Exercicios de autoavaliación do Curso 0.

Cálculo/Matemáticas 1

Curso 2025-2026
Conxuntos e aplicacións

Este documento complementa ós apuntes do Curso 0 da materia de Cálculo. Componse dunha serie de exercicios e preguntas con resposta para que o alumnado poida autoavaliar os coñecementos básicos que é necesario coñecer para cursar a materia.

Exercicios

1. Escribe simbólicamente as afirmacións seguintes:
   (a) u é un elemento do conxunto B.
   (b) O conxunto B ten como subconxunto ao conxunto A.
   (c) O número 10 non é un elemento do conxunto C.
   (d) O conxunto A non ten elementos en común co conxunto B.
   (e) O conxunto D non contén ao conxunto F.

2. Expresa por extensión cada un dos seguintes conxuntos:
   (a) $A = \{x \in \mathbb{N}/x^2 = 9\}$.
   (b) $B = \{u \in \mathbb{Z}/u^2 = 36\}$.
   (c) $C = \{m \in \mathbb{R}/m^2 = -25\}$.
   (d) $D = \{z \in \mathbb{Z}/z$ é positivo e negativo$\}$.
   (e) $E = \{y/y$ é unha letra da palabra "conxunto"$\}$.

3. Define por comprensión os seguintes conxuntos:
   (a) $A = \{1, 2, 3\}$.
   (b) $B = \{1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, ...\}$.
   (c) $C = \{3, 9, 27, 81, 243, ...\}$.

4. Decide razoadamente se as seguintes afirmacións son verdadeiras ou falsas:
   (a) $A = \{x \in \mathbb{Z}/4x = 12\} = 3$.
   (b) $B = \{x \in \mathbb{R}/x^2 + x + 1 = 0\} = \emptyset$.
   (c) $C = \{x \in \mathbb{N}/x + 5 = 4\} = \{-1\}$.
   (d) $\mathbb{Z} \setminus \{x \in \mathbb{Z}/x \leq 0\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.
   (e) $\emptyset \in \{1, 0\}$.
   (f) $\{0\} \subset \{1, 0\}$.
   (g) $0 \in \{1, 0\}$.
   (h) $\{0\} \in \{1, 0\}$.
   (i) $0 \subset \{1, 0\}$.
   (l) $A \cap B = B \cap A$.

5. Consideremos $U = \{a, b, c, d, e\}$ e os subconxuntos $A = \{a, b, d\}$, $B = \{b, d, e\}$, e $C = \{a, b, e\}$. Calcula:

   (a) $A \cup (B \cup C)$.
   (b) $A \cap C$.
   (c) $A \setminus C$.
   (d) $A \setminus (B \cup C)$.
   (e) $(A \setminus B) \cup C$.
   (f) $U \setminus (B \cup C)$.
   (g) $U \setminus (B \cap C)$.
   (h) $U \setminus (A \setminus B)$.

6. Calcula a unión e a intersección dos seguintes conxuntos:

   a) $A = (1, 3)$, $B = (2, 4)$.
   b) $A = [0, 1)$, $B = \{\frac{1}{2}, 1\}$.
   c) $A = \{x \in \mathbb{R} : \; x \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : \; |x - 1| < 1\}$

7. Se as aplicacións $p : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ e $q : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ veñen dadas por $p(n) = \frac{n^2}{n+1}$ e $q(z) = z^2$, decide razoadamente que aplicacións se poden definir de entre as seguintes $q \circ p$, $p \circ q$, $q \circ (p \circ q)$,$p \circ (p \circ q)$ e escribe a función resultante.

8. Se as aplicacións $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ veñen dadas por $p(n) = \frac{n^2}{n+1}$ e $q(z) = z^2$ decide razoadamente que aplicacións se poden definir de entre as seguintes: $q \circ p$, $p \circ q$, $q \circ (p \circ q)$,$p \circ (q \circ p)$ e escribe a función resultante.

9. Consideremos as seguintes aplicacións:

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow & f(x), \end{array}$$

   onde:

   a) $f(x) = sen(x)$,
   b) $f(x) = 2x$,
   c) $f(x) = \left\{ \begin{array}{rcl} x & se & x \leq 0 \\ x+1 & se & x > 0 \end{array} \right.$.

   Responde as seguintes preguntas:

   - Son inxectivas?
   - Son sobrexectivas?
   - Son bixectivas?

Solucións

1. Exercicio 1:(a) $u \in B$. (b) $B \supset A$ o $A \subset B$. (c) $10 \notin C$. (d) $A \cap B = \emptyset$. (e) $D \not\supset F$ o $F \not\subset D$.
2. Exercicio 2: (a) $A = \{3\}$. (b) $B = \{6, -6\}$. (c) $C = \emptyset$. (d) $D = \{0\}$. (e) $E = \{c, o, n, j, u, t\}$.
3. Exercicio 3: $A = \{x \in \mathbb{Z}/0 < x < 4\}$ $B = \{x \in \mathbb{Q}/x = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$ $C = \{x \in \mathbb{N}/x = 3^n, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$
4. Exercicio 4: (a) F (b) V (c) F (d) V (e) F (f) V (g) V (h) F (i) F (j) V
5. Exercicio 5: (a){a,b,d,e} (b){a,b} (c){d} (d)$\emptyset$ (e){a,b,e} (f){c} (g){a,c,d} (h){b,c,d,e}
6. Exercicio 6: (a)$A \cup B = (1, 4)$, $A \cap B = (2, 3)$ (b)$A \cup B = [0, 1]$, $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$ (c)$A \cup B = [0, \infty)$, $A \cap B = (0, 2)$

7. Exercicio 7: Só se pode definir a función $p \circ q$, pois para poder compoñer dúas funcións a imaxe da función que actúa en primeiro lugar ten que estar contida no dominio de definición da segunda.
A función $p \circ q : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$ está definida por $(p \circ q)(z) = \frac{z^4}{z^2+1}$

8. Exercicio 8: Todas se poden definir.
No exercicio anterior vimos como sería o resultado da composición $p \circ q$, só que neste caso o dominio é $\mathbb{R}$.
A función $p \circ (q \circ p) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por $(p \circ (q \circ p))(x) = \frac{x^8}{x^6+2x^5+2x^4+4x^3+6x^2+4x+1}$.
A función $q \circ (p \circ q) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por $(q \circ (p \circ q))(x) = \frac{x^8}{x^4+2x^2+1}$.
A función $q \circ p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por $(q \circ p)(x) = \frac{x^4}{x^2+2x+1}$.

9. Exercicio 9: (a) Non inxectiva, non sobrexectiva, non bixectiva (b) Inxectiva, sobrexectiva, bixectiva (c) Inxectiva, non sobrexectiva, non bixectiva

Referencias

[1] http://recursostic.educacion.es/descartes/web/

[2] http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/conjuntos_y_operaciones_agsm/