Nombre: Oscar David Poblador Parra
Código: 20211005116

# Corrección Parcial

1) Dada la siguiente ecuación diferencial, represéntela en el espacio de estados y encuentre la respectiva función de transferencia

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$$

✓ Al considerar las variables de estado así:

$$q_1 = x \; ; \; q_2 = \dot{q}_1 = \dot{x} \; ; \; q_3 = \dot{q}_2 = \ddot{x} \; ; \; \dot{q}_3 = \dddot{x}$$

Entonces

$$\dot{q}_3 + q_3 + 2q_2 + q_1 = 2f(t)$$

$$\dot{q}_3 = 2f(t) - q_1 - 2q_2 - q_3 \qquad (1)$$

✓ La matriz de variables de estado es

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} f(t)$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

✓ Para la función de transferencia se aplica Laplace en (1)

$$s^3 \mathcal{L}\{x\} + s^2 \mathcal{L}\{x\} + 2s\,\mathcal{L}\{x\} + \mathcal{L}\{x\} = 2\mathcal{L}\{f(t)\}$$

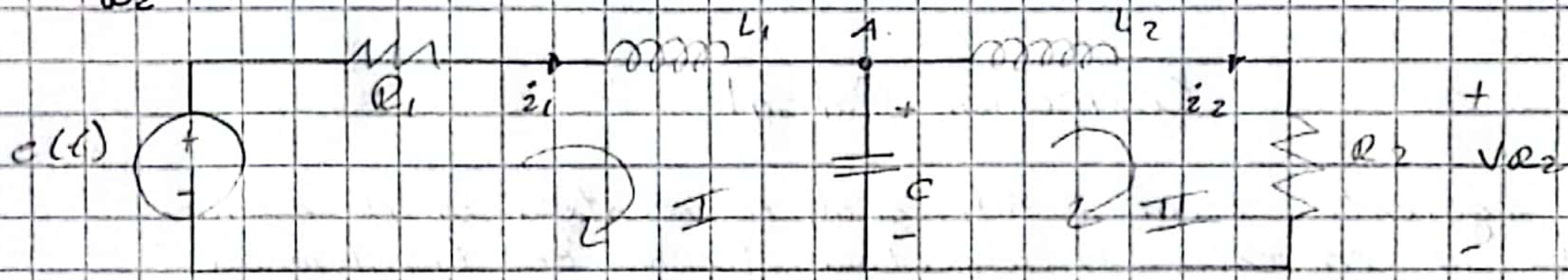
$$\mathcal{L}\{x\}(s^3 + s^2 + 2s + 1) = 2\mathcal{L}\{f(t)\}$$

Si $\mathcal{L}\{x\} = X_s$ y $\mathcal{L}\{f(t)\} = F_s$ entonces

$$X_s(s^3 + s^2 + 2s + 1) = 2F_s$$

$$\frac{X_s}{F_s} = \frac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

2) Encontrar una expresión en el espacio de estados válida para el siguiente sistema. Considere que la salida es el voltaje en $R_2$




✓ Al considerar la malla 1

$e(t) = V_{R_1} + V_{L_1} + V_C \rightarrow e(t) = R_1 i_1 + L_1 \dot{i}_{L_1} + V_C$

$\dot{i}_{L_1} = \frac{e(t)}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} i_{L_1} - \frac{V_C}{L_1}$ (1)

✓ Al considerar el nodo A

$i_1 = i_C + i_2 \rightarrow i_C = i_1 - i_2 \rightarrow C\dot{V}_C = i_{L_1} - i_{L_2}$

$\dot{V}_C = \frac{i_{L_1}}{C} - \frac{i_{L_2}}{C}$ (2)

✓ Al considerar la malla 2

$0 = V_{R_2} + V_{L_2} - V_C \rightarrow V_{R_2} = V_C - V_{L_2} \rightarrow V_{R_2} = V_C - L_2 \dot{i}_{L_2}$

$i_{L_2} R_2 = V_C - L_2 \dot{i}_{L_2} \rightarrow \dot{i}_{L_2} = \frac{V_C}{L_2} - \frac{R_2}{L_2} i_{L_2}$ (3)

✓ Si considera las variables de estado como

$q_1 = i_{L_1}$ ; $\dot{q}_1 = \dot{i}_{L_1}$ ; $q_2 = i_{L_2}$ ; $\dot{q}_2 = \dot{i}_{L_2}$

$q_3 = V_C$ ; $\dot{q}_3 = \dot{V}_C$

✓ De (1) $\dot{q}_1 = \frac{e(t)}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} q_1 - \frac{q_3}{L_1}$ (4)

✓ De (2) $\dot{q}_3 = \frac{q_1}{C} - \frac{q_2}{C}$ (5)

✓ De (3) $\dot{q}_2 = \frac{q_3}{L_2} - \frac{R_2}{L_2} q_2$

✓ Para la salida $V_{R_2} = i_{L_2} R_2 \rightarrow V_{R_2} = q_2 R_2$

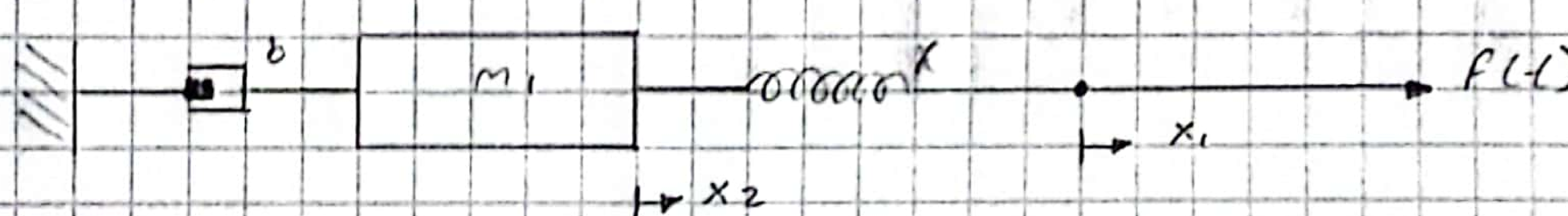
Powered by CamScanner

Al considerar la matriz de variables de estado

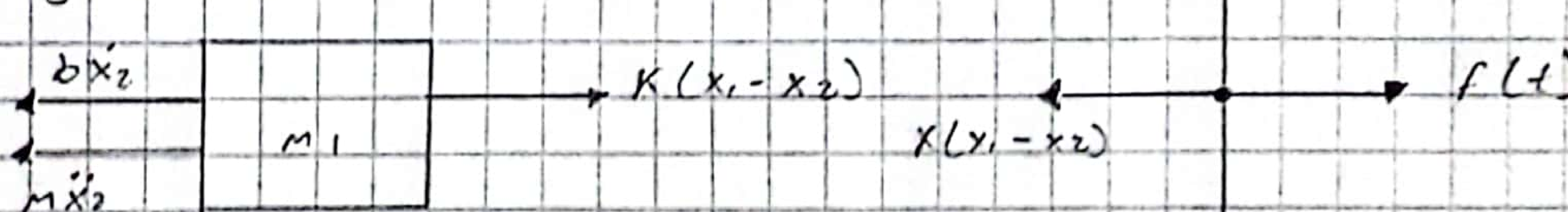
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1/L_1 & 0 & -1/L_1 \\ 0 & -R_2/L_2 & 1/L_2 \\ 1/C & -1/C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

$$V_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & R_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

3) Encontrar una expresión en el espacio de estados válido para el siguiente sistema. Considere que la salida corresponde a los desplazamientos $x_1$ y $x_2$




El diagrama de cuerpo libre es




Para la masa

$$0 = K(x_1 - x_2) - b\dot{x}_2 - m_1\ddot{x}_2 \rightarrow \ddot{x}_2 = \frac{K}{m_1}(x_1 - x_2) - \frac{b}{m}\dot{x}_2 \quad (1)$$

Para la masa puntual

$$f(t) - K(x_1 - x_2) = 0 \rightarrow f(t) - Kx_1 + Kx_2 = 0$$

$$x_1 = x_2 + \frac{f(t)}{K} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$\ddot{x}_2 = \frac{K}{m}\left(x_2 + \frac{f(t)}{K}\right) - x_2\frac{K}{m} - \frac{b}{m}\dot{x}_2$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{f(t)}{m} - \frac{b}{m}\dot{x}_2 \quad (3)$$

✓ Al considerar las variables de estado así

$q_1 = x_1$ ; $q_2 = x_2$ ; $q_3 = \dot{q}_2 = \dot{x}_2$ ; $\dot{q}_3 = \ddot{x}_2$

$$\dot{q}_3 = -\frac{b}{m} q_3 + \frac{f(t)}{m} \quad (4)$$

✓ La matriz de variables de estado es así

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/m \end{bmatrix} f(t)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$