

1001. Maximum Multiple

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}.$$

1002. Balanced Sequence

对于一个括号序列，令 n 是长度， m 是前缀最小值('('+1, ')' -1)， sum 是最后的和，那么答案就是 $m - sum + 2m$ 。现在这个 n 和 sum 都是定值，只要最大化 m 就好了。每个串，把匹配后的搞掉之后，会得到一个pair (a, b) ，表示 a 个左括号接上 b 个右括号，把 (a, b) 按照一定顺序排一排依次接起来就知道 m 的最大值了。

1003. Triangle Partition

求个凸包，然后选择凸包一条边 AB ，然后找个和 AB 夹角最小的点 C ，把 ABC 当做一个三角形删掉即可。这样做个 n 次，显然这样求出来的三角形们是合法的。

1004. Distinct Values

显然可以从左往右贪心，问题转化成求一个区间里的mex，由于区间左右端点都是递增的，用个set维护下即可。

1005. Maximum Weighted Matching

一个显而易见的观察是：按照操作来可以很容易进行dp。于是只要还原出操作序列即可：每次选个度数为2的点删掉，然后加入一条虚边。 $dp(edge, x, y)$ 表示处理到 $edge$ 这条边，这条边左端点匹配状态是 x ，右端点匹配状态是 y 的最大匹配和方案数。碰到重边的时候merge下即可。

1006. Period Sequence

考虑这个无限长的序列中相等的数 $s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}$ ，考虑 $i_1 \bmod n, i_2 \bmod n, \dots, i_k \bmod n$ ，这些构成了一条链。相邻两个位置有个 $delta$ ，表示下一个相同位置在 $delta$ 后。

然后考虑这些链，肯定是 $s_i \bmod n$ 一样的数组成的。不妨 $O(n^2)$ 枚举这个链的一部分，统计它的贡献。设距离上一个位置是 $prev$ ，距离下一个位置是 $next$ ，这时候会分成4种情况：

- 这个 $prev$ and $next$ 都在 $[a, b]$ 内：贡献是一个等差数列乘以若干常数
- $prev$ 部分在 $[a, b]$ 里， $next$ 全在 $[a, b]$ 内：贡献是两个等差数列相乘，然后乘以若干常数
- $prev$ 完全在 $[a, b]$ 内， $next$ 部分在 $[a, b]$ 内：贡献是两个等差数列相乘，然后乘以若干常数
- $prev$ 和 $next$ 都部分在 $[a, b]$ 内：贡献是三个等差数列相乘，然后乘以若干常数

具体等差数列就不列出来了，有std的参考std，没有的找有std的人要。

1007. Chiaki Sequence Revisited

考虑这个数列的差分数列，除了个别项，本质就是：1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, ...。

可以观测到，这个序列可以这么生成：一开始只有一个1，1变成110，0保持不变。迭代无穷多次后就是这个差分序列。

知道差分序列，可以应用阿贝尔变换，把 a 的前缀和搞成差分序列相关。不妨令差分序列是 da ，那么 a 的前缀和 $s(n) = (n-1) \sum_{i=0}^{n-2} da(i) - \sum_{i=0}^{n-2} da(i)i + 1$ 。

利用 da 的分形结构，很容易算出 $s(n)$ 。

1008. RMQ Similar Sequence

RMQ-Similar实际上就是 A 和 B 的笛卡尔树一样，这样我们就有了一个二叉树，然后可以在树上分析了。

考虑到 B 中有元素相同的概率是0，于是可以假设 B 里面元素互不相同，也就是说可以假定是一个排列。

显然，符合笛卡尔树的排列就是这个树的拓扑序列个数，就是 $\frac{n!}{\prod size_i}$ 。然后显然每个排列期望的和是 $\frac{n}{2}$ ，于是答案就是 $\frac{n}{2 \prod size_i}$ 。

1009. Lyndon Substring

这边有个简单的结论，考虑 $s = w_1 w_2 \dots w_n$ 是 s 的lyndon factorization，那么 $|w_i|$ 的最大值就是 s 的最长lyndon substring。证明略，想知道的私信我。

于是你只要会合并两个lyndon factorization就好了。这个是个经典问题，利用lyndon factorization的单调性，只要两个二分就搞定了。

1010. Turn Off The Light

考虑只有一个起点的时候应该怎么做。令起点在 p ，最左边的1在位置 s ，最右边的1在 t ，显然 $p \rightarrow s \rightarrow t$ 或者 $p \rightarrow t \rightarrow s$ 都是可以的，不妨只考虑 $p \rightarrow s \rightarrow t$ 。

显然，先走到 s ，中间该取反的就取反，然后从 s 走到 t ，该取反的也取反，这些是要走的必要步数。考虑剩下那些位置中1所在的位置为 i_1, i_2, \dots, i_m 。我们要把这些位置的状态搞对，那么考虑相邻两两配对，来回一趟就可以把这两个都搞定。如果位置是奇数个，最后还需要和 t 搞一下。可以证明这样是最优的。

这个过程很容易就可以推广到起点不定的情况，考虑起点 p 和 s 和 t 的位置关系。

- 如果 $p \leq s$ ，那么 p 和 s 之间每个位置在过完 $p \rightarrow s \rightarrow t$ 后都是1，剩下部分是个定值，可以直接维护。
- 如果 $s \leq p \leq t$ ，显然在 p 从 s 慢慢增加到 t 的时候，1位置的变换也是很好维护的
- 如果 $p > t$ ，这个时候显然不如走 $p \rightarrow t \rightarrow s$ 逻辑，所以可以在另一种情况下做。

1011. Time Zone

转换成分钟，然后随便算算就好了。