

Termin: Mittwoch, 12. Mai 2009



Abschlussprüfung Sommer 2010

Aufgabenbogen

Mathematisch-technischer Softwareentwickler
Mathematisch-technischer Softwareentwicklerin
6511

1

Mathematische Modelle
und Methoden

6 Aufgaben
135 Minuten Prüfungszeit
100 Punkte

1. Aufgabe (20 Punkte)

Korrekturrand

Die MATSE AG bezieht Datenträger (DVD) von drei Herstellern. Der Hauptlieferant liefert die Hälfte der benötigten Artikel und garantiert einen Ausschussanteil von maximal 1 %. Der zweite Hersteller mit einem Anteil von 30 % gibt eine Ausschussquote von 2 % an. Firma 3 liefert den Rest und macht keine Qualitätsangaben. Aus der täglichen Praxis hat sich ergeben, dass zwei von 100 DVDs nicht zu verwenden sind.

Lösen Sie folgende Aufgaben unter der Annahme, dass die Hersteller 1 und 2 die Quoten exakt einhalten.

- Der MATSE AG wird eine vierte Sorte DVDs angeboten, mit Qualitätsgarantie von maximal 3,5 % Ausschuss. Soll die MATSE AG den dritten Lieferanten auswechseln und kann der Gesamtausschussanteil gemindert werden? Berechnen Sie dazu auch die Ausschussquote von Hersteller 3. (15 Punkte)
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit (nach einem eventuellen Wechsel) ist eine zufällig herausgegriffene und defekte DVD von Hersteller 2? (5 Punkte)

Hinweis:

Benutzen Sie die Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit: für ein beliebiges Ereignis A gilt $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) \cdot P(B_i)$

(dabei stellen die B_i eine disjunkte Zerlegung der Grundgesamtheit in Ereignisse mit positiven Wahrscheinlichkeiten dar), und die

folgende Folgerung aus der Formel von Bayes $P(B_i | A) = \frac{P(A | B_i) \cdot P(B_i)}{P(A)}$

2. Aufgabe (20 Punkte)

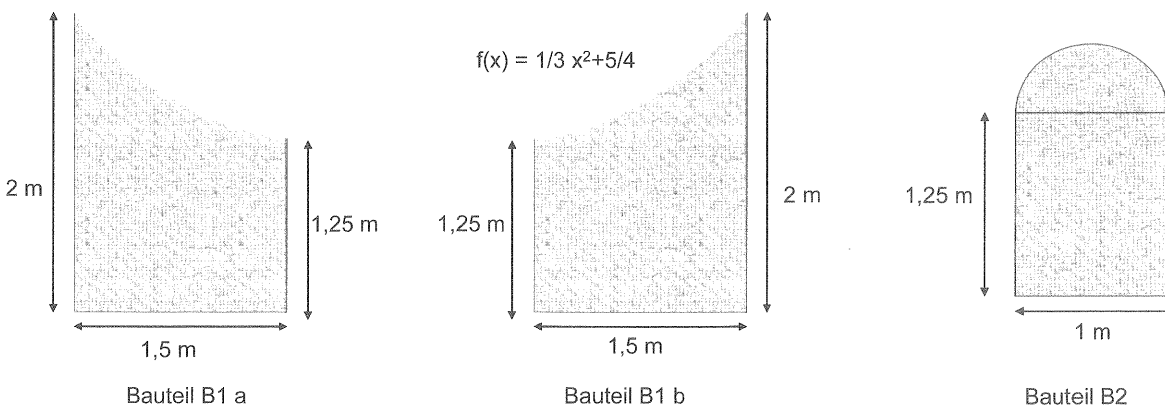
In einer Konservenfabrik sollen Weißblechdosen für Fertigsuppen produziert werden.

Die zylindrischen Dosen sollen 880 cm³ Inhalt fassen.

- Wie hoch muss eine Dose (ohne Falz) jeweils sein und welchen Durchmesser muss sie dabei haben, damit möglichst wenig Weißblech benötigt wird? (10 Punkte)
- Tatsächlich kann eine Dose aus fülltechnischen Gründen nur bis 1 cm unter den Rand befüllt werden. Wie viel Prozent des Dosenvolumens bleibt dadurch unbenutzt? (5 Punkte)
- Die Kosten für die Produktion der Dosen setzen sich zusammen aus den monatlichen Fixkosten von 50.000 EUR und variablen Kosten pro Dose von 0,80 EUR. Es können pro Monat 1.000.000 Dosen vom Band rollen. Zu welchem Preis muss die Dose in den Verkauf kommen, damit ein Gewinn von mindestens 15 % erzielt wird? (5 Punkte)

3. Aufgabe (20 Punkte)

Ein Garten soll mit Sichtschutzelementen eingezäunt werden. Dazu stehen folgende Bauelemente zur Verfügung:



Der Zaun ist insgesamt 18 m lang, die Bauelemente sollen jeweils ohne Verschnitt gesetzt werden. Zu beachten ist, dass die Seiten zweier angrenzender Bauteile höhenmäßig aneinander passen (Anschlussbedingung).

- Skizzieren Sie einen passenden Zaun, der je drei Elemente vom Typ B1a und B1b enthält und über die gesamte Länge symmetrisch gestaltet ist. Beachten Sie korrekte Anschlüsse. (10 Punkte)
- Zum einseitigen Streichen des Sichtschutzzauns benötigt man einen 5-l-Kanister Holzlasur für jeweils 10 m². Wie viele Kanister der Lasur benötigt man, wenn der Zaun wie in a) gestaltet wird. (10 Punkte)

4. Aufgabe (20 Punkte)

Korrekturrand

Die Rolle, die Kennwörter beim Sichern des Netzwerks einer Organisation spielen, wird häufig unterschätzt und übersehen. Kennwörter stellen die erste Instanz beim Schutz vor unbefugtem Zugriff auf eine Organisation dar. Nicht sichere Kennwörter ermöglichen Angreifern einfachen Zugriff auf Computer und Netzwerk, während sichere Kennwörter wesentlich schwieriger zu ermitteln sind, selbst mithilfe der heute verfügbaren Spezialsoftware. Ein sicherer Computer weist sichere Kennwörter für alle Benutzerkonten auf.

Ihre Firma erstellt nun folgende Richtlinien zur Kennwortbildung:

Regel 1: Das Kennwort besteht aus zehn beliebigen Zeichen aus nachstehender Tabelle.

Regel 2: Das Kennwort besteht aus zehn verschiedenen Zeichen.

Regel 3: Das Kennwort besteht aus zehn beliebigen Zeichen, enthält aber keine Sonderzeichen.

Regel 4: Das Kennwort hat mindestens ein Sonderzeichen, die restlichen Zeichen sind beliebig.

(Tipp: Benutzen Sie vorige Ergebnisse.)

Regel 5: Das Kennwort besteht aus genau zwei und zwar verschiedenen Ziffern und acht anderen Zeichen, die mehrfach vorkommen können.

Gruppe	Beispiele
26 Großbuchstaben	A, B, C ...
26 Kleinbuchstaben	a, b, c ...
10 numerische Zeichen	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
30 auf der Tastatur vorhandene Symbole (alle über die Tastatur eingebbaren Zeichen, die keine Buchstaben oder numerischen Zeichen sind)	` ~ ! @ # \$ % ^ & * () _ + - = { } \ : ; , < > ? , . /

Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Kennwörter, die gebildet werden können, wenn

- nur Regel 1 angewendet wird. (3 Punkte)
- nur Regel 2 angewendet wird. (4 Punkte)
- nur Regel 3 angewendet wird. (3 Punkte)
- nur Regel 4 angewendet wird. (3 Punkte)
- nur Regel 5 angewendet wird. (3 Punkte)
- Regel 4 und Regel 5 kombiniert angewendet werden, d. h. das Kennwort genau zwei verschiedene Ziffern und mindestens ein Sonderzeichen hat. (4 Punkte)

5. Aufgabe (20 Punkte)

Der Greifpunkt eines Roboters bewegt sich in einer Ebene $E_1 = E_1 = \{ \vec{v} | \vec{v} = \vec{u} + \lambda \vec{r} + \omega \vec{s} \wedge \lambda, \omega \in \mathbb{R} \}$.

Da die Bewegung der Arme natürlich begrenzt ist, beschränken sich die zulässigen Werte von λ und ω auf das Intervall $[0;1]$.

Es seien $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Geben Sie die vier Eckpunkte des Parallelogramms an, welches den Arbeitsbereich des Roboters beschreibt. (4 Punkte)
- Für die geradlinige Bewegung im Arbeitsbereich des Roboters vom Punkt $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ zum Punkt $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ist die Geradengleichung anzugeben. (4 Punkte)
- Im Arbeitsbereich des Roboters befindet sich ein Hindernis, dessen nächste Kante zum Roboter durch die Punkte $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ geht. (12 Punkte)

Bestimmen Sie den Minimalabstand zwischen dem Hindernis und der geradlinigen Bewegung. (12 Punkte)

6. Aufgabe (20 Punkte)

Korrekturrand

Als Mitarbeiter/-in in einer Softwareentwicklungsabteilung sollen Sie ein altes Programm überarbeiten.

a) In diesem ist folgendes if-Statement vorhanden:

```
if ((B1 && B2) || (B1 && B3) || B2) then
```

Vereinfachen Sie den Ausdruck. B1, B2 und B3 sind boolsche Variablen.

(5 Punkte)

b) Außerdem enthält das Programm die folgende Schleife, deren obere Grenze n variabel ist.

```
s=0;
q=2;
for (i=0; i<=n; i++)
    {s=s+Math.pow(q, i);}
```

Dabei liefert `Math.pow(q, i)` den Wert q^i .

Diese Schleife kann durch eine einzige Zuweisung ersetzt werden.

ba) Ermitteln Sie die Formel für s in Abhängigkeit von n.

Schreiben Sie dazu als erstes s abhängig von n in Summenschreibweise und betrachten Sie dann die Gleichung

$s(n) = 2 * s(n-1) - s(n-2)$; daraus lässt sich die gesuchte Formel für s(n) einfach ermitteln. (6 Punkte)

bb) Beweisen Sie nun Ihre Formel mit vollständiger Induktion. (6 Punkte)

bc) Was ändert sich, wenn man statt $q=2$ den Fall $q=1$ vorliegen hat? (3 Punkte)