

Actividad 9. ANOVA

Oscar Gutierrez

2024-08-27

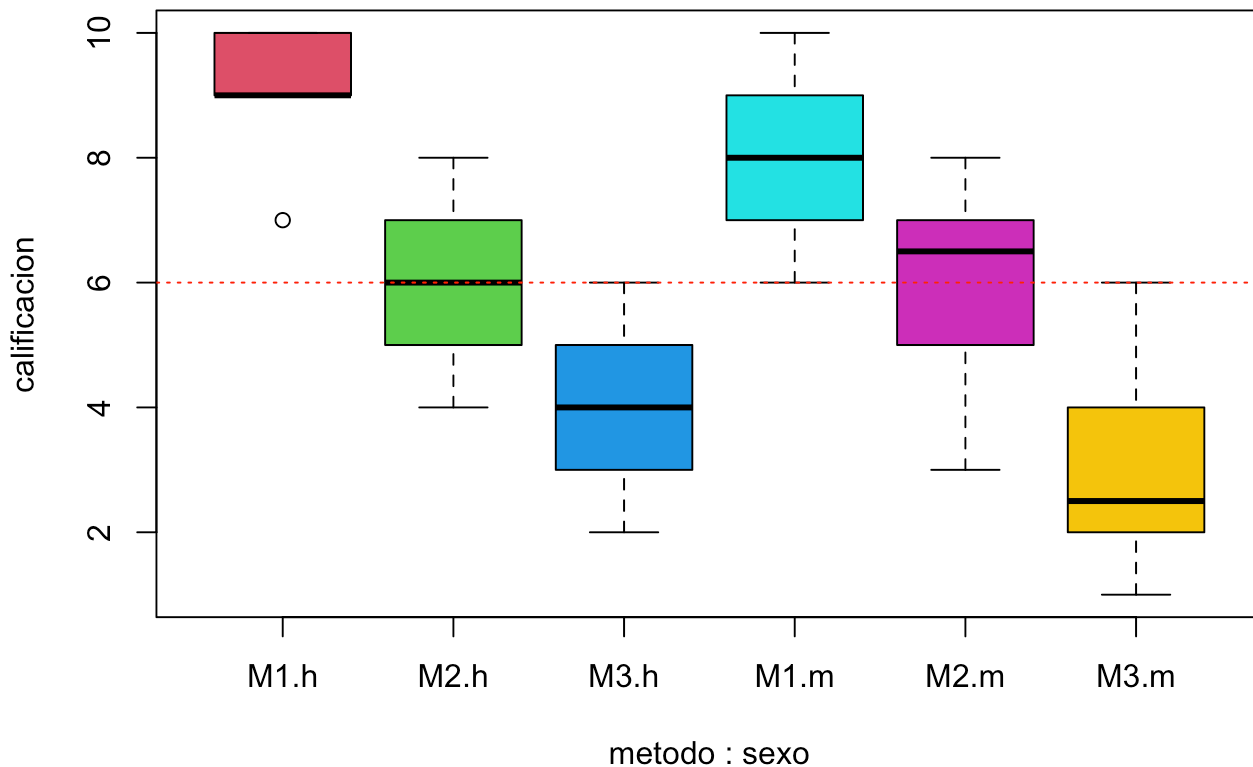
El rendimiento

En un instituto se han matriculado 36 estudiantes. Se desea explicar el rendimiento de ciencias naturales en función de dos variables: género y metodología de enseñanza. La metodología de enseñanza se analiza en tres niveles: explicación oral y realización del experimento (1er nivel) explicación oral e imágenes (2º nivel) y explicación oral (tercer nivel). En los alumnos matriculados había el mismo número de chicos que de chicas, por lo que formamos dos grupos de 18 sujetos; en cada uno de ellos, el mismo profesor aplicará a grupos aleatorios de 6 estudiantes las 3 metodologías de estudio. A fin de curso los alumnos son sometidos a la misma prueba de rendimiento. Los resultados son los siguientes:

```
calificacion=c(10,7,9,9,9,10,5,7,6,6,8,4,2,6,3,5,5,3,9,7,8,8,10,6,8,3,5,6,7,7,2,6,2,1,4,3)
metodo=c(rep("M1",6),rep("M2",6),rep("M3",6),rep("M1",6),rep("M2",6),rep("M3",6))
sexo = c(rep("h", 18), rep("m",18))
metodo = factor(metodo)
sexo = factor(sexo)
datos = data.frame(calificacion, metodo, sexo)
```

Boxplot

```
boxplot(calificacion ~ metodo:sexo, datos,col= 2:8)
abline(h = mean(calificacion), lty = 3, col = "red")
```



Algunas distribuciones contienen la media general, otras no, esto quiere decir que es probable que un método tenga más efecto que otro. Parece ser que la interacción entre los factores no tiene ningun efecto.

ANOVA con interacción

F1: Método de enseñanza (M1, M2, M3) F2: Sexo (h,m)

Modelo: $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \tau_i\alpha_j + \varepsilon_{ijk}$

Donde:

$$\sum_{i=1}^{n_\tau} \tau_i = 0, \quad \sum_{j=1}^{n_\alpha} \alpha_j = 0, \quad \sum_{i=1}^{n_\tau} \sum_{j=1}^{n_\alpha} \tau_i \alpha_j = 0$$

Primera hipótesis:

$$H_0 : \tau_i = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau \neq 0$$

Segunda hipótesis:

$$H_0 : \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \alpha \neq 0$$

Tercera hipótesis:

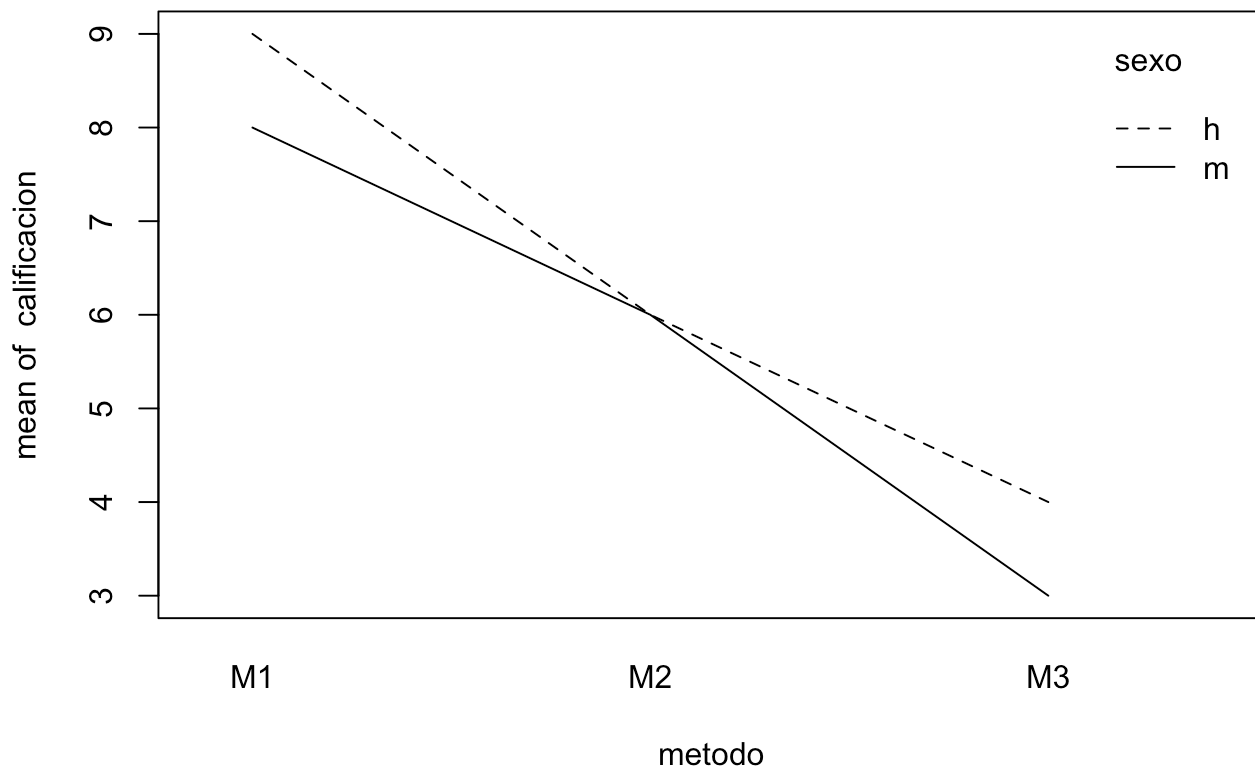
$$H_0 : \tau_i \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau_i \alpha_j \neq 0$$

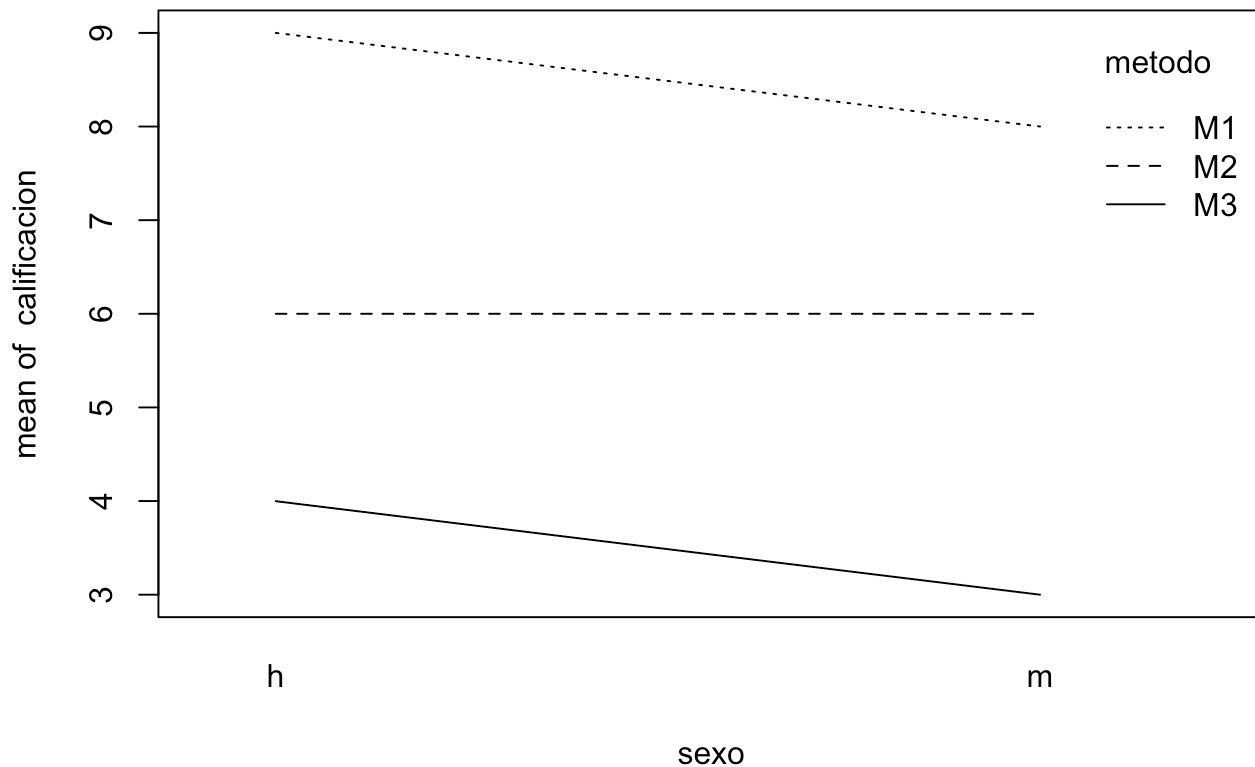
```
A<-aov(calificacion~metodo*sexo)
summary(A)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## metodo      2    150   75.00  32.143 3.47e-08 ***
## sexo        1      4    4.00   1.714   0.200
## metodo:sexo  2      2    1.00   0.429   0.655
## Residuals   30     70    2.33
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
interaction.plot(metodo,sexo,calificacion)
```



```
interaction.plot(sexo, metodo, calificacion)
```



Esto confirma que la interacción entre método y sexo no es relevante.

ANOVA sin interacción

Para este nuevo modelo se tiene:

Modelo: $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ijk}$

F1: Modelo F2: Sexo

$$\sum_{i=1}^{n_{\tau}} \tau_i = 0, \quad \sum_{j=1}^{n_{\alpha}} \alpha_j = 0,$$

Primera hipótesis:

$$H_0 : \tau_i = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau \neq 0$$

Segunda hipótesis:

$$H_0 : \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \alpha \neq 0$$

En el modelo, se consideran sólo los efectos principales. Ya no se usa *, se usa +.

```
B<-aov(calificacion~metodo+sexo)
summary(B)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## metodo      2    150   75.00  33.333 1.5e-08 ***
## sexo        1     4    4.00   1.778  0.192
## Residuals   32     72   2.25
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

A partir de los intervalos de confianza se puede observar que el sexo no tiene un efecto puesto que el intervalo incluye el 0.

Para observar mejor los efectos de los factores principales, se calcula la media por nivel y se grafica por nivel. También se calcula la media general.

```
tapply(calificacion,sexo,mean)
```

```
##           h           m
## 6.333333 5.666667
```

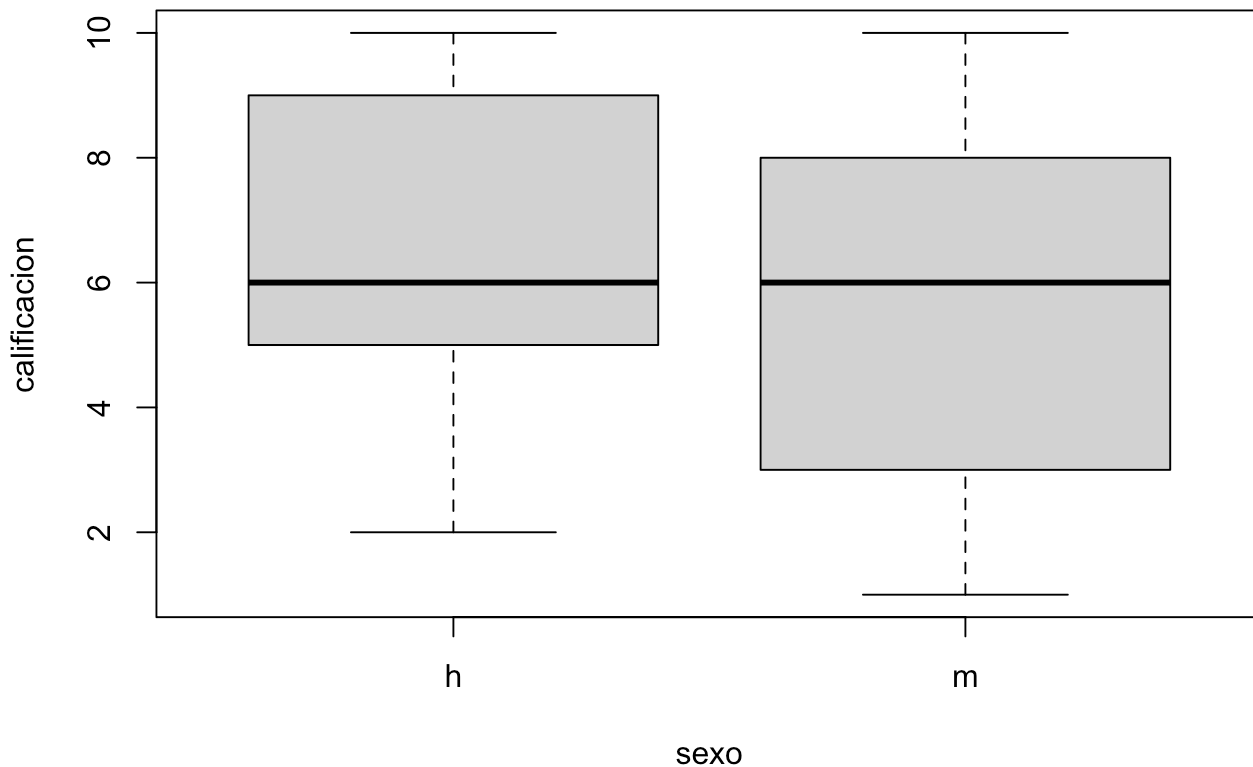
```
tapply(calificacion,metodo,mean)
```

```
##  M1  M2  M3
## 8.5 6.0 3.5
```

```
M=mean(calificacion)
M
```

```
## [1] 6
```

```
boxplot(calificacion ~ sexo)
```



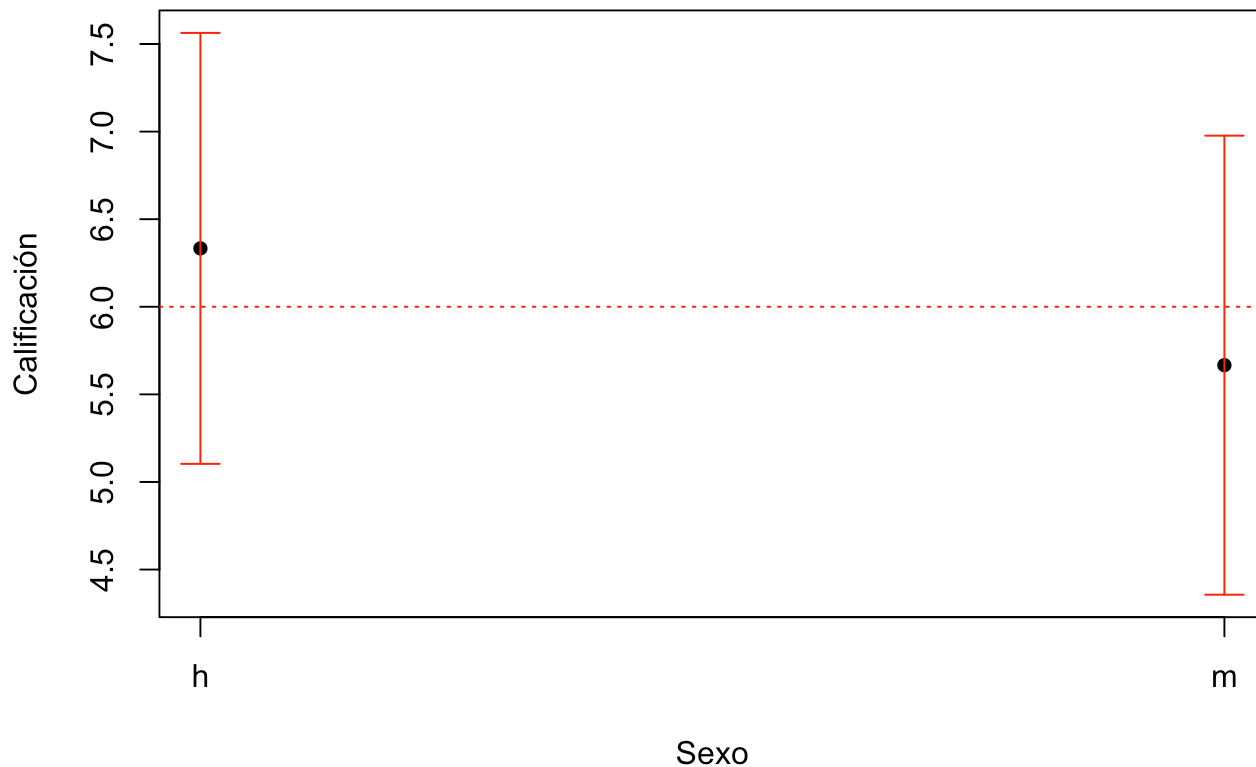
```
# Datos
m = tapply(calificacion, sexo, mean)
s = tapply(calificacion, sexo, sd)
n = tapply(calificacion, sexo, length)

# Cálculo del error estándar y del intervalo de confianza
sm = s / sqrt(n)
E = abs(qt(0.025, n-1)) * sm
inf = m - E
sup = m + E

# Gráfico de puntos para las medias
plot(1:length(m), m, ylim=c(min(inf), max(sup)), pch=16, xaxt='n', xlab="Sexo", ylab="Ca
lificación",
      main="Intervalos de Confianza para las Calificaciones por Sexo")
abline(h = mean(calificacion), lty = 3, col = "red")
# Agregar los nombres de los factores en el eje X
axis(1, at=1:length(m), labels=names(m))

# Agregar los intervalos de confianza
arrows(x0=1:length(m), y0=inf, x1=1:length(m), y1=sup, angle=90, code=3, length=0.1, col
="red")
```

Intervalos de Confianza para las Calificaciones por Sexo



Esto confirma que el sexo no es relevante.

ANOVA sin sexo

Para este nuevo modelo se tiene:

Modelo: $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ijk}$

F1: Modelo F2: Sexo

$$\sum_{i=1}^{n_\tau} \tau_i = 0,$$

Primera hipótesis:

$$H_0 : \tau_i = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau \neq 0$$

En el modelo, se consideran sólo el efecto significativo.

```
C<-aov(calificacion~metodo)
summary(C)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## metodo      2    150    75.0    32.57 1.55e-08 ***
## Residuals   33     76     2.3
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

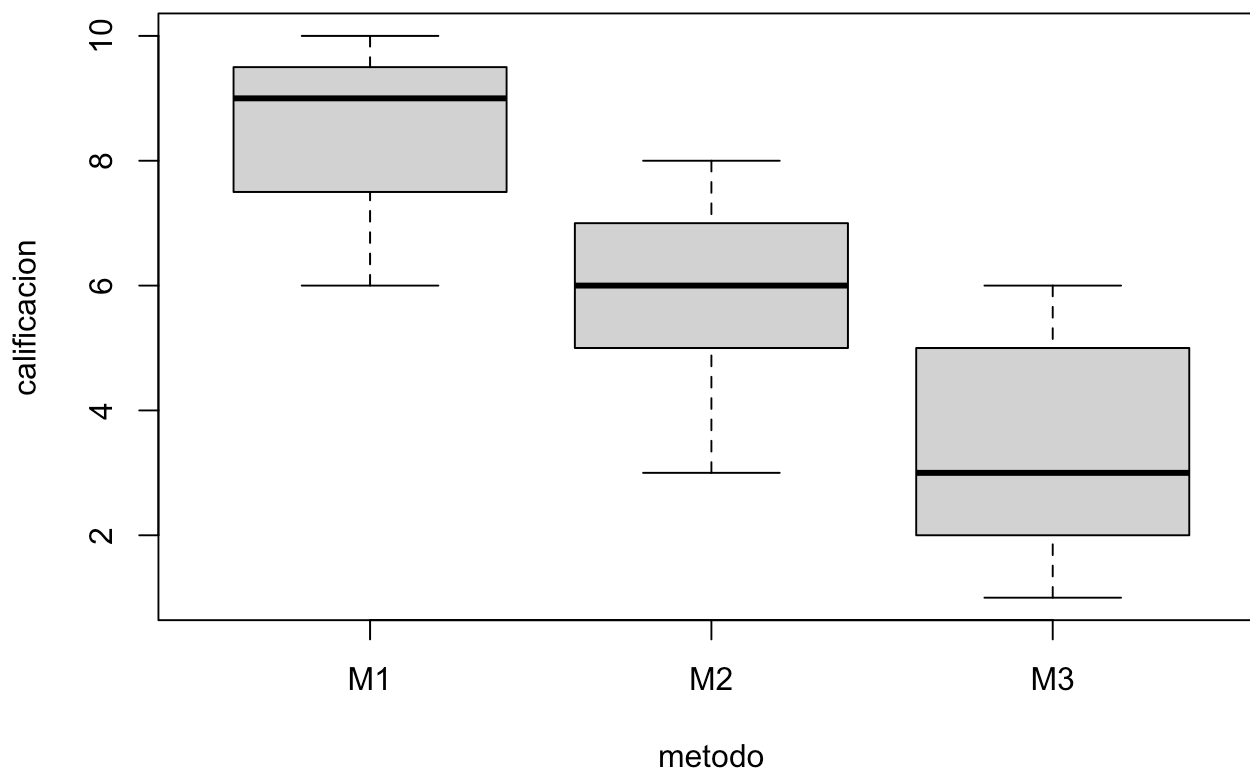
```
tapply(calificacion,metodo,mean)
```

```
##  M1  M2  M3
## 8.5 6.0 3.5
```

```
mean(calificacion)
```

```
## [1] 6
```

```
boxplot(calificacion ~ metodo)
```



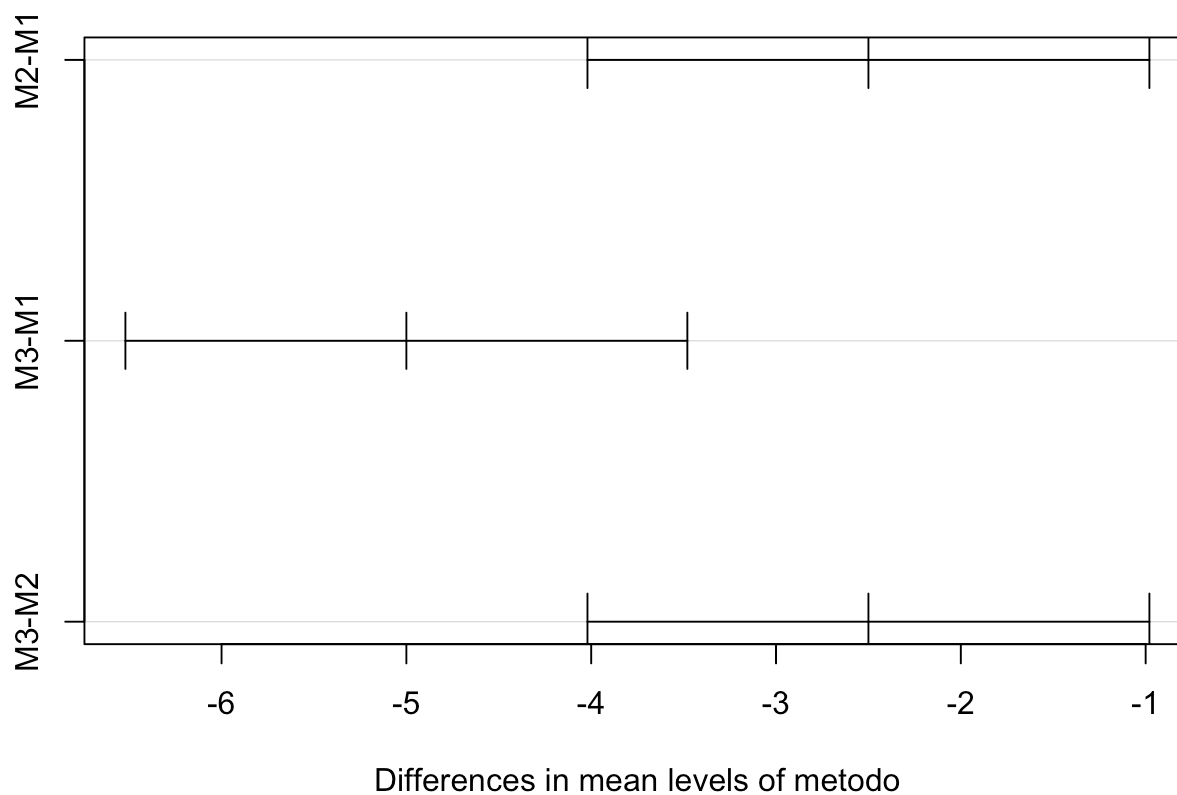
```
I = TukeyHSD(aov(calificacion ~ metodo))
I
```



```
## Tukey multiple comparisons of means
## 95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = calificacion ~ metodo)
##
## $metodo
##      diff      lwr      upr    p adj
## M2-M1 -2.5 -4.020241 -0.9797592 0.0008674
## M3-M1 -5.0 -6.520241 -3.4797592 0.0000000
## M3-M2 -2.5 -4.020241 -0.9797592 0.0008674
```

```
plot(I) #Los intervalos de confianza se observan
```

95% family-wise confidence level



```

# Datos
m = tapply(calificacion, metodo, mean)
s = tapply(calificacion, metodo, sd)
n = tapply(calificacion, metodo, length)

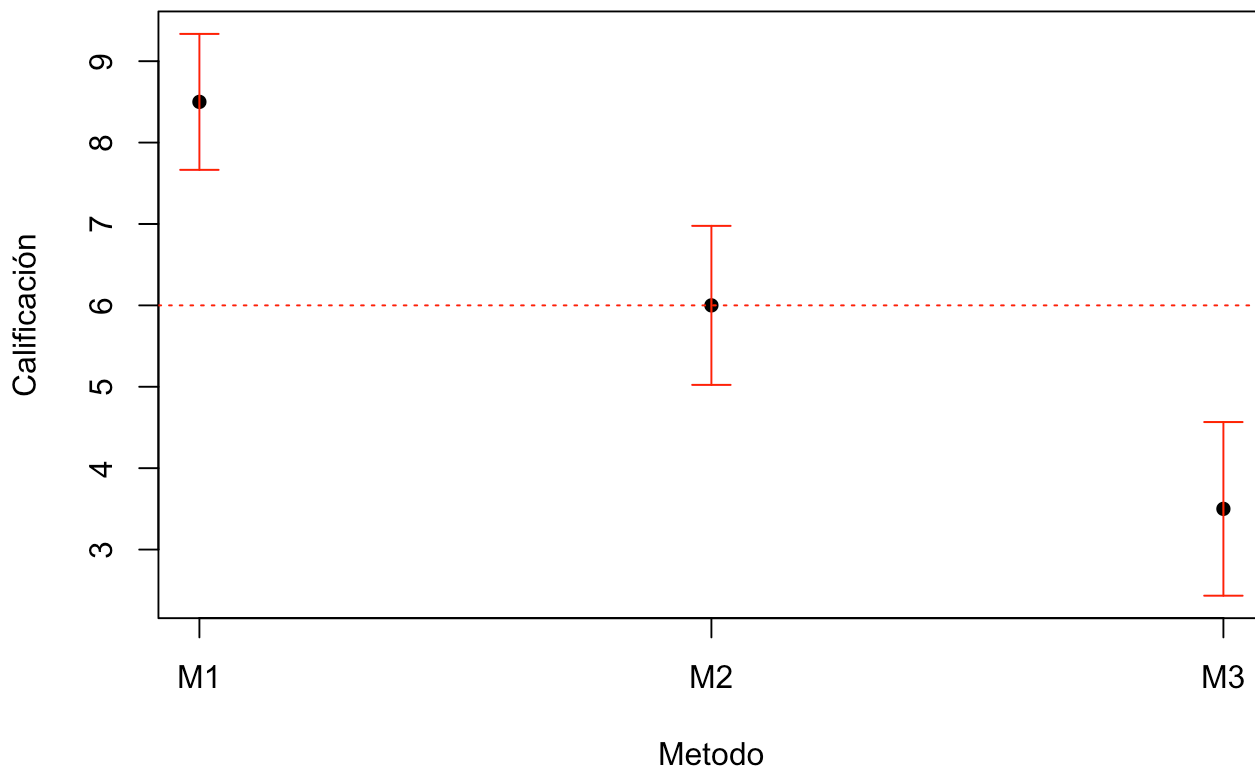
# Cálculo del error estándar y del intervalo de confianza
sm = s / sqrt(n)
E = abs(qt(0.025, n-1)) * sm
inf = m - E
sup = m + E

# Gráfico de puntos para las medias
plot(1:length(m), m, ylim=c(min(inf), max(sup)), pch=16, xaxt='n', xlab="Metodo", ylab=
"Calificación",
      main="Intervalos de Confianza para las Calificaciones por Metodo")
abline(h = mean(calificacion), lty = 3, col = "red")
# Agregar los nombres de los factores en el eje X
axis(1, at=1:length(m), labels=names(m))

# Agregar los intervalos de confianza
arrows(x0=1:length(m), y0=inf, x1=1:length(m), y1=sup, angle=90, code=3, length=0.1, col
="red")

```

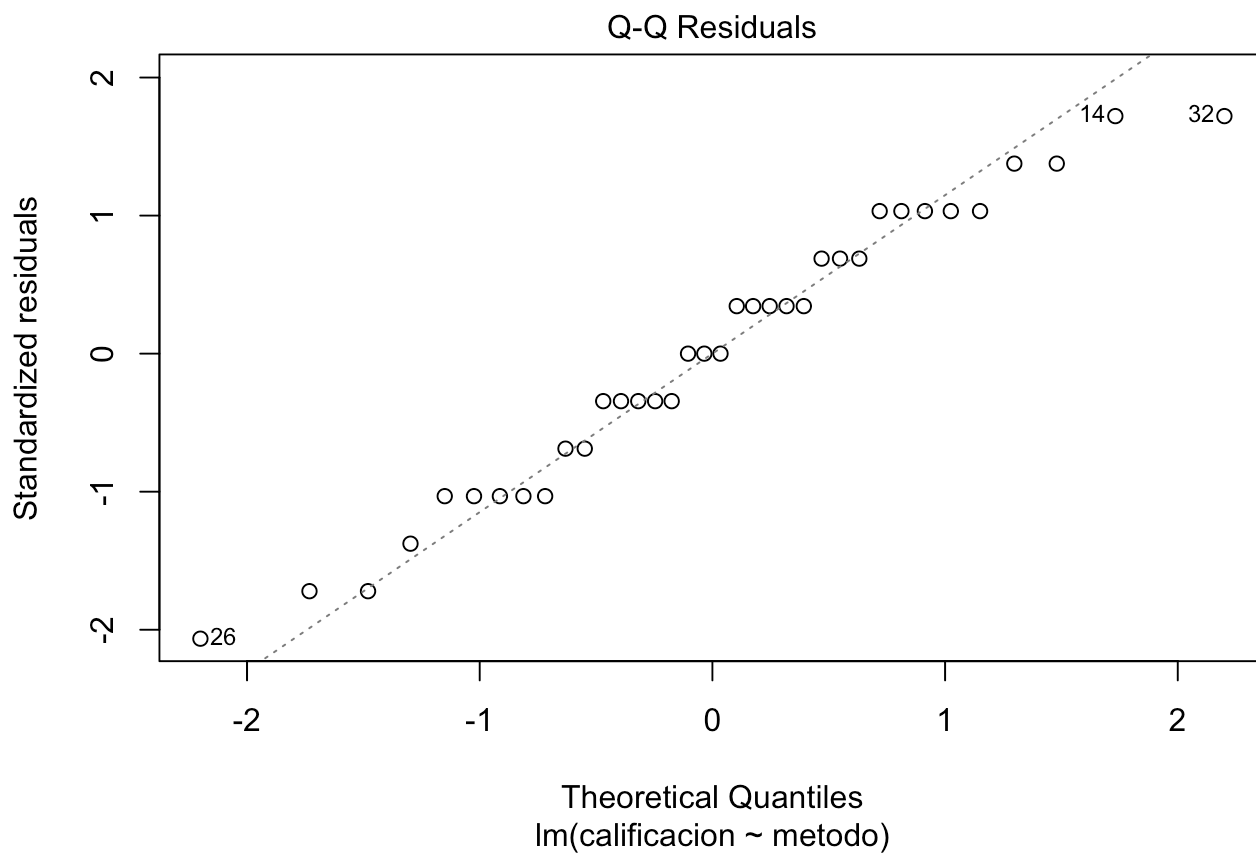
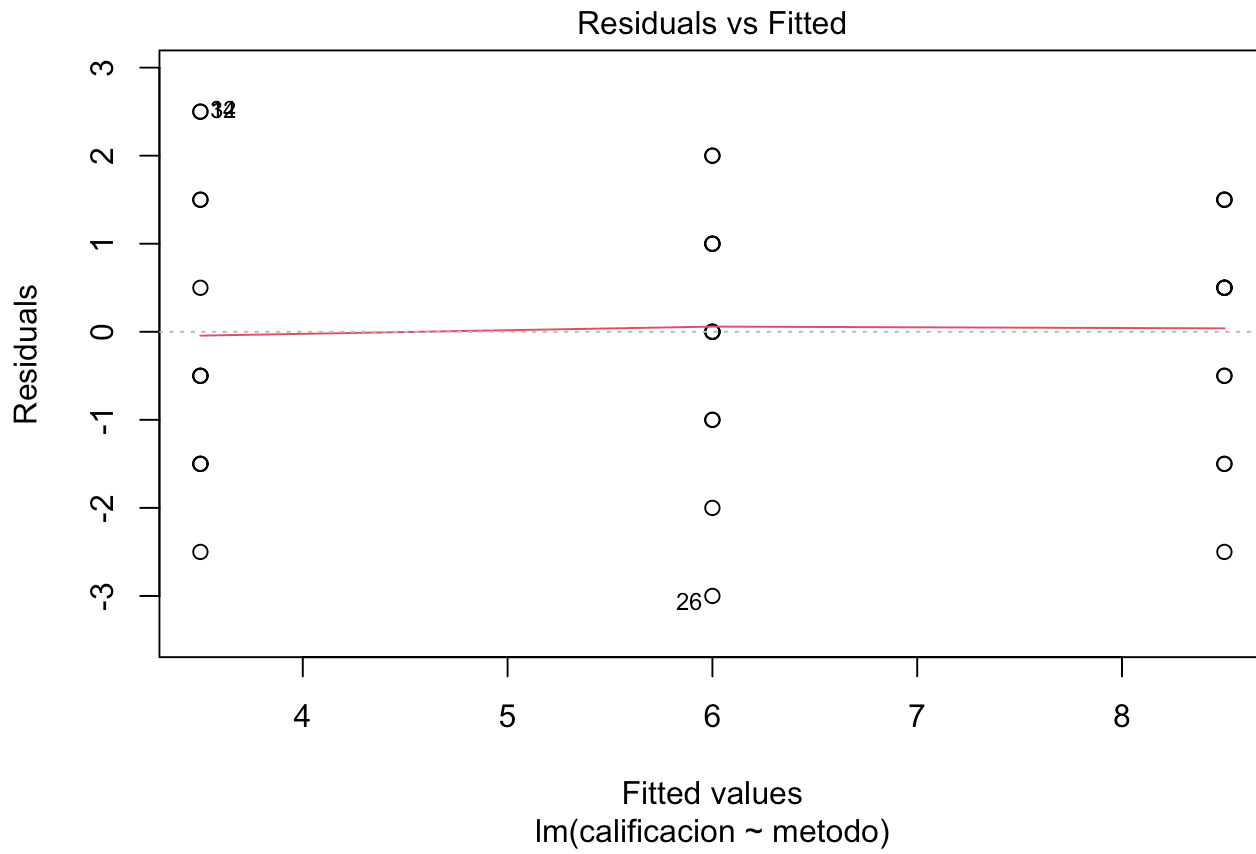
Intervalos de Confianza para las Calificaciones por Metodo

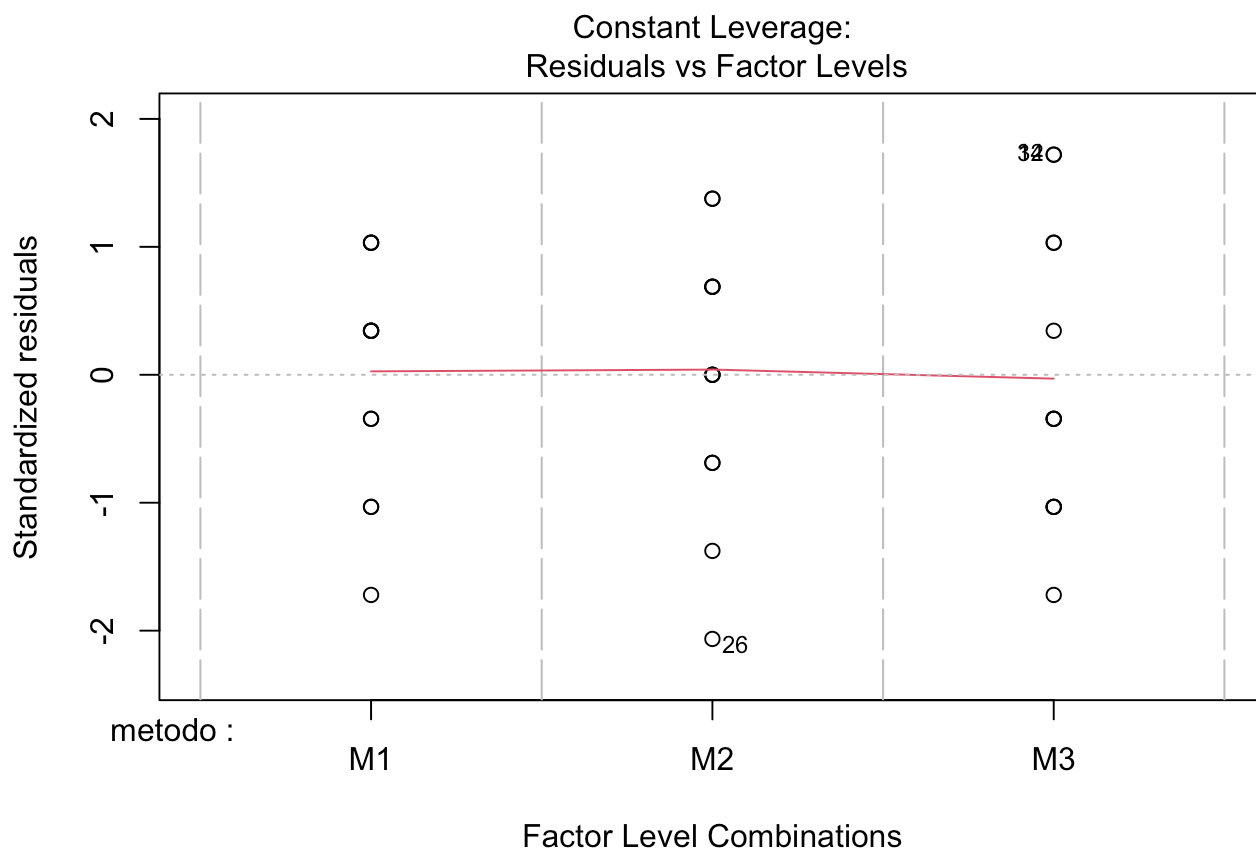
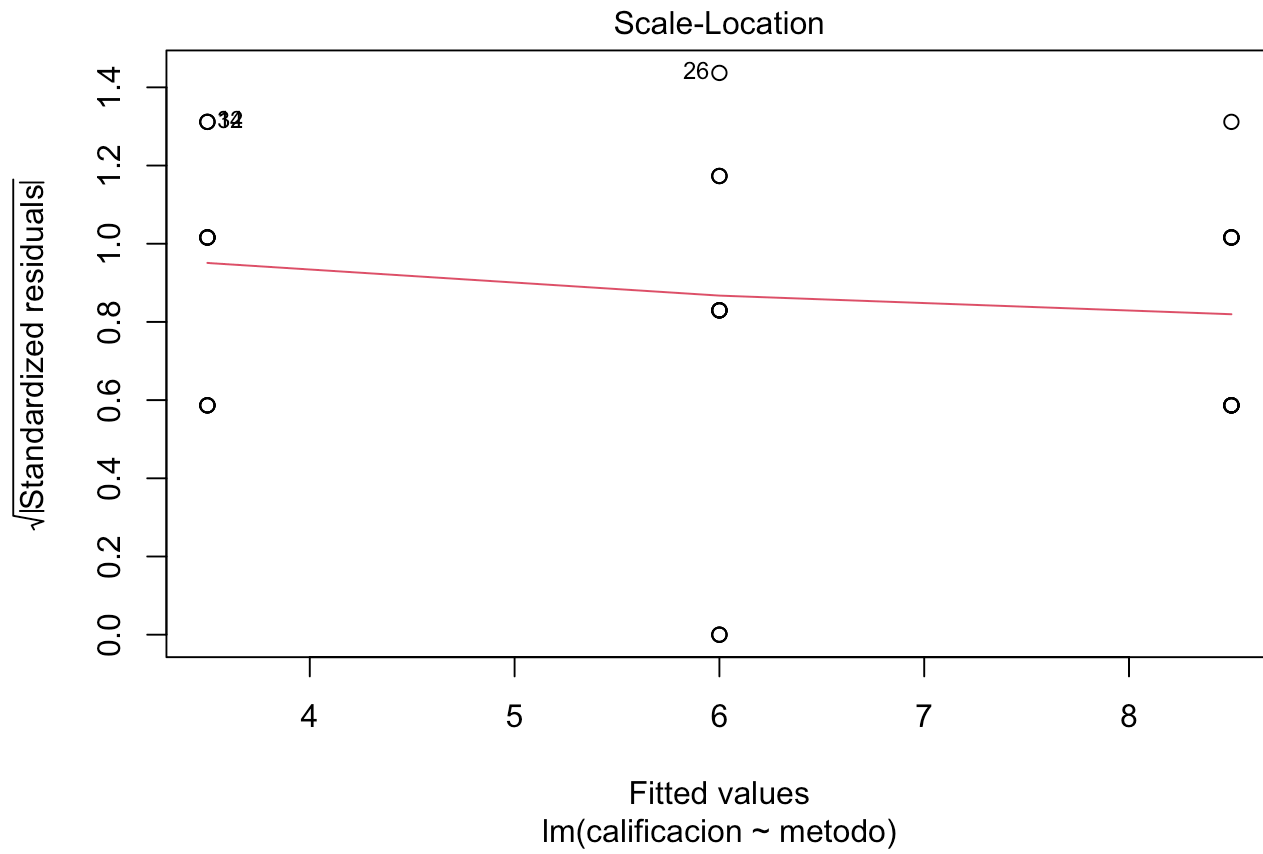


Con las comparaciones de Tukey se logra observar claramente que los métodos tienen efecto sobre las calificaciones de los alumnos, esto debido a que ningún intervalo de confianza de 95% contiene el 0. Además en los intervalos de confianza también se observa la diferencia entre los 3 métodos respecto a la media general, donde el método 1 y 3 no contienen a la media general mientras que el método 2 sí la contiene.

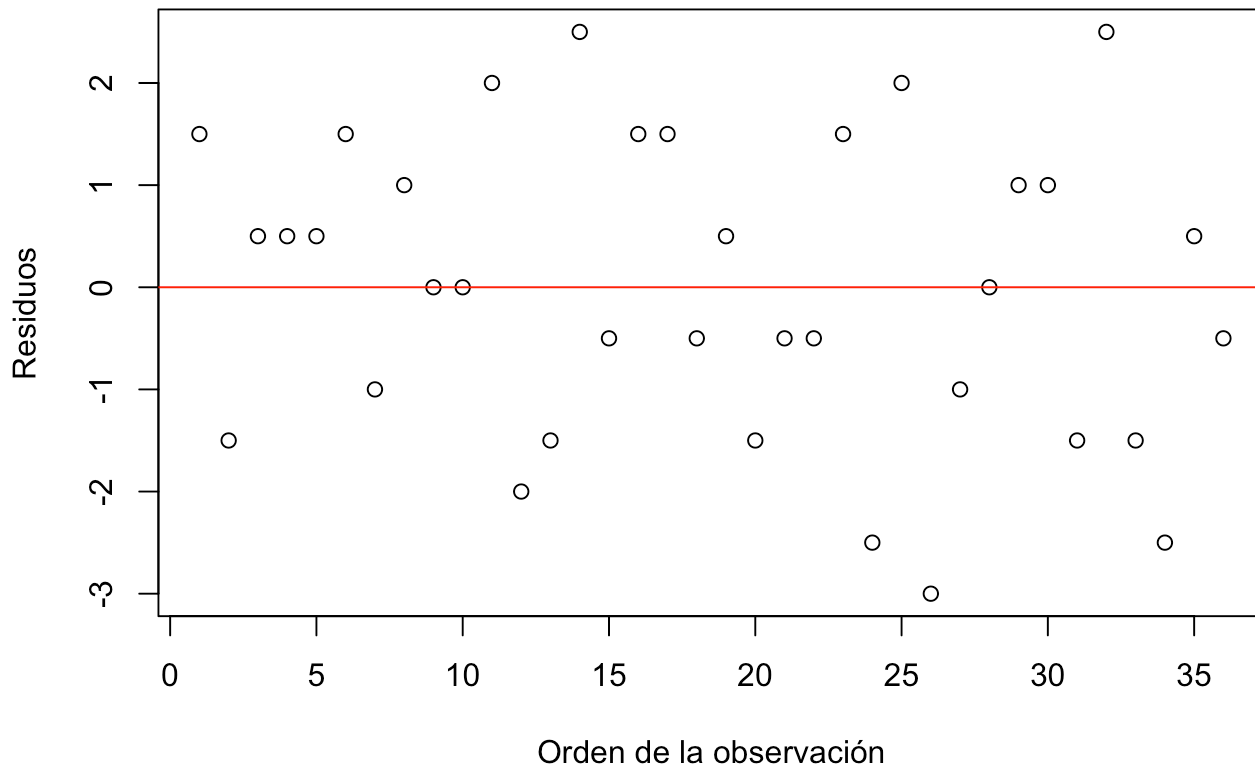
Se verifica la validez del modelo por medio de las gráficas de residuos y la gráfica de normalidad. También se pueden calcular los coeficientes de determinación del modelo para conocer la variación explicada por el modelo.

```
plot(lm(calificacion~metodo))
```





```
n = tapply(calificacion, metodo, length)
plot(c(1:sum(n)),C$residuals,xlab="Orden de la observación",ylab="Residuos")
abline(h=0,col="red")
```



$CD = 150 / (150 + 76)$ #coeficiente de determinación para el modelo.

Se observó que los tres métodos impactan de manera diferente en el rendimiento de los niños. El Método 3 no es muy eficaz, ya que reduce el rendimiento en comparación con la media general. El Método 2 no afecta el rendimiento de los estudiantes, mientras que el Método 1 lo mejora por encima de la media general, lo que lo convierte en el mejor método de enseñanza.

El modelo utilizado explica el 66.37% de la variación observada, lo que sugiere que el método de enseñanza es un factor clave en el rendimiento de los estudiantes (siendo el único significativo en el modelo). Sin embargo, es posible que otros factores, aún no considerados, expliquen el 32.73% restante de la variación, atribuida en este modelo al azar (o error).

Además, como el número de datos en cada tratamiento fue igual, se trata de un diseño equilibrado y robusto frente a la heterocedasticidad. Según el análisis de los gráficos Q-Q y de residuos frente al valor ajustado, los datos parecen cumplir con los supuestos de normalidad e independencia. También se observó que los errores tienen una media cero y una variación constante.

Vibración de motores

Un ingeniero de procesos ha identificado dos causas potenciales de vibración de los motores eléctricos, el material utilizado para la carcasa del motor (factor A) y el proveedor de cojinetes utilizados en el motor (Factor B). Los siguientes datos sobre la cantidad de vibración (micrones) se obtuvieron mediante un experimento en el cual se construyeron motores con carcasas de acero, aluminio y plástico y cojinetes suministrados por cinco proveedores seleccionados al azar.

Datos

```
vibracion = c(13.1, 16.3, 13.7, 15.7, 13.5, 13.2, 15.8, 14.3, 15.8, 12.5, 15.0, 15.7, 13.9, 13.7, 13.4, 14.8, 16.4, 14.3, 14.2, 13.8, 14.0, 17.2, 12.4, 14.4, 13.2, 14.3, 16.7, 12.3, 13.9, 13.1)
```

```
material = c(rep("Acero", 10), rep("Aluminio", 10), rep("Plástico", 10))
```

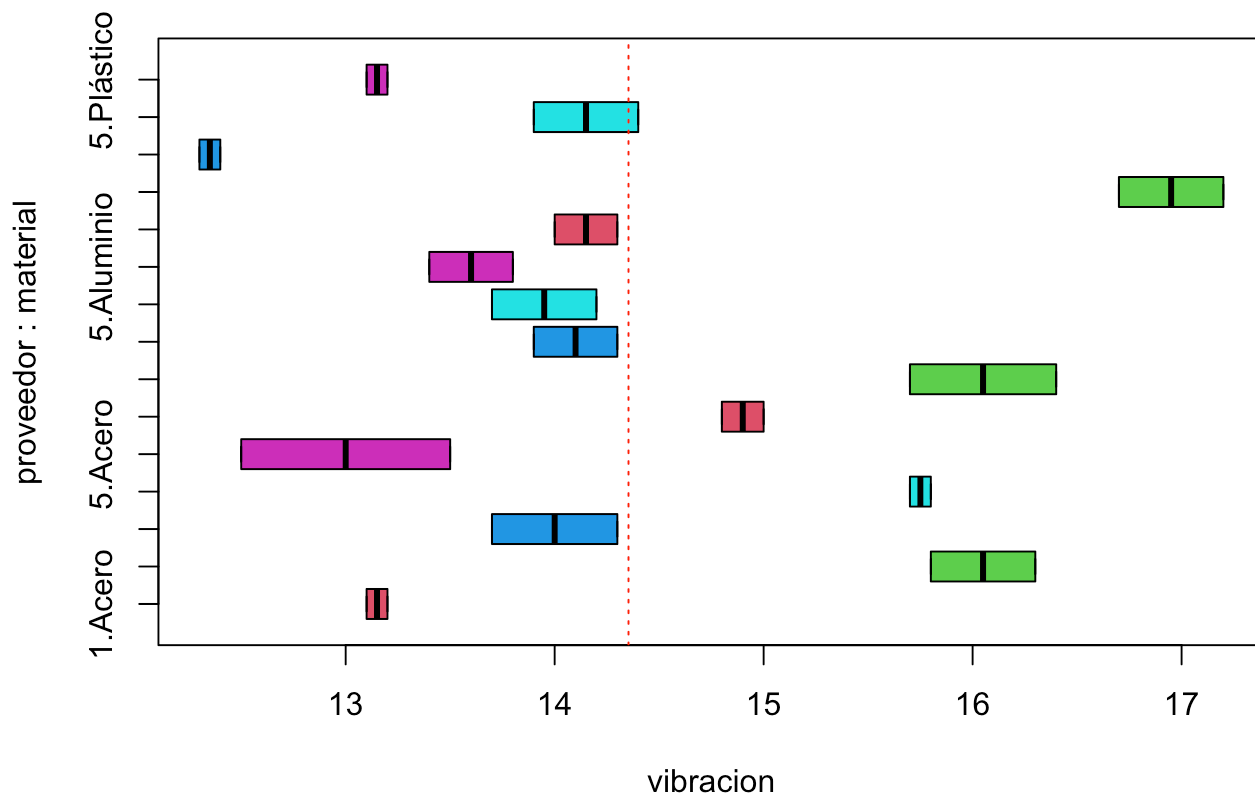
```
material = factor(material)
```

```
proveedor = factor(rep(1:5, each=1, times=6))
```

```
datos = data.frame(material, proveedor, vibracion)
```

Boxplot

```
boxplot(vibracion ~ proveedor:material, datos, col= 2:6, horizontal = TRUE)
abline(v = mean(vibracion), lty = 3, col = "red")
```



En este caso parece ser que ambos factores tienen efecto en la vibración puesto que hay diferencia entre materiales y proveedores.

ANOVA con interacción

F1: Material F2: Proveedor

Modelo: $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \tau_i\alpha_j + \varepsilon_{ijk}$

Donde:

$$\sum_{i=1}^{n_\tau} \tau_i = 0, \quad \sum_{j=1}^{n_\alpha} \alpha_j = 0, \quad \sum_{i=1}^{n_\tau} \sum_{j=1}^{n_\alpha} \tau_i \alpha_j = 0$$

Primera hipótesis:

$$H_0 : \tau_i = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau \neq 0$$

Segunda hipótesis:

$$H_0 : \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \alpha \neq 0$$

Tercera hipótesis:

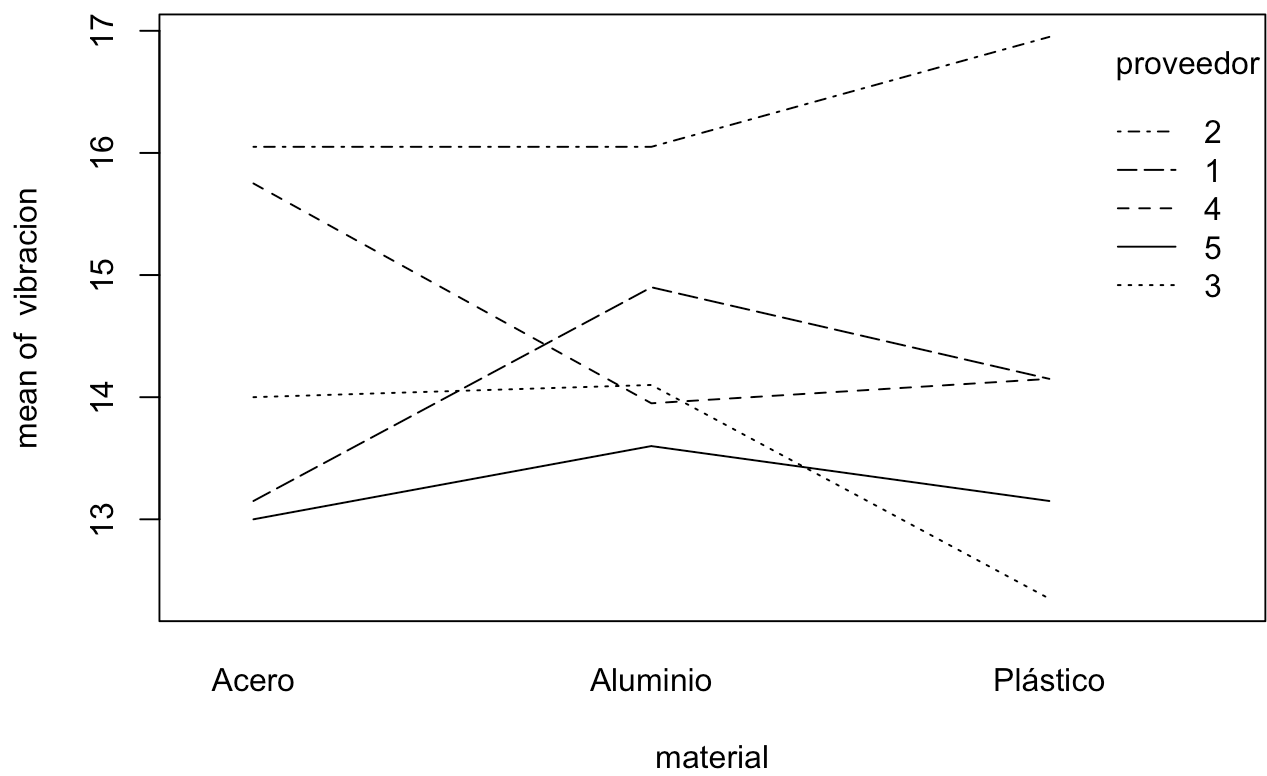
$$H_0 : \tau_i \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \text{Algún } \tau_i \alpha_j \neq 0$$

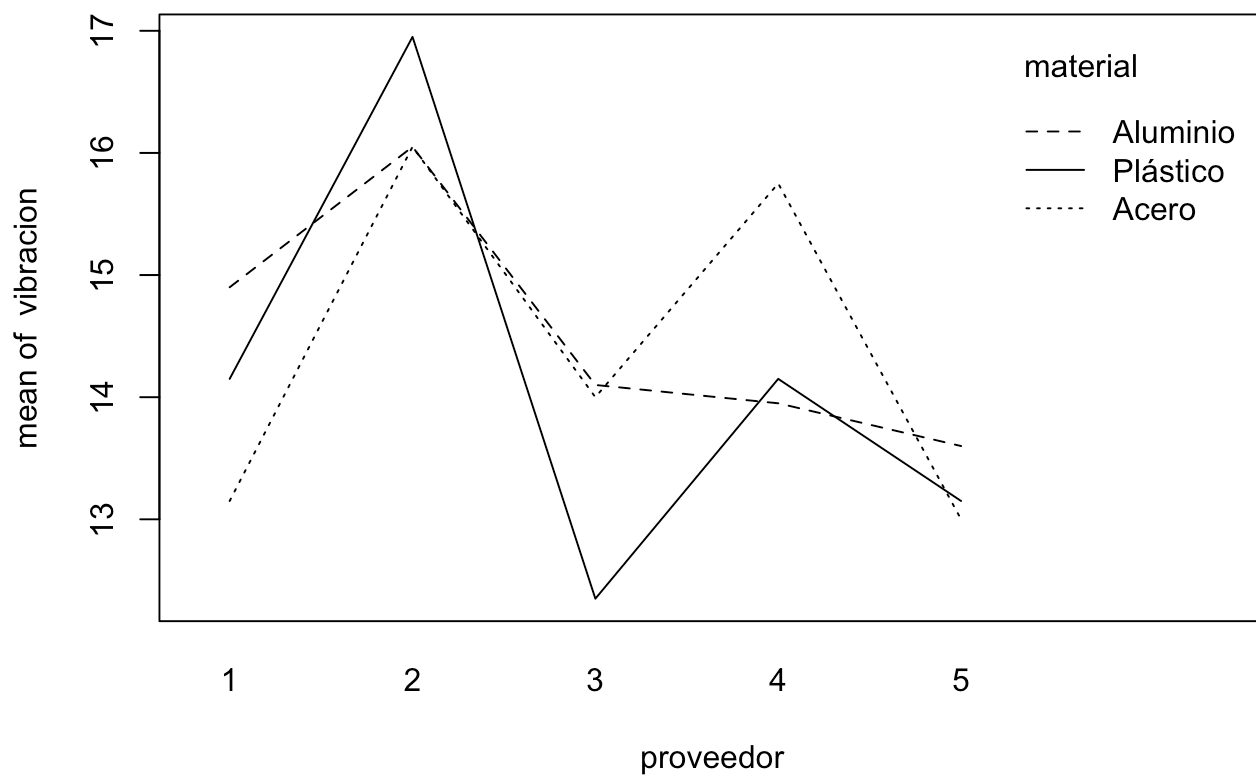
```
A<-aov(vibracion~material*proveedor)
summary(A)
```

```
##                Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## material         2   0.70   0.352    3.165   0.0713 .
## proveedor        4  36.67   9.169   82.353 5.07e-10 ***
## material:proveedor 8  11.61   1.451   13.030 1.76e-05 ***
## Residuals       15   1.67   0.111
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
interaction.plot(material,proveedor,vibracion)
```

```
interaction.plot(proveedor, material, vibracion)
```



Este ANOVA muestra que la interacción sí es relevante, por lo que conservamos todos los factores. El factor más relevante es el proveedor. Con las gráficas se puede observar que el proveedor con menos vibración es el 5.

```
tapply(vibracion,material,mean)
```

```
##      Acero Aluminio Plástico
##      14.39   14.52   14.15
```

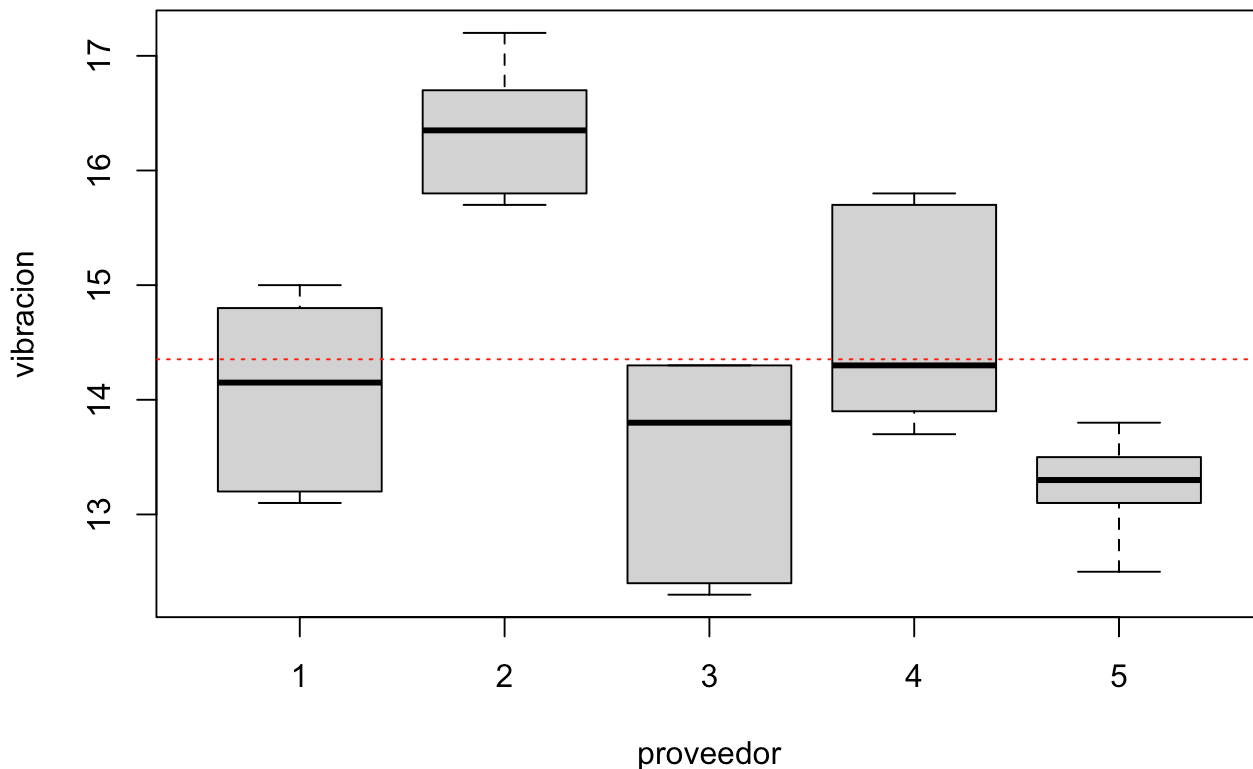
```
tapply(vibracion,proveedor,mean)
```

```
##           1           2           3           4           5
## 14.06667 16.35000 13.48333 14.61667 13.25000
```

```
M=mean(vibracion)
M
```

```
## [1] 14.35333
```

```
boxplot(vibracion ~ proveedor)
abline(h = mean(vibracion), lty = 3, col = "red")
```



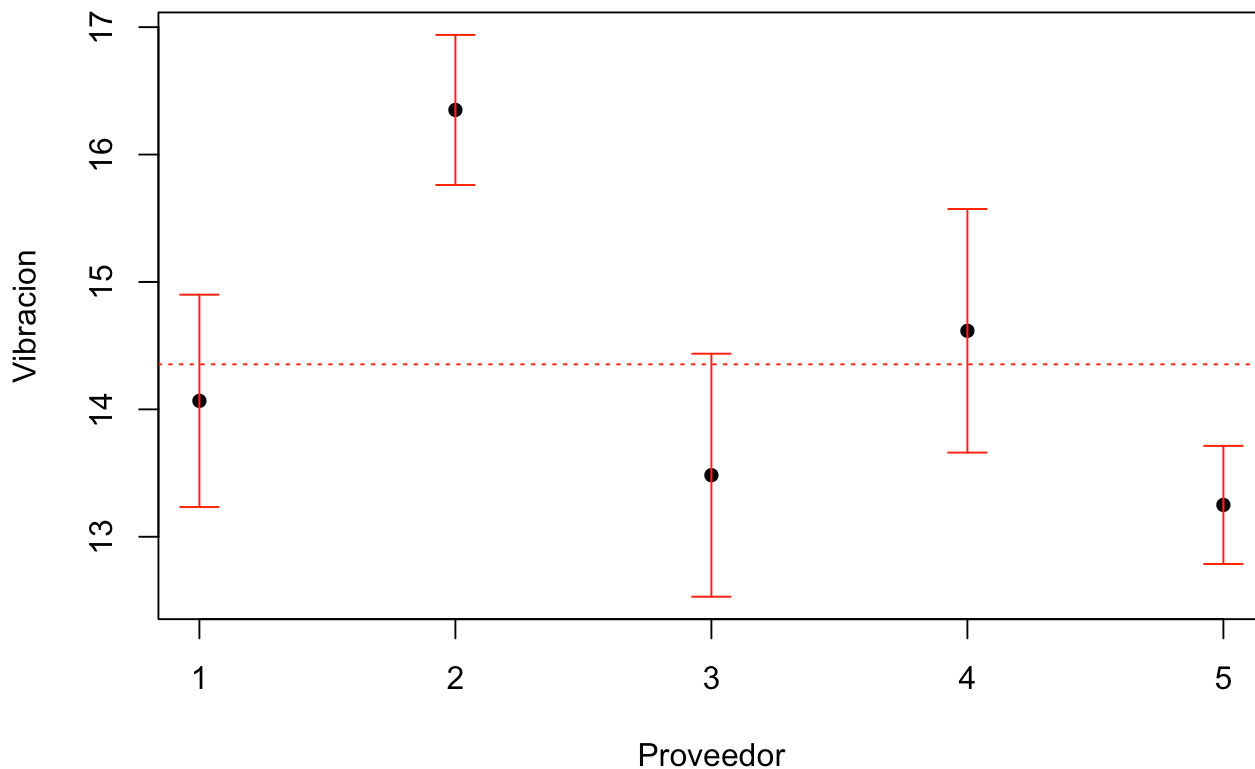
```
# Datos
m = tapply(vibracion, proveedor, mean)
s = tapply(vibracion, proveedor, sd)
n = tapply(vibracion, proveedor, length)

# Cálculo del error estándar y del intervalo de confianza
sm = s / sqrt(n)
E = abs(qt(0.025, n-1)) * sm
inf = m - E
sup = m + E

# Gráfico de puntos para las medias
plot(1:length(m), m, ylim=c(min(inf), max(sup)), pch=16, xaxt='n', xlab="Proveedor", ylab="Vibracion",
     main="Intervalos de Confianza para las Vibracion por Proveedor")
abline(h = mean(vibracion), lty = 3, col = "red")
# Agregar los nombres de los factores en el eje X
axis(1, at=1:length(m), labels=names(m))

# Agregar los intervalos de confianza
arrows(x0=1:length(m), y0=inf, x1=1:length(m), y1=sup, angle=90, code=3, length=0.1, col="red")
```

Intervalos de Confianza para las Vibracion por Proveedor



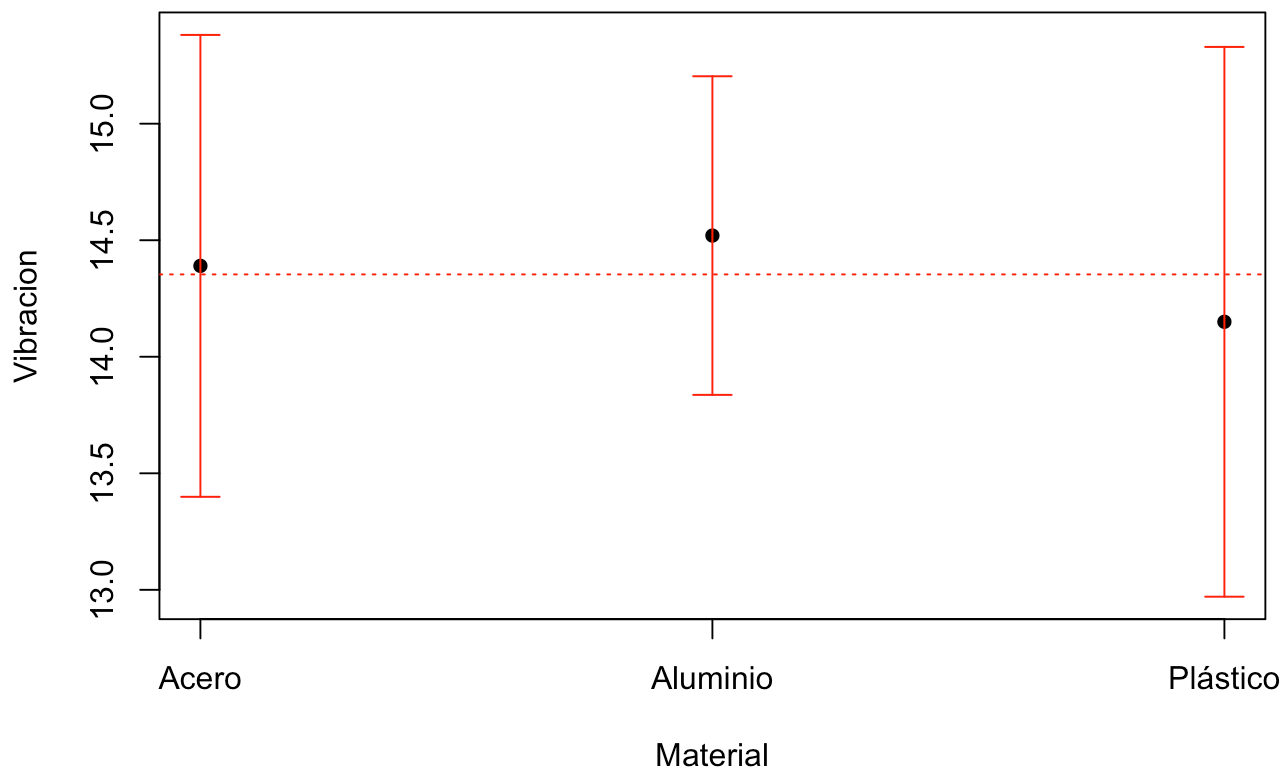
```
# Datos
m = tapply(vibracion, material, mean)
s = tapply(vibracion, material, sd)
n = tapply(vibracion, material, length)

# Cálculo del error estándar y del intervalo de confianza
sm = s / sqrt(n)
E = abs(qt(0.025, n-1)) * sm
inf = m - E
sup = m + E

# Gráfico de puntos para las medias
plot(1:length(m), m, ylim=c(min(inf), max(sup)), pch=16, xaxt='n', xlab="Material", ylab="Vibracion",
     main="Intervalos de Confianza para las Vibracion por Material")
abline(h = mean(vibracion), lty = 3, col = "red")
# Agregar los nombres de los factores en el eje X
axis(1, at=1:length(m), labels=names(m))

# Agregar los intervalos de confianza
arrows(x0=1:length(m), y0=inf, x1=1:length(m), y1=sup, angle=90, code=3, length=0.1, col="red")
```

Intervalos de Confianza para las Vibracion por Material



Se puede observar que la media de los proveedores 2 y 5 no contienen a la media general, por otro lado, la media de todos los materiales contiene la media general. Esto quiere decir que el factor proveedor sí tiene un efecto mientras que el material no lo tiene.

```
tapply(vibracion,proveedor,mean)
```

```
##      1      2      3      4      5
## 14.06667 16.35000 13.48333 14.61667 13.25000
```

```
mean(vibracion)
```

```
## [1] 14.35333
```

```
I = TukeyHSD(aov(vibracion ~ proveedor*material))
I
```

```
## Tukey multiple comparisons of means
## 95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = vibracion ~ proveedor * material)
##
## $proveedor
##          diff          lwr          upr      p adj
## 2-1  2.2833333  1.68846801  2.87819865  0.0000000
## 3-1 -0.5833333 -1.17819865  0.01153199  0.0558767
## 4-1  0.5500000 -0.04486532  1.14486532  0.0766903
## 5-1 -0.8166667 -1.41153199 -0.22180135  0.0054714
## 3-2 -2.8666667 -3.46153199 -2.27180135  0.0000000
## 4-2 -1.7333333 -2.32819865 -1.13846801  0.0000017
## 5-2 -3.1000000 -3.69486532 -2.50513468  0.0000000
## 4-3  1.1333333  0.53846801  1.72819865  0.0002501
## 5-3 -0.2333333 -0.82819865  0.36153199  0.7452814
## 5-4 -1.3666667 -1.96153199 -0.77180135  0.0000313
##
## $material
##          diff          lwr          upr      p adj
## Aluminio-Acero    0.13 -0.257595  0.51759501  0.6659655
## Plástico-Acero   -0.24 -0.627595  0.14759501  0.2726351
## Plástico-Aluminio -0.37 -0.757595  0.01759501  0.0623701
##
## $`proveedor:material`
##          diff          lwr          upr      p adj
## 2:Acero-1:Acero    2.900000e+00  1.5671172  4.23288275  0.0000207
## 3:Acero-1:Acero    8.500000e-01 -0.4828828  2.18288275  0.4635832
## 4:Acero-1:Acero    2.600000e+00  1.2671172  3.93288275  0.0000782
## 5:Acero-1:Acero   -1.500000e-01 -1.4828828  1.18288275  0.9999999
## 1:Aluminio-1:Acero  1.750000e+00  0.4171172  3.08288275  0.0053857
## 2:Aluminio-1:Acero  2.900000e+00  1.5671172  4.23288275  0.0000207
## 3:Aluminio-1:Acero  9.500000e-01 -0.3828828  2.28288275  0.3161401
## 4:Aluminio-1:Acero  8.000000e-01 -0.5328828  2.13288275  0.5475696
## 5:Aluminio-1:Acero  4.500000e-01 -0.8828828  1.78288275  0.9809255
## 1:Plástico-1:Acero  1.000000e+00 -0.3328828  2.33288275  0.2556633
## 2:Plástico-1:Acero  3.800000e+00  2.4671172  5.13288275  0.0000006
## 3:Plástico-1:Acero -8.000000e-01 -2.1328828  0.53288275  0.5475696
## 4:Plástico-1:Acero  1.000000e+00 -0.3328828  2.33288275  0.2556633
## 5:Plástico-1:Acero  8.881784e-15 -1.3328828  1.33288275  1.0000000
## 3:Acero-2:Acero   -2.050000e+00 -3.3828828 -0.71711725  0.0011233
## 4:Acero-2:Acero   -3.000000e-01 -1.6328828  1.03288275  0.9995788
## 5:Acero-2:Acero   -3.050000e+00 -4.3828828 -1.71711725  0.0000110
## 1:Aluminio-2:Acero -1.150000e+00 -2.4828828  0.18288275  0.1270924
## 2:Aluminio-2:Acero -3.552714e-15 -1.3328828  1.33288275  1.0000000
## 3:Aluminio-2:Acero -1.950000e+00 -3.2828828 -0.61711725  0.0018801
## 4:Aluminio-2:Acero -2.100000e+00 -3.4328828 -0.76711725  0.0008711
## 5:Aluminio-2:Acero -2.450000e+00 -3.7828828 -1.11711725  0.0001570
## 1:Plástico-2:Acero -1.900000e+00 -3.2328828 -0.56711725  0.0024397
## 2:Plástico-2:Acero  9.000000e-01 -0.4328828  2.23288275  0.3857597
## 3:Plástico-2:Acero -3.700000e+00 -5.0328828 -2.36711725  0.0000009
## 4:Plástico-2:Acero -1.900000e+00 -3.2328828 -0.56711725  0.0024397
```

## 5:Plástico-2:Acero	-2.900000e+00	-4.2328828	-1.56711725	0.0000207
## 4:Acero-3:Acero	1.750000e+00	0.4171172	3.08288275	0.0053857
## 5:Acero-3:Acero	-1.000000e+00	-2.3328828	0.33288275	0.2556633
## 1:Aluminio-3:Acero	9.000000e-01	-0.4328828	2.23288275	0.3857597
## 2:Aluminio-3:Acero	2.050000e+00	0.7171172	3.38288275	0.0011233
## 3:Aluminio-3:Acero	1.000000e-01	-1.2328828	1.43288275	1.0000000
## 4:Aluminio-3:Acero	-5.000000e-02	-1.3828828	1.28288275	1.0000000
## 5:Aluminio-3:Acero	-4.000000e-01	-1.7328828	0.93288275	0.9929168
## 1:Plástico-3:Acero	1.500000e-01	-1.1828828	1.48288275	0.9999999
## 2:Plástico-3:Acero	2.950000e+00	1.6171172	4.28288275	0.0000168
## 3:Plástico-3:Acero	-1.650000e+00	-2.9828828	-0.31711725	0.0091899
## 4:Plástico-3:Acero	1.500000e-01	-1.1828828	1.48288275	0.9999999
## 5:Plástico-3:Acero	-8.500000e-01	-2.1828828	0.48288275	0.4635832
## 5:Acero-4:Acero	-2.750000e+00	-4.0828828	-1.41711725	0.0000398
## 1:Aluminio-4:Acero	-8.500000e-01	-2.1828828	0.48288275	0.4635832
## 2:Aluminio-4:Acero	3.000000e-01	-1.0328828	1.63288275	0.9995788
## 3:Aluminio-4:Acero	-1.650000e+00	-2.9828828	-0.31711725	0.0091899
## 4:Aluminio-4:Acero	-1.800000e+00	-3.1328828	-0.46711725	0.0041300
## 5:Aluminio-4:Acero	-2.150000e+00	-3.4828828	-0.81711725	0.0006770
## 1:Plástico-4:Acero	-1.600000e+00	-2.9328828	-0.26711725	0.0120178
## 2:Plástico-4:Acero	1.200000e+00	-0.1328828	2.53288275	0.0991311
## 3:Plástico-4:Acero	-3.400000e+00	-4.7328828	-2.06711725	0.0000027
## 4:Plástico-4:Acero	-1.600000e+00	-2.9328828	-0.26711725	0.0120178
## 5:Plástico-4:Acero	-2.600000e+00	-3.9328828	-1.26711725	0.0000782
## 1:Aluminio-5:Acero	1.900000e+00	0.5671172	3.23288275	0.0024397
## 2:Aluminio-5:Acero	3.050000e+00	1.7171172	4.38288275	0.0000110
## 3:Aluminio-5:Acero	1.100000e+00	-0.2328828	2.43288275	0.1618380
## 4:Aluminio-5:Acero	9.500000e-01	-0.3828828	2.28288275	0.3161401
## 5:Aluminio-5:Acero	6.000000e-01	-0.7328828	1.93288275	0.8669272
## 1:Plástico-5:Acero	1.150000e+00	-0.1828828	2.48288275	0.1270924
## 2:Plástico-5:Acero	3.950000e+00	2.6171172	5.28288275	0.0000004
## 3:Plástico-5:Acero	-6.500000e-01	-1.9828828	0.68288275	0.7989869
## 4:Plástico-5:Acero	1.150000e+00	-0.1828828	2.48288275	0.1270924
## 5:Plástico-5:Acero	1.500000e-01	-1.1828828	1.48288275	0.9999999
## 2:Aluminio-1:Aluminio	1.150000e+00	-0.1828828	2.48288275	0.1270924
## 3:Aluminio-1:Aluminio	-8.000000e-01	-2.1328828	0.53288275	0.5475696
## 4:Aluminio-1:Aluminio	-9.500000e-01	-2.2828828	0.38288275	0.3161401
## 5:Aluminio-1:Aluminio	-1.300000e+00	-2.6328828	0.03288275	0.0593800
## 1:Plástico-1:Aluminio	-7.500000e-01	-2.0828828	0.58288275	0.6344630
## 2:Plástico-1:Aluminio	2.050000e+00	0.7171172	3.38288275	0.0011233
## 3:Plástico-1:Aluminio	-2.550000e+00	-3.8828828	-1.21711725	0.0000984
## 4:Plástico-1:Aluminio	-7.500000e-01	-2.0828828	0.58288275	0.6344630
## 5:Plástico-1:Aluminio	-1.750000e+00	-3.0828828	-0.41711725	0.0053857
## 3:Aluminio-2:Aluminio	-1.950000e+00	-3.2828828	-0.61711725	0.0018801
## 4:Aluminio-2:Aluminio	-2.100000e+00	-3.4328828	-0.76711725	0.0008711
## 5:Aluminio-2:Aluminio	-2.450000e+00	-3.7828828	-1.11711725	0.0001570
## 1:Plástico-2:Aluminio	-1.900000e+00	-3.2328828	-0.56711725	0.0024397
## 2:Plástico-2:Aluminio	9.000000e-01	-0.4328828	2.23288275	0.3857597
## 3:Plástico-2:Aluminio	-3.700000e+00	-5.0328828	-2.36711725	0.0000009
## 4:Plástico-2:Aluminio	-1.900000e+00	-3.2328828	-0.56711725	0.0024397
## 5:Plástico-2:Aluminio	-2.900000e+00	-4.2328828	-1.56711725	0.0000207
## 4:Aluminio-3:Aluminio	-1.500000e-01	-1.4828828	1.18288275	0.9999999

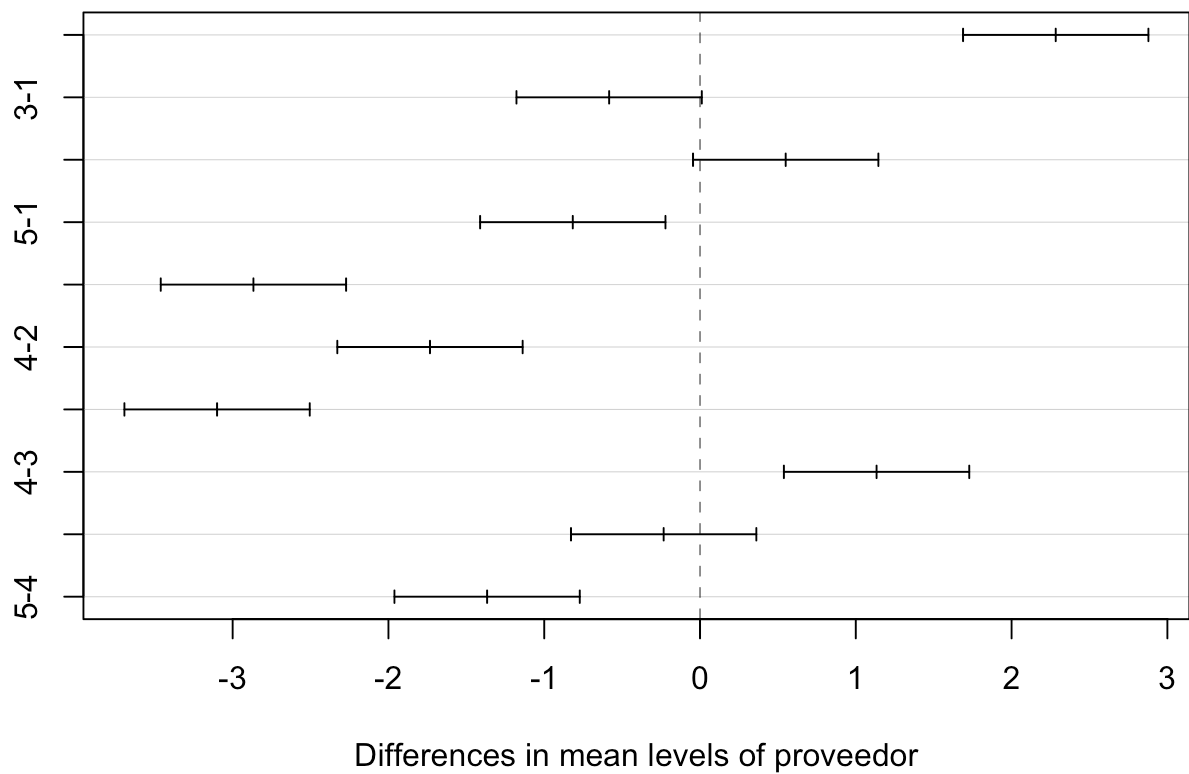
```

## 5:Aluminio-3:Aluminio -5.000000e-01 -1.8328828 0.83288275 0.9578436
## 1:Plástico-3:Aluminio 5.000000e-02 -1.2828828 1.38288275 1.0000000
## 2:Plástico-3:Aluminio 2.850000e+00 1.5171172 4.18288275 0.0000257
## 3:Plástico-3:Aluminio -1.750000e+00 -3.0828828 -0.41711725 0.0053857
## 4:Plástico-3:Aluminio 5.000000e-02 -1.2828828 1.38288275 1.0000000
## 5:Plástico-3:Aluminio -9.500000e-01 -2.2828828 0.38288275 0.3161401
## 5:Aluminio-4:Aluminio -3.500000e-01 -1.6828828 0.98288275 0.9979595
## 1:Plástico-4:Aluminio 2.000000e-01 -1.1328828 1.53288275 0.9999962
## 2:Plástico-4:Aluminio 3.000000e+00 1.6671172 4.33288275 0.0000136
## 3:Plástico-4:Aluminio -1.600000e+00 -2.9328828 -0.26711725 0.0120178
## 4:Plástico-4:Aluminio 2.000000e-01 -1.1328828 1.53288275 0.9999962
## 5:Plástico-4:Aluminio -8.000000e-01 -2.1328828 0.53288275 0.5475696
## 1:Plástico-5:Aluminio 5.500000e-01 -0.7828828 1.88288275 0.9202907
## 2:Plástico-5:Aluminio 3.350000e+00 2.0171172 4.68288275 0.0000033
## 3:Plástico-5:Aluminio -1.250000e+00 -2.5828828 0.08288275 0.0768938
## 4:Plástico-5:Aluminio 5.500000e-01 -0.7828828 1.88288275 0.9202907
## 5:Plástico-5:Aluminio -4.500000e-01 -1.7828828 0.88288275 0.9809255
## 2:Plástico-1:Plástico 2.800000e+00 1.4671172 4.13288275 0.0000320
## 3:Plástico-1:Plástico -1.800000e+00 -3.1328828 -0.46711725 0.0041300
## 4:Plástico-1:Plástico -1.776357e-15 -1.3328828 1.33288275 1.0000000
## 5:Plástico-1:Plástico -1.000000e+00 -2.3328828 0.33288275 0.2556633
## 3:Plástico-2:Plástico -4.600000e+00 -5.9328828 -3.26711725 0.0000000
## 4:Plástico-2:Plástico -2.800000e+00 -4.1328828 -1.46711725 0.0000320
## 5:Plástico-2:Plástico -3.800000e+00 -5.1328828 -2.46711725 0.0000006
## 4:Plástico-3:Plástico 1.800000e+00 0.4671172 3.13288275 0.0041300
## 5:Plástico-3:Plástico 8.000000e-01 -0.5328828 2.13288275 0.5475696
## 5:Plástico-4:Plástico -1.000000e+00 -2.3328828 0.33288275 0.2556633

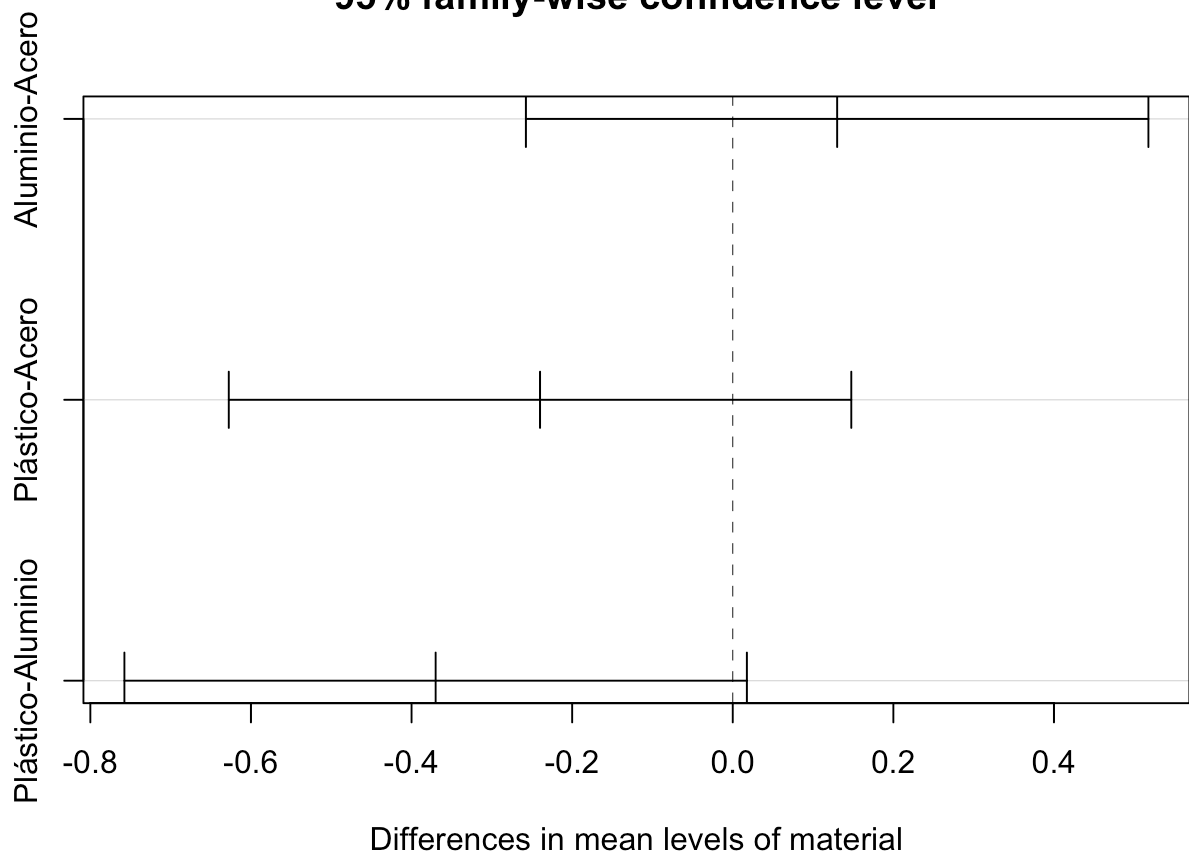
```

plot(I) *#Los intervalos de confianza se observan*

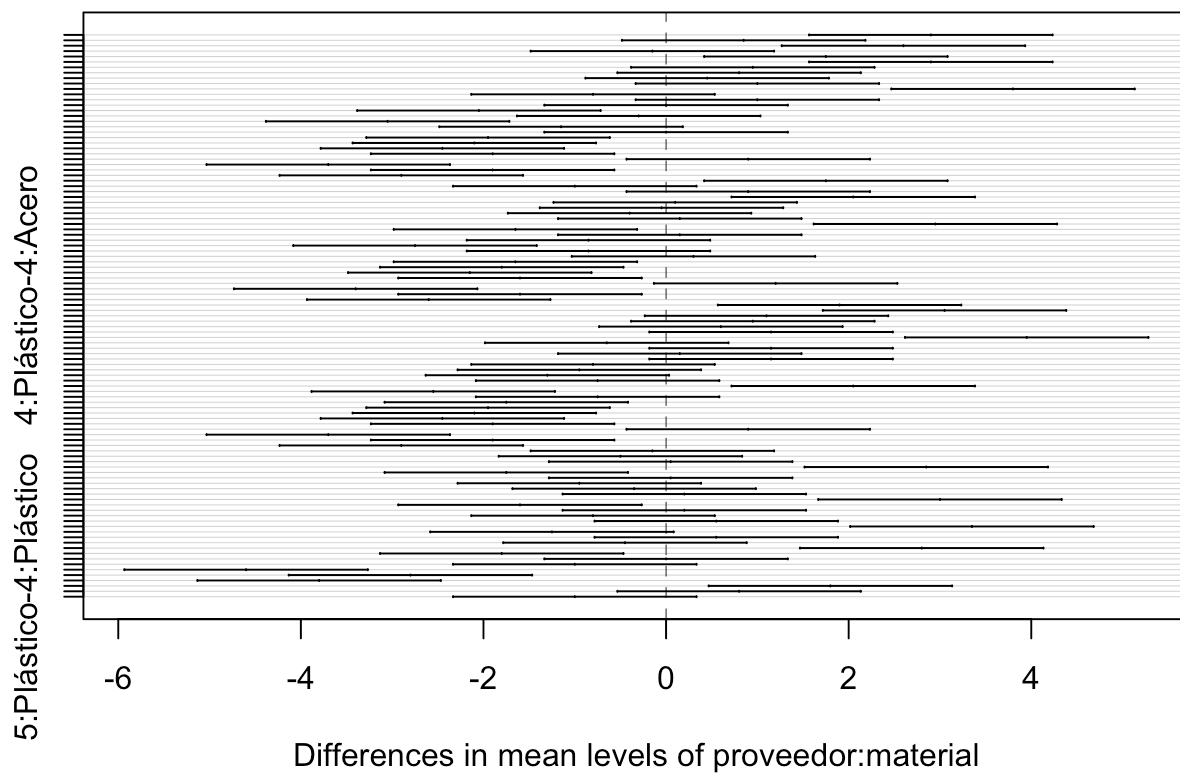
95% family-wise confidence level



95% family-wise confidence level



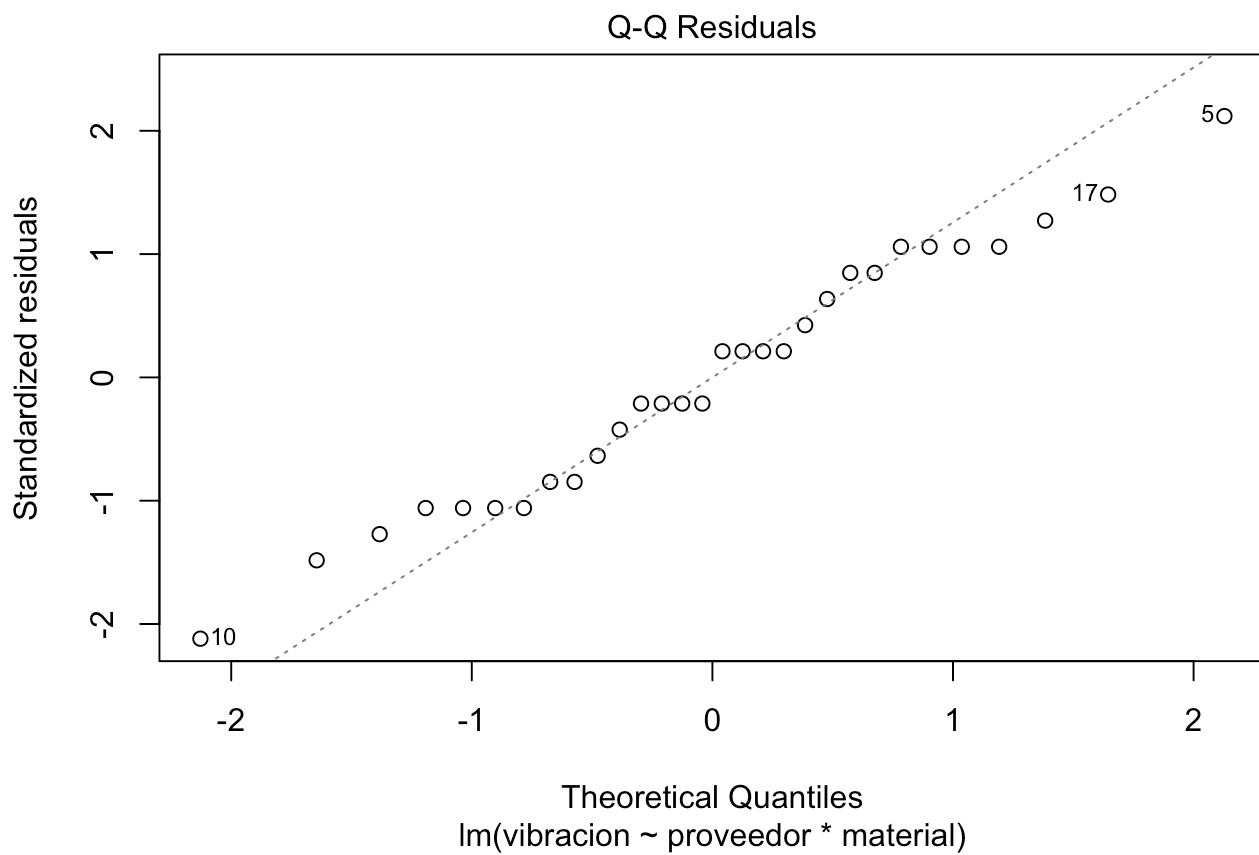
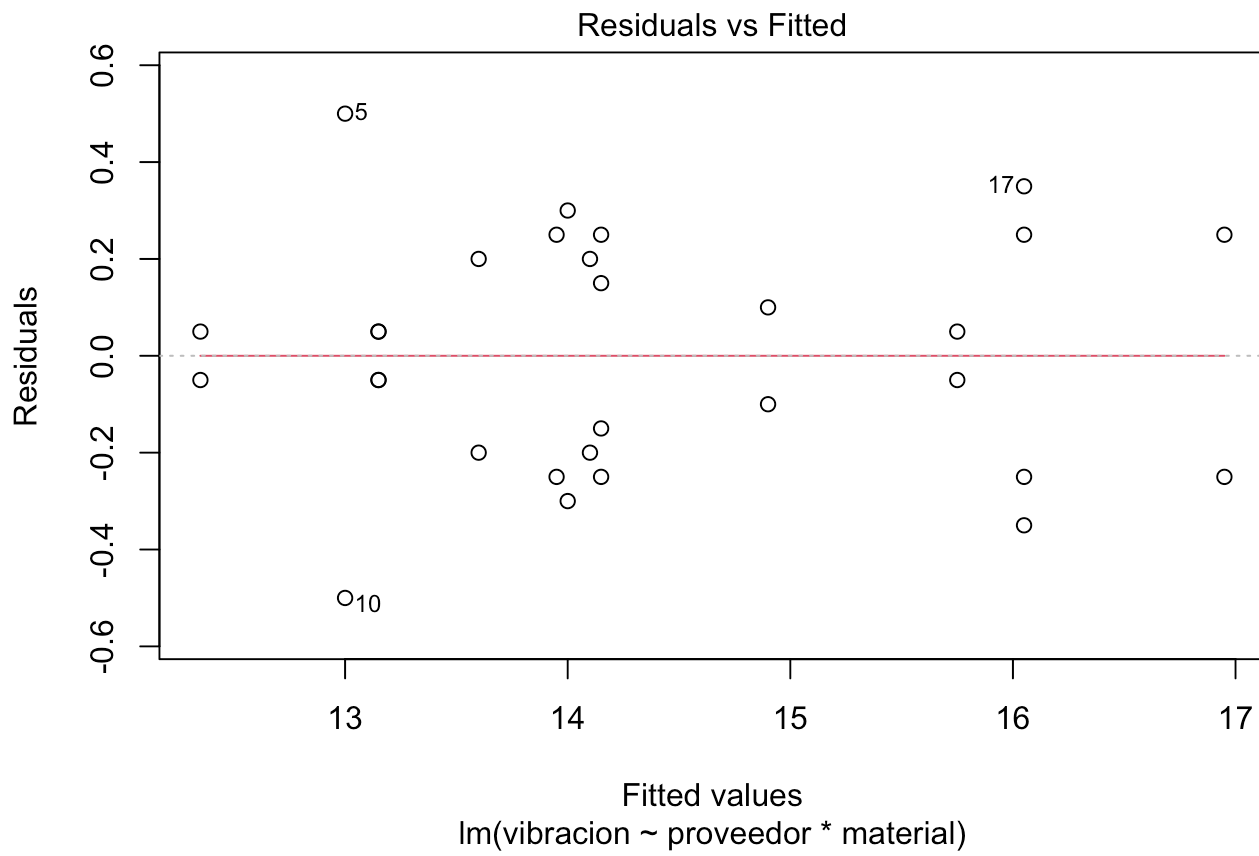
95% family-wise confidence level

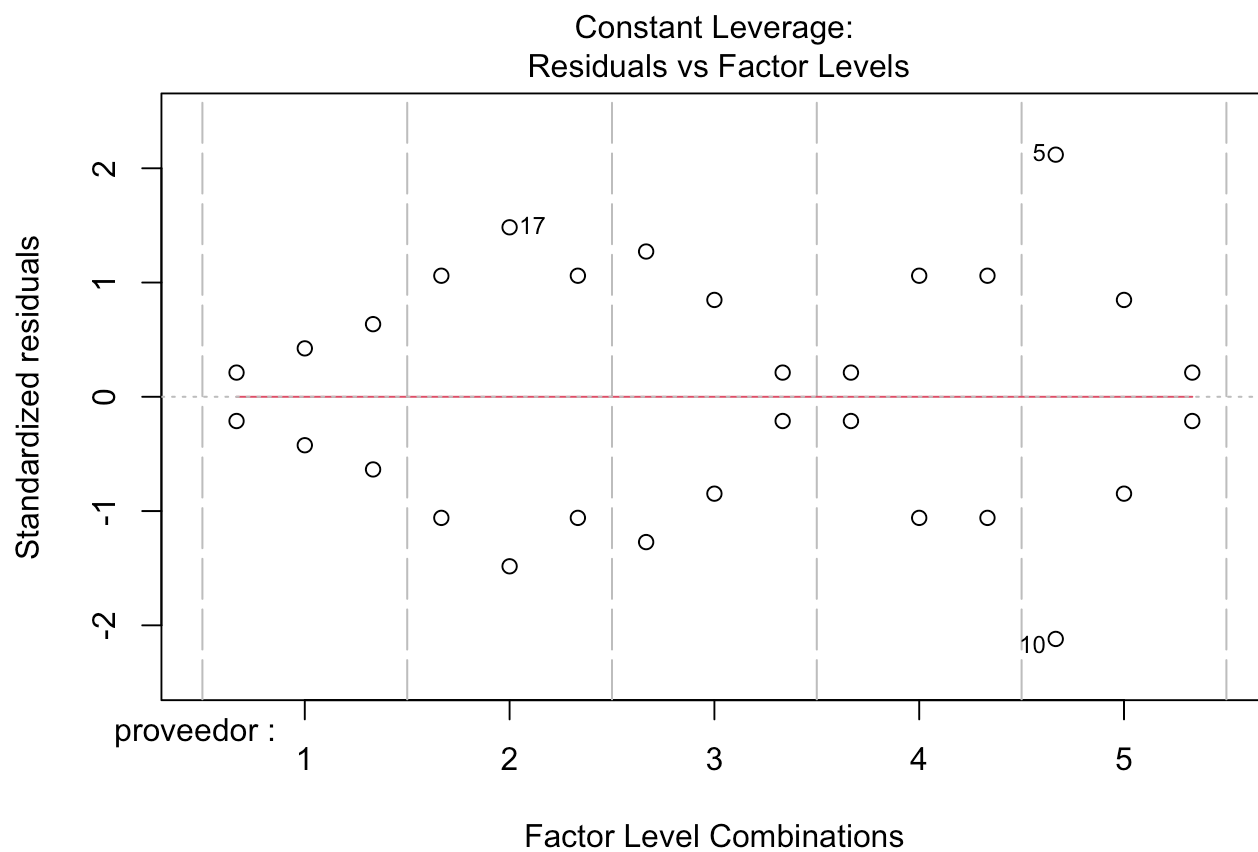
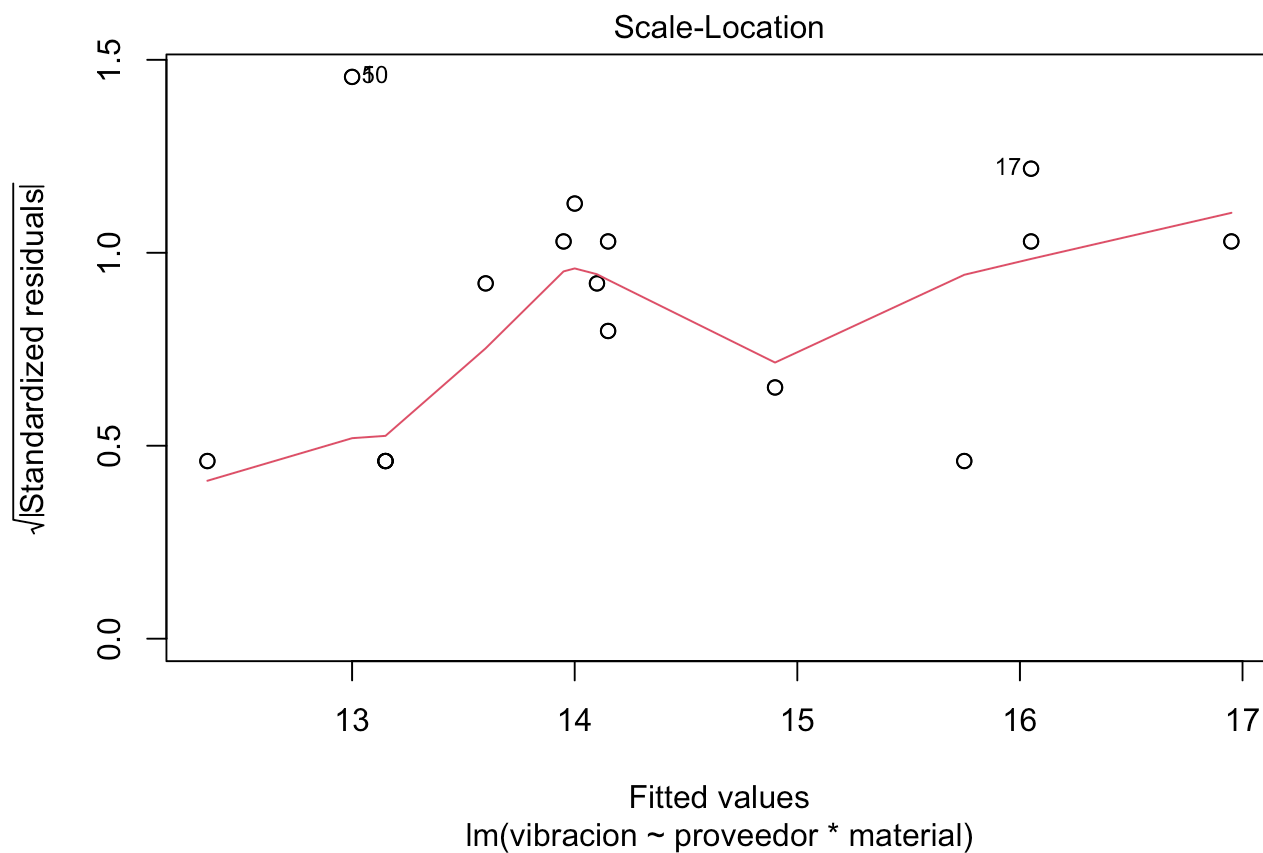


La comparación de Tukey muestra que mientras no hay diferencia entre todos los proveedores, sí que la hay entre algunos ya que hay múltiples intervalos de confianza que no contienen el 0.

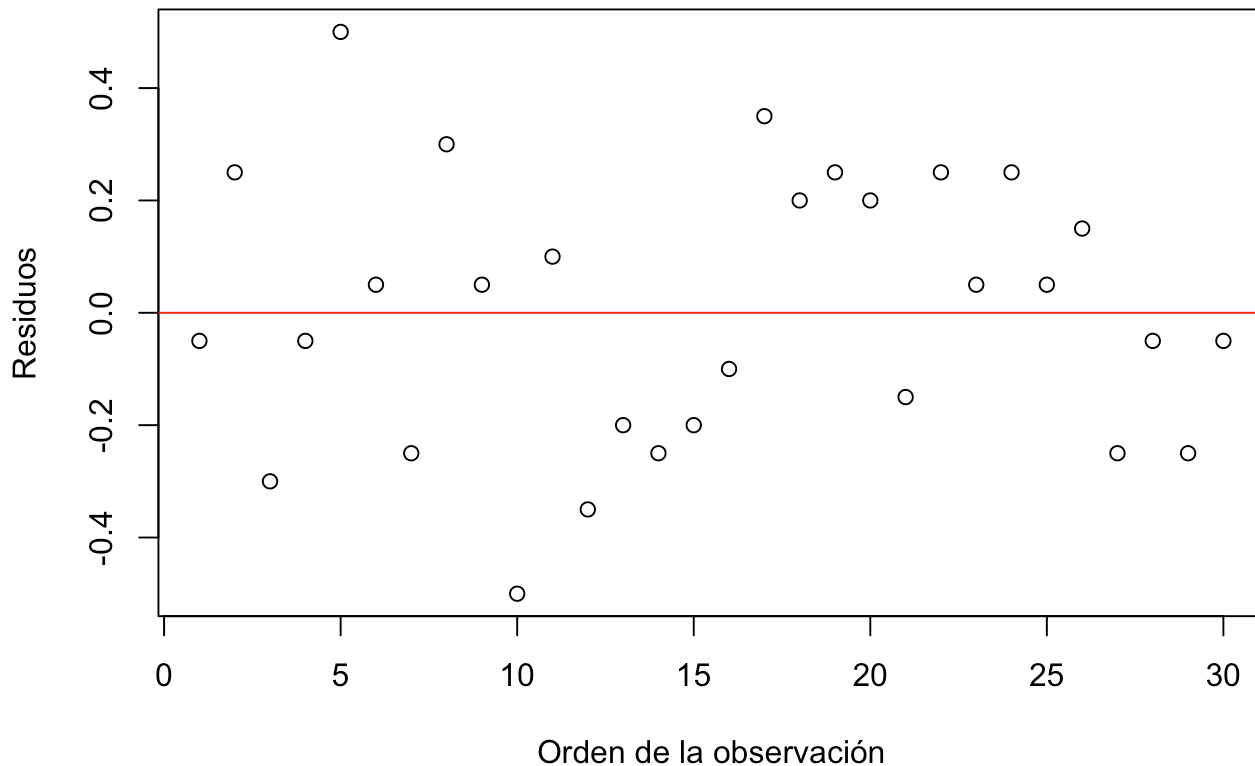
Se verifica la validez del modelo por medio de las gráficas de residuos y la gráfica de normalidad. También se pueden calcular los coeficientes de determinación del modelo para conocer la variación explicada por el modelo.

```
plot(lm(vibracion~proveedor*material))
```





```
n = tapply(vibracion, proveedor:material, length)
plot(c(1:sum(n)),A$residuals,xlab="Orden de la observación",ylab="Residuos")
abline(h=0,col="red")
```



```
CD= (36.67 + 11.61+0.70)/(36.67 + 11.61+ 0.70 + 1.67) #coeficiente dedeterminación para el modelo.
```

Se observó que proveedores tienen un efecto en la vibración, también la interacción entre material y proveedores mientras que el material no tiene un efecto significativo. El proveedor 2 tiene más vibración que la media general mientras que el 5 tienen menos vibración.

El modelo utilizado explica el 96.70% de la variación observada, lo que sugiere que el modelo explica la mayoría de la variación observada.

Además, se trata de un diseño equilibrado y robusto frente a la heterocedasticidad. Según el análisis de los gráficos Q-Q y de residuos frente al valor ajustado, los datos parecen cumplir con los supuestos de normalidad e independencia. También se observó que los errores tienen una media cero y una variación constante.

De las 3 hipótesis planteadas solamente no se tiene evidencia para rechazar la primera hipótesis nula puesto que el valor p de material es mayor a 0.05, las otras hipótesis nula son rechazadas.