

牛客暑期ACM多校训练营

第10场-Syloviaely



牛客网
NOWCODER

■概述

Easy:

A 暴力

J 模拟

D 组合数

Medium-Easy:

F 图论 贪心

E 数论

H 类欧

Medium:

B 花样暴力

G 期望线性性

I TreeDP

Medium-Hard:

C 几何 ploya

A Rikka with Lowbit

对数做操作并不会改变其期望，答案就是区间和

求一下前缀和减一减就可以了

$O(n+m)$

U Rikka with Nickname

考虑一个简单问题：

给出串 s 和串 t ，求 t 的最长的是 s 子序列的前缀

对串 s 预处理 $ne[i][j]$ 表示第 i 个位置后 j 第一个出现的位置

贪心的跳过去就可以了

$O(|t|)$

如何把 t 插入 s ：

对 t 求出最长的是 s 子序列的前缀

把剩下的部分接在 s 的后面

倒着更新 ne

$O(\sum |s|)$

1D Rikka with Prex Sum

如果是单点加减，单点询问：

令 t 表示当前进行了多少次前缀和操作

a 时刻在 i 位置 $+1$ 对 b 时刻在 j 位置的询问的贡献是：

$$\binom{b - a + j - i - 1}{b - a - 1}$$

区间加看成上一次前缀和之前的单点加

区间询问看成下一次前缀和后的单点询问

$O(qm)$

IF Rikka with Line Graph

如何将线图上边 (a,b) 到边 (c,d) 的最短路对应到原图上

令 $d[i][j]$ 为原图上 i 到 j 的最短路

最短路为 $w[a][b] + w[c][d] + 2\min(d[a][c], d[a][d], d[b][c], d[b][d])$

枚举 a, b , 令 $A[i]$ 为 $\min(d[a][i], d[b][i])$, 那么要求

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \min(A_i, A_j)$$

排序扫一遍 $O(n^3 \log n)$

归并一波 $O(n^3)$

H Rikka with Ants

令障碍物 $y=ax/b$ 导出的路径为 $p[a/b]$

考虑 (x,y) 在同时在 $p[a/b]$ 和 $p[c/d]$ 上的条件:

不妨设 $a/b < c/d$, 那么只有 14 有用

相当于求两条直线之间的整点个数

求出交点扩展欧几里得

$O(\log n)$

$$\begin{aligned}\frac{bx}{a} &\geq y \\ \frac{a(x-1)}{b} &< y+1 \\ \frac{cx}{d} &\geq y \\ \frac{c(x-1)}{d} &< y+1\end{aligned}$$

E Rikka with Equation

长度为 n 的数组 A 和 m 的解数为 $m^{(n-1)} \cdot \gcd(A, m)$

证明考虑中国剩余定理

对每一个 i , 预处理 A 中是 i 的倍数的数的个数 $B[i]$

枚举 m 和 d , 则 $\gcd(A, m)$ 是 d 的倍数的所有方案 $m^{(n-1)}$ 的和为

$$w_d = ((m + 1)^{A_d} - 1) / m$$

容斥可以得到, m 时的答案为

$$\sum_{d|m} \phi(d) w_d$$

需要一个快速幂, $O(n \log^2 n)$

IG Rikka with Shortest Path

先不考虑 n 不可达

考虑 BFS 树，答案为 BFS 树上 n 号点深度的期望

$f[i][j]$ 表示 BFS 还没到达 n 的过程中，

最后一层 i 个点还有 j 个点没到达的概率

答案就是对所有 $f[i][j]$ 求和

当 n 可能不可达的时候

先对所有 (i,j) 预处理出最后无法到达 n 的概率

然后在转移的时候把这一部分扣除就可以了

$O(n^3)$

B Rikka with BWI

思想是随机串两个串的 BWT 结果的公共前缀不会太大
不停地求公共前缀的第 i 位直到出现分歧为止

如何求第 i 位？需要找第 i 大的循环串

先讲所有后缀排序

随机串任意两个后缀的公共前缀不会太长，取 100 足够了

那么对于 $[l, r-100]$ 的循环串，他们的大小等价于对应后缀的大小

对于 $[r-99, r]$ 的循环串，重新求出前 100 位的 hash 值

前者用线段树来维护，与后者归并

需要写成生成器的形式，即需要第 i 位的时候求解第 i 位

BWT 的公共前缀可能很长，但期望下来复杂度是对的

B Rikka with Zombies

II Rikka with Zombies

考虑算所有房子都不安全的概率（方案数）

令 $f[i][j]$ 表示：

只考虑 i 为根的子树并假设子树外面的僵尸到 i 的状态一切皆有可能
能到达第 i 个房子最厉害的僵尸是 j 的方案数

设 j 是 $k1$ 的孩子，合并 $f[j][a]$ 和 $f[k1][b]$ 分情况讨论：

1. $a = b$ ，此时 $j-k1$ 边应当让 a 能跨过
2. $a \triangleleft b$ ，此时 $j-k1$ 边应当让两个都不能跨过且 a 在 j 子树内， b 在子树外

此外，注意 i 本身有僵尸出现的情况

最厉害的僵尸至少是在这儿出现的僵尸

前缀和优化一下 $O(nm)$

劫论：整点无法构成除了正方形以外的正 n 边形
证明很 tricky

因此只可能旋转 90度, 180度
分别求出能旋转 90度 (180度) 重合的大小为 i 的点集有多少个
然后 polya 定理直接染色就行啦

求点集的个数可以枚举两个点计算中心然后 Hash

时间复杂度 $O(n^2)$ 但是常数很大

Thanks