# Actividad 12. Regresión Lineal

**Oscar Gutierrez** 

2024-08-30

# Análisis descriptivo

```
M = read.csv('Estatura-peso_HyM.csv')
head(M)
```

```
##
     Estatura Peso Sexo
         1.61 72.21
## 1
## 2
         1.61 65.71
                        Н
## 3
         1.70 75.08
                        Н
         1.65 68.55
## 4
                        Н
         1.72 70.77
## 5
                        Н
         1.63 77.18
## 6
                        Н
```

#### Matriz de correlación

```
MM = subset(M,M$Sexo=="M")
MH = subset(M,M$Sexo=="H")
M1=data.frame(MH$Estatura,MH$Peso,MM$Estatura,MM$Peso)
cor(M1)
```

```
## MH.Estatura MH.Peso MM.Estatura MM.Peso
## MH.Estatura 1.0000000000 0.846834792 0.0005540612 0.04724872
## MH.Peso 0.8468347920 1.000000000 0.0035132246 0.02154907
## MM.Estatura 0.0005540612 0.003513225 1.0000000000 0.52449621
## MM.Peso 0.0472487231 0.021549075 0.5244962115 1.000000000
```

Se observa que hay una correlación de 0.85 entre el peso y estatura de los hombres y una correlación de 0.52 entre el peso y estatura de las mujeres.

#### **Medidas relevantes**

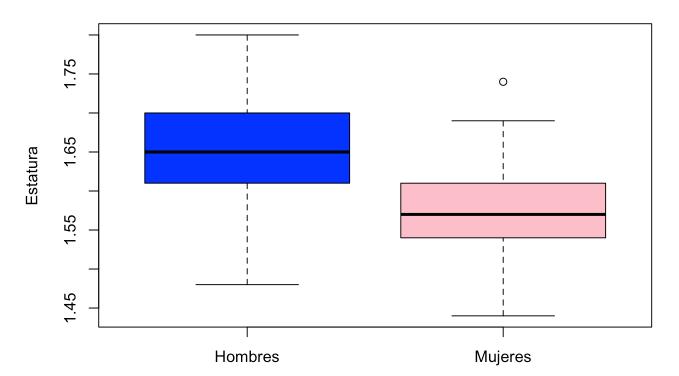
```
n=4 #número de variables
d=matrix(NA,ncol=7,nrow=n)
for(i in 1:n){
   d[i,]<-c(as.numeric(summary(M1[,i])),sd(M1[ ,i]))
}
m=as.data.frame(d)

row.names(m)=c("H-Estatura","H-Peso","M-Estatura","M-Peso")
names(m)=c("Minimo","Q1","Mediana","Media","Q3","Máximo","Desv Est")
m</pre>
```

```
Q3 Máximo
##
             Minimo
                         Q1 Mediana
                                       Media
                                                              Desv Est
               1.48 1.6100
## H-Estatura
                              1.650 1.653727 1.7000
                                                       1.80 0.06173088
              56.43 68.2575 72.975 72.857682 77.5225 90.49 6.90035408
## H-Peso
## M-Estatura
              1.44 1.5400 1.570 1.572955 1.6100
                                                       1.74 0.05036758
## M-Peso
              37.39 49.3550 54.485 55.083409 59.7950 80.87 7.79278074
```

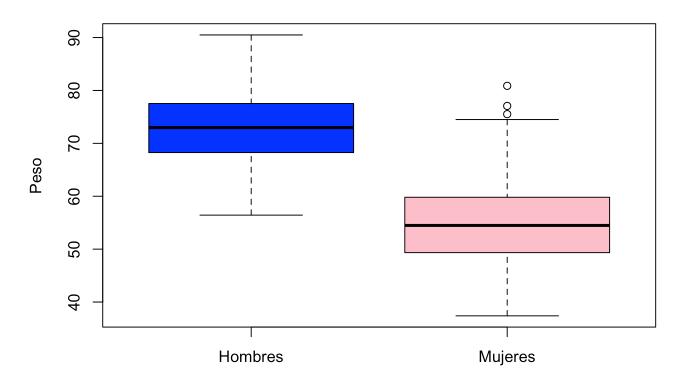
boxplot(M\$Estatura~M\$Sexo, ylab="Estatura", xlab="", col=c("blue","pink"), names=c("Homb
res", "Mujeres"), main="Estatura")

#### **Estatura**



boxplot(M\$Peso~M\$Sexo, ylab="Peso",xlab="", names=c("Hombres", "Mujeres"), col=c("blu
e","pink"), main="Peso")

#### Peso



# Modelos separados

```
Modelo1H = lm(Peso~Estatura, MH)
Modelo1H
```

```
Modelo1M = lm(Peso~Estatura, MM)
Modelo1M
```

```
Hipótesis H_0: \beta_1 = 0 \ H_1: \beta_1 \neq 0
Con \alpha = 0.03
```

#### **Hombres**

```
summary(Modelo1H)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Peso ~ Estatura, data = MH)
##
## Residuals:
                1Q Median
##
      Min
                                30
                                       Max
## -8.3881 -2.6073 -0.0665 2.4421 11.1883
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -83.685
                                   -12.56
                             6.663
                                             <2e-16 ***
## Estatura
                 94,660
                             4.027
                                     23.51
                                             <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 3.678 on 218 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7171, Adjusted R-squared: 0.7158
## F-statistic: 552.7 on 1 and 218 DF, p-value: < 2.2e-16
```

El 71% de la varianza es explicada por el modelo, el otro 29% es debido a los errores. También se encuentra que el peso y el intercept son significativos.

#### Mujeres

```
summary(Modelo1M)
```

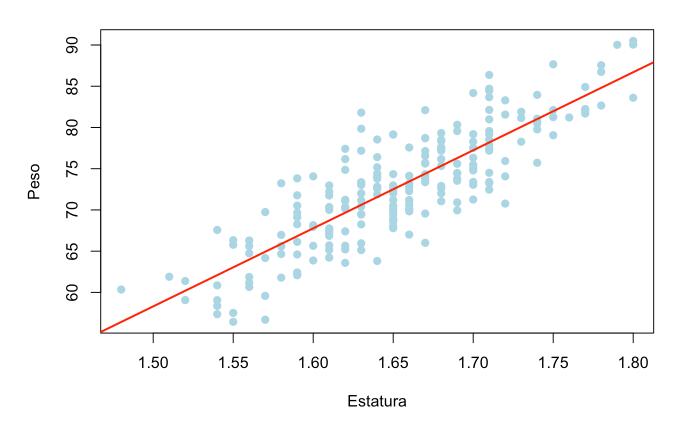
```
##
## Call:
## lm(formula = Peso ~ Estatura, data = MM)
##
## Residuals:
##
        Min
                  10
                       Median
                                    30
                                            Max
## -21.3256 -4.1942
                       0.4004
                                4.2724
                                        17.9114
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                   -5.168 5.34e-07 ***
## (Intercept)
               -72.560
                            14.041
                 81.149
                             8.922
                                     9.096 < 2e-16 ***
## Estatura
## ---
                   0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Signif. codes:
##
## Residual standard error: 6.65 on 218 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.2751, Adjusted R-squared: 0.2718
## F-statistic: 82.73 on 1 and 218 DF, p-value: < 2.2e-16
```

El 27.51% de la varianza es explicada por el modelo, el otro 72.49% es debido a los errores. Esto quiere decir que el modelo no es capaz de explicar la mayoría de la variación. Se encuentra que el peso y el intercept son significativos.

### **Gráficas**

#### **Hombres**

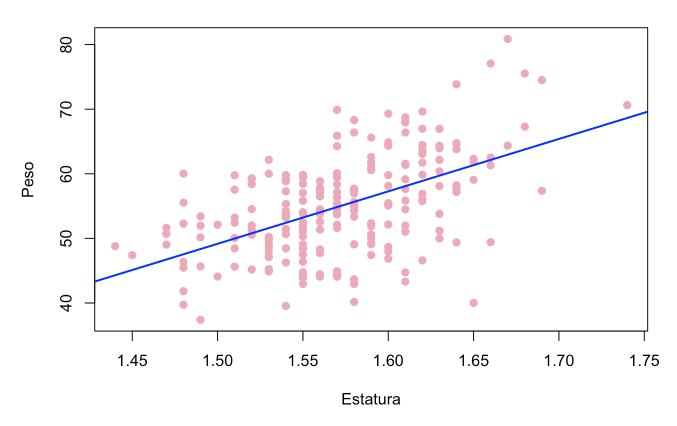
### **Peso vs Estatura Hombres**



Esta recta aproxima correctamente los datos.

#### Mujeres

## Peso vs Estatura Mujeres



La recta obtenida no predice correctamente los valores para peso puesto que en estos datos hay más variabilidad.

# Un modelo con los sexos juntos

```
Modelo2 = lm(Peso~Estatura+Sexo, M)
Modelo2
```

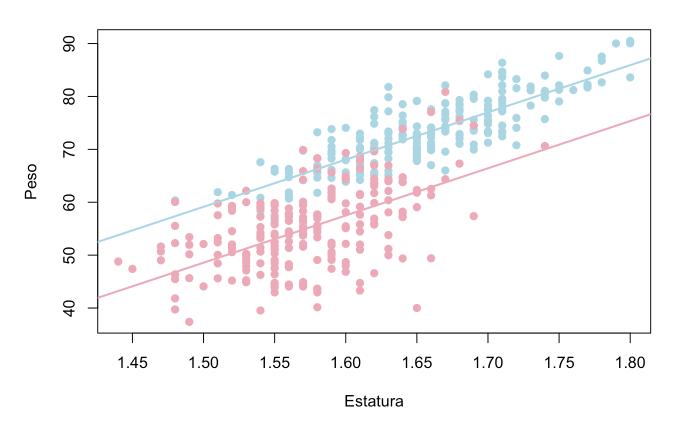
```
summary(Modelo2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Peso ~ Estatura + Sexo, data = M)
##
## Residuals:
                                    30
        Min
                       Median
                                            Max
##
                  10
## -21.9505 -3.2491
                       0.0489
                                3.2880 17.1243
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -74.7546
                            7.5555 -9.894
                                             <2e-16 ***
                89.2604
                            4.5635 19.560
                                             <2e-16 ***
## Estatura
## SexoM
               -10.5645
                            0.6317 -16.724
                                             <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.381 on 437 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7837, Adjusted R-squared: 0.7827
## F-statistic: 791.5 on 2 and 437 DF, p-value: < 2.2e-16
```

El intercept, la estatura y el sexo son significativos. El modelo logra explicar un 78% de la variación, el resto es debido a errores.

#### Grafico

#### Peso vs Estatura



A pesar de que el modelo junto da un coeficiente de determinación más alto, tiene la desventaja que asigna el mismo coeficiente para la estatura, solamente cambia el intercept dependiendo del Sexo.

 $\beta_0$  indica el peso cuando la altura es 0, que a pesar que esto es imposible, en este contexto ayuda a ver que tan altas son las personas en general, por eso cambia dependiendo del sexo puesto que en general, los hombres son más altos que las mujeres.

 $\beta_1$  indica cuánto se espera que cambie el peso por cada incremento de una unidad en la estatura.

## Un modelo con interacción

```
Modelo3 = lm(Peso~Estatura*Sexo, M)
Modelo3
```

```
A = summary(Modelo3)
A
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Peso ~ Estatura * Sexo, data = M)
##
## Residuals:
        Min
                      Median
##
                  10
                                    30
                                           Max
## -21.3256 -3.1107
                      0.0204
                               3.2691 17.9114
##
## Coefficients:
##
                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                  -83.685
                               9.735 -8.597
                                               <2e-16 ***
## (Intercept)
                               5.882 16.092
                                               <2e-16 ***
## Estatura
                   94.660
## SexoM
                   11.124
                              14.950
                                      0.744
                                                0.457
## Estatura:SexoM -13.511
                               9.305 -1.452
                                                0.147
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.374 on 436 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7847, Adjusted R-squared: 0.7832
## F-statistic: 529.7 on 3 and 436 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
Hipótesis H_0: \beta_i = 0 H_1: \beta_i \neq 0
Con \alpha = 0.03
```

La variable dummy SexoM tiene valor 1 cuando es mujer y 0 cuando es hombre.

En este modelo se obtiene que el Sexo no es significativo ya que el valor p es mayor a  $\alpha$ . El modelo y el resto de las variables son significativos.

El porcentaje de variación explicada por el modelo es de aproximadamente 78%

```
b0_A <- A$coefficients[1]
b1_A <- A$coefficients[2]
b2_A <- A$coefficients[3]
b3_A <- A$coefficients[4]

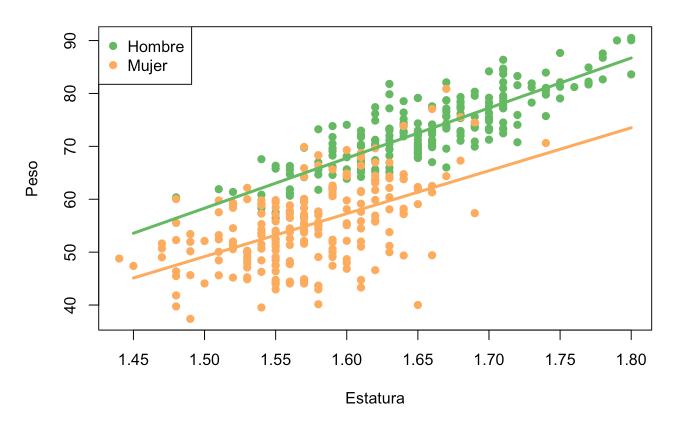
Yh <- function(x) { b0_A + b1_A * x }
Ym <- function(x) { b0_A + b2_A + (b1_A + b3_A) * x }

colores <- c("#66BD63","#FDAE61" )
plot(M$Estatura, M$Peso, col=colores[factor(M$Sexo)], pch=19, ylab="Peso", xlab="Estatura", main="Relación entre estatura y peso")

x <- seq(1.45, 1.80, 0.01)
lines(x, Yh(x), col="#66BD63", lwd=3) # Line for males
lines(x, Ym(x), col="#FDAE61", lwd=3) # Line for females

legend("topleft", legend=c("Hombre", "Mujer"), pch=19, col=c("#66BD63", "#FDAE61"))</pre>
```

#### Relación entre estatura y peso



# **Conclusiones**

Se realizaron 3 modelos, uno donde se dividieron hombres y mujeres, otro donde se mantuvieron juntos y otro considerando la interacción entre sexo y estatura. Los coeficientes obtenidos del modelo de regresión son similares entre el primer y el tercer modelo. Por otro lado, el segundo modelo tiene menos 'flexibilidad' puesto que no puede asignar un valor diferente para la pendiente dependiendo del sexo, solamente puede ajustar el intercept, en cambio, el primer y el tercer modelo pueden ajustar estos dos valores dependiendo del sexo.

El intercept  $(\beta_0)$  es la intersección en el eje y cuando la estatura es igual a 0, en este contexto no tiene un significado como tal..

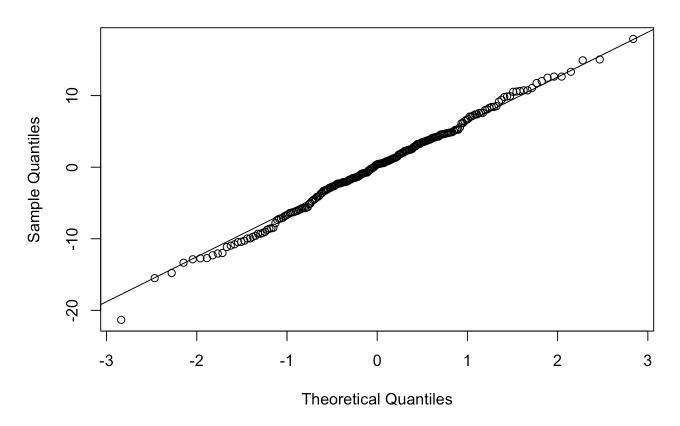
El coeficiente que acompaña a la estatura ( $\beta_1$ ) explica cuanto cambia el peso por cada incremento de una unidad en la estatura, el coeficiente que acompaña a la variable dummy SexoM cambia el intercept dependiendo del sexo, y el coeficiente que acompaña la interacción modifica la pendiente dependiendo del Sexo. El mejor modelo para realizar un análisis de este contexto es el tercero, puesto que permite identificar todos los elementos que conforman el problema ya que toma en consideración la estatura, el sexo y la interacción entre ellos. A diferencia del primero y el segundo, en el primero se separan los grupos y a pesar de que es posible hacer el análisis de esta manera es mucho más claro en el tercer modelo, en el segundo modelo se tiene un modelo menos flexible porque no se puede ajustar la pendiente dependiendo del sexo, lo cual sí es posible en el tecer modelo.

## Normalidad de residuos

 $H_0$ : Los residuos se distribuyen normalmente  $H_1$ : Los residuos no se distribuyen normalmente

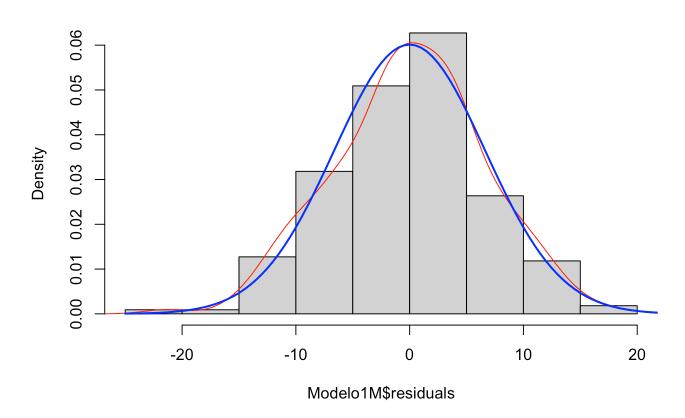
```
library(nortest)
 ad.test(Modelo1H$residuals)
 ##
 ##
     Anderson-Darling normality test
 ##
 ## data: Modelo1H$residuals
 ## A = 0.3009, p-value = 0.5771
 ad.test(Modelo1M$residuals)
 ##
     Anderson-Darling normality test
 ##
 ##
 ## data: Modelo1M$residuals
 ## A = 0.24899, p-value = 0.7451
 ad.test(Modelo2$residuals)
 ##
 ##
     Anderson-Darling normality test
 ##
 ## data: Modelo2$residuals
 ## A = 0.79651, p-value = 0.03879
 ad.test(Modelo3$residuals)
 ##
     Anderson-Darling normality test
 ##
 ##
 ## data: Modelo3$residuals
 ## A = 0.8138, p-value = 0.03516
No se tiene evidencia para rechazar H_0 en ninguno de los modelos ya que el valor p es mayor a \alpha=0.3
 # Modelo 1 Mujeres
 qqnorm(Modelo1M$residuals)
 qqline(Modelo1M$residuals)
```

## **Normal Q-Q Plot**



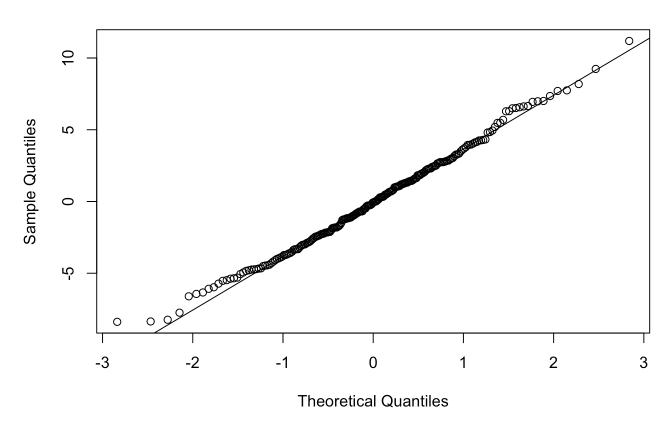
hist(Modelo1M\$residuals,freq=FALSE)
lines(density(Modelo1M\$residual),col="red")
curve(dnorm(x,mean=mean(Modelo1M\$residuals),sd=sd(Modelo1M\$residuals)), from=-25, to=25,
add=TRUE, col="blue",lwd=2)

# Histogram of Modelo1M\$residuals



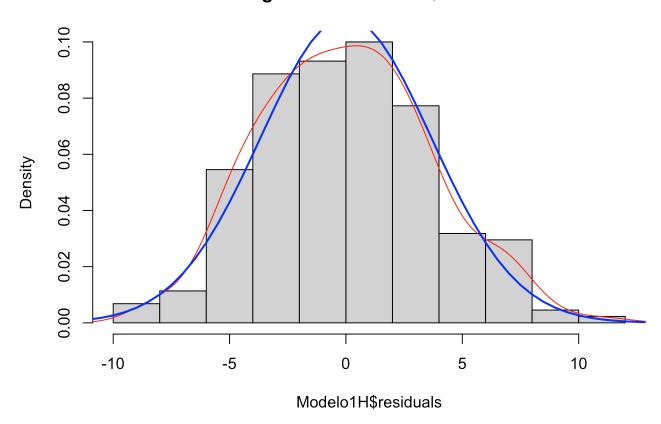
# Modelo 1 Hombres
qqnorm(Modelo1H\$residuals)
qqline(Modelo1H\$residuals)

## **Normal Q-Q Plot**



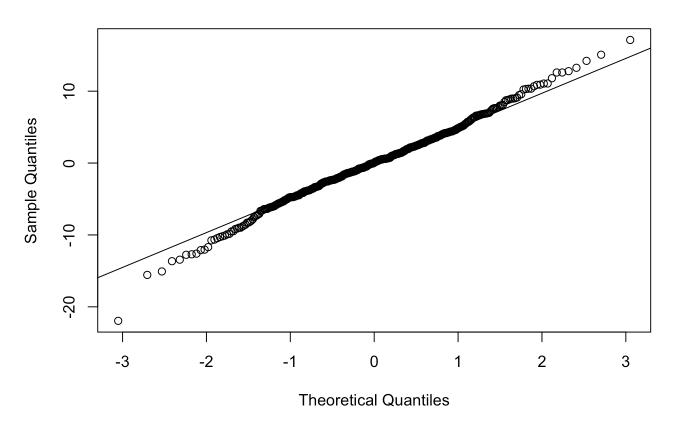
hist(Modelo1H\$residuals,freq=FALSE)
lines(density(Modelo1H\$residual),col="red")
curve(dnorm(x,mean=mean(Modelo1H\$residuals),sd=sd(Modelo1H\$residuals)), from=-25, to=25,
add=TRUE, col="blue",lwd=2)

# Histogram of Modelo1H\$residuals



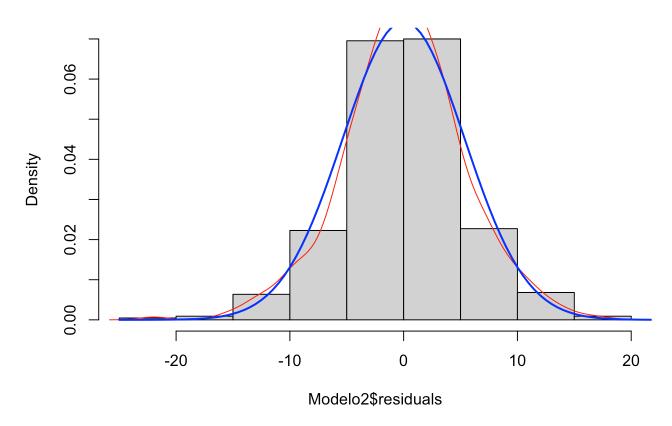
# Modelo 2
qqnorm(Modelo2\$residuals)
qqline(Modelo2\$residuals)

## **Normal Q-Q Plot**



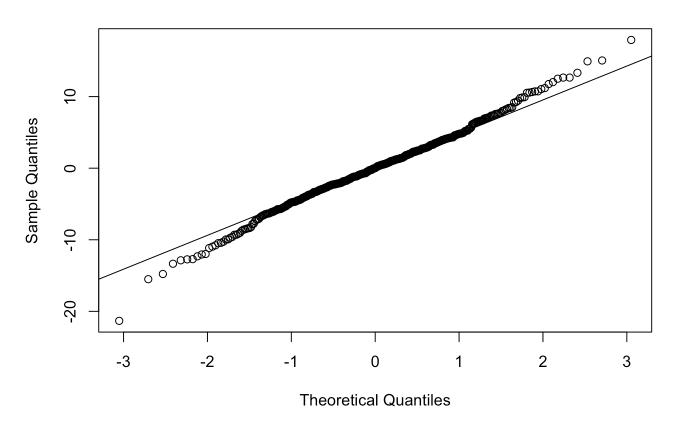
hist(Modelo2\$residuals,freq=FALSE)
lines(density(Modelo2\$residual),col="red")
curve(dnorm(x,mean=mean(Modelo2\$residuals),sd=sd(Modelo2\$residuals)), from=-25, to=25, a
dd=TRUE, col="blue",lwd=2)

# Histogram of Modelo2\$residuals



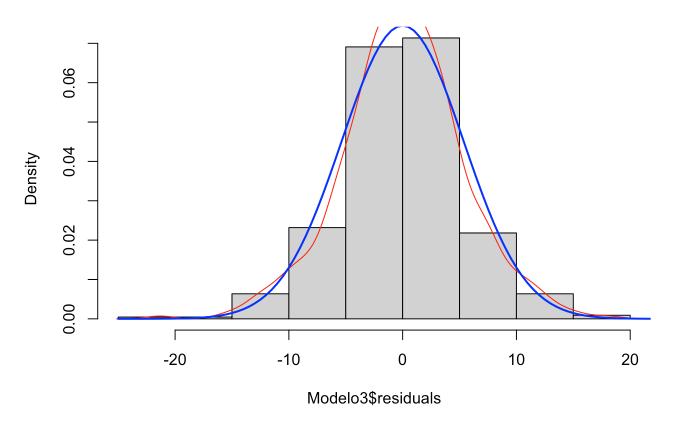
# Modelo 3
qqnorm(Modelo3\$residuals)
qqline(Modelo3\$residuals)

## **Normal Q-Q Plot**



hist(Modelo3\$residuals,freq=FALSE)
lines(density(Modelo3\$residual),col="red")
curve(dnorm(x,mean=mean(Modelo3\$residuals),sd=sd(Modelo3\$residuals)), from=-25, to=25, a
dd=TRUE, col="blue",lwd=2)

## Histogram of Modelo3\$residuals



# Comprobar media = 0

 $H_0: \mu = 0 H_1: mu \neq 0$ 

t.test(Modelo1M\$residuals)

#### t.test(Modelo1H\$residuals)

```
##
## One Sample t-test
##
## data: Modelo1H$residuals
## t = 9.3819e-16, df = 219, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.4876507 0.4876507
## sample estimates:
## mean of x
## 2.321375e-16
```

```
t.test(Modelo2$residuals)
```

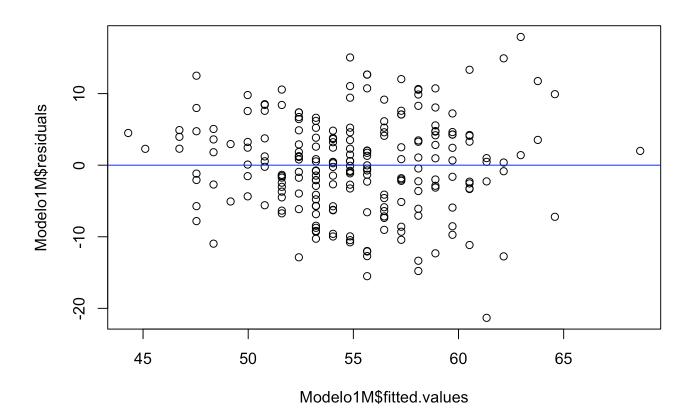
```
t.test(Modelo3$residuals)
```

```
##
## One Sample t-test
##
## data: Modelo3$residuals
## t = -3.1626e-16, df = 439, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.5017741 0.5017741
## sample estimates:
## mean of x
## -8.074349e-17
```

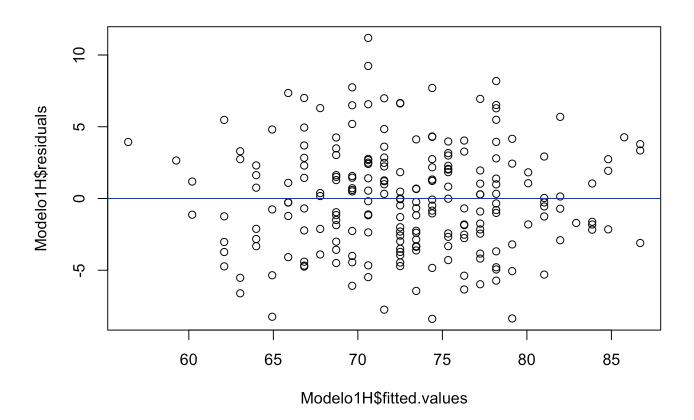
No se tiene evidencia para rechazar la hipótesis nula en ningun modelo ya que el valor p es mayor a  $\alpha = 0.3$ 

# Homocedasticidad e independencia

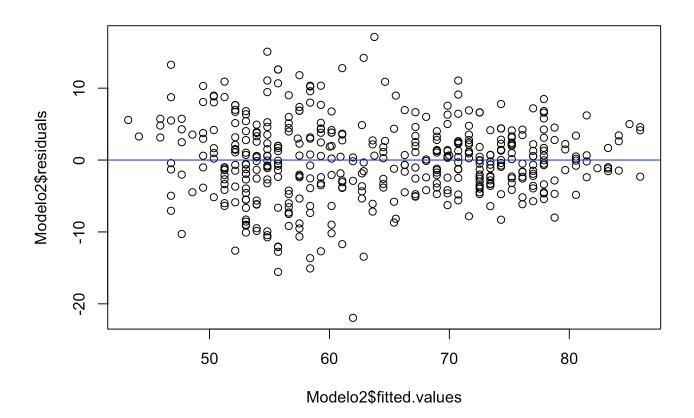
```
# Modelo 1M
plot(Modelo1M$fitted.values, Modelo1M$residuals)
abline(h=0, col= 'blue')
```



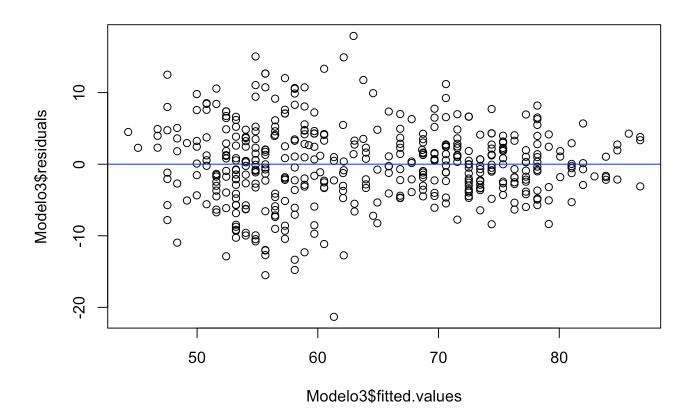
# Modelo 1H
plot(Modelo1H\$fitted.values, Modelo1H\$residuals)
abline(h=0, col= 'blue')



# Modelo 2
plot(Modelo2\$fitted.values, Modelo2\$residuals)
abline(h=0, col= 'blue')



# Modelo 3
plot(Modelo3\$fitted.values, Modelo3\$residuals)
abline(h=0, col= 'blue')



Los errores se ven aleatorios, no parecen seguir alguna tendencia en particular.

# Prueba de independencia

 $\boldsymbol{H}_0$ : Los errores no están autocorrelacionados.  $\boldsymbol{H}_1$ : Los errores están autocorrelacionados.

```
library(lmtest)

## Loading required package: zoo

## ## Attaching package: 'zoo'

## The following objects are masked from 'package:base':
    ## ## as.Date, as.Date.numeric

dwtest(Modelo1M)
```

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: Modelo1M
## DW = 1.8062, p-value = 0.07532
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

bgtest(Modelo1M)
```

```
##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
##
## data: Modelo1M
## LM test = 1.4655, df = 1, p-value = 0.2261
```

```
dwtest(Modelo1H)
```

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: Modelo1H
## DW = 2.0556, p-value = 0.6599
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

```
bgtest(Modelo1H)
```

```
##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
##
## data: Modelo1H
## LM test = 0.20778, df = 1, p-value = 0.6485
```

#### dwtest(Modelo2)

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: Modelo2
## DW = 1.8663, p-value = 0.07325
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

```
bgtest(Modelo2)
```

```
##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
##
## data: Modelo2
## LM test = 1.3595, df = 1, p-value = 0.2436
```

```
dwtest(Modelo3)
```

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: Modelo3
## DW = 1.8646, p-value = 0.07113
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

```
bgtest(Modelo3)
```

```
##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
##
## data: Modelo3
## LM test = 1.3453, df = 1, p-value = 0.2461
```

Ninguna de las pruebas rechaza la hipótesis nula, los errores no están autocorrelacionados debido a que los valores p son mayores a  $\alpha$ .

### Prueba de homocedasticidad

 $H_0$ : La varianza de los errores es constante (homocedasticidad)  $H_1$ : La varianza de los errores no es constante (heterocedasticidad)

```
ggtest(Modelo1M)
```

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: Modelo1M
## GQ = 1.4265, df1 = 108, df2 = 108, p-value = 0.03313
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

```
gqtest(Modelo1H)
```

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: Modelo1H
## GQ = 0.84148, df1 = 108, df2 = 108, p-value = 0.8144
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

```
gqtest(Modelo2)
```

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: Modelo2
## GQ = 3.2684, df1 = 217, df2 = 217, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2</pre>
```

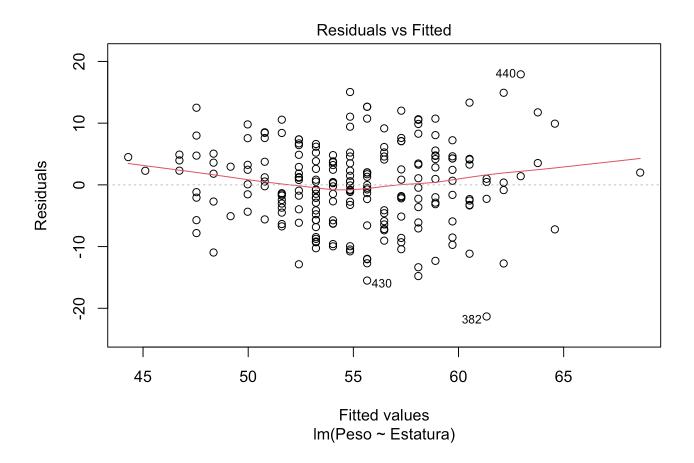
```
gqtest(Modelo3)
```

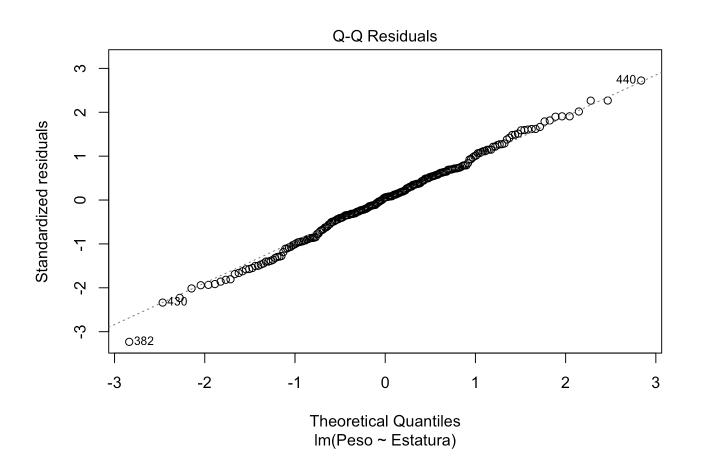
```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: Modelo3
## GQ = 3.2684, df1 = 216, df2 = 216, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2</pre>
```

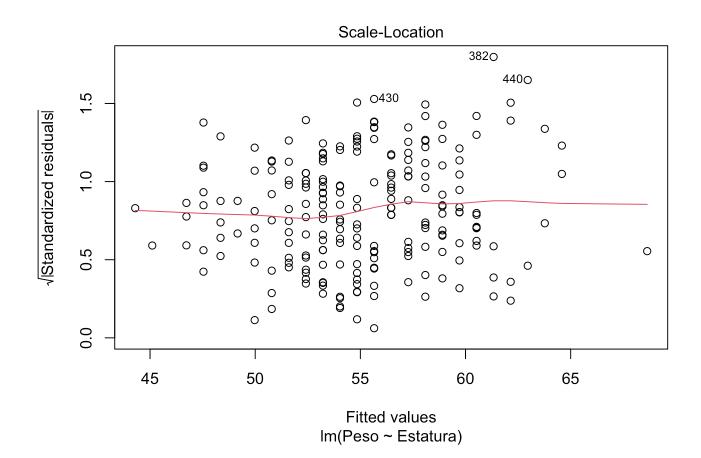
Solamente se mantiene la hipótesis nula en el caso del Modelo1, en el resto se rechaza la hipótesis nula, esto quiere decir que la varianza no es continua. Esto sucede debido a que en los modelos 2 y 3 se mezclan hombres y mujeres por lo que la región donde están mezclados tiene una varianza mientras que la región donde solo hay hombres tiene otra. Esto no se ve en el modelo 1 porque están separados.

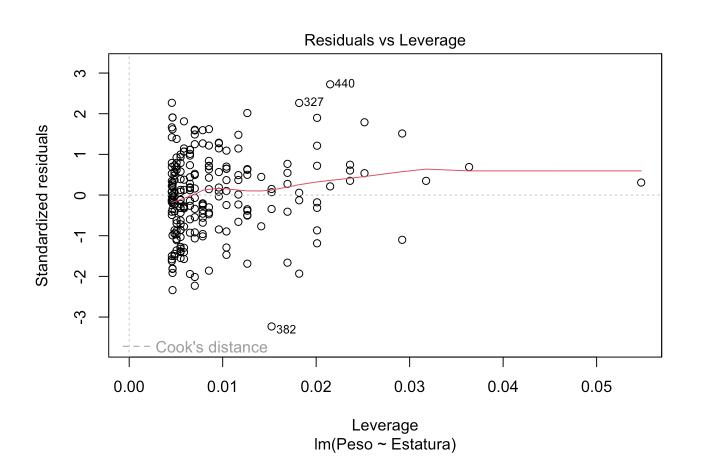
# Plot(modelo)

plot(Modelo1M)

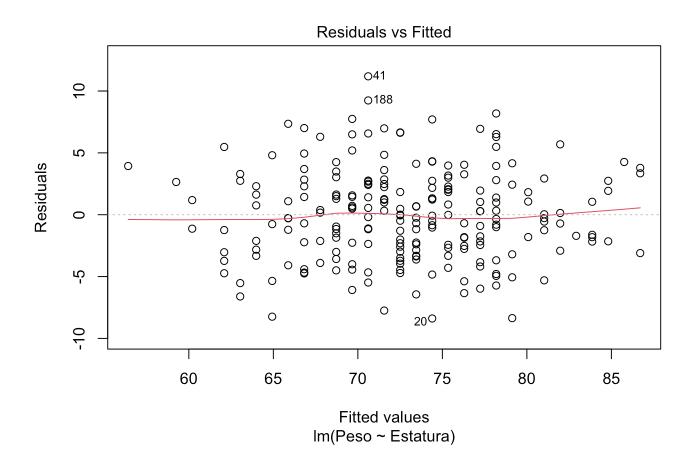


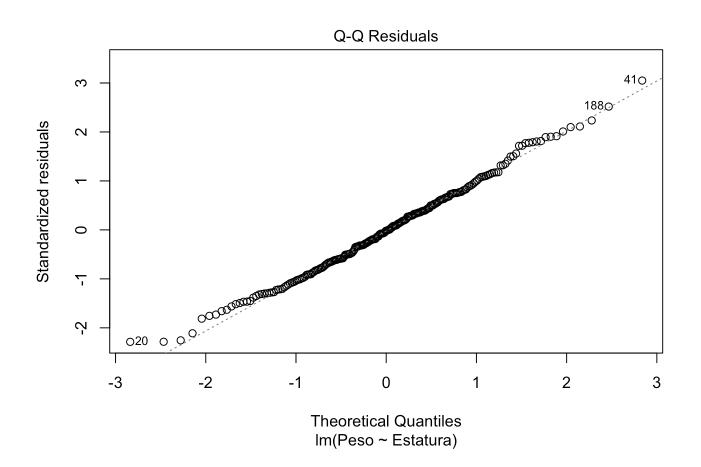


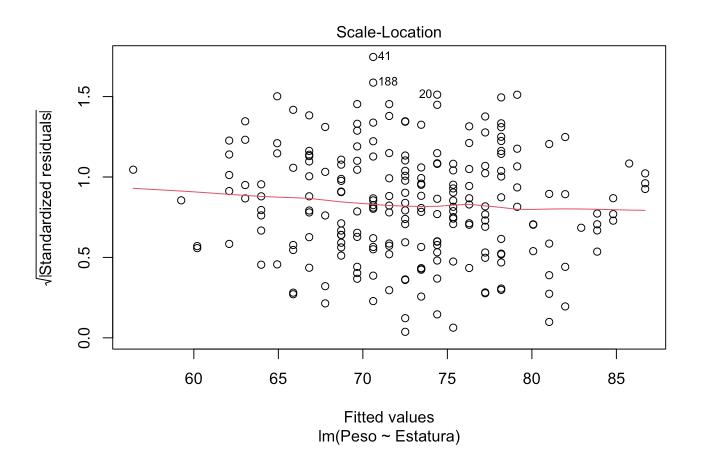


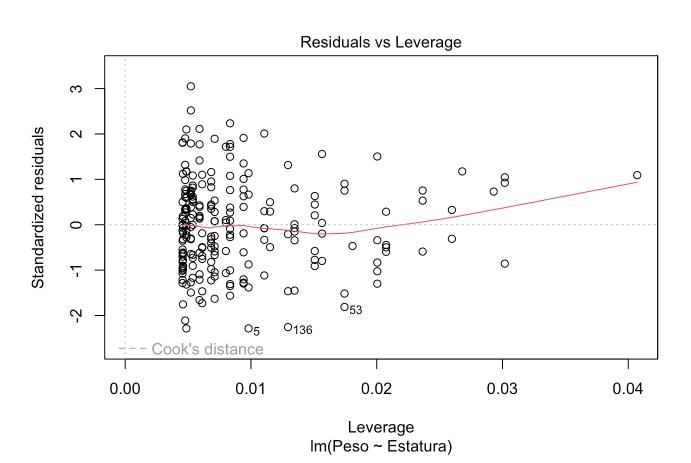


plot(Modelo1H)

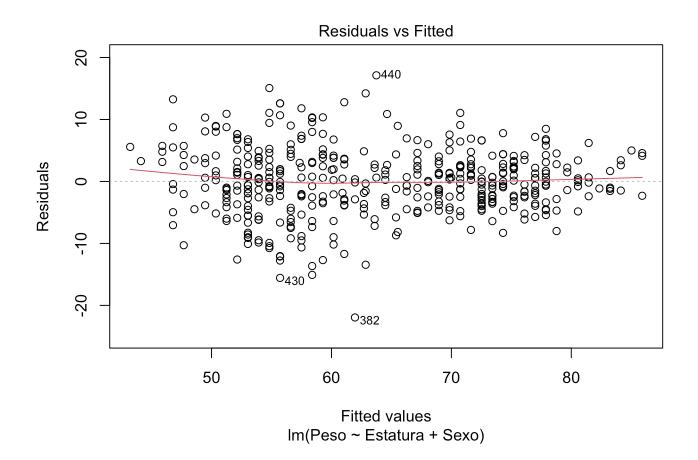


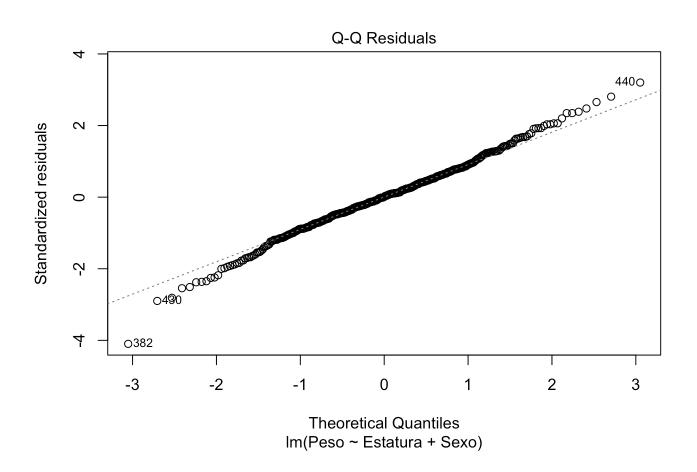


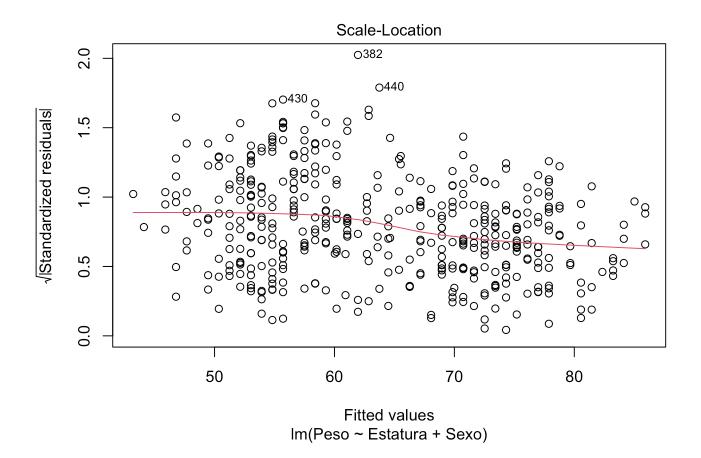


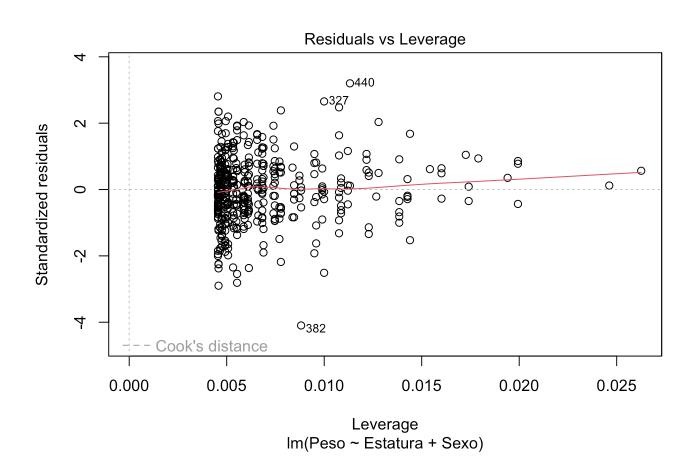


plot(Modelo2)

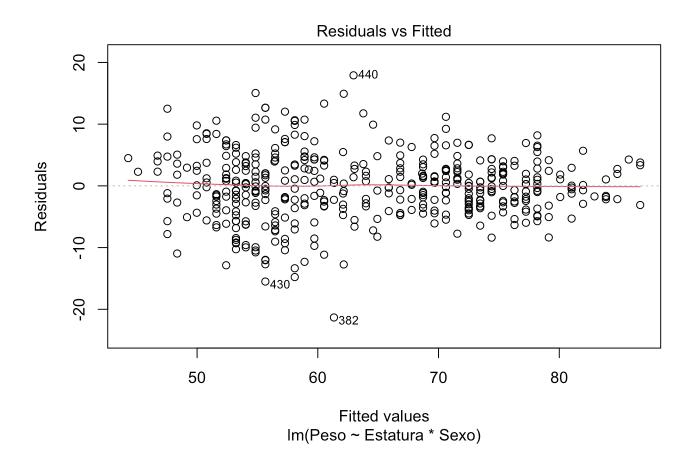


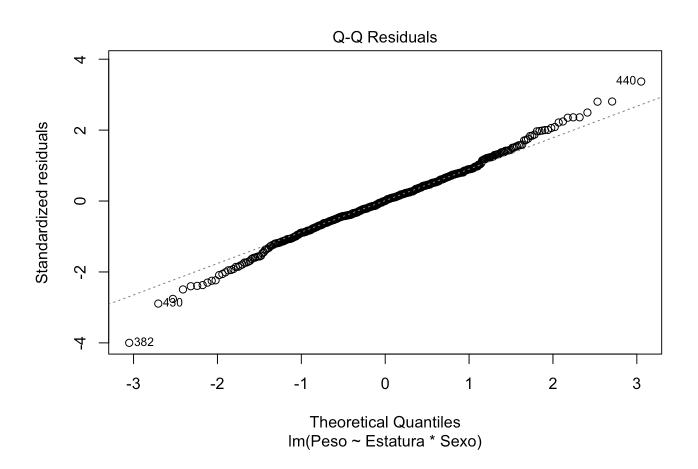


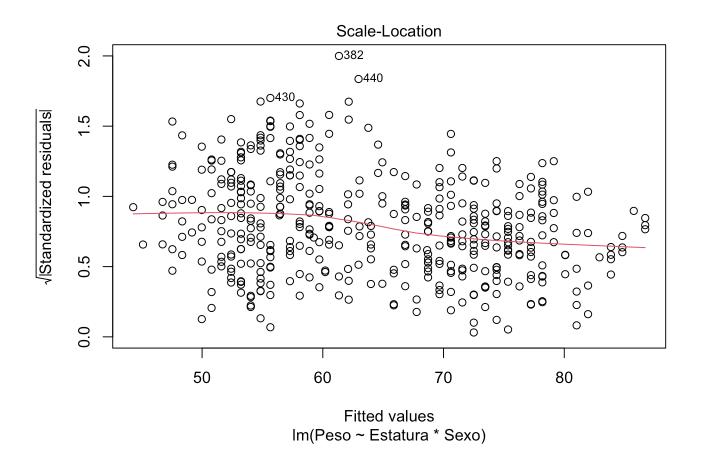


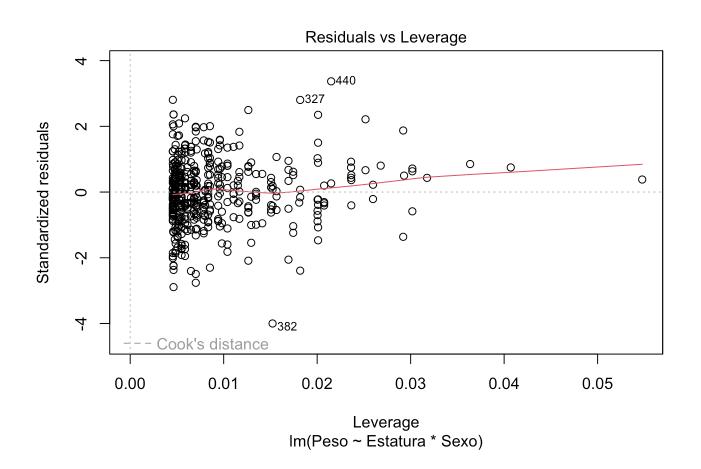


plot(Modelo3)









Estas gráficas y las anteriores proporcionan información similar, analizan los residuos respecto a los valores de predicción y la normalidad de residuos, en este caso también se incluye una gráfica del leverage que permite analizar la importancia de cada dato y su influencia en el modelo, de esta forma se pueden detectar puntos que afecten negativamente al modelo, estos serían puntos con alto leverage y alto residuo.

Estas gráficas no cambian las conclusiones obtenidas anteriormente.

# El mejor modelo

El mejor modelo que se obtiene de este análisis es el tercer modelo, este modelo es capaz de realizar una ecuación para explicar la relación entre peso y estatura tanto de hombres como mujeres, donde en esta ecuación se pueden modificar los pesos dependiendo del sexo, diferencia del modelo 1 que se tienen que separar los datos para lograr esto. El modelo 2 no es tan bueno como el 3 porque este solo puede modificar el intercept dependiendo del sexo, mientras que la pendiente es fija, lo que otorga menos flexibilidad para lograr un mejor ajuste.

Además el modelo 3 cumple con la mayoría de las condiciones de la regresión lineal, solo falla con la de varianza constante, pero esto no es porque el modelo no sea bueno, sino que es por la diferencia que hay entre hombres y mujeres.

## Intervalos de confianza

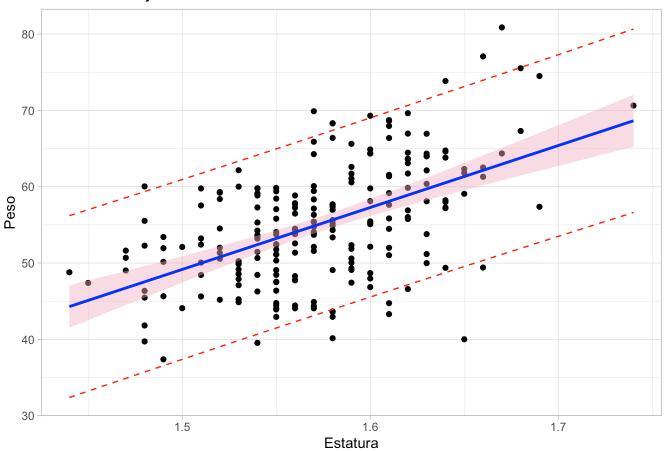
```
Ip=predict(object=Modelo3,interval="prediction",level=0.97)
```

```
## Warning in predict.lm(object = Modelo3, interval = "prediction", level = 0.97): predictions on current data refer to _future_ responses
```

```
datos1=cbind(M,Ip)
MM =subset(datos1, M$Sexo=='M')
MH =subset(datos1, M$Sexo=='H')

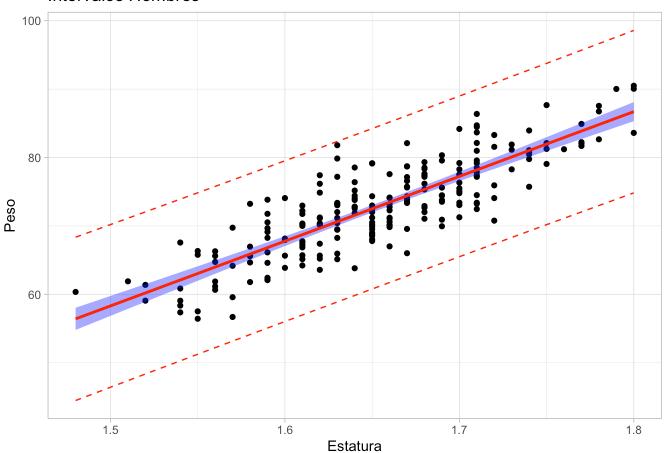
library(ggplot2)
ggplot(MM,aes(x=Estatura,y=Peso),)+
    ggtitle("Intervalos Mujeres")+
    geom_point()+
    geom_line(aes(y=lwr), color="red", linetype="dashed")+
    geom_line(aes(y=upr), color="red", linetype="dashed")+
    geom_smooth(method=lm, formula=y~x, se=TRUE, level=0.97, col="blue", fill="pink2")+
    theme_light()
```

### Intervalos Mujeres



```
ggplot(MH,aes(x=Estatura,y=Peso),)+
  ggtitle("Intervalos Hombres")+
  geom_point()+
  geom_line(aes(y=lwr), color="red", linetype="dashed")+
  geom_line(aes(y=upr), color="red", linetype="dashed")+
  geom_smooth(method=lm, formula=y~x, se=TRUE, level=0.97, col="red", fill="blue")+
  theme_light()
```

#### **Intervalos Hombres**



Se dividieron en dos gráficas para poder visualizar el comportamiento de hombres y mujeres, se observa que el intervalo de confianza para mujeres es un poco más ancho debido a que hay más variación en los datos. Esto quiere decir que las predicciones hechas por el modelo de hombres son más acertadas.