时间序列的典型分解模型

一、引言

一个时间序列的典型分解式为：

$$X_t = m_t + s_t + Y_t \qquad (1)$$

其中 m_t 为趋势项，

s_t 是已知周期为 d 的周期项；

Y_t 是随机噪声项。

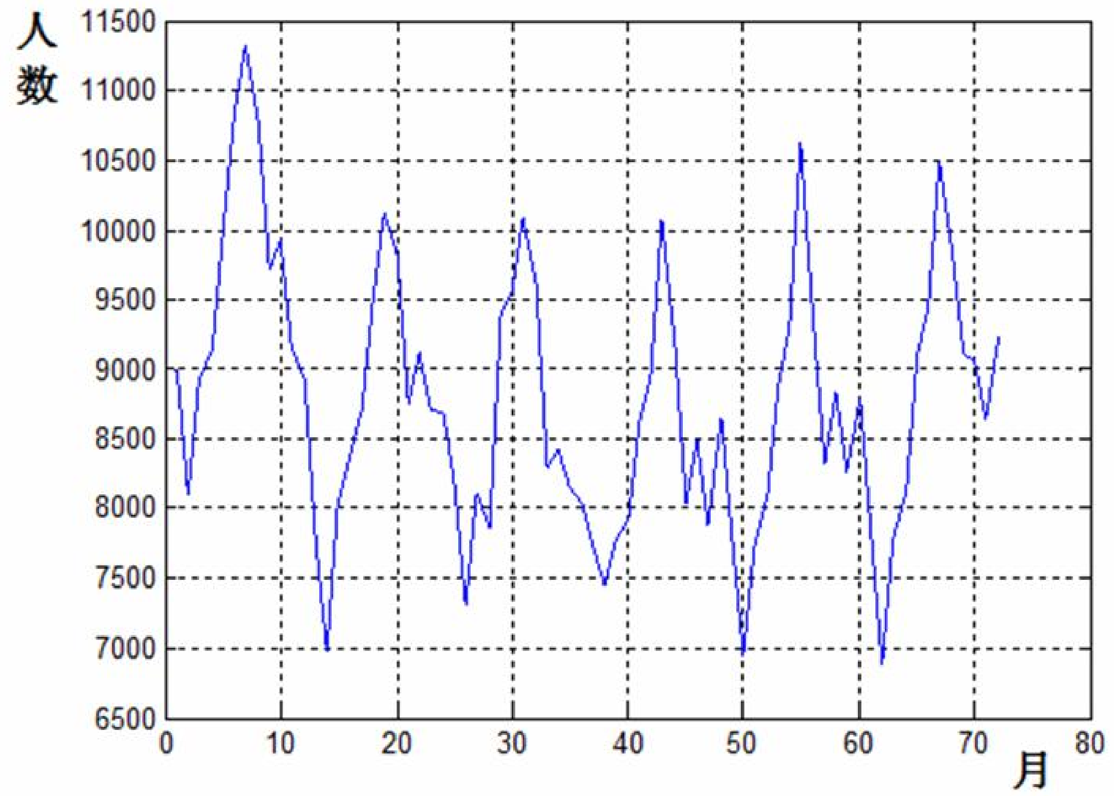

图1 某地6年交通死亡数据

二、计算过程

设某周期性数据为 X_{ij} $(i=1,2,\ldots,n;\ \ j=1,2,\ldots,12)$，共有 n 年数据，

每年有 12 个数据。现对未来 12 个月进行预测。

（1）提取季节项

求出第 i 年平均值 $\bar{X}_i = \dfrac{\sum_{j=1}^{12} X_{ij}}{12} \quad (i=1,2,\ldots,n)$ (2)

对每个月数据零均值化 $st_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_i \quad (i=1,2,\ldots,n; j=1,2,\ldots,12)$ (3)

则季节项为： $S_j = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} st_{ij}}{n} \quad (j=1,2,\ldots,12)$ (4)

该S_j即为季节项，这里$T=12$。满足:

$$S_1+S_2+\ldots+S_{12}=0。\tag{5}$$

(2)获取去掉季节项后数据

$$Y_{ij}=X_{ij}-S_j \quad (i=1,2,\ldots,n; j=1,2,\ldots,12)\tag{6}$$

将所有数据按行拉直变为一行

令 $Z=\vec{Y}=(Y_{1,1},Y_{1,2},\ldots,Y_{1,12},Y_{2,1},Y_{2,2},\ldots,Y_{2,12},\ldots,Y_{n,1},Y_{n,2},\ldots,Y_{n,12})$

$$=(z_1,z_2,\ldots,z_{12n})$$

（3）回归拟合

对数据$z_1,z_2,\ldots,z_{12\times n}$采用多项式回归拟合，如一次或二次多项式。

如设回归结果为 $z_t=a+b.t \quad (t=1,2,\ldots,12\times n)$ (7)

（4）预测

对消除季节项后未来 12 个月预测值为 $\hat{z}_{12n+1}, \hat{z}_{12n+2}, \dots, \hat{z}_{12n+12}$。即 $\hat{Y}_{n+1,1}, \hat{Y}_{n+1,2}, \dots, \hat{Y}_{n+1,12}$

则原始数据中未来 12 个月预测值为:

$$\hat{X}_{n+1,j} = \hat{Y}_{n+1,j} + S_j \quad (j = 1, 2, \dots, 12) \tag{8}$$

三、实例计算

根据某地6年每年12个月的交通死亡数据。预测未来一年每个月的交通死亡人数。数据见表一。

表 1　某地区交通死亡数据(1973 年 1 月到 1978 年 12 月）

月份	1973	1974	1975	1976	1977	1978
1	9007	7750	8162	7717	7792	7836
2	8106	6981	7306	7461	6957	6892
3	8928	8038	8124	7776	7726	7791
4	9137	8422	7870	7925	8106	8129
5	10017	8714	9387	8634	8890	9115
6	10826	9512	9556	8945	9299	9434
7	11317	10120	10093	10078	10625	10484
8	10744	9823	9620	9179	9302	9827
9	9713	8743	8285	8037	8314	9110
10	9938	9129	8433	8488	8850	9070
11	9161	8710	8160	7874	8265	8633
12	8927	8680	8034	8647	8796	9240

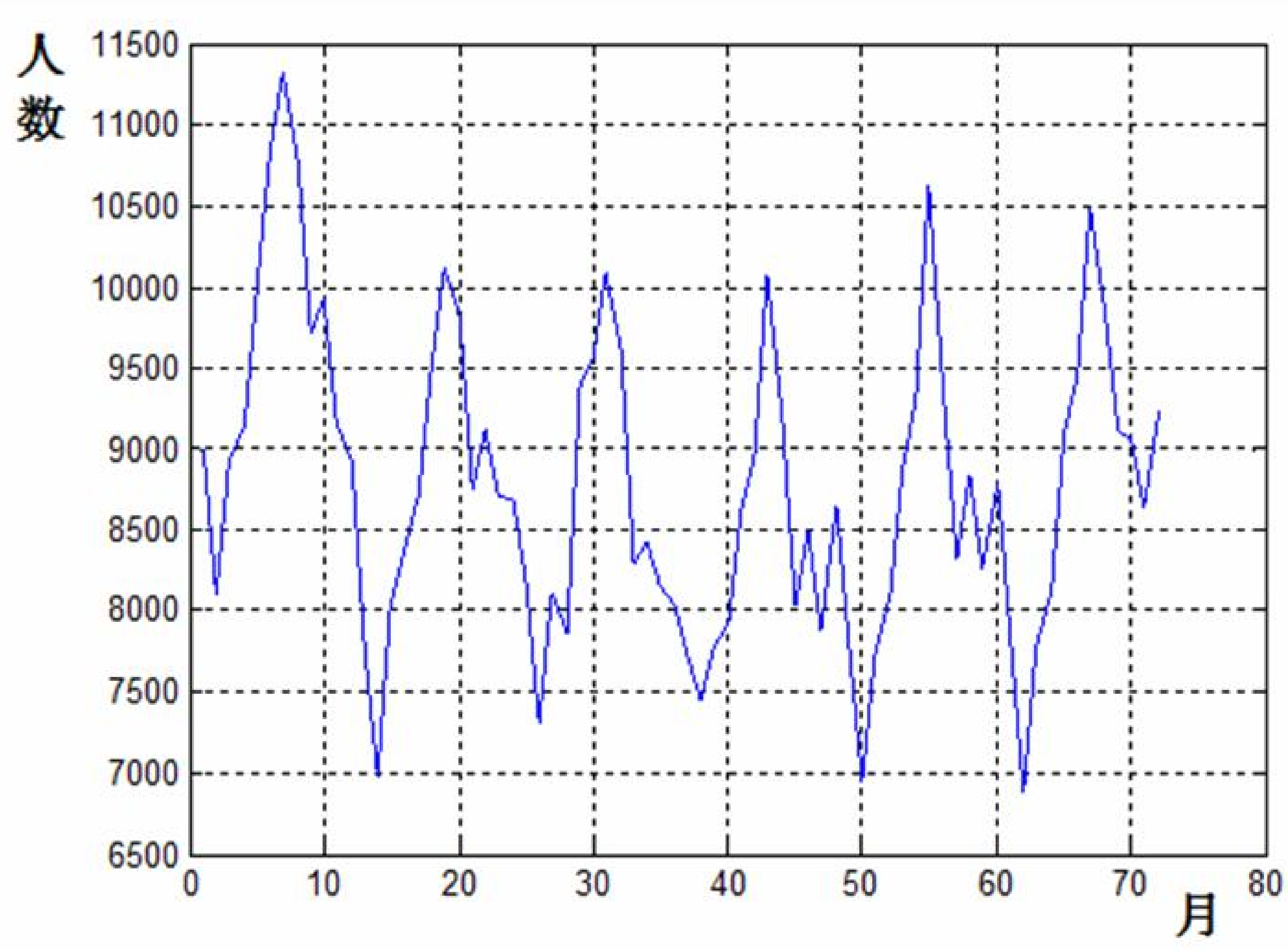

图2 6年按月统计的数据图

Matlab程序

```
x=[9007,8106,8928,9137,10017,10826,11317,10744,9713,9938,9161,8927,...
   7750,6981,8038,8422,8714,9512,10120,9823,8743,9129,8710,8680,...
   8162,7306,8124,7870,9387,9556,10093,9620,8285,8433,8160,8034,...
   7717,7461,7776,7925,8634,8945,10078,9179,8037,8488,7874,8647,...
   7792,6957,7726,8106,8890,9299,10625,9302,8314,8850,8265,8796,...
   7836,6892,7791,8129,9115,9434,10484,9827,9110,9070,8633,9240];
D=[9007,8106,8928,9137,10017,10826,11317,10744,9713,9938,9161,8927;
   7750,6981,8038,8422,8714,9512,10120,9823,8743,9129,8710,8680;
   8162,7306,8124,7870,9387,9556,10093,9620,8285,8433,8160,8034;
   7717,7461,7776,7925,8634,8945,10078,9179,8037,8488,7874,8647;
   7792,6957,7726,8106,8890,9299,10625,9302,8314,8850,8265,8796;
   7836,6892,7791,8129,9115,9434,10484,9827,9110,9070,8633,9240];
aver=mean(D');
```

```
st=zeros(6,12);
 for i=1:6
    for j=1:12
     st(i,j)=D(i,j)-aver(i);
    end
 end
 NST=zeros(1,12);
 nst=sum(st)/6; %对6年月平均作为st的估计
 nx=zeros(72,1);
 for i=1:6
    for j=1:12
   k=(i-1)*12+j;    nx(k)=x(k)-nst(j);
    end
 end
```

```
 %对消去季节项后数据nx
%进行线性拟合并预测
 Y=zeros(72,1);
 A=zeros(72,2);
 for i=1:72
    Y(i)=nx(i);
    A(i,1)=1; A(i,2)=i;
 end
 coef=inv(A'*A)*A'*Y;
 py=zeros(1,84);
  for i=1:84
     py(i)=coef(1)+coef(2)*i;
  end
```

```
subplot(2,1,1);
 plot(1:72,nx,1:72,py(1:72));
 xx=zeros(1,84);
for i=1:7
    for j=1:12
   k=(i-1)*12+j;
   xx(k)=py(k)+nst(j); %预测各月数值
    end
end
subplot(2,1,2);
 plot(1:72,x,'*',1:84,xx);
```

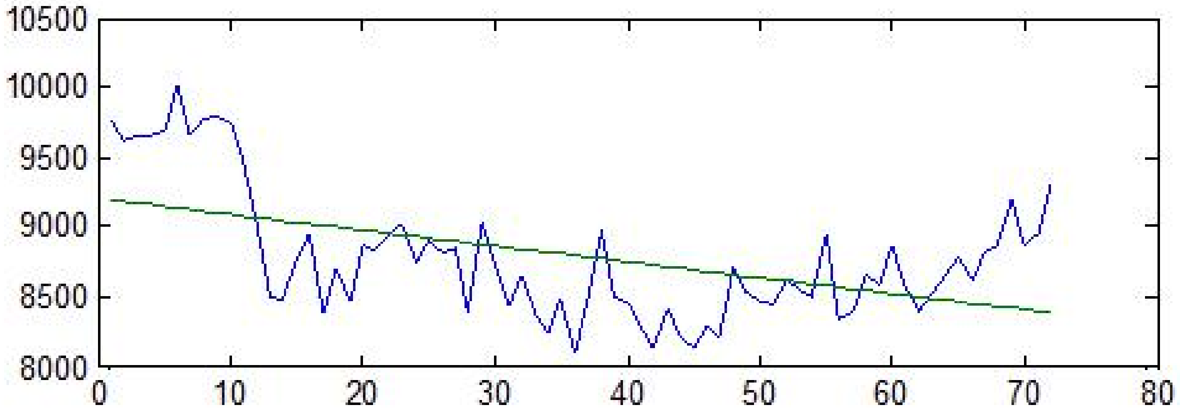

图3 时间序列消除季节项后曲线及拟合

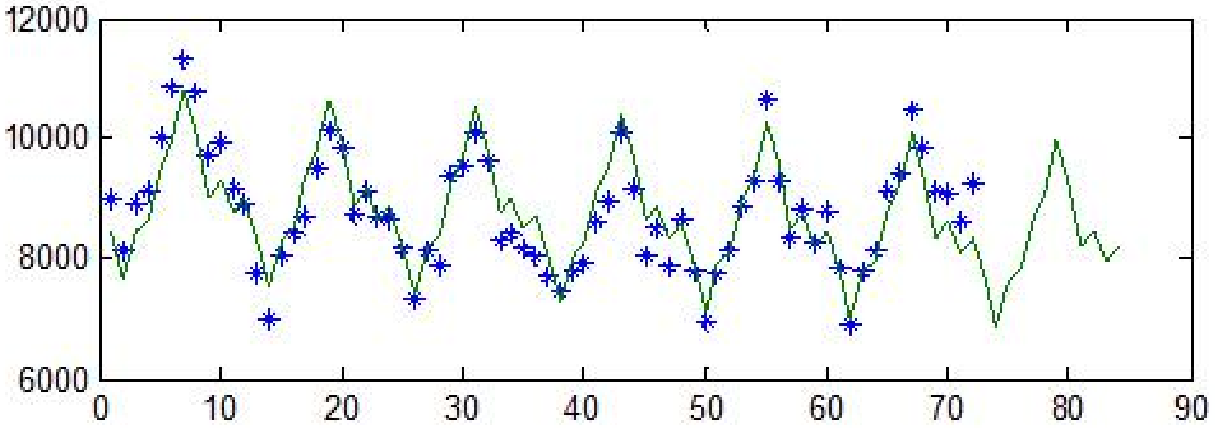

图4　原始数据及预测(*为原始数据)

谢 谢！