Matemáticas Computacionales

Práctica 3: Método de bisección

Alumno: María Fernanda Orozco Medellín

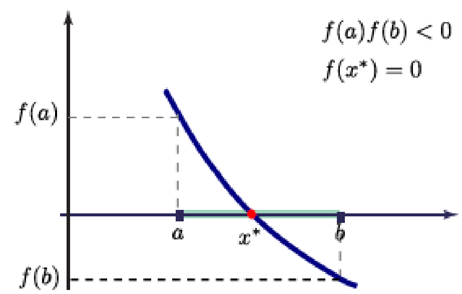
Semestre: Febrero-Junio 2021

1. Introducción

En esta práctica 3 se implementa un método de Análisis Numérico para determinar los ceros de una función. En general, encontrar los ceros de una función en un número finito pasos casi nunca es posible. Para ello se utilizan métodos de aproximación. Estos métodos son iterativos iniciando con una aproximación x_0 o un intervalo *[a, b]*, calculamos aproximaciones sucesivas $x_1, x_2, \ldots, x_n$ y se escoge x_n como aproximación del cero de la función cuando se cumpla un criterio de paro. El método de bisección es uno de los métodos más usuales.

2. Método de bisección

Este es uno de los métodos más sencillos y de fácil intuición, para resolver ecuaciones en una variable. Se basa en el Teorema de los Valores Intermedios, el cual establece que toda función continua f en un intervalo cerrado $[a,b]$ ($f \in C[a,b]$ toma todos los valores que se hallan entre $f(a)$ y $f(b)$. Esto es, que todo valor entre $f(a)$ y $f(b)$ es la imagen de al menos un valor en el intervalo $[a,b]$.

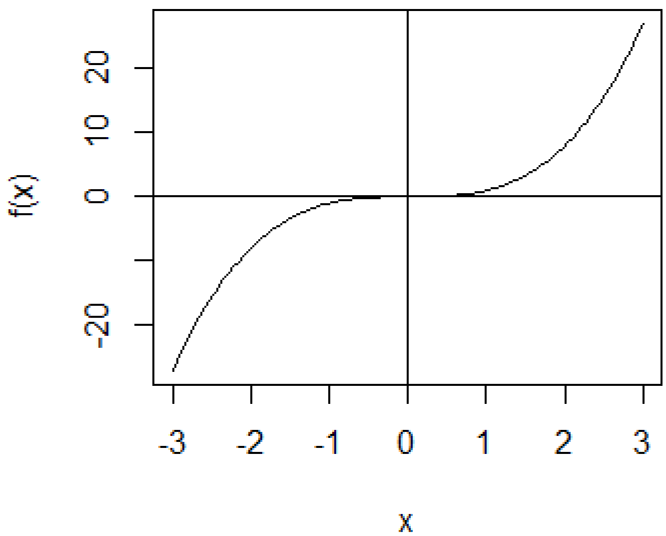


El método consiste en lo siguiente: supongamos que en el intervalo $[a,b]$ hay un cero de f. Calculamos el punto medio $m=(a + b) / 2$ del intervalo $[a,b]$. A continuación, calculamos $f(m)$. en caso de que $f(m)$ sea igual a cero, ya hemos encontrado la solución buscada. En caso de que no lo sea, verificamos si $f(m)$ tiene signo opuesto al de $f(a)$. Se redefine el intervalo $[a,b]$ como $[a,m]$ o $[m,b]$ según se haya determinado en cuál de estos intervalos ocurre un cambio de signo. A este nuevo intervalo se le aplica el mismo procedimiento y así, sucesivamente, iremos encerrando la solución en un intervalo cada vez más pequeño, hasta alcanzar la precisión deseada.

3. Tarea

Resolviendo $x^3 = 0$ usando bisección con el intervalo $[-0.2, 0.1]$.

La tolerancia que se utilizó para la función anterior es de 0.000001



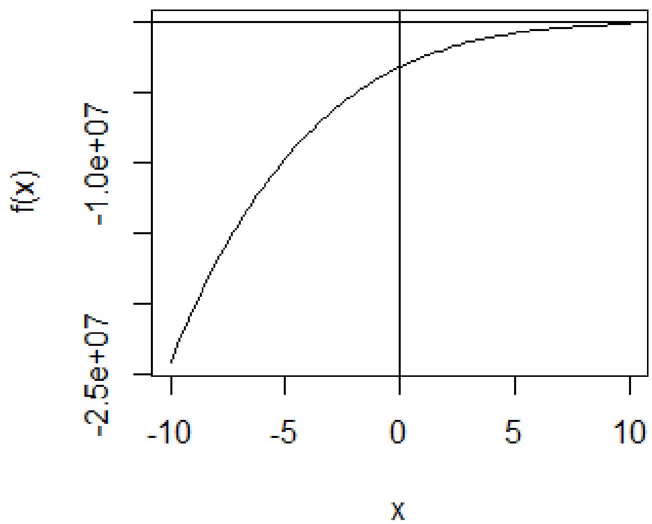
a	b	m	Error est.
-0.0500000	0.1000000	-0.0500000	0.0750000
-0.0500000	0.0250000	0.0250000	0.0375000
-0.0125000	0.0250000	-0.0125000	0.0187500
-0.0125000	0.0062500	0.0062500	0.0093750
-0.0031250	0.0062500	-0.0031250	0.0046875
-0.0031250	0.0015625	0.0015625	0.0023437
-0.0007812	0.0015625	-0.0007812	0.0011719
-0.0007812	0.0003906	0.0003906	0.0005859
-0.0001953	0.0003906	-0.0001953	0.0002930
-0.0001953	0.0000977	0.0000977	0.0001465
-0.0000488	0.0000977	-0.0000488	0.0000732
-0.0000488	0.0000244	0.0000244	0.0000366
-0.0000122	0.0000244	-0.0000122	0.0000183
-0.0000122	0.0000061	0.0000061	0.0000092
-0.0000031	0.0000061	-0.0000031	0.0000046
-0.0000031	0.0000015	0.0000015	0.0000023
-0.0000008	0.0000015	-0.0000008	0.0000011
-0.0000008	0.0000004	0.0000004	0.0000006

```
Cero de f en [ -0.2 , 0.1 ] es approx:  3.814697e-07 con error <= 5.722046e-07
```

En conclusión, se encontró que el cero de $x^3=0$ es aproximadamente: 3.814697e^{-07} con un error estimado de 5.722046e^{-07} y lo anterior se encontró en 16 iteraciones.

Resolviendo $f = x^5 - 100x^4 + 3995x^3 - 79700x^2 + 794004x - 3160075$ usando bisección con [17, 22.2]

La tolerancia utilizada en la función anterior es de 0.00001



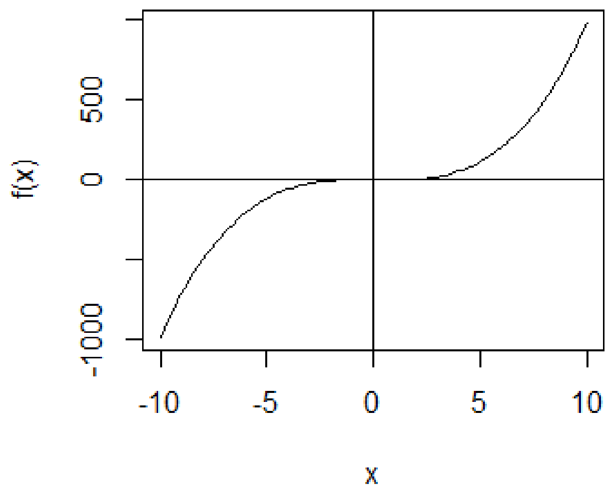
a	b	m	Error est.
17.0000000	19.6000000	19.6000000	1.3000000
17.0000000	18.3000000	18.3000000	0.6500000
17.6500000	18.3000000	17.6500000	0.3250000
17.6500000	17.9750000	17.9750000	0.1625000
17.8125000	17.9750000	17.8125000	0.0812500
17.8125000	17.8937500	17.8937500	0.0406250
17.8125000	17.8531250	17.8531250	0.0203125
17.8328125	17.8531250	17.8328125	0.0101562
17.8429687	17.8531250	17.8429687	0.0050781
17.8429687	17.8480469	17.8480469	0.0025391
17.8455078	17.8480469	17.8455078	0.0012695
17.8455078	17.8467773	17.8467773	0.0006348
17.8461426	17.8467773	17.8461426	0.0003174
17.8461426	17.8464600	17.8464600	0.0001587
17.8463013	17.8464600	17.8463013	0.0000793
17.8463013	17.8463806	17.8463806	0.0000397
17.8463409	17.8463806	17.8463409	0.0000198
17.8463608	17.8463806	17.8463608	0.0000099

```
Cero de f en [ 17 , 22.2 ] es approx:  17.84636 con error <= 9.918213e-06
```

En conclusión, se encontró que el cero de $x^5 - 100x^4 + 3995x^3 - 79700x^2 + 794004x - 3160075$ es aproximadamente: 17.84636 con un error estimado de $9.91821e^{-06}$ y lo anterior se encontró en 16 iteraciones.

Resolviendo $x^3-2x-5=0$.

La tolerancia utilizada para la función anterior es de 0.00002



a	b	m	Error est.
2.0000000	3.0000000	3.0000000	0.5000000
2.0000000	2.5000000	2.5000000	0.2500000
2.0000000	2.2500000	2.2500000	0.1250000
2.0000000	2.1250000	2.1250000	0.0625000
2.0625000	2.1250000	2.0625000	0.0312500
2.0937500	2.1250000	2.0937500	0.0156250
2.0937500	2.1093750	2.1093750	0.0078125
2.0937500	2.1015625	2.1015625	0.0039062
2.0937500	2.0976562	2.0976562	0.0019531
2.0937500	2.0957031	2.0957031	0.0009766
2.0937500	2.0947266	2.0947266	0.0004883
2.0942383	2.0947266	2.0942383	0.0002441
2.0944824	2.0947266	2.0944824	0.0001221
2.0944824	2.0946045	2.0946045	0.0000610
2.0945435	2.0946045	2.0945435	0.0000305
2.0945435	2.0945740	2.0945740	0.0000153

```
Cero de f en [ 2 , 4 ] es approx:  2.094574 con error <= 1.525879e-05
```

En conclusión, se encontró que el cero de $x^3-2x-5=0$ es aproximadamente: 2.094579 con un error estimado de $1.5258879e^{-05}$ y lo anterior se encontró en 16 iteraciones.

4. Referencias

- Mora F. Walter, Introducción a los Métodos Numéricos. Implementaciones en R. (2015) https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/WMora_MetodosNumericos/2017_Principal_MetodosNumericos-con-R.pdf
- https://github.com/Orozco96/Matematicas_Computacionales/tree/main/Pr%C3%A1ctica_03