# Лабораторная работа №6. Задача об эпидемии

Выполнила: Лебедева Ольга Андреевна
Преподаватель Кулябов Дмитрий Сергеевич д.ф.-м.н., профессор кафедры теории вероятностей и кибербезопасности

2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Цель работы

Рассмотреть простейшую задачу об эпидемии. Построить графики для двух случаев на Julia и OpenModelica: особи популяции изолированы / особи могут заражать друг друга.

# Теоретическое введение

Модель SIR является одной из наиболее известных и простых моделей для описания распространения инфекционных заболеваний в популяции. Эта модель разделяет популяцию на три основные группы: восприимчивые к инфекции (S, Susceptible), инфицированные (I, Infected) и выздоровевшие или иммунизированные (R, Recovered). Основное предположение модели заключается в том, что переход индивидуума из одного состояния в другое происходит с определёнными скоростями, которые могут быть описаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений. [1].

# Задание

Вариант 17

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 10300)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 55$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 27$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп $S$, $I$, $R$. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в этих случаях.

# Выполнение лабораторной работы

# Julia

# Julia. Случай 1

Напишем код на Jilia для случая 1: особи изолированы.

```
using Plots, DifferentialEquations

N = 10300 # общее число особей
I0 = 55 # заболевшие особи
R0 = 27 # особи с иммунитетом
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи

alpha = 0.01 # коэффициент заболеваемости
beta = 0.02 # коэффициент выздоровления

#I0 <= I*
function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end
```

```
v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 600, legend = :topright)
plot!(plt, T, S, label = "Восприимчивые особи", color = :
plot!( plt, T, I, label = "Инфицированные особи", color =
plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color = :

savefig(plt, "lab06_1.png")
```

# Julia. Случай 1

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение с динамикой численности популяции: См. рис. 1

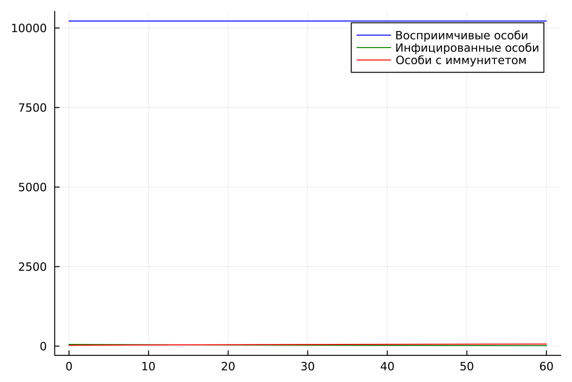


**Рис. 1:** График численности особей SIR: больные изолированы

Напишем код на Jilia для случая 2: больные могут заражать особей группы S.

```
using Plots, DifferentialEquations

N = 10300 # общее число особей
I0 = 55 # заболевшие особи
R0 = 27 # особи с иммунитетом
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи

alpha = 0.01 # коэффициент заболеваемости
beta = 0.02 # коэффициент выздоровления

#I0 > I*
function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha*u[1]
    du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end
```

# Julia. Случай 2

```
v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 120.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=600, legend=:right)
plot!(plt, T, S, label="Восприимчивые особи", color=:blue
plot!(plt, T, I, label="Инфицированные особи", color=:gre
plot!(plt, T, R, label="Особи с иммунитетом", color=:red)

savefig(plt, "lab06_2.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение: См. рис. 2

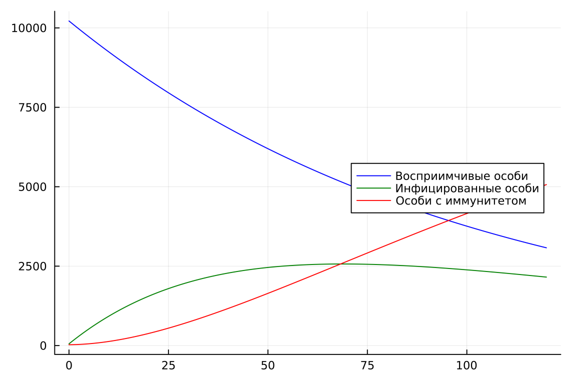


**Рис. 2:** График численности SIR: больные могут заражать особей группы S

# OpenModelica

Напишем код на OpenModelica для случая 1: особи изолированы.

```
model lab06_1
Real N = 10300;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.02;
initial equation
I = 55;
R = 27;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_1;
```

# OpenModelica. Случай 1

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 3

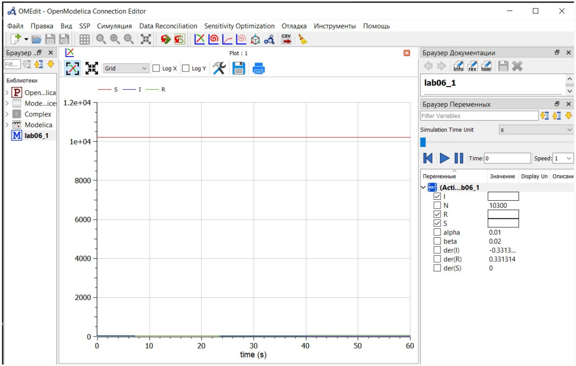


**Рис. 3:** Графики численности особей SIR: больные изолированы

Напишем код для случая 2: ольные могут заражать особей группы S.

```
model lab06_2
Real N = 10300;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.02;
initial equation
I = 55;
R = 27;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_2;
```

## OpenModelica. Случай 2

Запустим код: См. рис. 4

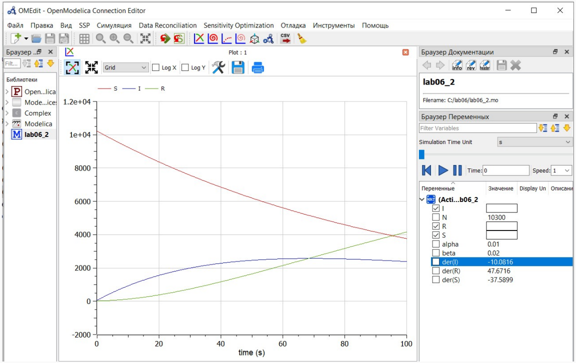


**Рис. 4:** Графики численности SIR: больные могут заражать особей группы S

# OpenModelica. Случай 2

Из графика видно, что первоначально популяция в основном состоит из восприимчивых к инфекции людей (S), их количество резко сокращается с течением времени. Это связано с переходом людей из этой группы в группу инфицированных (I), что видно по увеличению количества инфицированных, которое достигает пика примерно в середине рассматриваемого периода времени.

После достижения пика, количество инфицированных начинает уменьшаться, что указывает на выздоровление людей и переход их в группу иммунных (R). Соответственно, количество выздоровевших со временем растёт.

# OpenModelica. Случай 2

Несколько моментов, на которые стоит обратить внимание:

1. Пик эпидемии (максимальное число инфицированных) наступает примерно после 30 секунд на графике.
2. Скорость распространения инфекции в начале эпидемии высока, так как большое количество восприимчивых встречаются с инфицированными.
3. По мере уменьшения восприимчивых и увеличения выздоровевших скорость распространения инфекции замедляется.
4. К концу рассматриваемого периода на графике, количество восприимчивых сильно уменьшилось, что может указывать на охват инфекцией большей части популяции и на формирование иммунитета.

# Заключение

Рассмотрели простейшую задачу об эпидемии. Построили графики для двух случаев на Julia и OpenModelica: для изолированных особей популяции / для особей, которые подвержены заражению.

# Библиографическая справка

[1] Задача об эпидемии:
https://cyberleninka.ru/article/n/uchebnaya-model-razvitiya-epidemii