CONTROLES DE CAPITAL ÓPTIMOS EN UN MODELO DE DOS PAÍSES

Luis Ortiz Cevallos

UNIVERSIDAD

2 de diciembre de 2015

CONTROLES DE CAPITAL ÓPTIMOS EN UN MODELO DE DOS PAÍSES

Objetivo

Conocer que sucede cuando una economía grande afecta su PAEN, implicando que la oferta de activos mundial cambie y por tanto se afecte sustantivamente la tasa de interés.

Intuición

Como cada país es grande cada uno tiene cierto poder de mercado en la economía mundial así que cada país tiene incentivos para comportarse de manera monopolísitica y acercar la tasa de interés mundial a cierto nivel que le indiferente a su PAEN deseado

Estructura

Supuesto 1 Considere dos economías grandes (US, C) en dos períodos, cada país tiene una función de utilidad separable con argumentos Consumo:

$$U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2 \tag{1}$$

Supuesto 2 Las dotaciones en la economía US es constante entre períodos:

$$Q_1^{US} = Q_2^{US} = Q \tag{2}$$

Supuesto 3 En contraste la dotación de la economía C experimenta un crecimiento

$$Q_1^C = \frac{Q}{2} \ ; \ Q_2^C = Q \tag{3}$$

Supuesto 4 Asumimos que la PAEN en ambas economías es cero al comienzo del período 1.

Supuesto 5 Asumimos que el PAEN al final del período 2 es cero.

Supuesto 6 La tasa de interés para pasar activos del período 1 al 2 es exógeno.

Bajo esta estructura los hogares de la economía uno tiene el problema de maximizar su función de utilidad dado la restricción presupuestaria en el período 1 y 2 respectivamente:

$$C_1^{US} + B_1^{US} = Q_1^{US} \tag{4}$$

$$C_2^{US} = Q_2^{US} + (1 + r_1)B_1^{US} \tag{5}$$

El valor presente (período 1) de la restricción presupuestaria dada por 6 sustituyendo B_1^{US} según 5:

$$C_2^{US} + (1 + r_1)(C_1^{US}) = Q_2^{US} + (1 + r_1)(Q_1^{US})$$

$$\frac{C_2^{US}}{(1 + r_1)} + C_1^{US} \frac{Q_2^{US}}{(1 + r_1)} + Q_1^{US} \tag{6}$$

Si despejamos C_1^{US} y reemplazamos en la función de utilidad tenemos:

$$\ln\{\frac{= Q_2^{US}}{(1 + r_1)} + Q_1^{US} - \frac{C_2^{US}}{(1 + r_1)}\} + \ln C_2^{US} \tag{7}$$

La CPO de 7 es:

$$\max_{C_2^{US}} \ln\{\frac{Q_2^{US}}{(1+r_1)} + Q_1^{US} - \frac{C_2^{US}}{(1+r_1)}\} + \ln C_2^{US}$$

$$\frac{1}{C_1^{US}}\frac{1}{1+r_1}(-1) + \frac{1}{C_2^{US}} = 0$$

$$C_1^{US} = \frac{C_2^{US}}{1+r_1} \tag{8}$$

Sustituyendo C-1 de 6 tenemos:

$$C_1^{US} + C_1^{US} = \frac{Q_2^{US}}{(1+r_1)} + Q_1^{US}$$

$$C_1^{US} = \frac{Q_2^{US}}{2(1+r_1)} + \frac{Q_1^{US}}{2}$$

$$C_1^{US} = \frac{Q}{2(1+r_1)} + \frac{Q}{2}$$

Ello significa que en equilibrio debe cumplirse que:

$$
\begin{aligned}
CA_1^{US} &= B_1^{US} - B_0^{US} \\
CA_1^{US} &= B_1^{US} \\
CA_1^{US} &= Q - C_1^{US} \\
CA_1^{US} &= Q - \frac{1}{2}\{\frac{Q}{(1+r_1)} + Q\} \\
CA_1^{US} &= \frac{Q}{2} - \frac{Q}{2(1+r_1)} \\
CA_1^{US} &= \frac{1}{2}Q(1 - \frac{1}{(1+r_1)}) \\
CA_1^{US}(r) &= \frac{1}{2}Q(\frac{r_1}{(1+r_1)}) \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Ahora buscamos determinar en el período 1 la CA del país C, ésta es función de la tasa de interés del país C: $CA_1^C(r_1^C)$

Ahora buscamos determinar en el período 1 la CA del país C, ésta es función de la tasa de interés del país C: $CA_1^C(r_1^C)$, para ello resolvemos el siguiente problema:

$$\max_{C_1^C, C_2^C} \ln C_1^C + \ln C_2^C$$

$$S.a$$

$$C_1^C + B_1^C = \frac{Q}{2}$$

$$C_1^C = Q + (1 + r_1^C) B_1^C$$

De lo que resulta:

$$C_1^C = \frac{1}{2}\{\frac{Q}{2} + \frac{Q}{1 + r_1^C}\} \tag{10}$$

Ello significa que en equilibrio debe cumplirse que:

$$
\begin{aligned}
CA_1^C &= B_1^C - B_0^C \\
CA_1^C &= B_1^C \\
CA_1^C &= \frac{Q}{2} - C_1^C \\
CA_1^C &= \frac{Q}{2} - \frac{1}{2}\{\frac{Q}{2} + \frac{Q}{1+r_1^C}\} \\
CA_1^C &= \frac{Q}{4} - \frac{Q}{2(1+r_1^C)} \qquad (11)
\end{aligned}
$$

Noten que para el caso del país C para que éste tenga un superávit en CA en el período 1 la tasa de interés tendría que ser mayor al 100 %.

Una conclusión es que aquella economía grande con perspectiva de crecimiento en su producto exhibirá un déficit en contra de un superávit en CA de aquella economía grande que no exhibe crecimiento.

Ello significa que en equilibrio debe cumplirse que:

$$
\begin{aligned}
CA_1^C &= B_1^C - B_0^C \\
CA_1^C &= B_1^C \\
CA_1^C &= \frac{Q}{2} - C_1^C \\
CA_1^C &= \frac{Q}{2} - \frac{1}{2}\{\frac{Q}{2} + \frac{Q}{1+r_1^C}\} \\
CA_1^C &= \frac{Q}{4} - \frac{Q}{2(1+r_1^C)}
\end{aligned} \tag{12}
$$

Noten que para el caso del país C para que éste tenga un superávit en CA en el período 1 la tasa de interés tendría que ser mayor al 100 %.

Una conclusión es que aquella economía grande con perspectiva de crecimiento en su producto exhibirá un déficit en contra de un superávit en CA de aquella economía grande que no exhibe crecimiento.

En equilibrio debe cumplirse que:

$$CA_1^{US} + CA_1^{C} = 0 \tag{13}$$

$$C_1^{US} + C_1^{C} = \frac{3Q}{2} \tag{14}$$

$$C_2^{US} + C_2^{C} = 2Q \tag{15}$$

CONTROLES DE CAPITAL ÓPTIMOS EN UN MODELO DE DOS PAÍSES

Sin controles de capitales debe cumplirse que:

$$r_1 = r_1^C \tag{16}$$

Bajo esta condición debe cumplirse que:

$$\begin{aligned}
CA_1^{US}(r) + CA_1^C(r) &= 0 \\
\frac{1}{2}Q(\frac{r_1}{(1+r_1)}) + \frac{Q}{4} - \frac{Q}{2(1+r_1^C)} &= 0 \\
\frac{1}{2}Q(\frac{r_1}{(1+r_1)}) + \frac{Q}{4} - \frac{Q}{2(1+r_1)} &= 0 \\
\frac{r_1}{(1+r_1)} - \frac{1}{(1+r_1)} &= -\frac{1}{2} \\
\frac{r_1 - 1}{(1+r_1)} &= -\frac{1}{2} \\
2 - 2r_1 &= 1 + r_1 \\
3r_1 &= 1 \\
r_1 &= \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

CONTROLES DE CAPITAL ÓPTIMOS EN UN MODELO DE DOS PAÍSES

Sí sustituimos la tasa de interés de equilibrio en las expresiones sobre el consumo y CA en USA y C durante el período 1 tenemos:

$$C_1^{USA} = \frac{1}{2}(Q + \frac{Q}{1+\frac{1}{3}}) = \frac{7}{8}Q \tag{17}$$

$$CA_1^{USA} = \frac{1}{8}Q \tag{18}$$

$$CA_1^{C} = -\frac{1}{8}Q \tag{19}$$

$$C_1^{C} = \frac{5}{8}Q \tag{20}$$

Para el período 2 tenemos el consumo en USA y C como:

$$C_2^{USA} = Q + (1+\frac{1}{3})\frac{1}{8}Q = \frac{7}{6}Q \tag{21}$$

$$C_2^{C} = Q - (1+\frac{1}{3})\frac{1}{8}Q = \frac{5}{6}Q \tag{22}$$

El bienestar puede ser medido bajo libre movilidad de capitales evaluando la función de valor de la utilidad en C y USA respectivamente :

$$U(C_1^C, C_2^C) = \ln C_1^C + \ln C_2^C = \ln \frac{5}{8}Q + \ln \frac{5}{6}Q$$

$$\ln C_1^C + \ln C_2^C = \ln \frac{25}{48} + 2\ln Q \tag{23}$$

$$\ln C_1^{USA} + \ln C_2^{USA} = \ln \frac{49}{48} + 2\ln Q \tag{24}$$

Supongamos que C pone controles de capital de manera de mover la tasa de interés de equilibrio de manera de maximizar su bienestar. Específicamente suponemos que el gobierno en C sabe que:

$$B_1^C + B_1^{USA} = 0 \tag{25}$$

Y que la demanda de activos externos de USA es:

$$B_1^{USA}(r_1) = \frac{1}{2}Q\frac{r_1}{1+r_1} \tag{26}$$

Combinando la dos anteriores ecuaciones tenemos que:

$$\begin{aligned} B_1^C + \frac{1}{2}Q\frac{r_1}{1+r_1} = 0 \\ B_1^C = -\frac{1}{2}Q\frac{r_1}{1+r_1} \end{aligned} \tag{27}$$

Conociendo el stock de activos externos el gobierno C conoce cuales son los consumos en ambos períodos:

$$C_1^C = \frac{1}{2}Q - B_1^C$$

$$C_1^C = \frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}Q\frac{r_1}{1+r_1}$$

$$C_1^C(r_1) = \frac{1}{2}Q(\frac{1+2r_1}{1+r_1}) \tag{28}$$

$$C_2^C = Q + (1+r_1)B_1^C$$

$$C_2^C = Q - (1+r_1)(\frac{1}{2}Q\frac{r_1}{1+r_1})$$

$$C_2^C(r_1) = \frac{1}{2}Q(2-r_1) \tag{29}$$

Conociendo ambos consumos en función de r_1 el gobierno en C puede solucionar el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
\max_{r_1} U(C_1^C(r_1), C_2^C(r_1)) &= \ln C_1^C(r_1) + \ln C_2^C(r_1) \\
&= \ln \frac{1}{2} Q(\frac{1+2r_1}{1+r_1}) + \ln \frac{1}{2} Q(2-r_1) \\
&= \ln \frac{1}{4} Q^2 + \ln 2 - r_1 + \ln 1 + 2r_1 - \ln 1 + r_1
\end{aligned}$$

La CPO implica que:

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{1+2r_1} - \frac{1}{2-r_1} - \frac{1}{1+r_1} &= 0 \\
\frac{2(1+r_1)}{1+2r_1} - \frac{1(1+r_1)}{2-r_1} &= 1 \\
\frac{2+2r_1}{1+2r_1} - \frac{1+r_1}{2-r_1} &= 1 \\
\frac{(2+2r_1)(2-r_1)}{(1+2r_1)(2-r_1)} - \frac{(1+r_1)(1+2r_1)}{(1+2r_1)(2-r_1)} &= 1 \\
\frac{(4+2r_1-2r_1^2)}{2+3r_1-2r_1^2} - \frac{(1+3r_1+2r_1^2)}{2+3r_1-2r_1^2} &= 1 \\
(4+2r_1-2r_1^2) - (1+3r_1+2r_1^2) &= 2+3r_1-2r_1^2 \\
3-r_1-4r_1^2 &= 2+3r_1-2r_1^2 \\
r_1^2+2r_1-\frac{1}{2} &= 0 \\
r_1 &= -1+\sqrt{\frac{3}{2}} = 0{,}22
\end{aligned}
\tag{30}
$$

Noten que:

$$r_1^{free} = 0{,}33 > r_1^{cc} = 0{,}22 \tag{31}$$

Esto hace que la CA de usa se deteriore (reduzca su superávit) y que la CA de C mejore (reduzca su déficit). Ello implica que el consumo en el período 1 de C es menor en el caso de controles de capital que en el libre movilidad de capitales.

Pero ¿qué herramienta de política utiliza C para reducir su consumo en el período 1?

Lo que busca el país C es que su consumo en el período 1 caiga; para ello debe de incrementar la tasa de interés a r_{c*} de esta manera:

$$
\begin{aligned}
1 + r_1^{c*} &= \frac{C_2^C}{C_1^C} \\
1 + r_1^{c*} &= \frac{\frac{1}{2}Q(2 - r_1^{cc})}{\frac{1}{2}Q(\frac{1+2r_1^{cc}}{1+r_1^{cc}})} \\
1 + r_1^{c*} &= \frac{2 - r_1^{c*}}{\frac{1+2r_1^{cc}}{1+r_1^{cc}}} \\
1 + r_1^{c*} &= \frac{(2 - r_1^{c*})(1 + r_1^{cc})}{1 + 2r_1^{cc}} \\
1 + r_1^{c*} &= \frac{(2 + r_1^{cc} - r_1^{c*2})}{1 + 2r_1^{cc}} \\
1 + r_1^{c*} &= \frac{3}{2}
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Noten que:

$$r_1^{c*} = 0{,}50 > r_1^{free} = 0{,}33 > r_1^{cc} = 0{,}22 \tag{33}$$

Si se mide el bienestar de C se tiene que con controles de capital éste es mayor. Si definimos λ como el incremento porcentual en el consumo de los dos períodos en el estado de control de capital referente al de libre movilidad de C tenemos:

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\frac{\frac{Q^2}{4}(7-2\sqrt{6})}{\frac{25Q^2}{48}}} - 1 \\ &= 0{,}0042 \end{aligned}$$