

## 插值与拟合模型(一)----水道测量问题

Matlab的一维插值函数为interp1(), 调用格式为:

$yy = \text{interp1}(x, y, xx, \text{方法})$

其中 $x=[x_1, x_2, \dots, x_n]'$ ,  $y=[y_1, y_2, \dots, y_n]'$ , 两个向量分别为一组自变量和函数值  
 $xx$ 为待求插值点处横坐标,  $yy$ 返回的对应纵坐标

插值方法可选用方式' linear'(线性插值), ' nearest'(最近邻等值方式)  
, cubic'(三次Hermite插值), ' spline'(三次样条插值)。

## 问题1 插值实验

作函数  $y = (x^2 - 3x + 7).e^{-4x}.\sin(2x)$  在 $[0,1]$ 取间隔为 0.1 的点图，用插值进行验证

Matlab程序chazhi1.m:

```
x=0:0.1:1;
```

```
y=(x.^2-3*x+7).*exp(-4*x).*sin(2*x); %产生原始数据
```

```
subplot(1,2,1);
```

```
plot(x,y,x,y,'ro') %作图
```

```
xx=0:0.02:1; %待求插值点
```

```
yy=interp1(x,y,xx,'spline'); %此处可用nearest,cubic,spline分别试验
```

```
%或yy=spline(x,y,xx);
```

```
subplot(1,2,2)
```

```
plot(x,y,'ro',xx,yy,'b') %作图
```

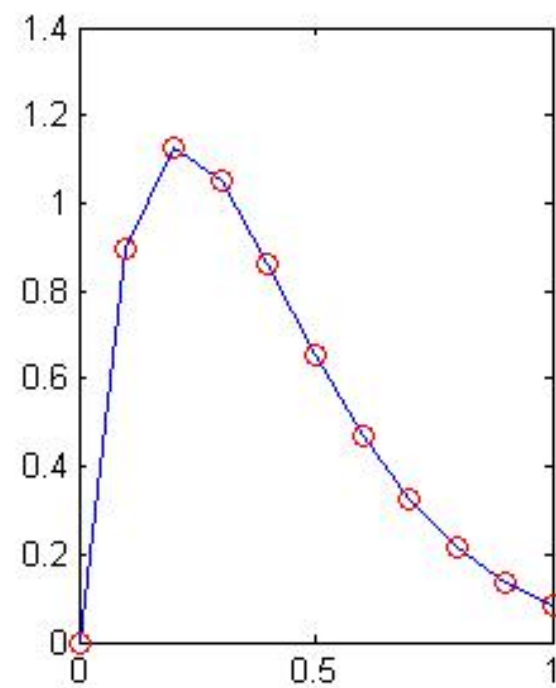


图1 原始点图

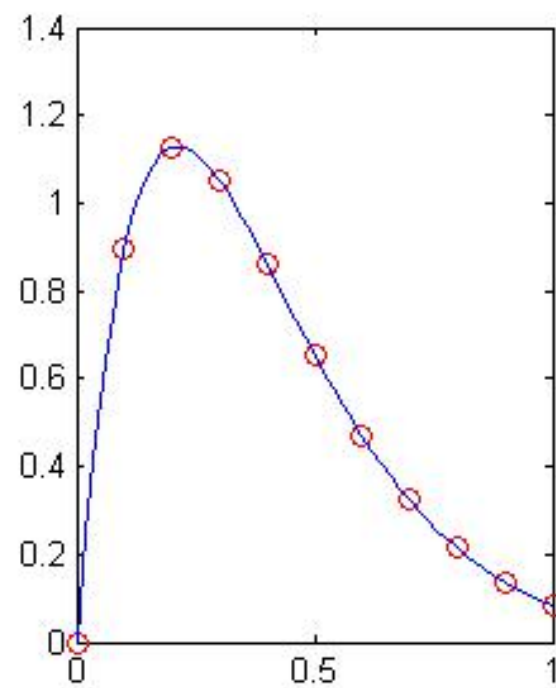


图2 样条插值图

## 问题2 水道测量问题

(MCM86A) 表 1 给出了在以码 (1 码=0.914 米) 为单位的直角坐标为 X, Y 的水面一点处以英尺 (1 英尺=0.3048 米) 计的水深 Z。水深数据是在低潮时测得的。

表 1 水道测量数据在低潮时测得的水深

X(码)	Y(码)	Z(英尺)	X(码)	Y(码)	Z(英尺)
129.0	7.5	4	157.5	-6.5	9
140.0	141.5	8	107.5	-81.0	9
108.5	28.0	6	77.0	3.0	8
88.0	147.0	8	81.0	56.5	8
185.5	22.5	6	162.0	84.0	4
195.0	137.5	8	117.5	-38.5	9
105.5	85.5	8	162.0	-66.5	9

船的吃水深度为 5 英尺。在矩形区域  $(75, 200) \times (-50, 150)$  里哪些地方船要避免进入。

解答：

所给14个点平面散点图，其中有两点不在区域：  $(75,200) \times (-50,150)$

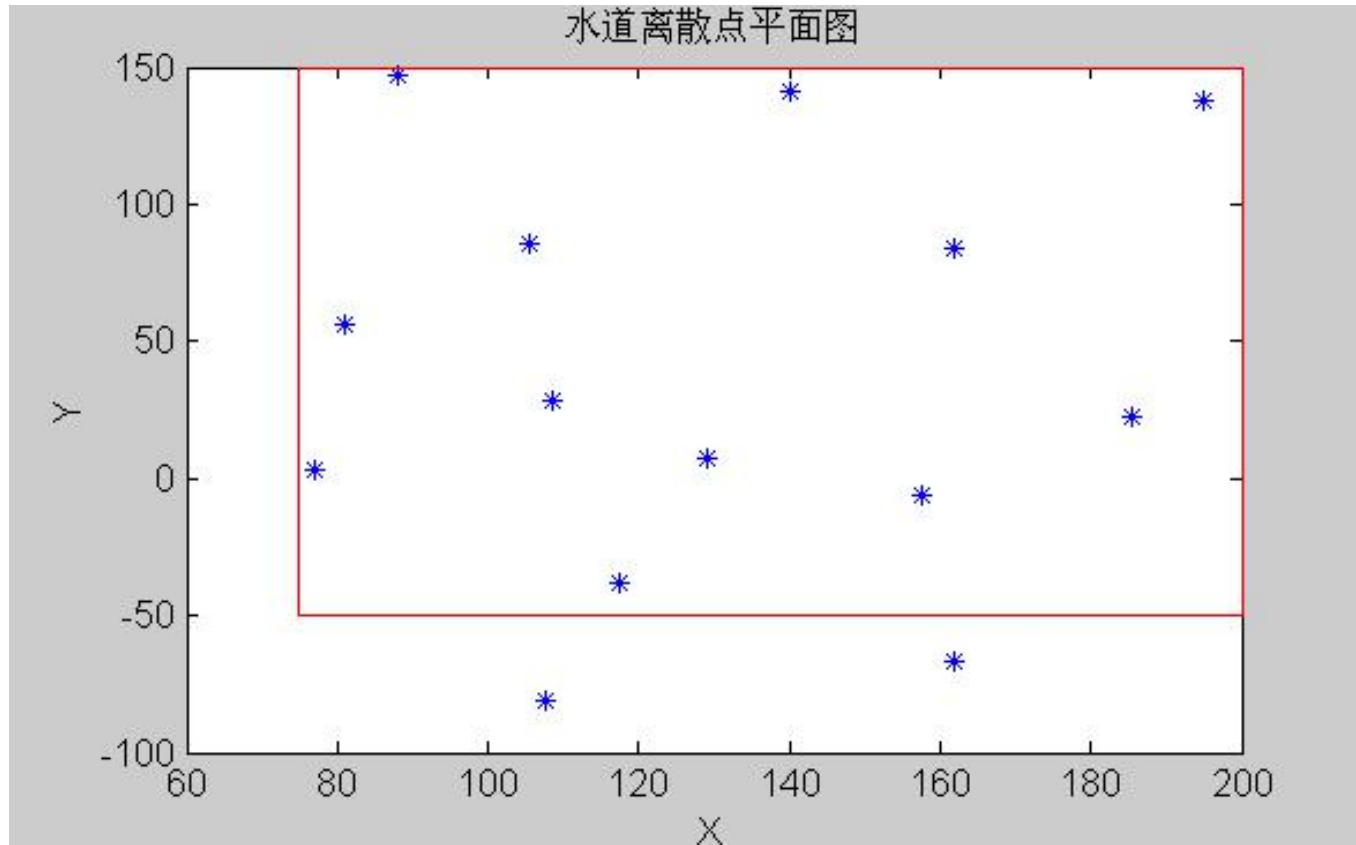


图3 水道离散点平面图

反距离权重法 (IDW) 算法:

设有  $n$  个点  $(x_i, y_i, z_i)$ , 计算平面上任意点  $(x, y)$  的  $z$  值。

$$z = \sum_{i=1}^n w_i \cdot z_i$$

其中权重:  $w_i = \frac{1/d_i^p}{\sum_{i=1}^n 1/d_i^p}$ ,  $d_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$

当  $p$  越大, 则当  $(x_i, y_i)$  距离  $(x, y)$  越近, 其相对作用越大, 越远相对作用越小。

这里取  $p = 3$ 。

按照 IDW 方法, 对  $x$  方向和  $y$  方向都按照间隔 1 进行剖分。

得到的水底河床图及等值线图

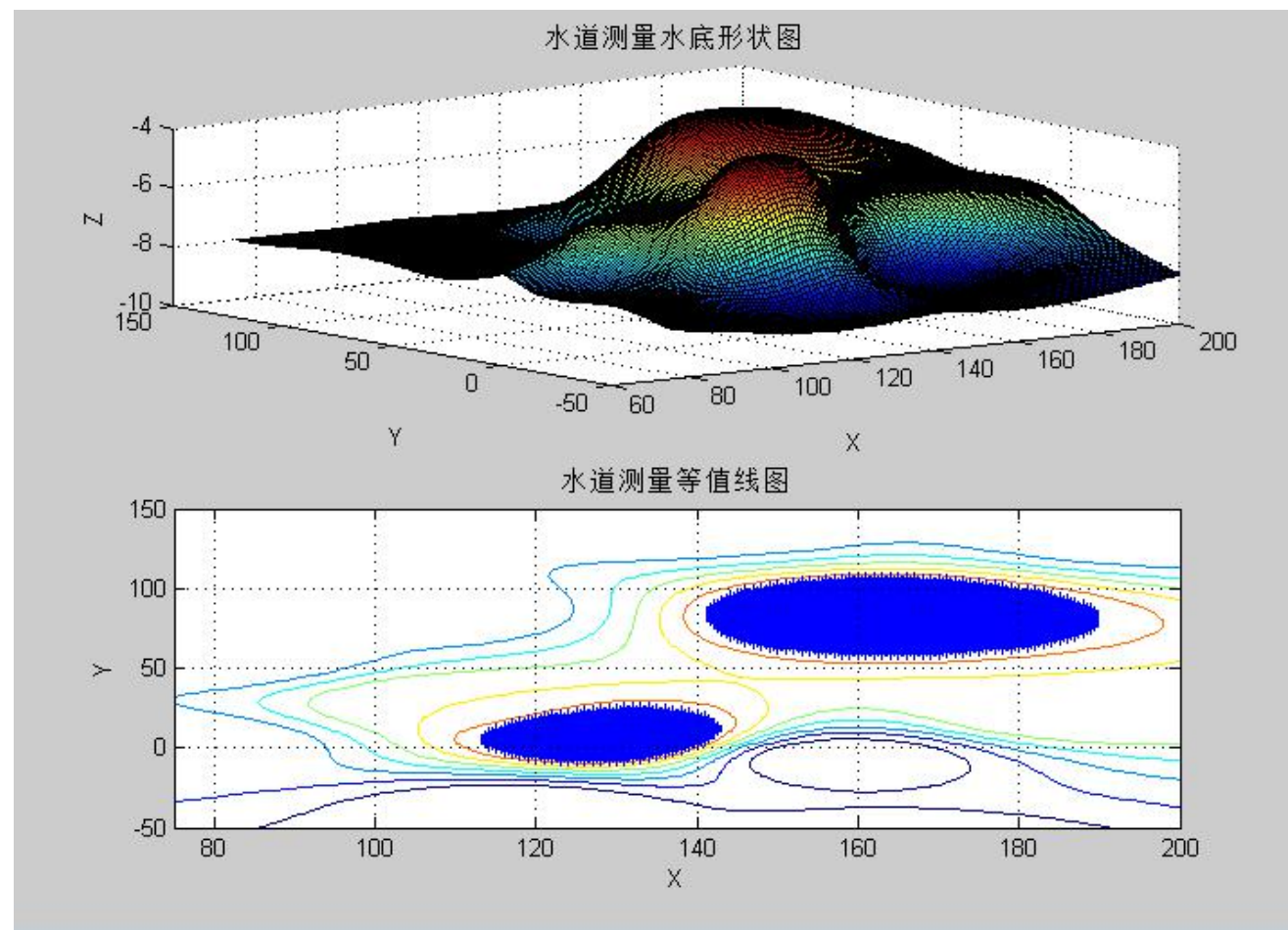


图4 水道测量水底形状图和等值线图

Matlab程序如下：

```
clear; %AMCM86A
data=[129.0,7.5,4;
      140.0,141.5,8;
      108.5,28.0,6;
      88.0,147.0,8;
      185.5,22.5,6;
      195.0,137.5,8;
      105.5,85.5,8;
      157.5,-6.5,9;
      107.5,-81.0,9;
      77.0,3.0,8;
      81.0,56.5,8;
      162.0,84.0,4;
      117.5,-38.5,9;
      162.0,-66.5,9];%水道测量数据
```

```
plot(data(:,1),data(:,2),'*')
xx=[75,-50;
    200,-50;
    200,150;
    75,150;
    75,-50];
hold on;
plot(xx(:,1),xx(:,2),'r')
xlabel('X');
ylabel('Y');
title('水道离散点平面图');
pause
```



```

d=zeros(14,1);
w=zeros(14,1);
p=3; %参数p
[X,Y]=meshgrid(75:1:200,-50:1:150);
%对(X,Y)进行网格剖分
Z=zeros(size(X));
[m,n]=size(X);
tp=0;
for i=1:m
    for j=1:n
        for k=1:14
            %(x,y)格点到各已知各点距离
            d(k)=sqrt((X(i,j)-data(k,1))^2+(Y(i,j)-data(k,2))^2);
            w(k)=1.0/d(k)^p;%各点权重
        end;
    end;
end;

```

```

s=sum(w);
    w=w/s;%权值归一化
    z=sum(data(:,3).*w);
%加权求和
    Z(i,j)=-z;
    if z<=5
        tp=tp+1;
        D(tp,1)=X(i,j); D(tp,2)=Y(i,j);
        %获得水深低于5英尺的点
    end
end
end
end

```

```
subplot(2,1,1);  
    surf(X,Y,Z) %作曲面图  
    xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');  
    title('水道测量水底形状图');
```

```
subplot(2,1,2);  
    contour(X,Y,Z); %作等值线图  
    hold on  
    plot(D(:,1),D(:,2),'*')%作出水深低于5英尺的点  
    xlabel('X'); ylabel('Y');  
    title('水道测量等值线图');  
    grid on  
    hold off
```

谢 谢！