

## Trabajo practico #5: Preliminares al modelado

### Objetivos:

1. Comprender y aplicar conceptos de funciones básicas, tanto algebraicas como trascendentales.
2. Entender y trabajar con espacios vectoriales, sus bases generadoras y distintos tipos de espacios.
3. Analizar y clasificar transformaciones lineales, incluyendo operadores específicos en  $\mathbb{R}^n$  y  $C^n[a,b]$ .
4. Resolver ecuaciones con operadores, aplicando la teoría para encontrar soluciones en  $\mathbb{R}^n$  y  $C^n[a,b]$ .

### Desarrollo:

#### *Tema 1: Funciones básicas - Algebraicas, trascendentales y estudio con Geogebra.*

- 1.1. Dadas las siguientes funciones, clasifíquelas como algebraicas o trascendentales y gráfíquelas utilizando Geogebra:  $f(x) = x^3 - 2x^2$ ,  $g(x) = \sin(x)$ ,  $h(x) = \log(x)$ .
- 1.2. Utilizando Geogebra, analice la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ . Identifique los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los puntos críticos.
- 1.3. Encuentre la derivada de la función  $f(x) = e^{(2x)}$  y grafique tanto la función original como su derivada en Geogebra.

#### *Tema 2: Espacios vectoriales*

- 2.1. Para el espacio  $\mathbb{R}^3$ , encuentre una base generadora y determine si los siguientes vectores son linealmente independientes:  $v_1 = (1, 0, 2)$ ,  $v_2 = (2, 1, 3)$ ,  $v_3 = (3, 2, 4)$ .
- 2.2. Considere el espacio  $P$  de polinomios de grado menor o igual a 2. Determine una base para este espacio y demuestre que es una base generadora.

2.3. Dado el espacio  $C[a,b]$ , encuentre una base generadora para el conjunto de funciones continuamente diferenciables en el intervalo  $[0,1]$ .

### *Tema 3: Transformaciones lineales*

3.1. Dada la matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , clasifique la transformación lineal asociada a  $A$  en  $\mathbb{R}^2$ .

3.2. Encuentre la matriz de la transformación lineal que representa una rotación de  $90^\circ$  en sentido antihorario en  $\mathbb{R}^2$ .

3.3. Determine la matriz de la transformación lineal que representa la derivación en el espacio de funciones  $C^1[a,b]$ , para un intervalo  $[a,b]$  dado.

### *Tema 4: Ecuaciones con operadores*

4.1. Dada la ecuación matricial  $Ax = y$ , con  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  y  $y = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ , encuentre la solución general  $x = x_p + x_h$ .

4.2. Resolver la ecuación  $Ax = y$  en el espacio  $C^1[a,b]$  utilizando el teorema dado, considerando  $A$  como el operador de derivación y  $y(x) = e^x$ .

4.3. Resolver la ecuación  $Ax = y$  en el espacio  $C^1[0,1]$  utilizando el teorema dado, considerando  $A$  como el operador de integración y  $y(x) = x^2$ .

### **Bibliografía:**

- Stewart, J. (2016). Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas.
- Larson, R., Edwards, B. H. (2013). Cálculo 1 de una variable. McGraw-Hill.
- Anton, H., Rorres, C. (2014). Álgebra lineal con aplicaciones. Limusa Wiley.
- Hefferon, J. (2012). Álgebra Lineal. Recuperado de <http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra/>
- Lay, D. C., Lay, S. R., McDonald, J. J. (2016). Álgebra lineal y sus aplicaciones. Pearson.
- Geogebra. (s.f.). Software de matemáticas. Recuperado de <https://www.geogebra.org/>
- Strang, G. (2009). Álgebra Lineal y sus aplicaciones. Limusa Wiley.
- Apostol, T. M. (1999). Cálculo, Vol. 1: Un tratamiento riguroso y moderno de la integral y las sumas infinitas. Reverté.

Zill, D. G. (2012). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Cengage Learning.

Hirsch, M., Smale, S., Devaney, R. (2007). Matemática: Sistemas dinámicos y ecuaciones diferenciales con aplicaciones en ciencias e ingeniería. Pearson Prentice Hall.