Método de Faddeev-Leverrier

Este método tiene la ventaja que dé además de generar la matriz A^{-1} constituye una técnica eficiente para generar los coeficientes **pi** del polinomio característico

$$A^{-1}$$

Donde:

$$A^{-1} \cdot A = A \quad A^{-1} = I$$

Definamos la traza de una matriz cualquiera:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

tr A= $\boldsymbol{a_{11} + a_{22} + a_{33}}$

Matriz identidad:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Primeramente, debemos empezar por aplicar la formula

B1=A	b1=traza B1		
B2=A * (B1-b1*I)	b2=traza B2		
B3=A * (B2-b2*I)	b3=traza B3	Donde:	A=Matriz inicial
…	…		I=Matriz identidad
…	..		
…	…		
$B_n = A \cdot (B_{n-1} - b_{n-1} \cdot I)$	$b_n = trB_n$		

Tenemos una matriz A donde B=A:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Tomamos la traza:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = trB_1 = 3 + 0 + 3 = 6$$

Por lo tanto:

$$b_1 \cdot I = 6 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Ahora tenemos que B_2 es generada a partir de la traza de $B_1 (b_1)$

$$B_2 = A \cdot (B_1 - b_1 \cdot I)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 11 \end{bmatrix}$$

Traza B_2

$$(1/2)(11 + 8 + 11) = 15$$

$$b_2 \cdot I = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$$

Para generar B_3 lo haremos a partir de la traza $B_2 (b_2)$:

$$B_3 = A \cdot (B_2 - b_2 \cdot I)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \right\}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Traza B_3

$$(1/3)(8 + 8 + 8) = 8$$

El proceso lo detenemos en B_3 debido a que nuestra matriz es de dimensiones 3*3. Por lo que el proceso se debe terminar en **n** o **m.**

Otro aspecto que se debe de tomar en cuenta antes de empezar es que nuestra matriz debe de ser cuadrada

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \cdot \left(\begin{bmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 11 \end{bmatrix} - 15 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Y finalmente tenemos nuestra matriz inversa

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{8} & \frac{2}{8} & \frac{4}{8} \\ \frac{2}{8} & -\frac{7}{8} & \frac{2}{8} \\ \frac{4}{8} & \frac{2}{8} & \frac{4}{8} \end{bmatrix}$$

Sánchez González Oscar Eduardo

Métodos numéricos