

Knight:

不妨假设 $x \geq y \geq 0$ 。

当 $x \leq 2y$ 时，定义每一步的冗余值 $w_i = 3 - dx - dy$ ，那么 $\sum w_i = \sum (2 - dx) = 3 * \text{步数} - x - y$ ，显然我们只需要最小化冗余值。我们先只用 $(+2, +1)$ (若 x 为奇数则加一步 $(+1, +2)$) 走到 (x, y') ，然后通过将 $(+2, +1)$ 替换为 2 个 $(+1, +2)$ 使得 $0 \leq y - y' < 3$ 。

若 $y - y' = 0$ ，则冗余值为 0，显然最小。

若 $y - y' = 1$ ，则将 $(+1, +2)$ 替换为 $(+2, +1)$ 和 $(-1, +2)$ 或将 2 个 $(+2, +1)$ 替换为 $(+1, +2), (+1, +2), (+2, -1)$ ，冗余值为 2，显然最小。(此处需要特判 $(2, 2)$)

若 $y - y' = 2$ ，则加上 $(+2, +1)$ 和 $(-2, +1)$ ，冗余值为 4，由于不存在冗余值为 1 的步，所以最小。

当 $x > 2y$ 时，定义每一步的冗余值 $w_i = 2 - dx$ ，那么 $\sum w_i = \sum (2 - dx) = 2 * \text{步数} - x$ ，显然我们只需要最小化冗余值。我们先只使用 $(+2, +1)$ 走到 $(2y, y)$ ，然后用 $(+2, +1)$ 和 $(+2, -1)$ 走到 (x', y) 使得 $0 \leq x - x' < 4$ 。

若 $x - x' = 0$ 则冗余值为 0，显然最小。

若 $x - x' = 1$ 则将之前的 $(+2, +1)$ 改为 $(+1, +2)$ 和 $(+2, -1)$ ，冗余值为 1，显然最小。(此处需要特判 $(1, 0)$)

若 $x - x' = 2$ 则加上 $(+1, +2)$ 和 $(+1, -2)$ ，冗余值为 2，由 $x/2 + y$ 的奇偶性可知最小。

若 $x - x' = 3$ 则加上 $(+2, +1), (+2, +1), (-1, -2)$ ，冗余值为 3，由 $x/2 + y$ 的奇偶性可知最小。

时间复杂度 $O(t)$

Tree:

$f[i]$ 表示 i 的子树中包含 i 的连通子集个数，两遍树形 dp 即可。注意 $f[i] = 0$ 时会无法进行除法，需要对子树求前/后缀积 (或者记有多少个 0)。

时间复杂度 $O(n)$

Two Graphs:

考虑只有一张图时的费用流做法：将每个点和每条边建点， S 向每个点连边，每条边向 T 连边 (有费用)。对于第 i 条边 (a, b) ，点 a 、点 b 向边 i 连边。

有两张图时，将每条边拆成两个点 $i1, i2$ ， $i1$ 向 $i2$ 连边 (有费用)，然后第一张图用之前的建图方式连到 $i1$ ，第二张图就 $i2$ 向 a, b 连边。

时间复杂度 $O(\text{costflow}(n1 + n2 + 2m, n1 + n2 + 5m))$

Shopping:

显然可以将最贵的 $\min(m, \text{凳子个数})$ 个物品打折。

时间复杂度 $O(tn)$

Trophies:

反过来求 $\min1 > \max2$ 的方案数。

将数从大到小插入序列，每次统计当前这个数是 $\max2$ 的方案数。假设当前数的位置为 i ，那么区间 2 的方案数是 $(i-l[i])*(r[i]-i)$ ， $l[i], r[i]$ 分别表示上/下一个已经插入过的位置。区间 1 的方案数就是在 i 之前由已经插入的数组成的区间个数，用树状数组维护即可。

时间复杂度 $O(n \log n)$

Palindrome:

转化为求以下四个东西：

- (1) 对每个后缀求它和所有前缀的反串的 LCP 之和；
- (2) 对每个前缀求它和所有后缀的反串的 LCP 之和；
- (3) 对每个位置求以它为左端点的回文串数量；
- (4) 对每个位置求以它为右端点的回文串数量。

前两个用 SA+单调栈求，后两个用 manacher 求。

时间复杂度 $O(n \log n)$

stone:

首先，如果存在 $a \leq x_i \leq b$ ，显然先手获胜。

否则，我们将 $a \sim b$ 设为不可到达的状态，然后求其它状态的 sg 值。

当 $a=1$ 时，从 $b+1$ 开始，sg 值是 $0 \sim a+b-1$ 不断循环。

当 $a>1$ 时， $0 \sim a-1$ 的 sg 值为 0，从 b 开始(假设 b 的 sg 值为 1)sg 值是 1 0

2 3 ... 这样的循环，循环节长度为 $a+b$ ，每段长度为 a 。

时间复杂度 $O(tn)$

travel:

把树分成 m 个连通块的方案数是 $C(n-1, m-1)$ ，乘上 $m!$ 就行了。

时间复杂度 $O(\sum n)$

Metropolis:

把所有大都会设为源点跑多源最短路，记下每个点是由哪个源点扩展的。

如果从源点 i 出发走到了一个由另一个源点 j 扩展到的点 k ，那么从 i 出发经过 k 的最短距离肯定是 $dis[i][j]$ ，那么就没有必要继续走下去了。所以只要枚举所有两端由不同源点扩展的边更新答案就行了。

时间复杂度 $O((n+m) \log n)$

Graph Coloring I:

判一下是不是二分图就行了。

时间复杂度 $O(n+m)$

Graph Coloring II:

由于要求删掉奇环以后图连通，我们考虑先找出一些边使得图连通（当然是生成树啦），然后剩下的边如果不是二分图就可以找个奇环删掉。

一开始我们随便选个点染黑，然后将它的所有未染色的相邻点染白。接着我们每次找一个和白点相邻的未染色点，重复以上操作。这样我们得到了一棵黑白相间的树，并且黑点直接没有任何边。那么如果剩下的边是二分图，将白点分成两种颜色即可。

时间复杂度 $O(n+m)$