Curso 0
Sesión 2

Departamento de Matemáticas

Escola Politécnica de Enxeñaría de Ferrol
UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Curso 2025-2026

Índice

1. Exponenciais e logaritmos
2. Funcións trigonométricas
3. Límites

Exponenciais e logaritmos

Consideramos a función exponencial e logaritmo neperiano

$$\begin{array}{rccc} \exp: & \mathbb{R} & \to & (0,+\infty)\,, \\ & x & \rightsquigarrow & e^x \end{array} \quad \begin{array}{rccc} \log: & (0,+\infty) & \to & \mathbb{R} \\ & x & \rightsquigarrow & \log x \end{array}$$

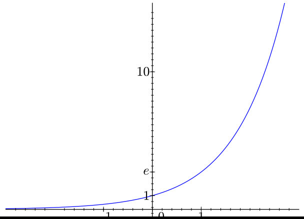
A función logaritmo neperiano escribirémola indistintamente con $\ln x$ ou $\log x$.

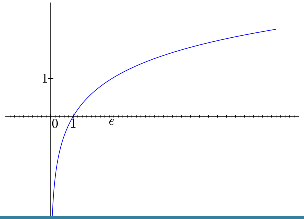
A exponencial e o logaritmo son funcións unha inversa da outra: $\log(e^x) = x$ e $e^{\log y} = y$. Así, por exemplo temos que:

$$e^0 = 1, \quad \log(1) = 0,$$
$$e^1 = e, \quad \log(e) = 1.$$

Representación gráfica:

$\exp : \mathbb{R} \to (0,+\infty)$ $\qquad$ $\log(x) : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$





Exponenciais e logaritmos

Propiedades básicas da exponencial e o logaritmo:

Exponencial	Logaritmo
$e^{a+b} = e^a \cdot e^b$	$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$
$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$	$\log(\frac{a}{b}) = \log a - \log b$
$(e^a)^b = e^{a\,b}$	$\log a^b = b\,\log a$

Funcións trigonométricas

Consideramos as funcións:

$$\begin{array}{rccc} \text{sen}: & \mathbb{R} & \to & [-1,1] \\ & x & \rightsquigarrow & \text{sen}\, x, \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} \cos: & \mathbb{R} & \to & [-1,1] \\ & x & \rightsquigarrow & \cos x, \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} \tan: & \mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}\,/k\in\mathbb{Z}\right\} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \rightsquigarrow & \tan x. \end{array}$$

Estas funcións non son bixectivas nestes dominios de definición, así que para poder considerar as súas inversas debemos restrinxir o seu dominio:

$$\begin{array}{rccc} \text{arcsen}: & [-1,1] & \to & [-\pi/2,\pi/2] \\ & x & \rightsquigarrow & \text{arcsen}\, x \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} \arccos: & [-1,1] & \to & [0,\pi] \\ & x & \rightsquigarrow & \arccos x \end{array}$$

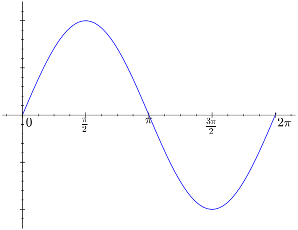
$$\begin{array}{rccc} \arctan: & \mathbb{R} & \to & (-\pi/2,\pi/2) \\ & x & \rightsquigarrow & \arctan x \end{array}$$

Ollo!: non é o mesmo a función inversa que o inverso do valor dunha función:

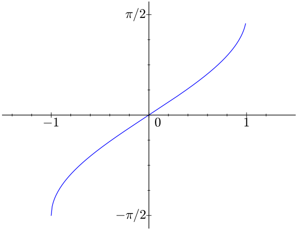
$$\text{arcsen}\, x \neq \frac{1}{\text{sen}\, x}.$$

Gráficas das funcións trigonométricas

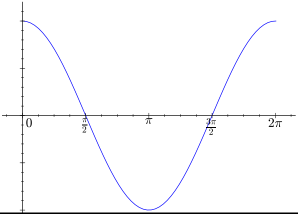
$\operatorname{sen}(x) : \mathbb{R} \to [-1, 1]$



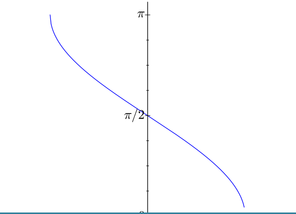
$\operatorname{arcsen}(x) : [-1, 1] \to [-\pi/2, \pi/2]$



$\cos(x) : \mathbb{R} \to [-1, 1]$

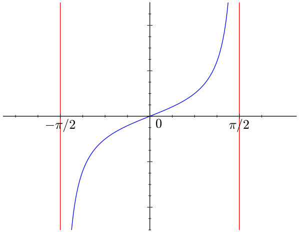


$\arccos(x) : [-1, 1] \to [0, \pi]$

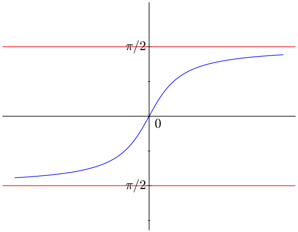


Gráficas das funcións trigonométricas

$\tan(x) : \mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \,/ k \in \mathbb{Z}\right\} \to \mathbb{R}$



$\arctan : \mathbb{R} \to (-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2})$



Propiedades das funcións trigonométricas

- Identidades trigonométricas básicas:

Identidade fundamental	$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
Seno do ángulo oposto	$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x$
Seno da suma	$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y$
Seno do ángulo dobre	$\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$
Coseno do ángulo oposto	$\cos(-x) = \cos x$
Coseno da suma	$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$
Coseno do ángulo dobre	$\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

- Táboa básica de razóns trigonométricas:

	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-

Cálculo de límites. Operacións con ceros e infinitos

$\infty \pm k = \infty$	$(+\infty)+(+\infty) = +\infty$	$(+\infty)-(+\infty) = \text{Indeterminado}$
$\infty \cdot k = \infty \quad (\text{si } k \neq 0)$	$\infty \cdot \infty = \infty$	$0 \cdot \infty = \text{Indeterminado}$
$\frac{0}{k} = 0$	$\frac{0}{\infty} = 0$	$\frac{0}{0} = \text{Indeterminado}$
$\frac{k}{0} = \infty$	$\frac{k}{\infty} = 0$	
$\frac{\infty}{k} = \infty$	$\frac{\infty}{0} = \infty$	$\frac{\infty}{\infty} = \text{Indeterminado}$
$0^k = \begin{cases} 0 & \text{si } k > 0 \\ \infty & \text{si } k < 0 \end{cases}$	$0^{+\infty} = 0$	$0^0 = \text{Indeterminado}$
$k^0 = 1$	$k^{+\infty} = \begin{cases} \infty & \text{si } k > 1 \\ 0 & \text{si } 0 < k < 1 \end{cases}$	$1^\infty = \text{Indeterminado}$
	$(+\infty)^{+\infty} = +\infty$	$\infty^0 = \text{Indeterminado}$

Cálculo de límites. Indeterminacións

Indeterminación	Método/s proposto/s
$\frac{k}{0}$	Límites laterales
$\frac{0}{0}$	∘ Factorizar (se é posible) ∘ Se hai raíces, multiplicar e dividir por conxugado ∘ l'Hôpital
$\frac{\infty}{\infty}$	∘ Operar ∘ l'Hôpital
$\infty - \infty$	∘ Operar ∘ Se hai raíces, multiplicar e dividir por conxugado
0^{∞}	Operar
1^{∞}	Buscar $\lim_{algo \mapsto \infty} \left(1 + \frac{1}{algo}\right)^{algo} = e$
0^{∞}, ∞^{0}, 0^{0}	Aplicar: $a^b = e^{\log(a^b)} = e^{b \cdot \log(a)}$

Curso 0
Sesión 2

Departamento de Matemáticas

Escola Politécnica de Enxeñaría de Ferrol
UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Curso 2025-2026