot \mathbf{q}_d$$

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{C}} \cdot \tilde{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{u} = -\tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{x}}$$

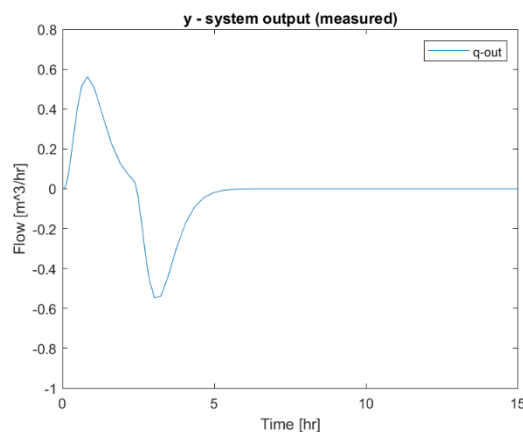
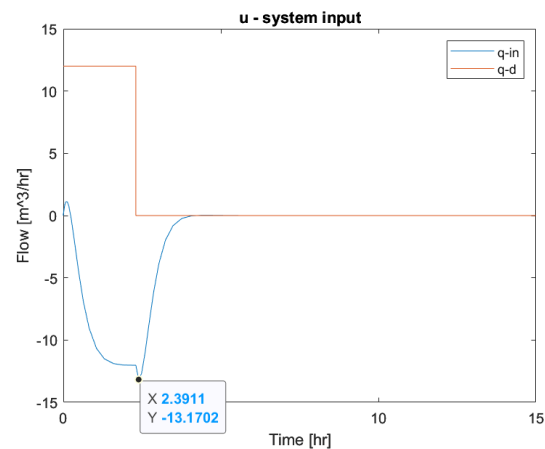
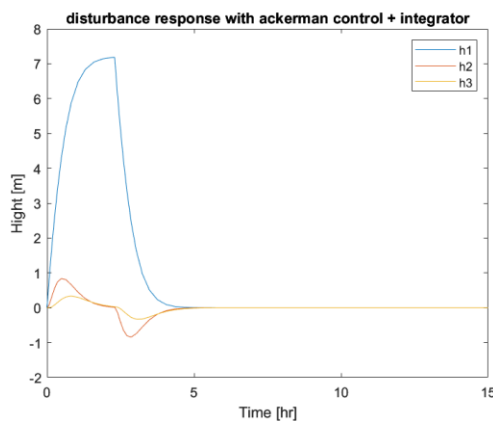
ראשית, יש לוודא קודם כי המערכת קונטרולבילית, למרות שניתן היה לראות שהמערכת קונטרולבילית מכיוון שהצמד $\tilde{\mathbf{B}}_u, \tilde{\mathbf{A}}$ קונטרולבילים, זאת בעקבות שמקודם הראינו כי A, B_u קונטרולבילים, ובנוסף וכי התמסורת $\frac{y}{u}(s)$ אינה מתאפסת בראשית, עשיתי זאת באותה דרך כמו בסעיפים הקודמים על ידי בדיקת הדרגה של מטריצת הקונטרולביליות החדשה שהתקבלה במטלב. הדרגה הינה 4 ולכן המערכת קונטרולבילית.

כעת נוכל לחשב את הוקטור $\tilde{\mathbf{F}}$ ואת הקבוע β בעזרת נוסחת אקרמן.

הערה: בסעיף זה לא כתוב במפורש שיש לעמוד בדרישות הספיקה וגובה הנוזל של הסעיפים הקודמים (בי' וג') ולכן יש חופש בבחירת רדיוס המעגל, אך אני מניח שעדיין יש חשיבות לכך, ולכן בפתרון שלי בחרתי רדיוס שבכל זאת מתחשב בדרישות אלה.

לאחר מספר בדיקות, הרדיוס המקסימלי המקיים את הדרישות הינו $R = 4.1$.

להלן הגרפים שהוצאתי במטלב עבור סעיף זה:





ניתן לראות כי עבור רדיוס זה, אופי התגובות של הספיקה הנכנסת ושל גובה המיכלים מתנהגים יחסית באופן דומה לסעיפים הקודמים מבחינת מאמץ הבקרה וזמני ההתכנסות למצב יציב, ובגרף התגובה של הספיקה היוצאת ניתן לראות שהמערכת מתייצבת לאחר בערך 5 שעות, עם תגובת מעבר בעלת 2 תנודות בעלות מאמץ בקרה באמפליטודה של בערך 0.5. משווי המצב שקיבלתי בסעיף זה נתונים בקובץ המטלב.

בסעיפים ו' ו-ז' מניחים כי לא ניתן למדוד אף אחד מן הגבהים אלא רק את הספיקה היוצאת q_{out} המדידה כוללת גם רעש מדידה:

$$q_m = q_{out} + V \cdot \sin(10 \cdot t)$$

1. תכנון משערך למערכת:

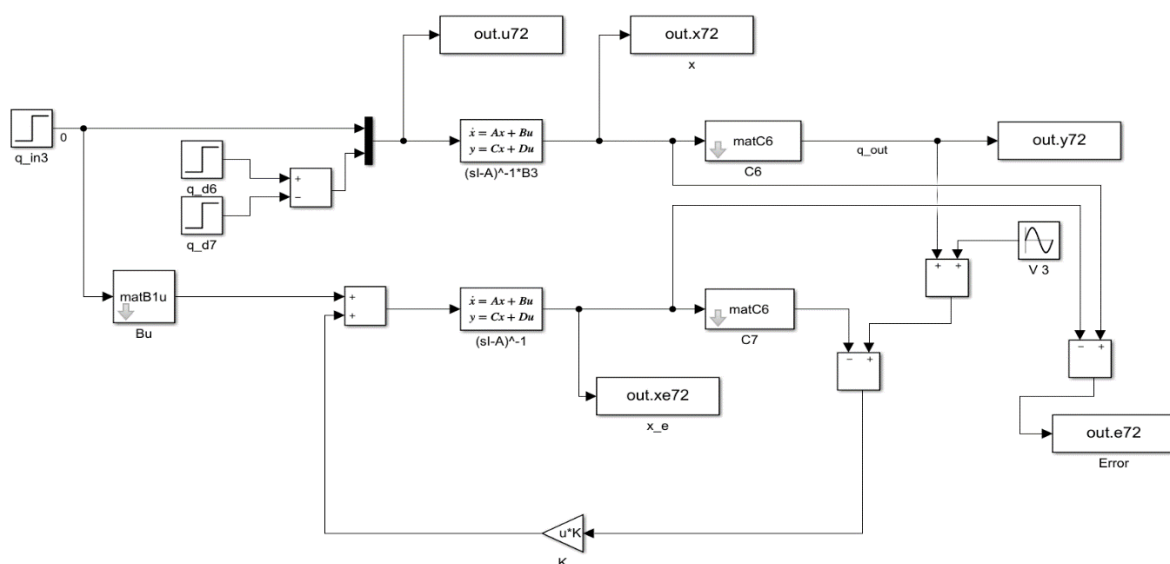
בסעיף זה נבצע תכנון משערך אשר קטביו הם הערכים הבאים עבור שני מקרים שונים:

$$poles = -3; -4.5 \pm 2j$$

$$poles = -18; -26 \pm 12j$$

ראשית, על מנת לתכנן משערך וידאתי שאכן המערכת אוברבבילית, זאת עשיתי על ידי בדיקת הדרגה של מטריצת האוברבביליות. הדרגה של מטריצה זו הינה 3 ולכן המערכת אוברבבילית. כעת, נוכל למצוא את הגבר השערך עבור כל סעיף K_6, K_7 בעזרת נוסחת אקרמן לשערך, כאשר זאת עשיתי במטלב.

להלן דיאגרמת הסימולינק שבניתי בסעיף ו' וז' (אותה דיאגרמה):





עבור זוג קטבים בסעיף א': $poles = -3; -4.5 \pm 2j$ קיבלתי ממטלב כי הגבר המשערך הינו:

K61 = 1×3			
	1	2	3
1	6.6640	5.8500	2.2000

עבור זוג קטבים בסעיף ב': $poles = -18; -26 \pm 12j$ קיבלתי ממטלב כי הגבר המשערך הינו:

K62 = 1×3 $10^3 \times$			
	1	2	3
1	2.6350	0.5152	0.0370

נשים לב כי הגבר המשערך של הקטבים הרחוקים יותר מהציר המדומה ($K62$) גדולים בשלושה סדרי גודל מהגבר המשערך של הקטבים שקרובים יותר לציר המדומה, זאת בעקבות הקשר הישיר בין מיקום הקטבים לגודל ההגבר הנדרש. ניתן לראות זאת מנוסחת אקרמן.

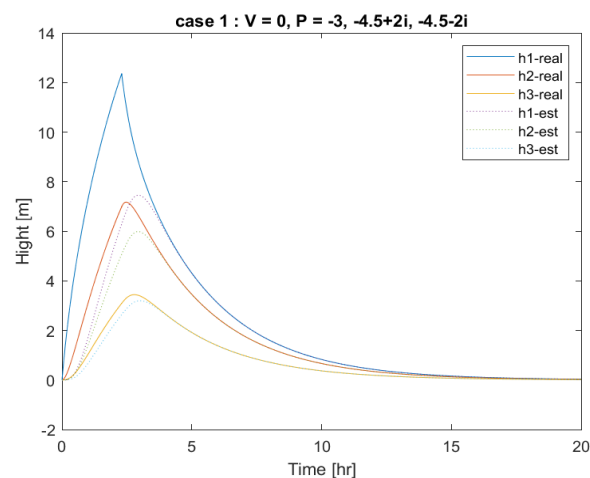
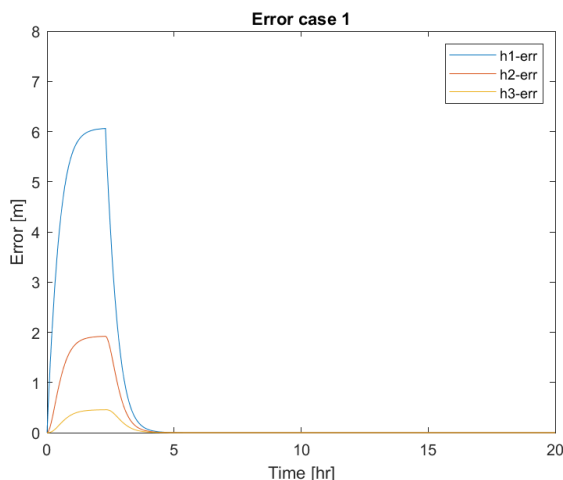
ז. ביצוע סימולציות

בסעיף זה נבצע סימולציה של פעולת המשערכים מסעיף קודם כאשר על המערכת פועלת ההפרעה ללא בקרה, ותנאי ההתחלה של המשערך ושל התהליך הינם 0. דיאגרמת המערכת בסימולינק זהה לסעיף ו'.

להלן הגרפים שהוצאתי במטלב עבור הגבהים האמיתיים אל מול המשוערכים, ושגיאת השערך עבור המדידה המדויקת ($V=0$) ועבור ($V=0.15$):

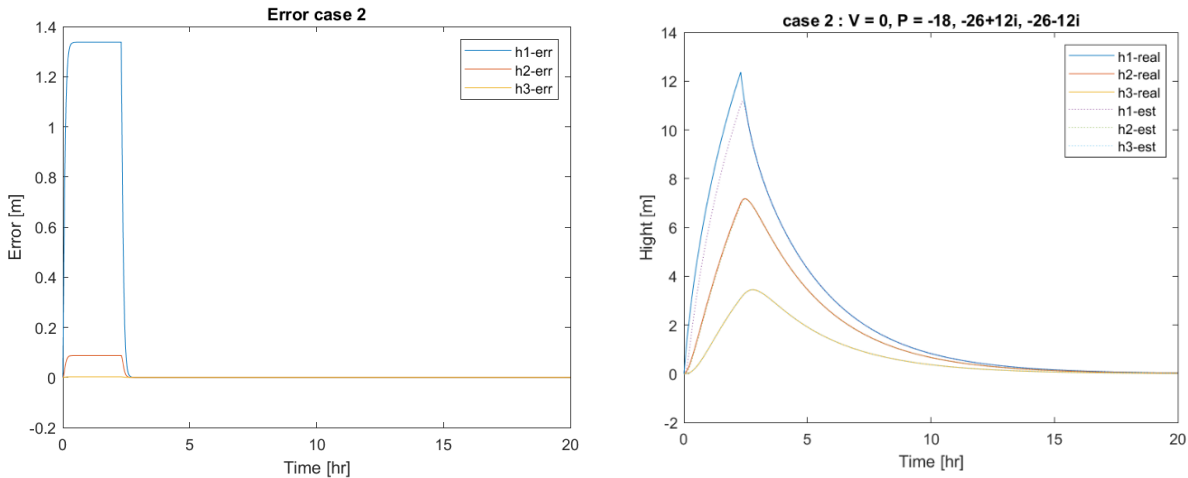
ללא הפרעה:

עבור $V = 0$ והקטבים של סעיף ו' (1) $poles = -3; -4.5 \pm 2j$ כלומר הגבר משערך $K61$:





עבור $V = 0$ והקטבים של סעיף ו' $(2) poles = -18; -26 \pm 12j$ כלומר הגבר משערך $K62$:

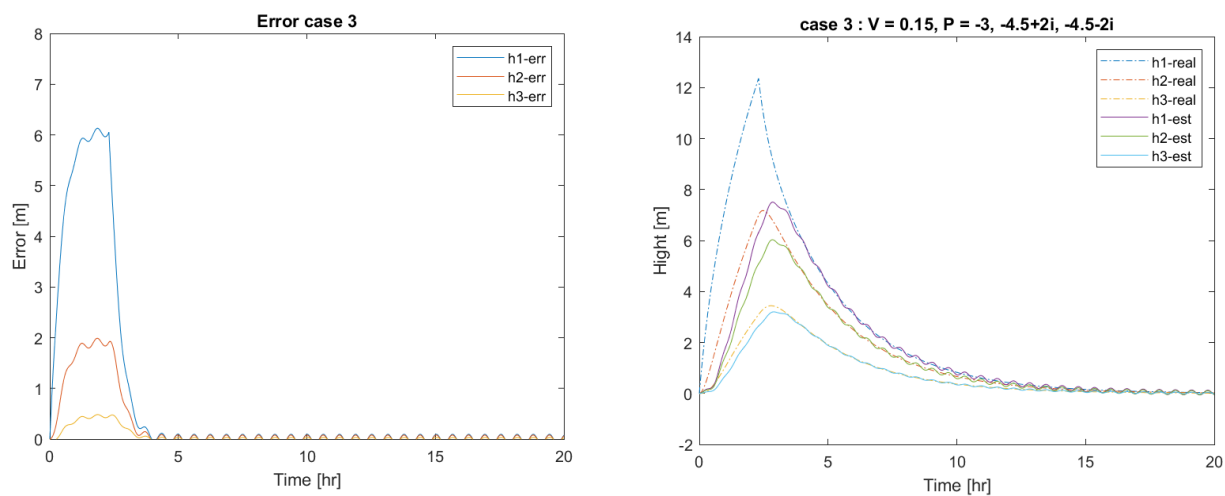


ראשית ניתן לראות כי ללא הפרעה השגיאה מתכנסת ל-0, כצפוי. בנוסף, ניתן לראות כי כאשר הקטבים קרובים יותר לציר המדומה, כך השגיאה ההתחלתית גדולה יותר משמעותית ומתכנסת לאט יותר ל-0 מה שתואם את התיאוריה.

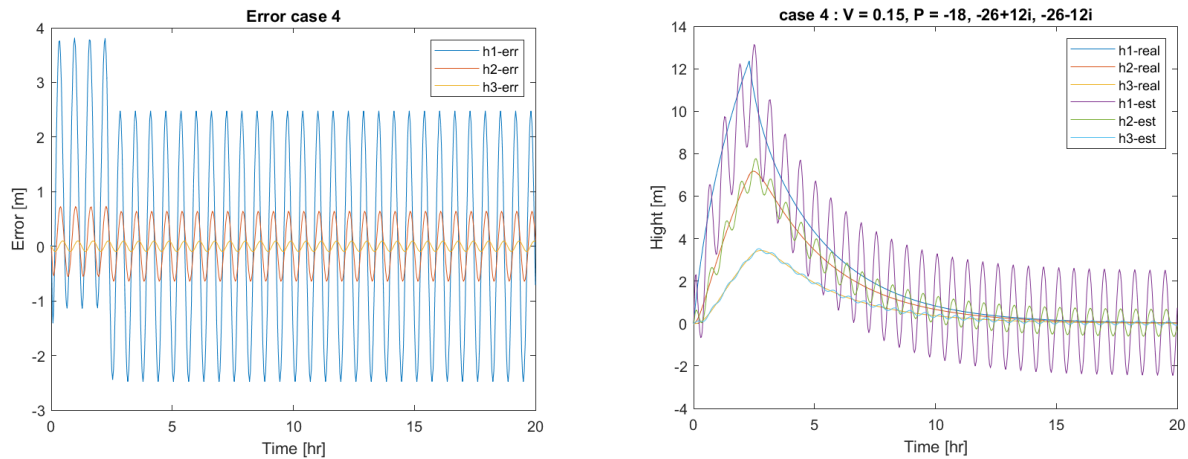
ניתן לראות כי עבור הקטבים הרחוקים יותר הגבר המשערך מבצע "עבודה טובה יותר" שכן השערוך של גבהי המיכלים מדויק יותר לערך האמיתי. מבחינת זמן ההתייצבות של גובה המיכלים ניתן לראות כי אין הבדל משמעותי בין זוגות הקטבים.

נוכחות הפרעה:

עבור $V = 0.15$ והקטבים של סעיף ו' $(1) poles = -3; -4.5 \pm 2j$ כלומר הגבר משערך $K61$:



עבור $V=0.15$ והקטבים של סעיף ו' $(2) poles = -18; -26 \pm 12j$ כלומר הגבר משערך $K62$:



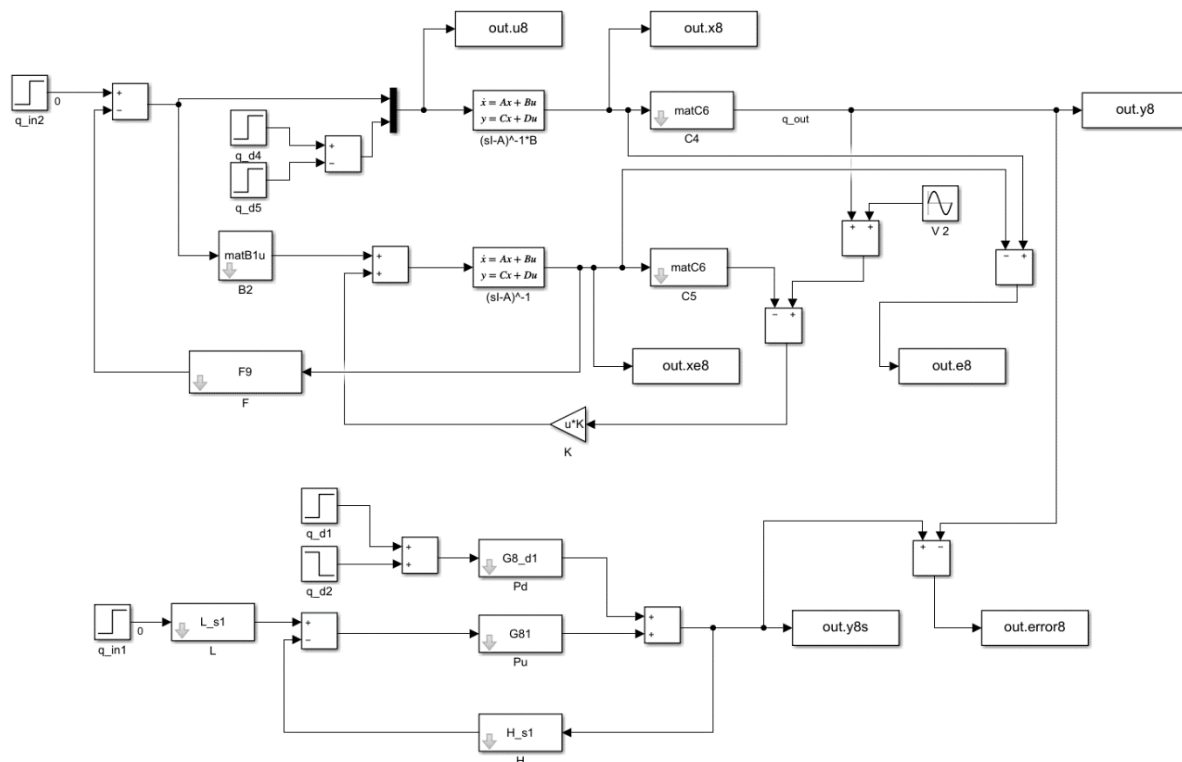
במקרה בו קיימת הפרעה, בדומה לסעיף הקודם ניתן לראות כי עבור זוג הקטבים הרחוקים יותר מהציר המדומה המשערך מביא לשערך איכותי יותר לגבהי המיכלים. כמו כן, שוב לא ניתן לראות הבדל משמעותי בזמן ההתכנסות של גבהי המיכלים בהשוואה בין שני זוגות הקטבים. בנוסף לכך ניתן לראות כי ככל שהגבר המשערך גדול יותר כך ההפרעה באה לידי ביטוי בצורה גבוהה יותר, על ידי תנודות בתדר גבוה (תדר ההפרעה).

בגרפים של השגיאה ניתן לראות את ה-TRADE-OFF שקיים בכך שהגבר משערך גדול יותר (קטבים יותר יציבים) יביא לערכי שגיאה קטן יותר ולזמן התכנסות מהיר יותר, אך "נשלם" בכך שהשגיאה תתנוד סביב האפס באמפליטודה שמוכפלת בהגבר המשערך. כלומר, ככל ש- K גבוה יותר, כך אמפליטודת התנודה תהיה גבוהה יותר וכך להפרעה יש משקל משמעותי יותר.

חשוב לציין שבנוכחות הפרעה, בשל התנודות סביב ה-0 ערך השגיאה לעולם לא יהיה אפס אלא ערך קבוע כלשהו, תלוי בהגבר המשערך (מיקום הקטבים) ובגודל ההפרעה.

**ח. משערך + משוב מצב**

בסעיף זה בוצע מודל למשערך + משוב מצב כאשר המשערך נילקח מסעיף ו' (1) והמשוב נילקח מסעיף ג כאשר לקחתי את המשוב המקסימלי.
להלן דיאגרמת הבלוקים שבניתי בסימולינק לסעיף זה:



ראשית, היה עלינו לבדוק שמטריצת השערוך ומטריצת הקונטרולביליות יציבות כל אחת בדרכן, אך מכיוון שכל אחת לקוחה מסעיף קודם אותו כבר וידאנו אין צורך לבדוק שוב.
המשערך שמצאנו בסעיף ו' (1) הינו :

K61 = 1×3

	1	2	3
1	6.6640	5.8500	2.2000

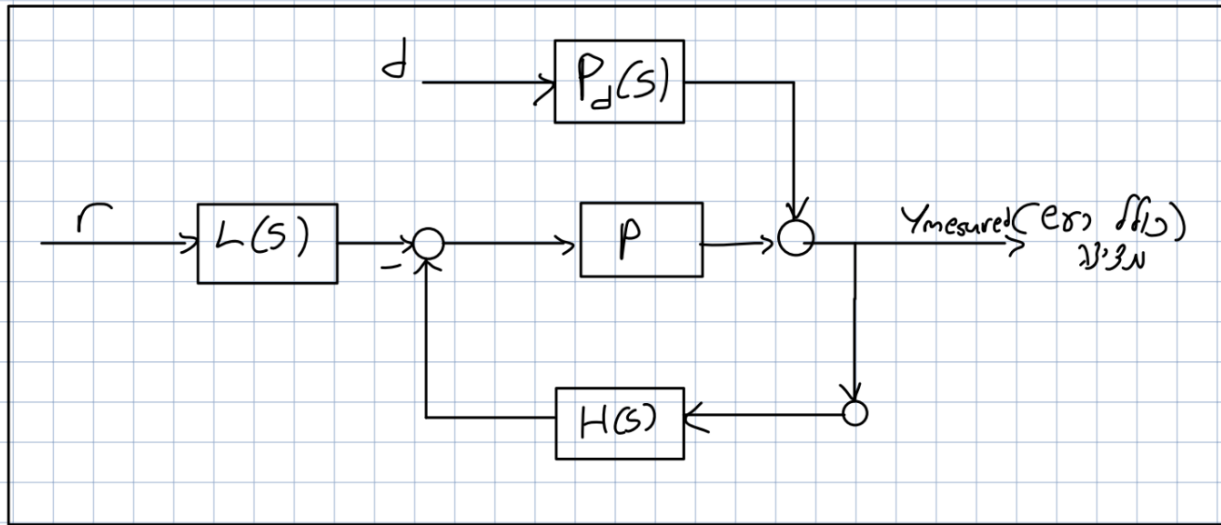
המשוב המקסימלי מסעיף ג' הינו המשוב עבור ערכי הקטבים המינימליים, כלומר הקטבים הרחוקים יותר מהציר המדומה. המשוב שהתקבל בסעיף זה הינו :

F1_min = 1×3

	1	2	3
1	3.0029	1.3117	1.6673



על מנת לחשב את פונקציות התמסורת של בקר המשוב $H(s)$ ושל המפצה המקדים $L(s)$ לא נוכל לקחת את התבנית של הדיאגרמה השקולה בהרצאה 9 מכיוון שפיתוח התמסורות הללו בהרצאה מתבסס על ההנחה שמטריצת B להפרעה ושל המערכת זהות. אצלנו, לא כך הדבר ולכן יש לבנות מערכת שקולה בצורה שונה. ניתן לראות את ההפרדה שעשייתי בדיאגרמת הסימולינק, ולצורך פישוט להלן דיאגרמת הבלוקים השקולה שיצרתי וממנה פיתחתי את התמסורות המבוקשות:



להלן פונקציות התמסורת שהתקבלו במערכת:

G8 =

$$\frac{2.778 s + 4.63}{s^3 + 8.333 s^2 + 16.67 s + 4.63}$$

Continuous-time transfer function.

G8_d =

$$\frac{4.63}{s^3 + 8.333 s^2 + 16.67 s + 4.63}$$

Continuous-time transfer function.

H_s =

$$\frac{31.35 s^2 + 255 s + 450.1}{s^3 + 13.31 s^2 + 70.4 s + 72.13}$$

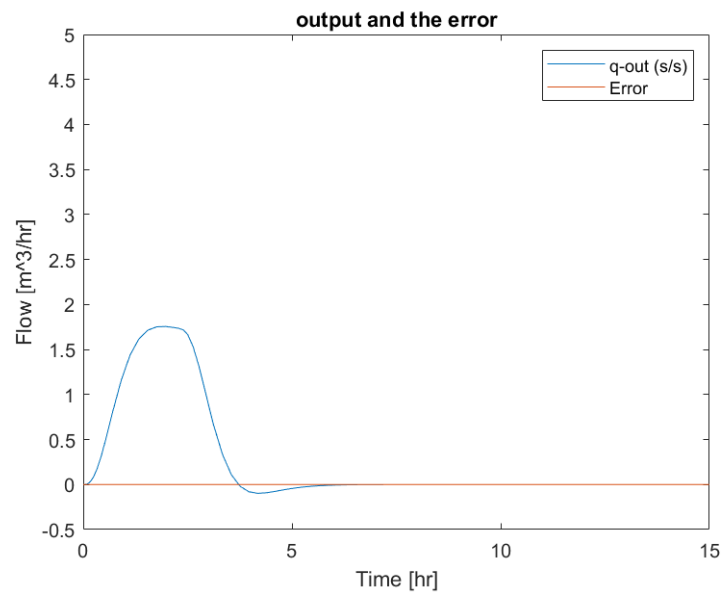
Continuous-time transfer function.

L_s =

$$\frac{s^3 + 12 s^2 + 51.25 s + 72.75}{s^3 + 13.31 s^2 + 70.4 s + 72.13}$$



להלן הפלוט שהוצאתי במטלב:



ניתן לראות כי אכן החוג הסגור יציב שכן היציאה מתכנסת, וכן השגיאה אפסית.

עודפי היציבות של המערכת הנ"ל הינם:

