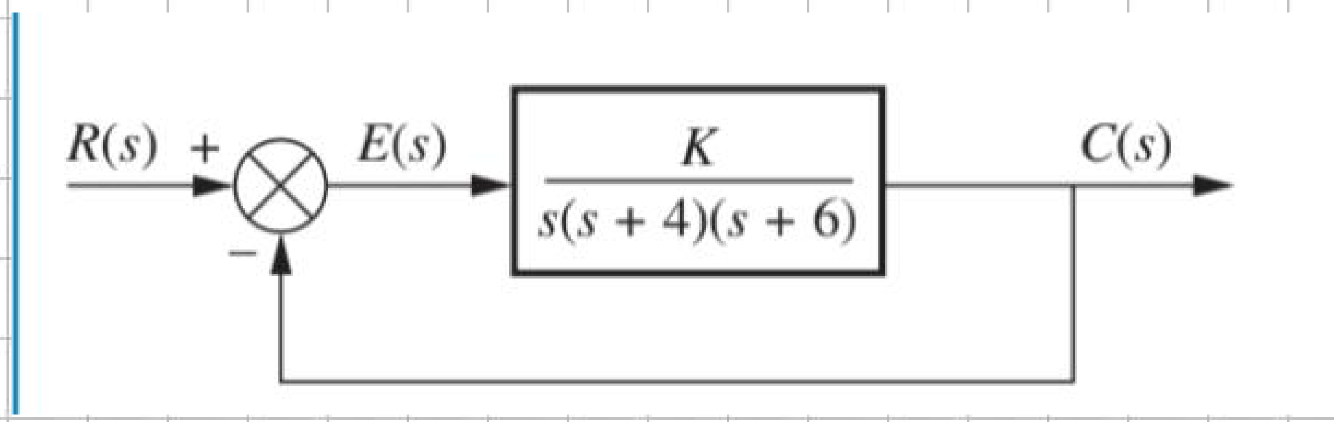
Nombre: Oscar David Poblador Parra
Código: 20211005116

Tarea #3

Diseño PD



Se requiere 16% O.S y reducir el tiempo de establecimiento 3 veces

Diseño

Considerando el sistema en malla abierta se determinan los polos del sistema en

$s=0$; $s=-6$; $s=-4$

Utilizando rlocus se halla el lugar de las raíces obteniendo la figura 1

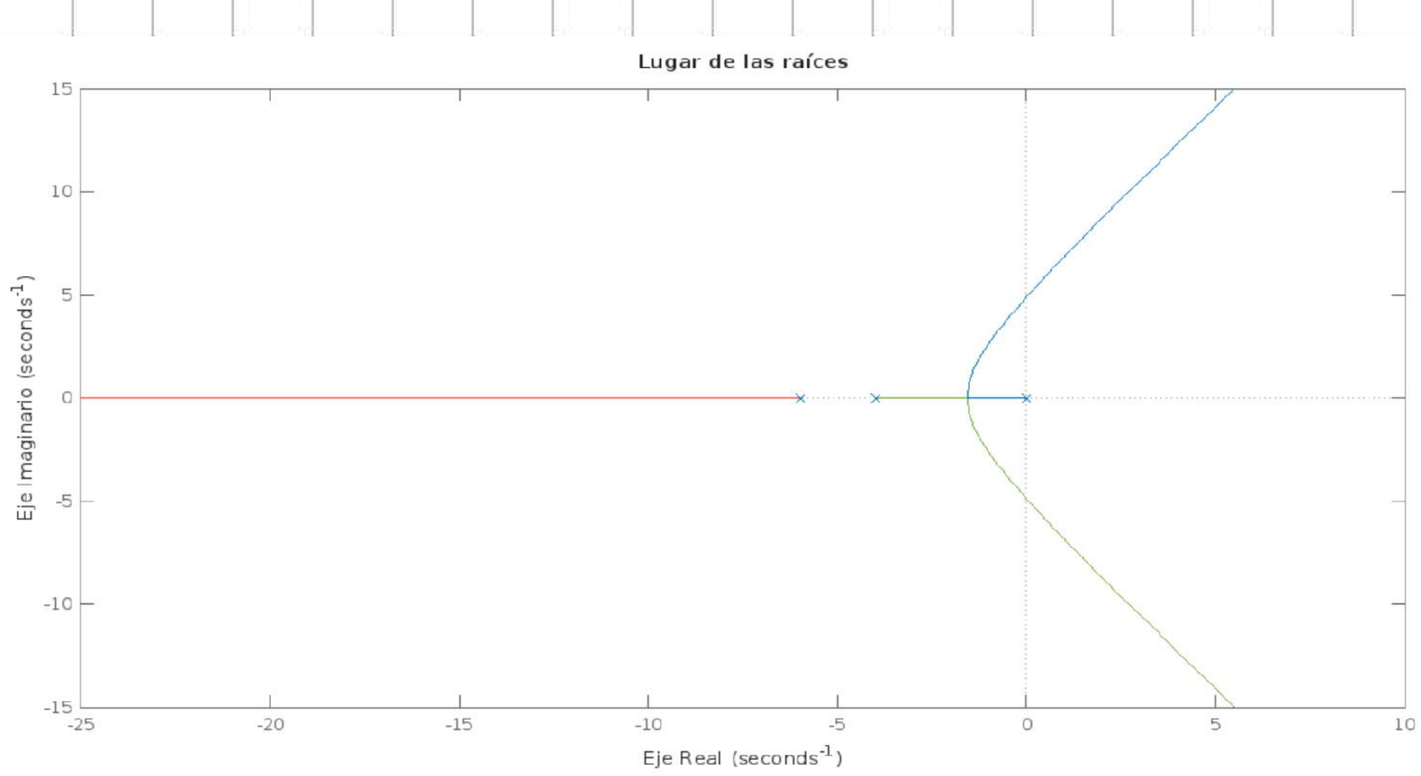


Figura 1. Lugar de las raíces

Haciendo uso del lugar de las raíces se observan los polos en malla abierta "x" y todas las posibles posiciones de los polos para diferentes valores de K en malla cerrada.

Para obtener un overshoot del 16% se halla el valor de K correspondiente como se observa en la figura 2.

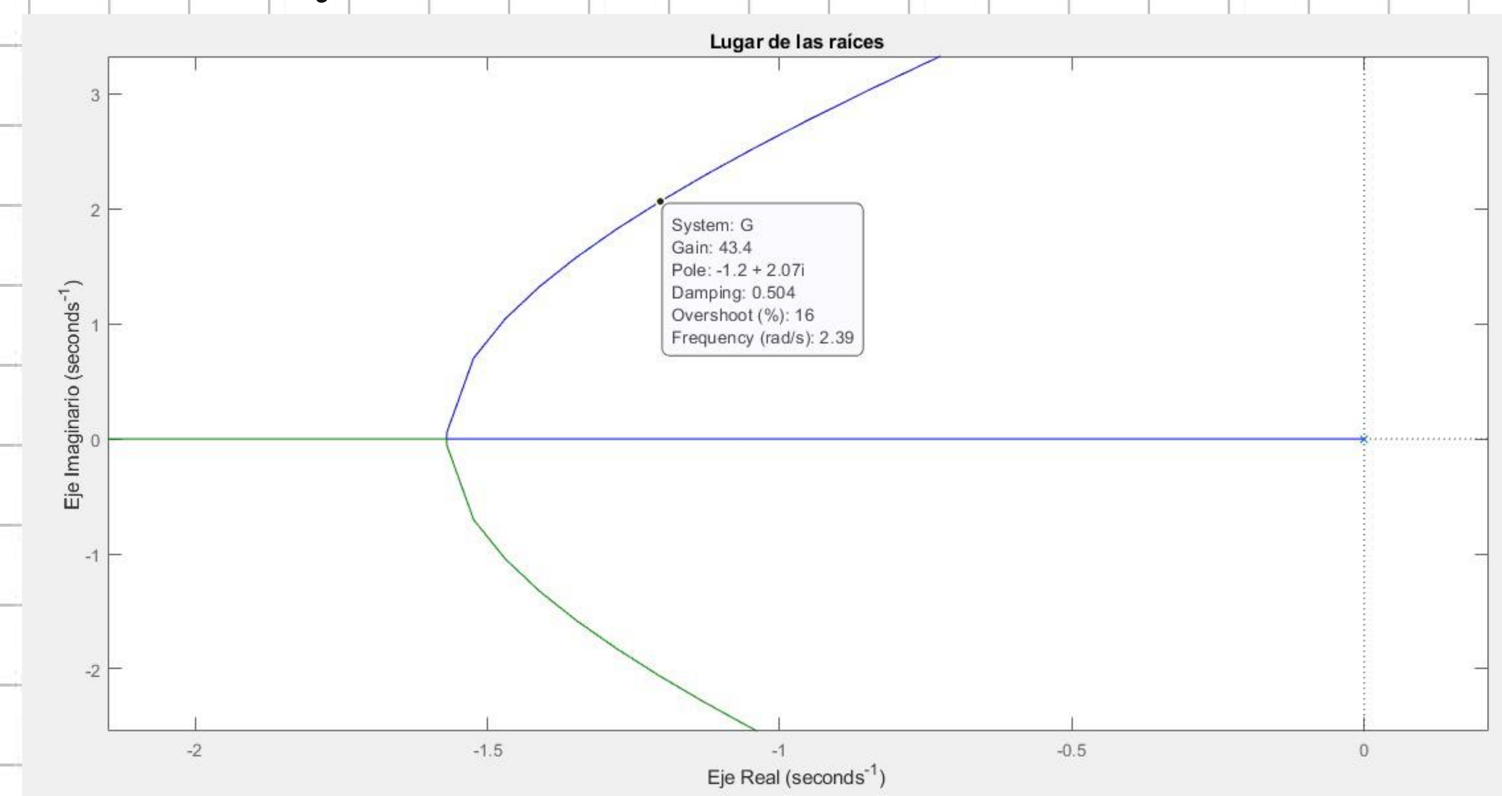


Figura 2. Valor K para O.S 16%

Al considerar la respuesta del sistema al escalón con un valor de $K = 43,4$ se tiene la figura 3

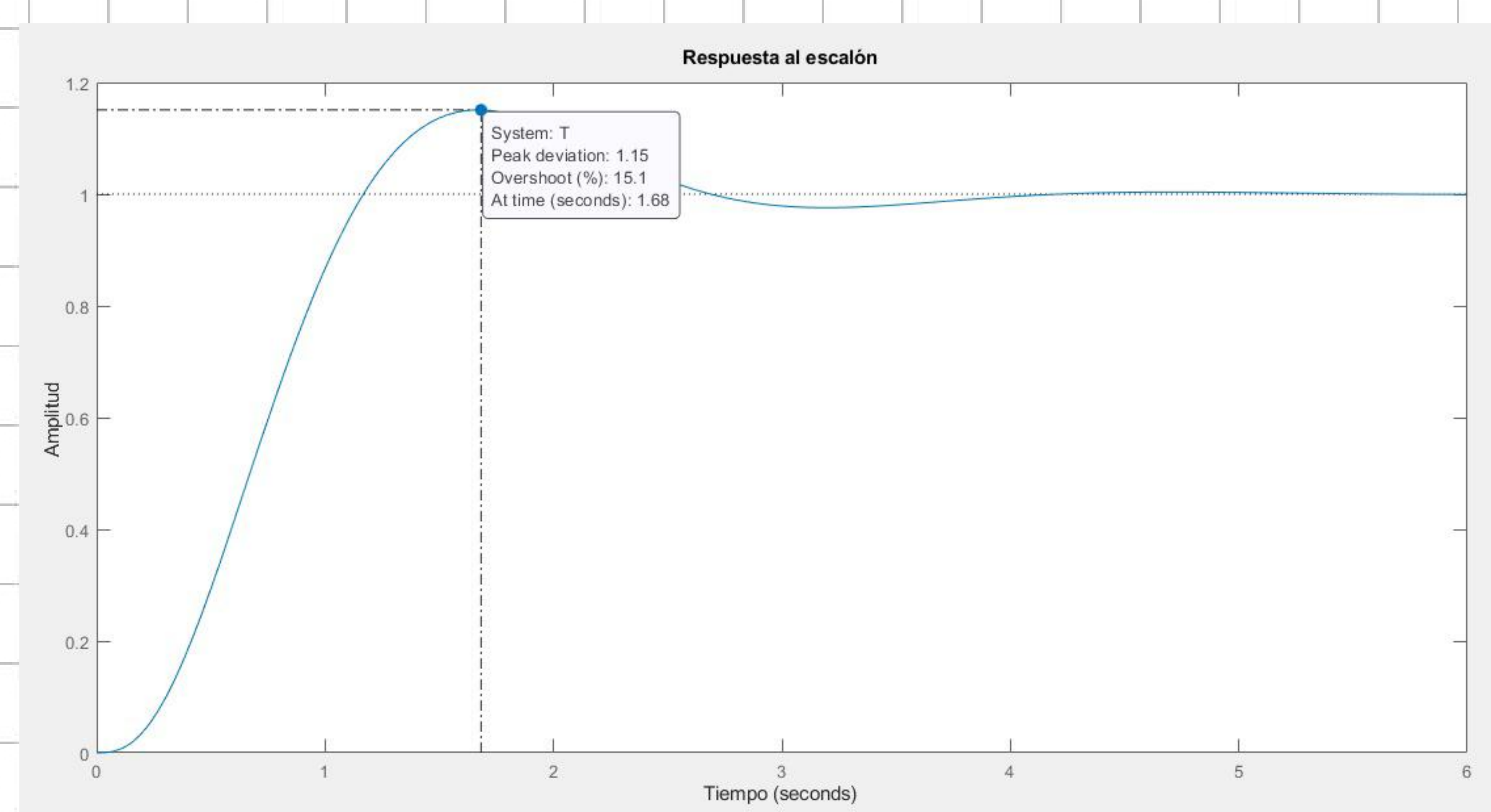


Figura 3. Respuesta en el tiempo

Al considerar el tiempo de establecimiento con la figura 3 se obtuvo un tiempo de 3,47 s como se observa en la figura 4

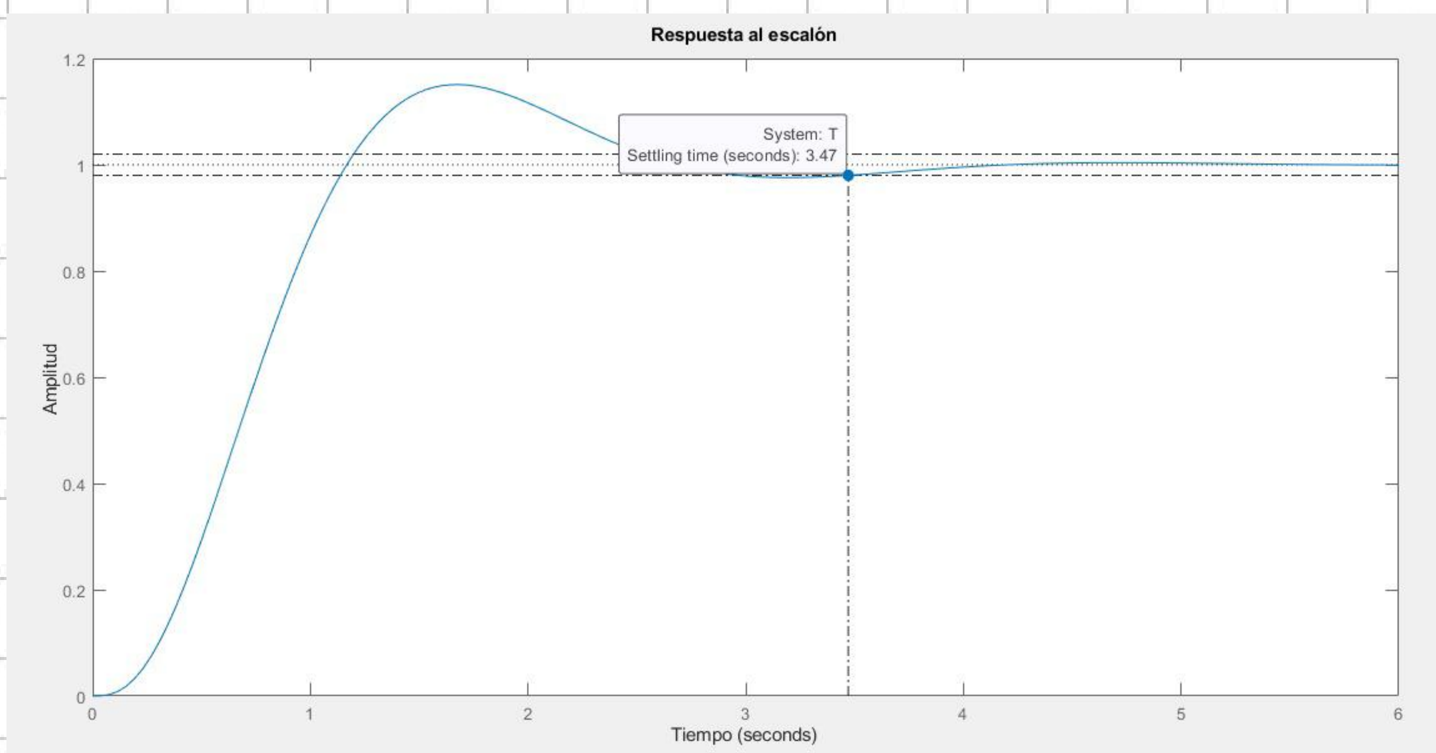


Figura 4. Tiempo de establecimiento

Al considerar el tiempo de establecimiento como

$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{\sigma}$$

Tomando σ como la parte real de la figura 2 de modo que

$$t_s = \frac{4}{1,2} = 3,33\ s$$

De esta forma comprobamos el tiempo de establecimiento con valor de 3,33 s. Teniendo en cuenta el requerimiento de T_s para el diseño se sabe que

$$T_s = \frac{3,33}{3} = 1,11\ s \longrightarrow \text{Valor deseado}$$

Partiendo de la figura 2 se observa la ubicación del polo dominante en $-1,2 + 2,07j$.

Para determinar el ángulo que garantiza un 0.5 16% se halla el respectivo ángulo del polo dominante con el origen

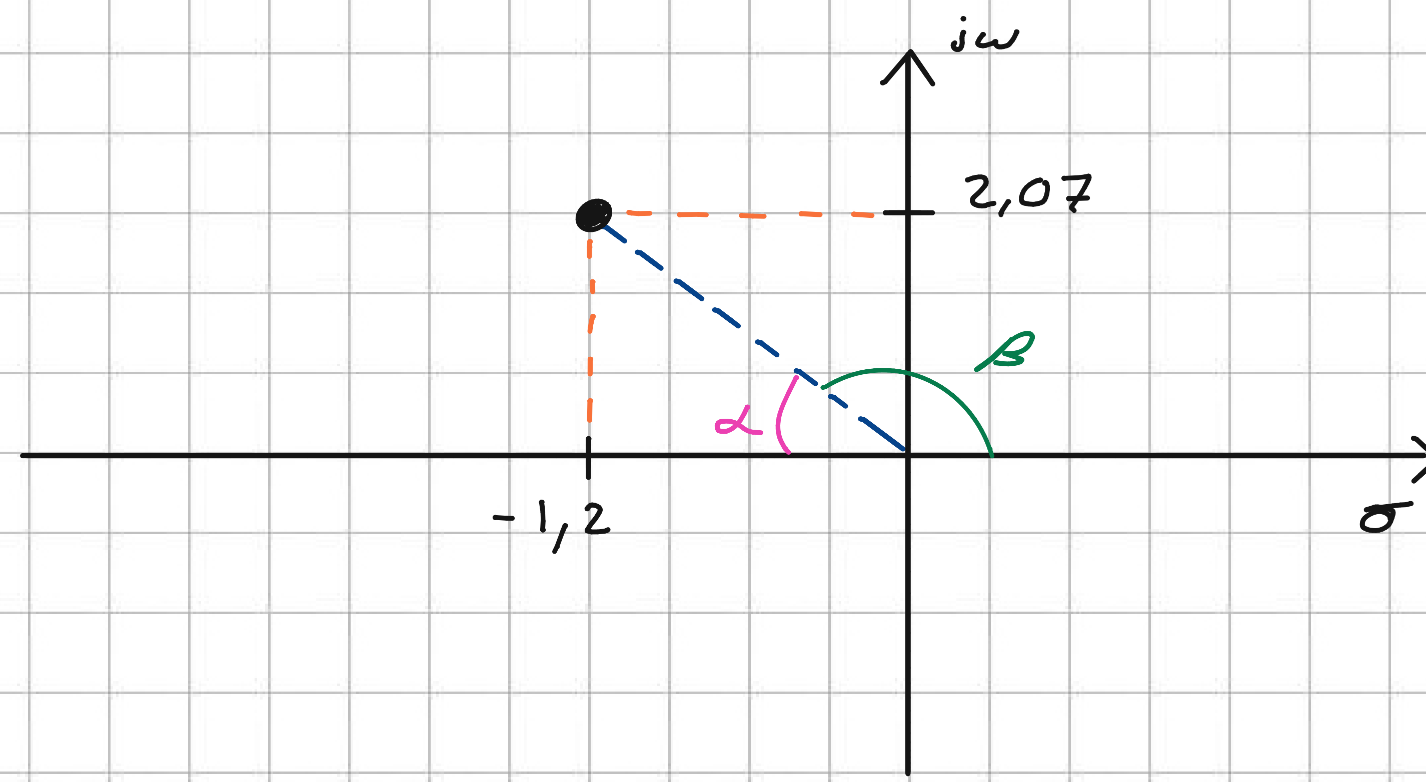


Figura 5. Ángulo polo dominante

Al determinar el ángulo se tiene

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2,07}{1,2-0}\right) = 59,898^\circ$$

$$\beta = 180 - \alpha = 120,101^\circ$$

Para determinar el amortiguamiento se realiza

$$\zeta = \cos(\alpha) = 0,5015$$

Es así como se obtiene la figura 6

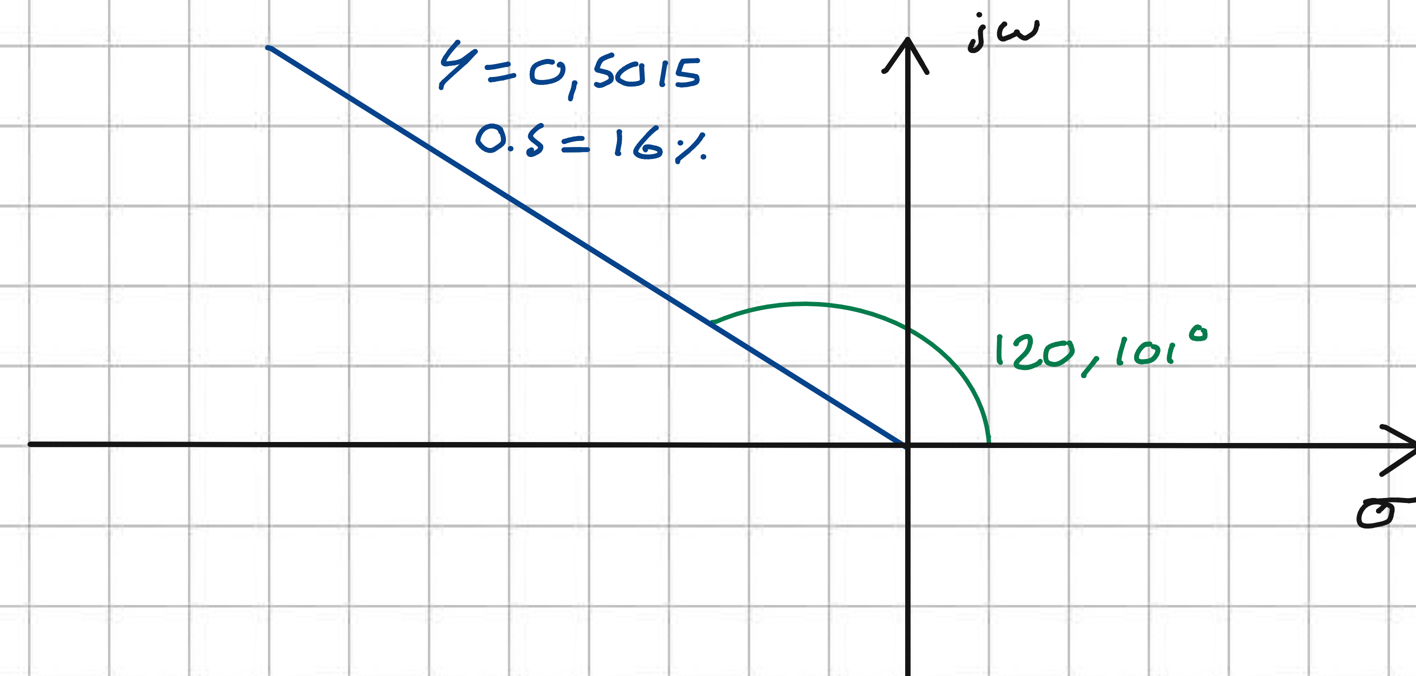


Figura 6. Línea de 0.5 de 16%

Para tener $ts = 1,11\,s$ se halla el respectivo polo dominante

$$ts = \frac{4}{\sigma} \rightarrow \sigma = \frac{4}{ts} = \frac{4}{1,11}$$

$$\sigma = 3,604$$

Considerando el ángulo para garantizar el O.S

$$\tan(\alpha) = \frac{j\omega}{\sigma}$$

$$j\omega = \sigma(\tan(\alpha)) = (3,604)(\tan(59,898°))$$
$$j\omega = 6,217$$

Para determinar que el polo sí pertenece al lugar de las raíces se realiza el criterio del ángulo utilizando la figura 7

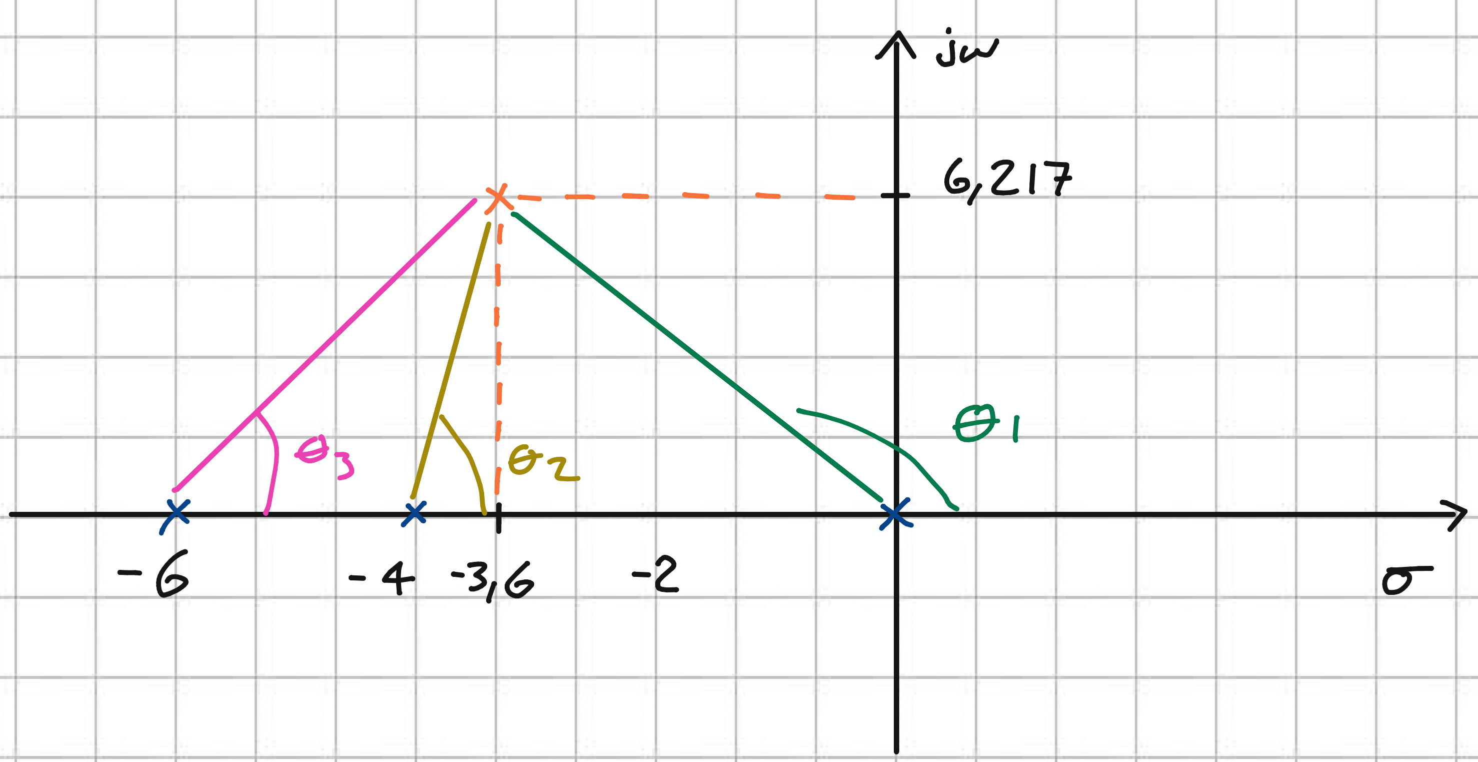


Figura 7. Contribución ángular polos

Para el polo en el origen se tiene

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{6,217}{3,604}\right) = 59,899°$$

$$\theta_1 = 180 - \alpha = 120,101°$$

Para el polo en -4 se realiza

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{6,217}{4 - 3,604}\right) = 86,355°$$

Para el polo en -6 se obtuvo

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{6,217}{6 - 3,604}\right) = 68,923°$$

Al realizar el criterio del ángulo

$$\sum \angle z - \sum \angle p = \pm 180(2k+1)$$

$$0 - (68,923 + 86,355 + 120,101) = \pm 180(2k+1)$$

$$-275,379 \neq \pm 180(2k+1) \; ; \; k = 0,1,2 \ldots$$

De esta forma se determina que el polo no pertenece al lugar de las raíces. Para ello se usa el derivador de modo que se agrega un cero al sistema para garantizar que se cumpla el criterio del ángulo, de forma que:

$$\sum \angle z - 275,379 = -180$$

$$\sum \angle z = -180 + 275,379$$

$$\sum \angle z = 95,379°$$

Para determinar la ubicación del cero se realiza lo siguiente

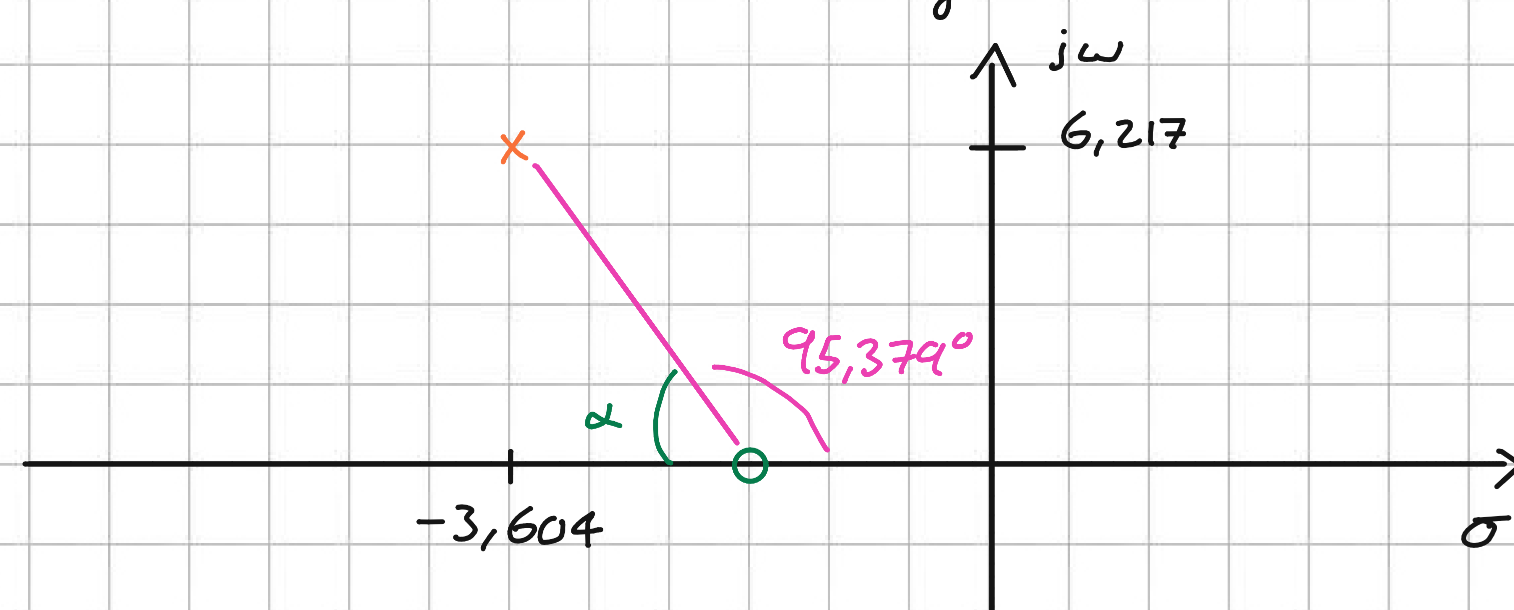


Figura 8. Relación del cero y polo dominante

Realizando la trigonometría

$$\alpha = 180 - 95,379 = 84,621$$

$$\tan(84,621) = \frac{6,217}{3,604 - \sigma_c}$$

$$\sigma_c = -\frac{6,217 - 3,604\tan(84,621)}{\tan(84,621)}$$

$$\sigma_c = 3,019$$

El sistema de control hasta este punto es el de la figura 9

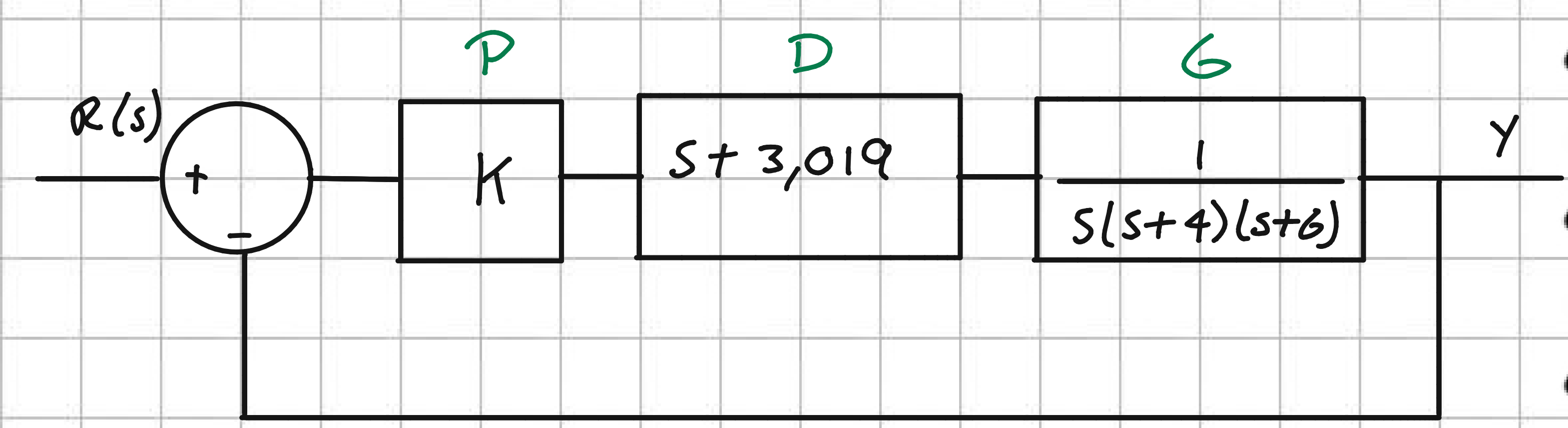


Figura 9. Sistema con controlador PD

Considerando el nuevo mapa del lugar de las raíces se observa la figura 10

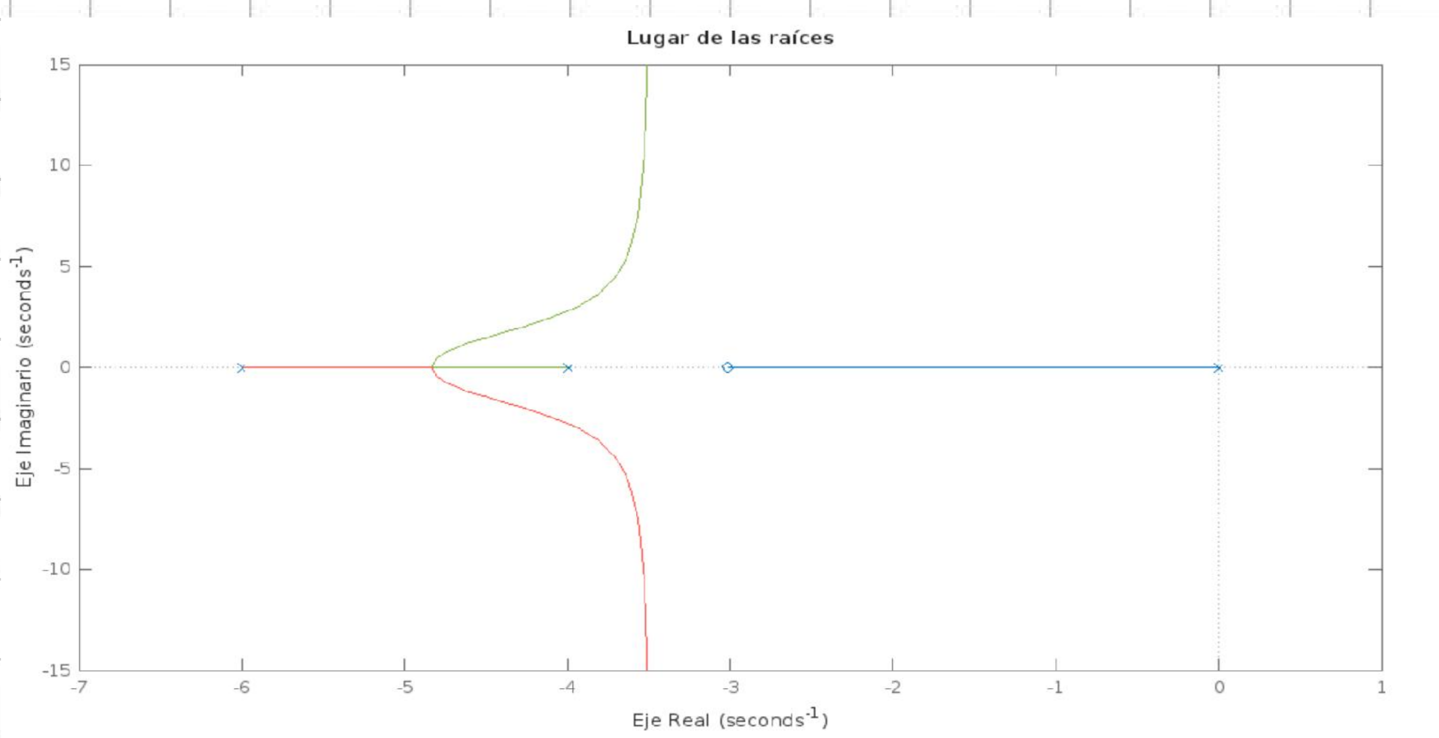


Figura 10. Mapa lugar de las raíces con controlador PD

Al determinar el valor de K para 0.5 de 16% se observa la figura 11

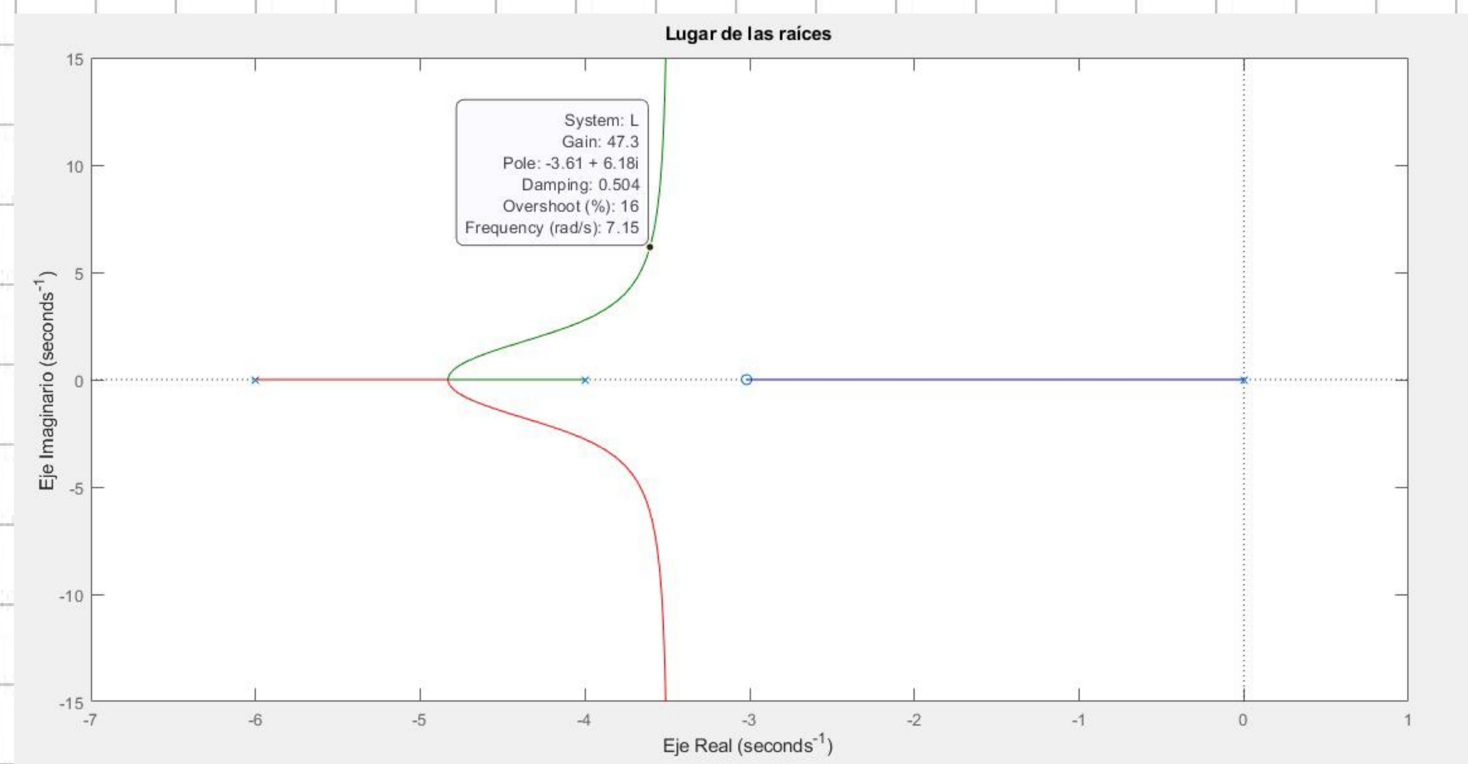


Figura 11. Valor ganancia K para 0.5 de 16%

Así con el valor de $K = 47,3$ es posible considerar el sistema de la forma de la figura 12

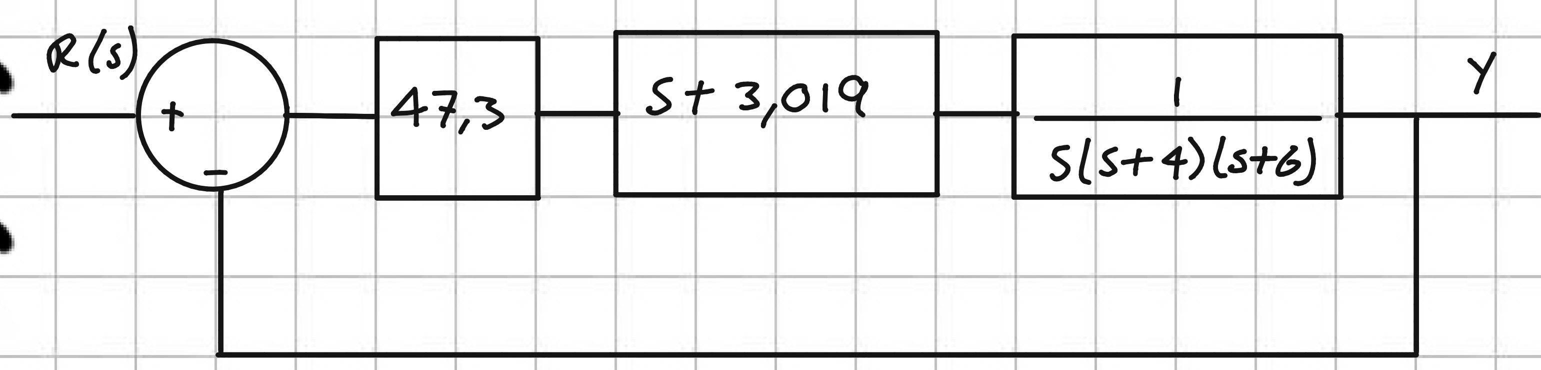


Figura 12. Sistema con controlador PD

Al considerar el bloque K y D es posible determinar lo siguiente

$$47,3(s+3,019) = 47,3s + 142,799$$

De esta forma el sistema es de la forma de la Figura 13

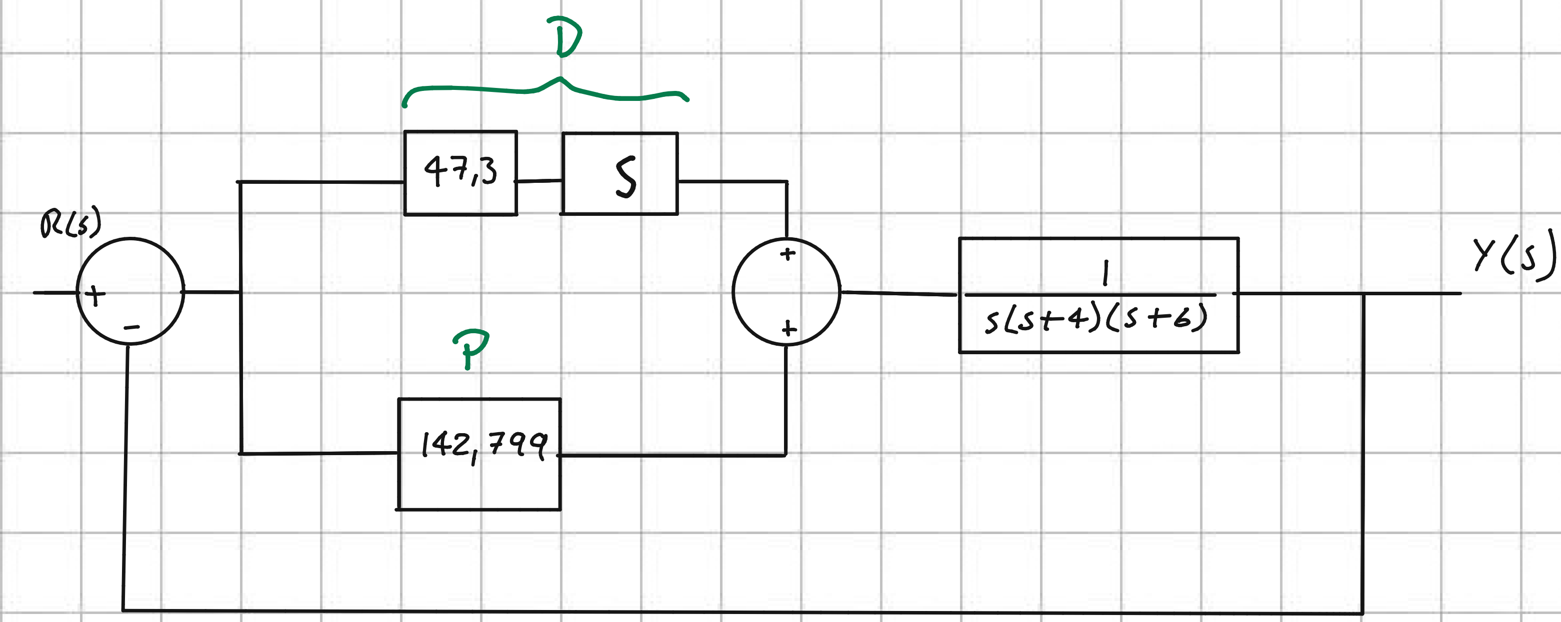


Figura 13. Sistema con controlador PD

Finalmente la respuesta al escalón del diseño es el de la figura 14

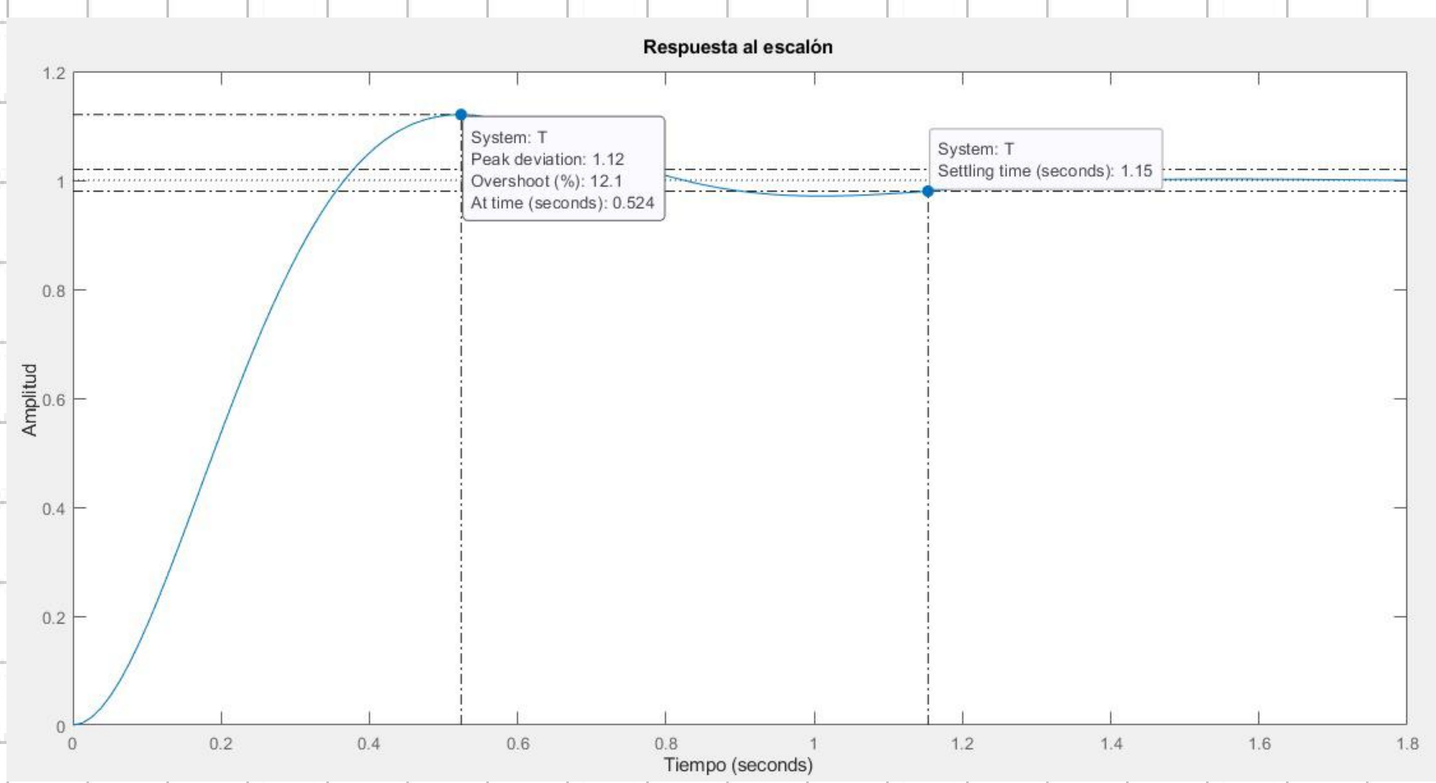


Figura 14. Respuesta en el tiempo para el sistema PD

Los códigos utilizados en MatLab fueron los siguientes.

✓ Para obtener las figuras 1 y 2 se utilizó el código 1

```
% Lugar de las raíces, ubicación de los polos

G=tf(1,conv([1 0],conv([1 4],[1 6])))
k=1
L=k*G
T=feedback(L,1)
rlocus(G)
title('Lugar de las raíces')
xlabel('Eje Real')
ylabel('Eje Imaginario')

```

Código 1. Realización mapa lugar de las raíces

✓ Para obtener la Figura 3 y 4 se utilizó el código 2

```

%Con el valor de k
k=43.4;
G=tf(1,conv([1 0],conv([1 4],[1 6])))
L=k*G
T=feedback(L,1)
step(T)
title('Respuesta al escalón')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Amplitud')

```

Código 2. Respuesta al escalón

✓ Para las figuras 10 y 11 se utilizó el código 3

```

%Nuevo lugar raíces con derivador
D=tf([1 3.019], 1)
G=tf(1,conv([1 0],conv([1 4],[1 6])))
k=1
L=G*k*D
rlocus(L)
title('Lugar de las raíces')
xlabel('Eje Real')
ylabel('Eje Imaginario')

```

Código 3. Lugar de las raíces con controlador PD

✓ Para la figura 14 se utilizó el código 4

```

%Respuesta en el tiempo final

D=tf([1 3.019], 1)
G=tf(1,conv([1 0],conv([1 4],[1 6])))
k=47.3
L=G*k*D
T=feedback(L,1)
step(T)
title('Respuesta al escalón')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Amplitud')

```

Código 4. Respuesta al escalón

Conclusiones

Al realizar el controlador PD es posible reducir el tiempo de establecimiento de forma que el sistema se estabiliza con mayor rápidez.

Así mismo, en el diseño del controlador se garantiza el Porcentaje de overshoot y el amortiguamiento del sistema de forma que en este caso prevalece la estabilidad del sistema.

En el uso del controlador derivativo se agrega un cero estrategico al sistema con el que se garantiza el tiempo de establecimiento requerido.

De esta forma la ganancia derivativa modifica el mapa del lugar de las raíces que se puede observar al comparar la figura 1 y la figura 10

Para garantizar el overshoot del 16 % se determinó la ganancia del controlador K como se observó en la figura 11.

Finalmente, a través de matlab y el procedimiento teórico se logró el diseño del controlador PD que garantiza el overshoot del 16 % y la reducción del tiempo de establecimiento de 3,33 s a 1,15 s cumpliendo lo requerido para el diseño.