

# SDUT Round #6 重聚—SDUTACM十周年庆典专场赛 - 解题报告

## 出题组

- axuhongbo (徐红博)
- Xuanhuang (秦圣昭)
- xXx (程鑫)
- 笑对这个世界的志贵 (梁剑锋)
- Fish (李东庆)
- suyu (赵祥宇)
- Ransln(孙振强)

## 重现赛链接

SDUT Round #6 重聚—SDUTACM十周年庆典专场赛 - 解题报告  
出题组

### 重现赛链接

[4316] A - [开天辟地-2008]\_梦回2008  
[4315] B - [宁拙毋巧-2009]\_圆  
[4307] C - [血战到底-2010]\_捏泡泡纸  
[4309] D - [零的突破-2011]\_数发票  
[4311] E - [舍我其谁-2012]\_AC字符串  
[4312] F - [功不唐捐-2013]\_强哥的无敌异或  
[4310] G - [渐入佳境-2014]\_Casithy的饮料  
[4306] H - [破茧成蝶-2015]\_理工长廊  
[4314] I - [登峰造极-2016]\_QAQ字符串  
[4308] J - [永不止步-2017]\_区间第K大  
[4304] K - [师恩难忘-2018]\_温暖的绝对签到

## [4316] A - [开天辟地-2008]\_梦回2008

改编自2006icpc网络赛

利用均值不等式，可以知道当每一个数都相等的时候，才具有最大值，所以实际上就是将这个数均分，假设分为 $n$ 份，那么它们的乘积就是  $(k/n)^n$ ，其中 $k$ 为这几个数的和。利用导数知识，可以算出其极

值点。

$$f'(n) = \left[ \left( \frac{k}{n} \right)^n \right]' = \left( e^{n \ln \left( \frac{k}{n} \right)} \right)' = e^{n \ln \left( \frac{k}{n} \right)} \left( \ln \frac{k}{n} - 1 \right)$$

$$\text{令 } f'(n) = 0, \text{ 得 } \frac{k}{n} = e$$

所以当分成尽量多最接近e的3时是最优的，当k%3=1的时候，要把最后的1和一个3合并成4是最优的。注意用64位整数输出。

ps: OJ上的1293也是这道题。

参考代码

## [4315] B - [宁拙毋巧-2009]\_圆

by suyu

已知第n层圆的半径 $r=R/(2^{(n-1)})$ ,设最大矩形与半圆直径平行的边长为2a, 另一条边为b, 所以 $a*a+b*b=r*r$ , 面积 $S=2ab$ , 因为 $a*a+b*b-2ab \geq 0$ , 因此代入可得 $S \leq r*r$ , 当且仅当 $a=b$ 时 $S=r*r$ , 因此矩形最大面积为第n层圆半径的平方。

注意用64位整数输出。

参考代码

## [4307] C - [血战到底-2010]\_捏泡泡纸

by axuhongbo

只有一堆若干数量的物品，规定每人每次可以取  $2^k$  个，取完者胜，问先手是否能赢。

### 参考思路

巴什博弈变种，找出先手必败态，发现  $N = 3k$  先手必败。时间复杂度  $O(1)$ 。

可以先枚举出前几个数比如  $1 \sim 10$  观察先手的胜负情况，发现  $N = 3$  是第一个先手必败态，想办法将必败态转移给对方就能获得胜利。发现任何数总能加 1 或 2 成为 3 的倍数，而任何  $3k$  都不能整除  $2^p$ ，剩下的数总会是  $3m+1$  或  $3m+2$ ，这样只需要拿走 1 个或 2 个就能将  $3m$  的状态转移给对方，直到  $N = 3$ ，因此我们可以确定  $N = 3k$  是本游戏的先手必败态。

由于数据较小，也允许递推的做法，复杂度  $o(N \log N)$ 。原理是这样的，假设当前有  $N$  个，如果取走  $2^p$  个后对手是必败态，说明这一局先手是必胜的，遍历一遍所有的取法即可。这一思想其实类似于 SG 函数，各位可以自行去了解 SG 函数的原理，把这个题当作 SG 的入门题hhh。

参考代码

## [4309] D - [零的突破-2011]\_数发票

题目大意

有  $N$  种物品和一个容量为  $X$  的背包，每种物品都有无限件可以使用。若存在一种方案使得刚好放满背包，求这种方案中所使用物品的最小件数。

参考思路

动态规划，完全背包问题变种，时间复杂度  $O(NX)$ 。

参看《背包九讲》。

比赛过程中也有选手用记忆化搜索过的，参见参考代码2。

[参考代码](#)

[参考代码2](#)

## [4311] E - [舍我其谁-2012]\_AC字符串

by axuhongbo

枚举每个子串的左端点和右端点，对子串中的A和C进行计数，当A的数量和C的数量相等时，就是一个满足条件的子串。

[参考代码](#)

## [4312] F - [功不唐捐-2013]\_强哥的无敌异或

by Ransln

对于“每个区间中出现奇数次数字的异或和”，因为每个区间中出现偶数次数字的异或和恒为0，因此可以将题意变为“每个区间出现偶数次数字异或和”异或“每个区间出现奇数次数字异或和”，即“每个区间所有数字的异或和”。

将数组进行前缀和处理，前缀和数组中的 $S[i]$ 表示区间 $[1,i]$ 的异或和，所以区间 $[l,r]$ 的异或和可以用 $[1,l-1]$ 的异或和异或 $[1,r]$ 的异或和得出。

ps:值得一提的是，题目中出现强哥指的是学长陈强，而此题出题人外号也叫强哥。

[参考代码](#)

## [4310] G - [渐入佳境-2014]\_Casithy的饮料

by axuhongbo

对于每个瓶子，用枚举的方式判断该瓶子能否被其他的瓶子打开，并进行计数。

参考代码

## [4306] H - [破茧成蝶-2015]\_理工长廊

by 笑对这个世界的志贵

易得，每个店铺被选到的概率是一样的，均为 $1/m$ ，因此 $P(\text{有人进第pos家店铺})=1-P(\text{没有人进第pos家店铺})=1-((m-1)/m)^n$

参考代码

## [4314] I - [登峰造极-2016]\_QAQ字符串

by Fish

我们考虑至少包含 QAQ 的子串比较难求，所以我们反过来考虑，求不包含 QAQ 子串的字符串。

那么这是一个常见的动态规划问题。

我们定义  $dp[i][j]$  的含义长度为  $i$ ，并且结尾的状态为  $j$  的方案数。

定义状态 0 为不构成 QAQ 任何前缀的结尾，比如“QAAA”、“bLue”、“UMR”等。

定义状态 1 为以 Q 字符为结尾，比如“QWQ”、“QvQ”等。

定义状态 2 为以“QA”为结尾，比如“AQA”，“AQQA”等。

状态 0 可由状态 0 或状态‘2’加上任意非‘Q’的字符转移而来，或由状态 1 加上任意非‘Q’且非‘A’的字符转移而来。

状态 1 可由状态 0 或状态 1 加上‘Q’字符转移而来。

状态 2 仅有状态 1 加上‘A’转移而来。

即

$$dp[i][0]=25\times dp[i-1][0]+24\times dp[i-1][1]+25\times dp[i-1][2]$$
$$dp[i][1]=dp[i-1][0]+dp[i-1][1]$$
$$dp[i][2]=dp[i][1]$$

初始值  $dp[i][0]=1, dp[i][1]=dp[i][2]=0$

参考代码

# [4308] J - [永不止步-2017]\_区间第K大

by Fish

题目完全没有弯，就是区间修改，询问第 K 大。

但是 K 特别小，我们考虑用线段树去维护这个东西，线段树每个节点维护当前区间的前 K 大的数。

首先区间修改操作还是用 Lazy 去做就 OK，打 Lazy 标记的时候把前 K 大的值同时修改，然后我们考虑第 K 大怎么维护。

考虑左右两个区间的信息合并，假设左右区间已经维护了前 K 大的数，那么左右区间合并后的前 K 大的数显然等于这两个区间前 K 大的数降序排序取前 K 个。

然后这个题就做完了，复杂度 $O(k \cdot q \cdot \log(n))$

[参考代码](#)

# [4304] K - [师恩难忘-2018]\_温暖的绝对签到

by axuhongbo

为了保证绝对签到，此题只要提交即可AC。

[参考代码](#)