Problema 1

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$c\int_0^2 x^2 dx = 1 \qquad \therefore c = \frac{3}{8}$$

$$c\left(\frac{8}{3}\right) = 1$$

Calcular $P[0 < x \le 1]$

$$f(x) = \frac{3}{8}x^2$$

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{3}{8}\int_0^1 x^2 dx = \frac{3}{8}\left[\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{8}$$

$$P(0 < x \le 1) = \frac{1}{8}$$

Problema del flujo vehicular

En una cierta calle transitada se quiere medir el flujo vehicular. Una manera de hacerlo es medir el tiempo entre un automóvil y otro. Sea X es el tiempo transcurrido en segundos entre el tiempo en que un auto termina de pasar por un punto fijo y el instante en que el siguiente auto comienza a pasar por ese punto. La distribución del tiempo de avance tiene la forma

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{k}{x^4}, & si \quad x>1\\ 0 & si \quad x\leq 1\end{cases}$$

a) Determine el valor de k para la cual $f(x)$ es una función de densidad de probabilidad (fdp).

b) ¿Cuál será el valor esperado entre autos? ¿su varianza?

c) ¿Cuál será la probabilidad de que se tarde un auto más de 2 segundos? ¿A lo más 2?¿x segundos o menos?

a) $$\int_1^{\infty} \frac{k}{x^4}\,dx = 1$$

$$\int_1^{\infty} kx^{-4}\,dx = 1$$

$$-\left[\frac{k}{3x^3}\right]_1^{\infty} = 1$$

$$-\left[0-\frac{k}{3}\right] = 1 \qquad \therefore k = 3$$

b) $$E(x) = \int_1^{\infty} x\cdot\frac{3}{x^4}\,dx$$

$$= \int_1^{\infty} \frac{3}{x^3}\,dx = -\left[\frac{3}{2x^2}\right]_1^{\infty} = \frac{3}{2}$$

$$E(x) = \frac{3}{2}$$

$$V(x) = E(x^2) - \mu^2 = E(x^2) - E(x)^2$$

$$E(x^2) = \int_1^{\infty} x^2\cdot\frac{3}{x^4}\,dx = \int_1^{\infty}\frac{3}{x^2}\,dx = -\left[\frac{3}{x}\right]_1^{\infty} = 3$$

$$V(x) = 3 - \frac{9}{4} = \frac{12-9}{4} = \frac{3}{4}$$

$$V(x) = 3/4$$

c) $\rho(x) = \frac{3}{x^4}$

1. $P(X>2) = \int_2^\infty \rho(x)\,dx$

$$\int_2^\infty \rho(x)\,dx = \int_2^\infty \frac{3}{x^4}\,dx = -\left[x^{-3}\right]_2^\infty = \frac{1}{8}$$

$P(X>2) = \frac{1}{8}$

2. $P(X<2) = \int_1^2 \rho(x)\,dx$

$$\int_1^2 \frac{3}{x^4}\,dx = -\left[x^{-3}\right]_1^2 = -\left[\frac{1}{8} - 1\right] = \frac{7}{8}$$

$P(X<2) = \frac{7}{8}$

3. $P(X<x) = \int_1^x \rho(x)\,dx$

$$P(X<x) = \int_1^x \frac{3}{x^4}\,dx = -\left[x^{-3}\right]_1^x = -\left[x^{-3} - 1\right]$$

$P(X<x) = 1 - x^{-3}$