AVERSIÓN AL RIESGO

Luis Ortiz Cevallos

UNIVERSIDAD

1 de diciembre de 2016

Sean dos funciones de utilidades: u_1 y u_2, ambas para un mismo nivel de riqueza, u_1 corresponde a un sujeto con mayor aversión al riesgo que u_2. Si al sujeto 1 le desagrada todos los juegos de azar que le desagrade a 2 independientemente del nivel de riqueza inicial, implica que:
Dado

$$\phi(x) = u_1(\frac{1}{u_2(x)}) \tag{1}$$

Sus propiedades son:

1. $u_1(z) = \phi(u_2(z))$; en que $\phi(.)$ es una función que transforma u_2 en u_1.
2. $u_1^{'}(z) = \phi^{'}(u_2(z))u_2^{'}(z) \to \phi^{'} = \frac{u_1^{'}}{u_2^{'}} > 0.$
3.

COMPARANDO LA ADVERSIÓN AL RIESGO

$$
\begin{aligned}
u_1^{''}(z) &= \phi^{''}(u_2(z))(u_2^{'}(z))^2 + \phi^{'}(u_2(z))u_2^{''}(z) \\
\phi^{''}(u_2^{'})^2 &= u_1^{''} - \phi^{'}u_2^{''} \\
\phi^{''} &= \frac{u_1^{''}}{(u_2^{'})^2} - \frac{\phi^{'}u_2^{''}}{(u_2^{'})^2} \\
\phi^{''} &= \frac{u_1^{''}}{(u_2^{'})^2} + \frac{\phi^{'}}{u_2^{'}}A_2 \\
\phi^{''} &= \frac{u_1^{''}}{(u_2^{'})^2} + \frac{u_1^{'}}{u_2^{'}}\frac{1}{u_2^{'}}A_2 \\
\phi^{''} &= (\frac{u_1^{''}}{(u_2^{'})^2} + \frac{u_1^{'}}{u_2^{'}}\frac{1}{u_2^{'}}A_2)\frac{1}{u_1^{'}} \\
\phi^{''} &= -A_1\frac{1}{(u_2^{'})^2} + \frac{1}{(u_2^{'})^2}A_2 \\
\phi^{''} &= \frac{1}{(u_2^{'})^2}(A_2 - A_1) < 0 \rightarrow A_1 > A_2
\end{aligned}
$$

COMPARANDO LA ADVERSIÓN AL RIESGO

Una cuarta propiedad es que al considerar un riesgo $\tilde{x}$ que le sea desagradable a u_2 tenemos que:

$$Eu_2(w_0 + \tilde{x}) \leq Eu_2(w_0)$$

Lo que implique que para el sujeto 1:

$$Eu_1(w_0 + \tilde{x}) = E\phi(u_2(w_0 + \tilde{x})) \leq \phi(Eu_2(w_0 + \tilde{x})) \leq \phi(u_2(w_0)) = u_1(w_0)$$

COMPARANDO LA ADVERSIÓN AL RIESGO

Una quinta propiedad se observa al incorporar una prima de riesgo π, la cual es la cantidad que uno está dispuesto a pagar para evitar un riesgo de media cero, de manera que:

$$Eu(w_0 + \tilde{x}) = u(w_0 - \pi) \tag{2}$$

Si definimos:

$$z = w_0 - \pi$$
$$\tilde{y} = \pi + \tilde{x}$$

Podemos reescribir 2 como:

$$Eu(z + \tilde{y}) = u(z) \tag{3}$$

Ahora si definimos π_2 como la prima de riesgo que paga el sujeto 2, y en base a ello definimos $\tilde{y}_2 \ \wedge \ z_2$ tenemos que:

$$Eu_2(z_2 + \tilde{y}_2) = u_2(z_2)$$

Y como el sujeto 1 es más adverso al riesgo tenemos:

$$Eu_1(z_2 + \tilde{y}_2) \leq u_1(z_2)$$

Noten que $z_2 > z_1$ y por tanto $\pi_1 \geq \pi_2$.