Actividad Integradora. Precipitaciones máximas mensuales para el diseño de obras hidráulicas

Oscar Gutierrez

2024-10-22

Introducción

En ingeniería hidráulica y civil, analizar los datos de precipitación máxima mensual es esencial para comprender la dinámica del flujo de agua y garantizar la resiliencia de las infraestructuras. Los datos de precipitación máxima proporcionan a ingenieros y diseñadores información crítica para anticipar los volúmenes máximos de agua, gestionar los riesgos de inundación y prevenir fallos estructurales debidos al desbordamiento de agua. Por ejemplo, Granato et al. (2003) enfatizan que el monitoreo y modelado precisos de las precipitaciones son fundamentales para desarrollar sistemas de gestión de aguas pluviales, asegurando que los diseños consideren eventos de lluvia intensa que podrían provocar desbordamientos peligrosos en entornos urbanos.

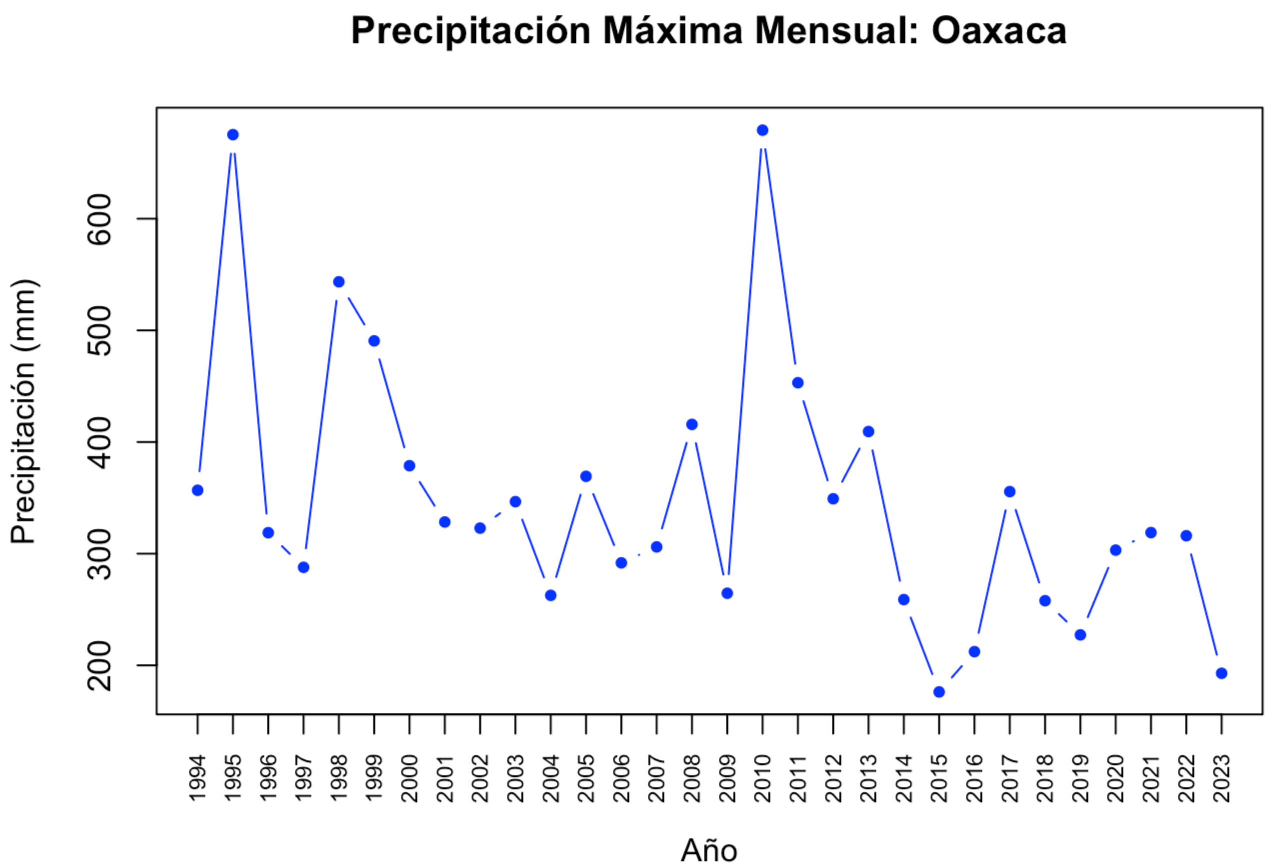
De manera similar, Ramírez (2000) destaca el papel de los datos de precipitación en la modelación de inundaciones, donde los patrones temporales ayudan a predecir las magnitudes de las inundaciones y guían el diseño estratégico de los sistemas de gestión de inundaciones. Estos conocimientos son fundamentales para crear diseños hidráulicos que canalicen eficazmente el exceso de agua, especialmente en regiones propensas a variaciones estacionales de lluvia.

Al evaluar la precipitación máxima mensual, los diseñadores pueden establecer márgenes de seguridad en sus proyectos, optimizando los sistemas de drenaje y asegurando que las infraestructuras estén preparadas para manejar los volúmenes de agua anticipados. Este enfoque mitiga los riesgos asociados con los daños causados por el agua, apoyando el desarrollo de diseños hidráulicos y de construcción sostenibles y seguros que se alinean con las variables ambientales.

En este reporte, se busca analizar las precipitaciones del estado de Oaxaca para determinar el diseño el diseño de obras hidráulicas, basado en el estudio de datos históricos de las precipitaciones del estado. Estos datos fueron recuperados de la página oficial de CONAGUA.

Análisis

Análisis estadístico descriptivo



No se observa una tendencia clara en la serie de tiempo. De acuerdo con Schneider et al. (2015), entender las precipitaciones es de vital importancia ya que se debe administrar la cantidad de agua dulce destinada para la población, el sector agrícola e incluso actividades industriales, así como también prepararse para posibles inundaciones o sequías.

Medidas importantes

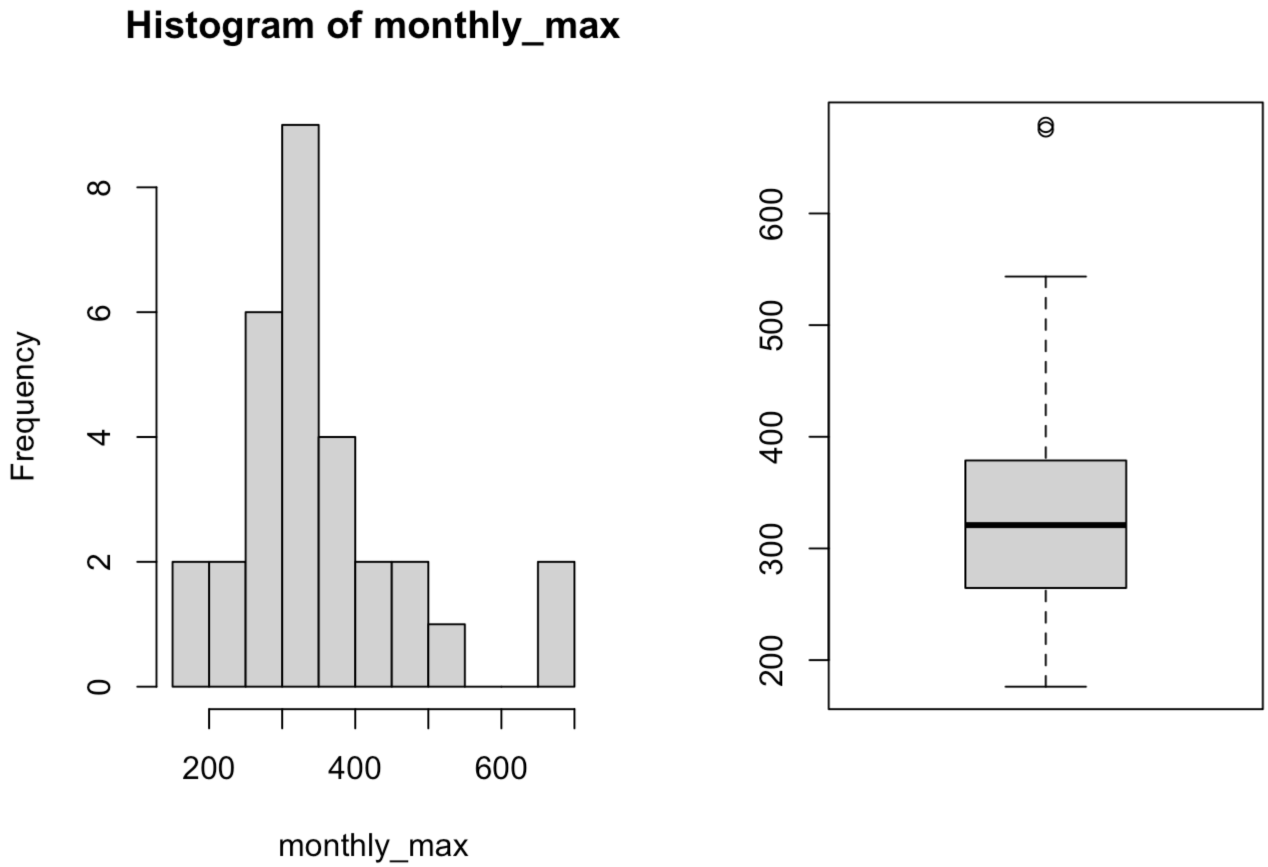
```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
##   176.2   270.4   320.9   349.0   376.4   679.3
```

```
## Standard Deviation 121.4116
```

```
## 
## Kurtosis 4.523347
```

```
## 
## Skewness 1.291257
```

Histograma y Boxplot



De acuerdo con el histograma, la distribución parece estar sesgada a la derecha, esto concuerda con los valores obtenidos anteriormente donde la media era mayor a la mediana. Además, la curtosis es de 4.52 y el sesgo de 1.29, estos valores difieren significativamente con los que tendría una distribución normal, por lo que es posible que no se trate de esta distribución.

Si se visualiza el boxplot, se puede notar que hay un par de valores atípicos, donde la precipitación excede los 600mm. El rango de valores para las precipitaciones es bastante ancho, con precipitaciones máximas mensuales de menos de 200mm hasta más de 600mm en algunos casos.

Análisis de frecuencias - Método Gráfico

Para analizar los datos de precipitación máxima en el estado de Oaxaca, se empleó un método gráfico que relaciona las precipitaciones máximas observadas con la probabilidad de excedencia y su correspondiente período de retorno. A continuación se describen los pasos realizados en el análisis:

1. **Ordenamiento de los Datos**: Se ordenaron los datos de precipitación máxima mensual de mayor a menor en el conjunto de datos.
2. **Asignación de Rango**: A cada valor de precipitación máxima se le asignó un número de orden, o rango, indicado por m, de acuerdo con su posición en el orden descendente de magnitud.
3. **Cálculo de la Probabilidad de Excedencia**: La probabilidad de excedencia P_{exe}, que indica la probabilidad de que una precipitación específica sea igualada o superada, se calculó mediante la fórmula de Weibull:

$$P_{exe} = \frac{m}{N+1}$$

donde m es el rango y N representa el total de datos.

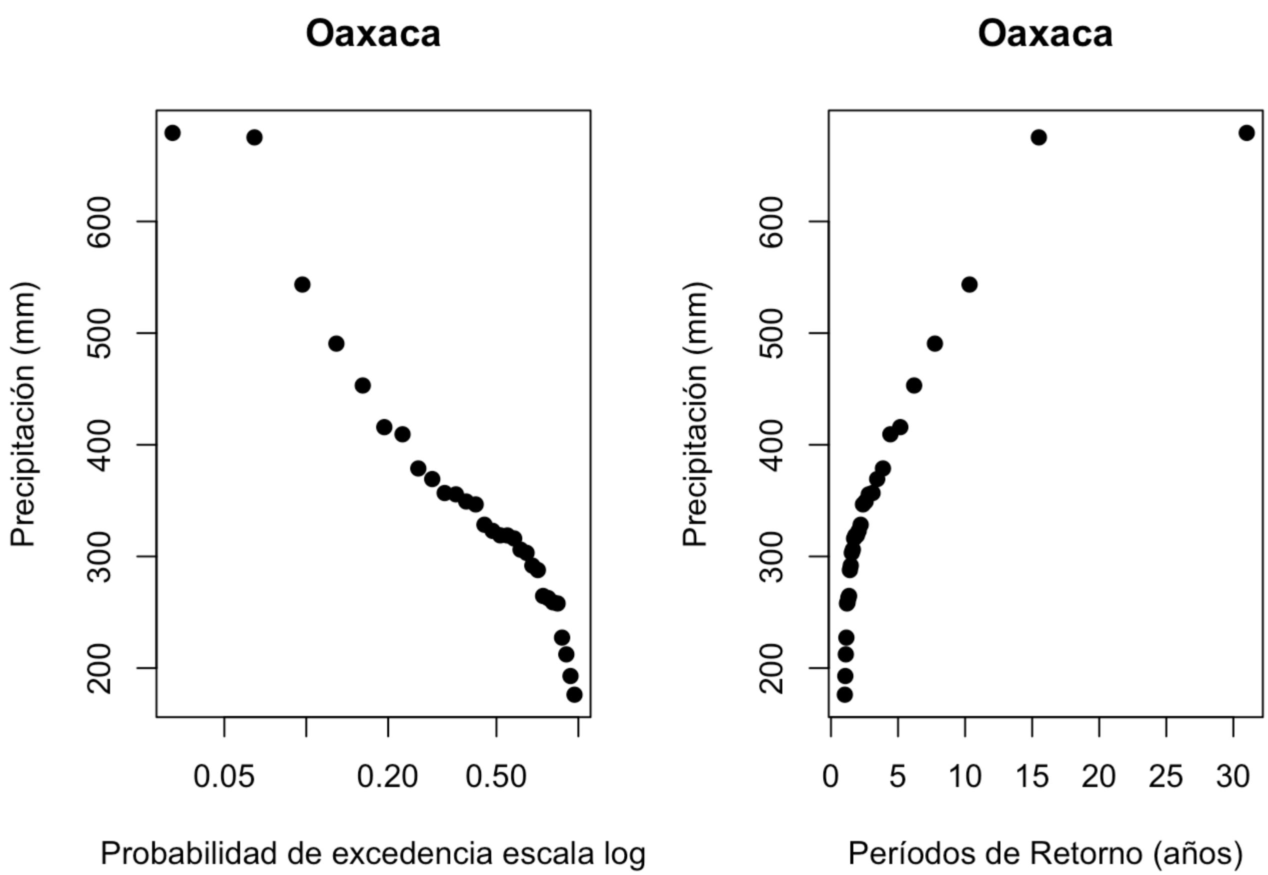
4. **Cálculo de la Probabilidad de No Excedencia**: Se determinó la probabilidad de no excedencia $P_{no\ exe}$, como el complemento de la probabilidad de excedencia, usando la relación:

$$P_{no\ exe} = 1 - P_{exe}$$

5. **Determinación del Período de Retorno**: El periodo de retorno, que representa el intervalo promedio de años entre eventos de precipitación de igual o mayor magnitud, se calculó como el inverso de la probabilidad de excedencia:

$$P_{ret} = \frac{1}{P_{exe}}$$

6. **Representación Gráfica**: Se generaron dos gráficos:
   - **Probabilidad de Excedencia** en escala logarítmica, que permite observar la frecuencia relativa de las precipitaciones.
   - **Período de Retorno**, que facilita la visualización de la frecuencia con la que se espera que ocurran las diferentes intensidades de precipitación.



Probabilidad de Excedencia: Este gráfico muestra que las precipitaciones máximas más elevadas, alrededor de 600 mm o más, tienen una baja probabilidad de excedencia, indicando que son eventos raros y extremos. A medida que la precipitación disminuye, la probabilidad de excedencia aumenta, reflejando una mayor frecuencia de eventos menos intensos.

Período de Retorno: El gráfico del período de retorno muestra que las precipitaciones extremas tienen un período de retorno prolongado, superior a 25 años, mientras que las precipitaciones de menor magnitud tienen períodos de retorno más cortos. Esto concuerda con la serie de tiempo graficada anteriormente, donde solo hay 2 años con precipitaciones mayores a 600mm pero hay múltiples años con precipitaciones menos intensas.

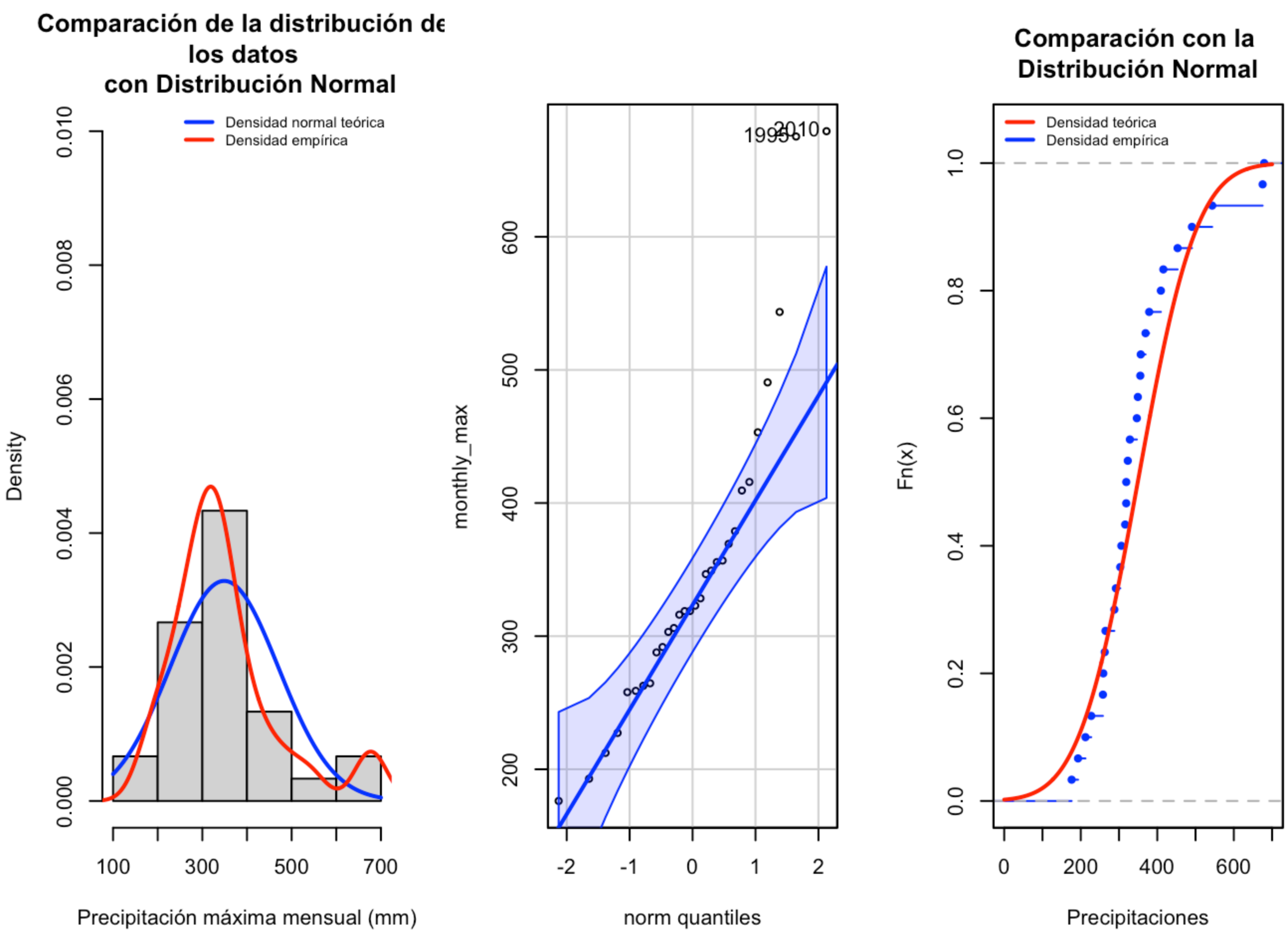
Análisis de Frecuencias - Método Analítico

Ajuste a una Distribución Normal

Para determinar si los datos de precipitación máxima mensual de Oaxaca siguen una distribución normal, se realizaron tanto análisis visuales como pruebas de bondad de ajuste. A continuación se describen los pasos seguidos y los resultados obtenidos.

```
## Loading required package: carData
```

```
## 2010 1995
##   17    2
```



1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma junto con la función de densidad empírica de los datos y se superpuso una curva de densidad normal con los parámetros calculados a partir de los mismos datos. La distribución normal teórica se representa en azul, mientras que la densidad empírica se muestra en rojo. La comparación sugiere que los datos no se ajustan perfectamente a una distribución normal. Existen diferencias significativas en la forma, lo que indica posibles desviaciones de la normalidad.

Parámetros de la Distribución Normal: La distribución normal tiene dos parámetros: la media y la desviación estándar. Estos parámetros se calcularon directamente a partir de los datos.

2. **Gráfica Q-Q Plot**: Se generó una gráfica Q-Q plot para observar si los datos siguen la distribución normal. En esta gráfica, los valores observados se comparan con los cuantiles teóricos de una distribución normal. La gráfica muestra desviaciones en los puntos más altos, lo que indica que los datos no siguen una distribución normal de manera exacta. Esta desviación en los extremos sugiere la presencia de valores atípicos o una distribución con colas más pesadas que la normal.

3. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. La línea roja representa la distribución teórica de la normalidad, mientras que la línea azul representa la distribución acumulada de los datos. La ojiva empírica no coincide completamente con la teórica, especialmente en los valores extremos, lo que indica que los datos no se distribuyen normalmente.

4. **Pruebas de Bondad de Ajuste**: Se realizaron dos pruebas estadísticas de bondad de ajuste:

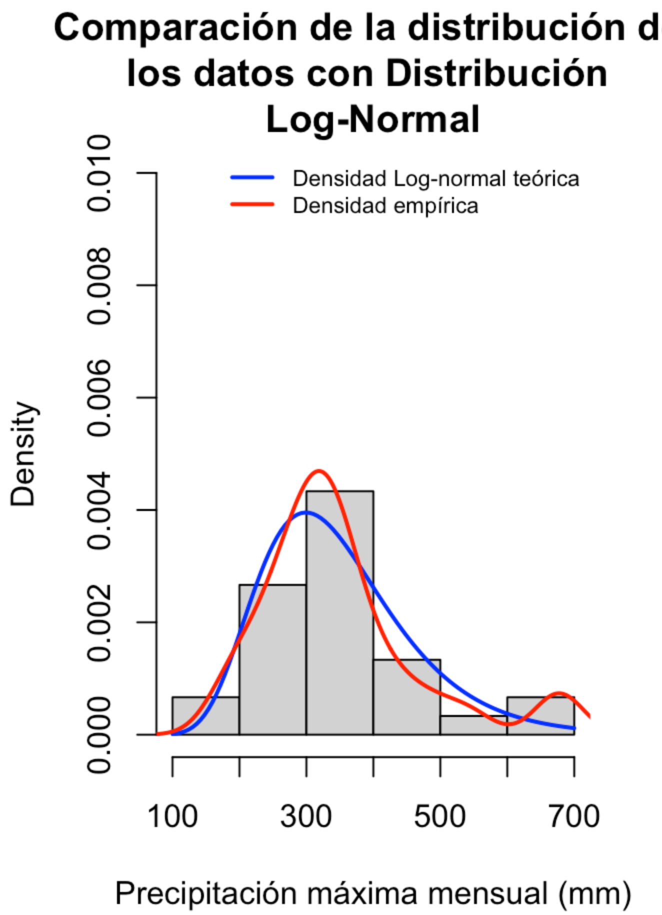
    - **Prueba de Shapiro-Wilk**: Esta prueba evalúa la hipótesis nula H_0: “Los datos provienen de una distribución normal” contra la alternativa H_1: “Los datos no provienen de una distribución normal”.
    - **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Similarmente, esta prueba verifica si los datos siguen una distribución normal con los parámetros de media y desviación estándar estimados.

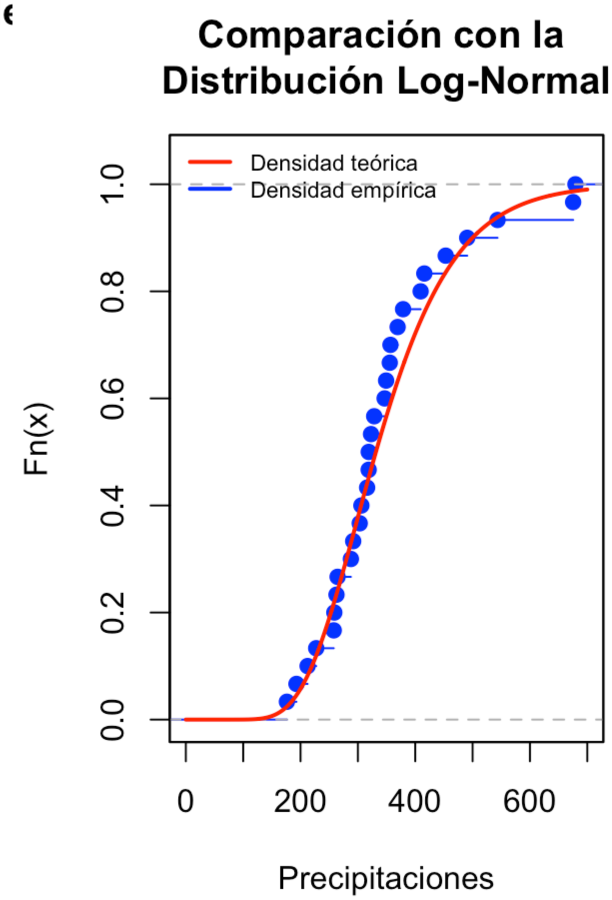
    Resultados de las Pruebas: Las pruebas obtienen valores que difieren mucho, valor-p = 0.002 para Shapiro-Wilk y valor-p = 0.28 para Kolmogorov-Smirnov, lo que indica que para Kolmogorov-Smirnov, los datos se distribuyen normalmente mientras que para Shapiro-Wilk no, considerando un $\alpha = 0.05$.

    Conclusión: Debido a que la prueba de Shapiro-Wilk es más exigente para definir normalidad, se considera que estos datos no se distribuyen normalmente.

Ajuste a una distribución Log-Normal

Para determinar si los datos de precipitación máxima mensual de Oaxaca siguen una distribución log-normal, se realizaron análisis visuales y una prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS). A continuación se describen los pasos y los resultados obtenidos.





1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma junto con la función de densidad empírica de los datos y se superpuso una curva de densidad log-normal con los parámetros calculados a partir de los mismos datos. La densidad log-normal teórica se muestra en azul, mientras que la densidad empírica está en rojo. Observando el histograma, parece que los datos se ajustan mejor a una distribución log-normal que a una normal, ya que la densidad teórica y empírica tienen formas similares, especialmente en el rango intermedio de valores. Sin embargo, existen ligeras diferencias en los valores extremos.

2. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. En el gráfico, la línea roja representa la distribución teórica log-normal, mientras que la azul representa la acumulada empírica de los datos. Las distribuciones acumuladas empírica y teórica son similares en la mayoría del rango de los datos, aunque existen pequeñas desviaciones en los extremos. Esto sugiere que una distribución log-normal podría ser adecuada para modelar los datos de precipitación.

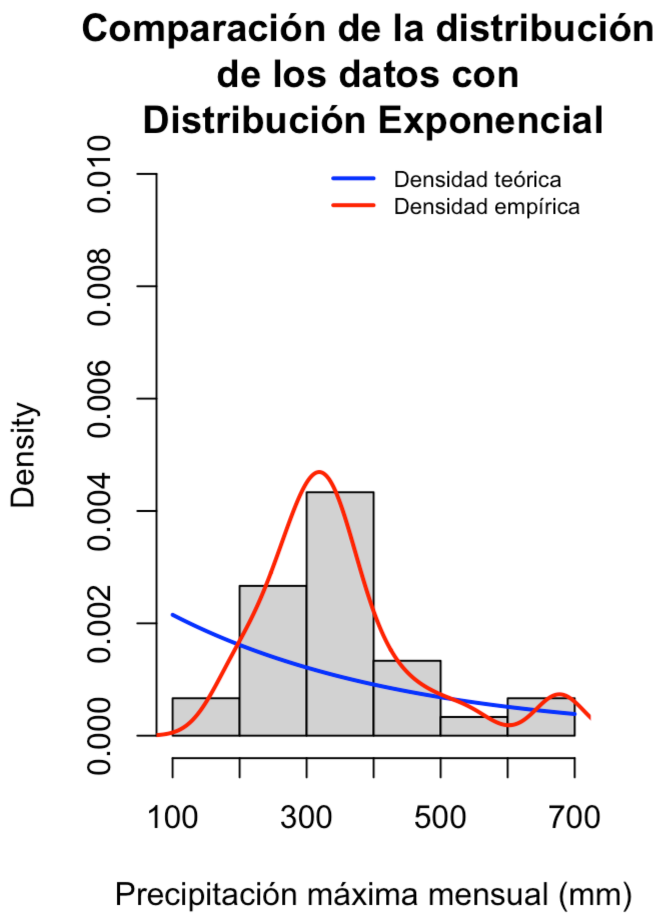
3. **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Se utilizó la prueba KS para evaluar si los datos siguen una distribución log-normal. Esta prueba compara la distribución acumulada empírica de los datos con la distribución acumulada teórica de la log-normal.

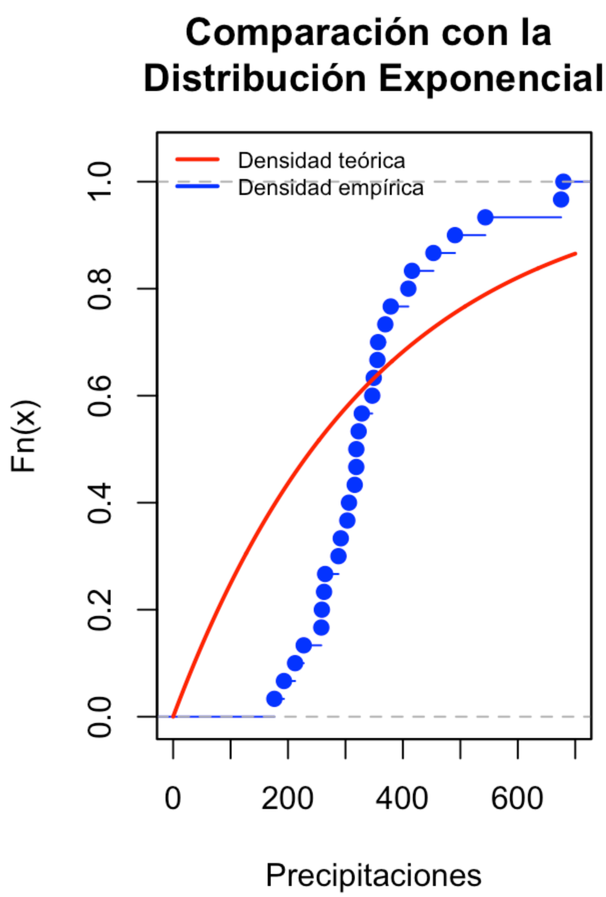
   Resultados de la Prueba: El estadístico de la prueba KS y su p-valor nos indican si podemos rechazar la hipótesis nula H_0: “Los datos provienen de una distribución log-normal” o si se debe considerar la hipótesis alternativa H_1: “Los datos no provienen de una distribución log-normal”. En este caso, el p-valor es muy alto, de 0.83, por lo que esta distribución podría utlizarse para modelar las precipitaciones máximas mensuales.

4. **Parámetros de la Distribución Log-Normal**: La distribución log-normal se caracteriza por dos parámetros: la media y la desviación estándar de los logaritmos de los datos. Estos parámetros se calcularon mediante el método de momentos, utilizando el logaritmo de los datos para garantizar una correcta estimación.

Ajuste a una Distribución Exponencial

Para determinar si los datos de precipitación máxima mensual de Oaxaca siguen una distribución exponencial, se realizaron análisis visuales y una prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS). A continuación se describen los pasos y los resultados obtenidos.





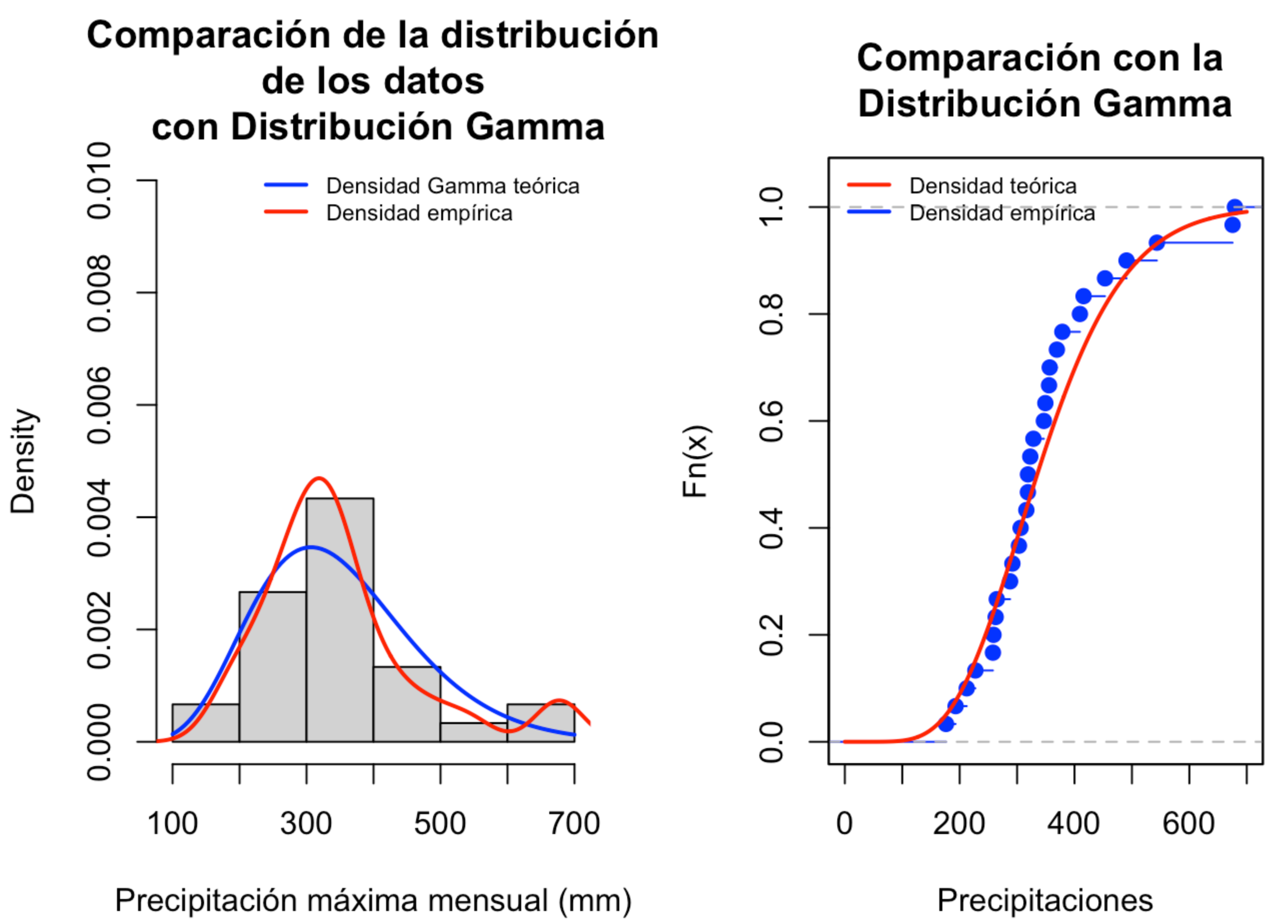
1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma junto con la función de densidad empírica de los datos y se superpuso una curva de densidad exponencial con los parámetros calculados a partir de los mismos datos. La densidad teórica se muestra en azul, mientras que la densidad empírica está en rojo. Al observar el histograma, se nota que los datos no se ajustan bien a una distribución exponencial, ya que la densidad empírica difiere considerablemente de la teórica a lo largo de todo el rango. Esto sugiere que una distribución exponencial podría no ser adecuada para modelar estos datos.
2. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. En el gráfico, la línea roja representa la distribución teórica exponencial, mientras que la azul muestra la acumulada empírica de los datos. La ojiva empírica difiere de la teórica exponencial, lo cual indica una falta de ajuste entre los datos y la distribución exponencial.
3. **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Se realizó la prueba KS para verificar si los datos siguen una distribución exponencial. Esta prueba compara la distribución acumulada empírica de los datos con la distribución acumulada teórica de la exponencial.

Resultados de la Prueba: La prueba KS arrojó un valor estadístico y un p-valor que permiten evaluar la hipótesis nula H_0: "Los datos provienen de una distribución exponencial" o si se debe considerar la hipótesis alternativa H_1: "Los datos no provienen de una distribución exponencial". En este caso, el p-valor es de practicamente 0, lo que indica que rechazamos la hipótesis nula al nivel de significancia del 5%. Esto sugiere que los datos no siguen una distribución exponencial.

4. **Parámetros de la Distribución Exponencial**: La distribución exponencial se caracteriza por un parámetro, la tasa λ, que se calcula como el inverso de la media de los datos. Este parámetro fue estimado utilizando el método de momentos, que garantiza una correcta estimación de λ.

Ajuste a una Distribución Gamma

Para determinar si los datos de precipitación máxima mensual de Oaxaca siguen una distribución Gamma, se realizaron análisis visuales y una prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS). A continuación se describen los pasos y los resultados obtenidos.



1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma junto con la función de densidad empírica de los datos y se superpuso una curva de densidad Gamma con los parámetros calculados a partir de los mismos datos. La densidad teórica Gamma se muestra en azul, mientras que la densidad empírica está en rojo. Al observar el histograma, parece que los datos tienen un ajuste aceptable a la distribución Gamma, aunque existen ligeras discrepancias en distintas secciones de la distribucion, particularmente a la derecha de la distribución. La forma de la densidad empírica es similar a la teórica, lo cual sugiere que la distribución Gamma podría ser adecuada para modelar los datos de precipitación.

2. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. En el gráfico, la línea roja representa la distribución teórica Gamma, mientras que la azul muestra la acumulada empírica de los datos. La ojiva empírica se aproxima

bien a la teórica en gran parte del rango de los datos, aunque muestra pequeñas desviaciones en los valores entre 300mm y 400mm. Esto sugiere que la distribución Gamma puede ser un modelo adecuado para los datos, con una buena coincidencia en la mayor parte de la distribución.

3. **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Se realizó la prueba KS para verificar si los datos siguen una distribución Gamma. Esta prueba compara la distribución acumulada empírica de los datos con la acumulada teórica de la distribución Gamma.

   Resultados de la Prueba: La prueba KS arrojó un valor estadístico y un p-valor que permiten evaluar la hipótesis nula H_0: “Los datos provienen de una distribución Gamma” contra la hipótesis alternativa H_1: “Los datos no provienen de una distribución Gamma” . En este caso, el valor-p obtenido es de 0.657, lo cual no rechaza la hipótesis nula, por lo que se puede utilizar esta distribución para modelar los datos.

4. **Parámetros de la Distribución Gamma**: La distribución Gamma se caracteriza por dos parámetros: la forma (α) y la tasa (β). Estos parámetros se estimaron usando el método de momentos, calculando:

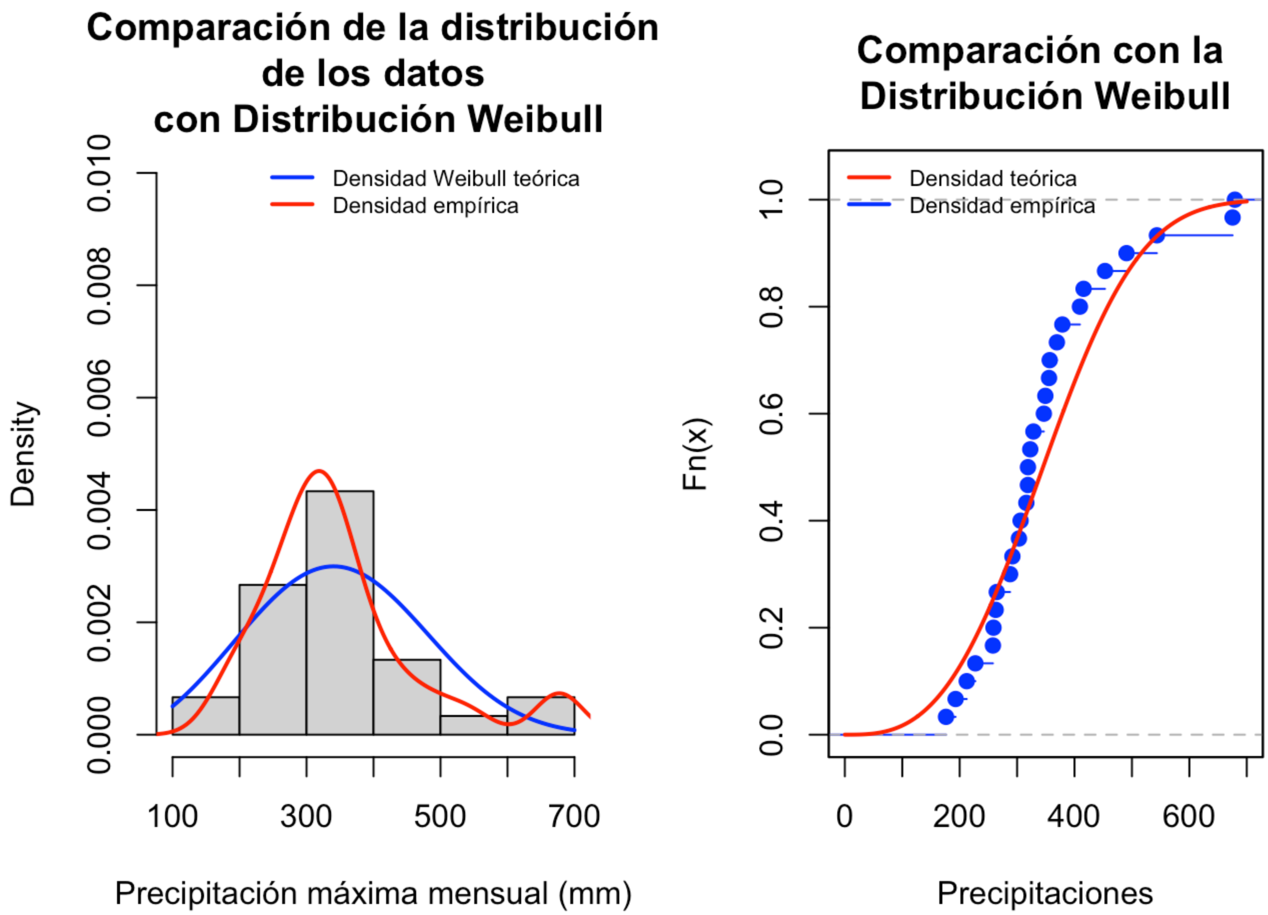
$$\text{shape} = \frac{\text{mean(monthly\\_max)}^2}{\text{var(monthly\\_max)}}$$

$$\text{rate} = \frac{\text{mean(monthly\\_max)}}{\text{var(monthly\\_max)}}$$

   Estos parámetros proporcionan una buena aproximación para modelar la distribución Gamma de los datos de precipitación.

Ajuste a una distribución Weibull

Para determinar si los datos de precipitación máxima mensual de Oaxaca siguen una distribución Weibull, se realizaron análisis visuales y una prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS). A continuación se describen los pasos y los resultados obtenidos.

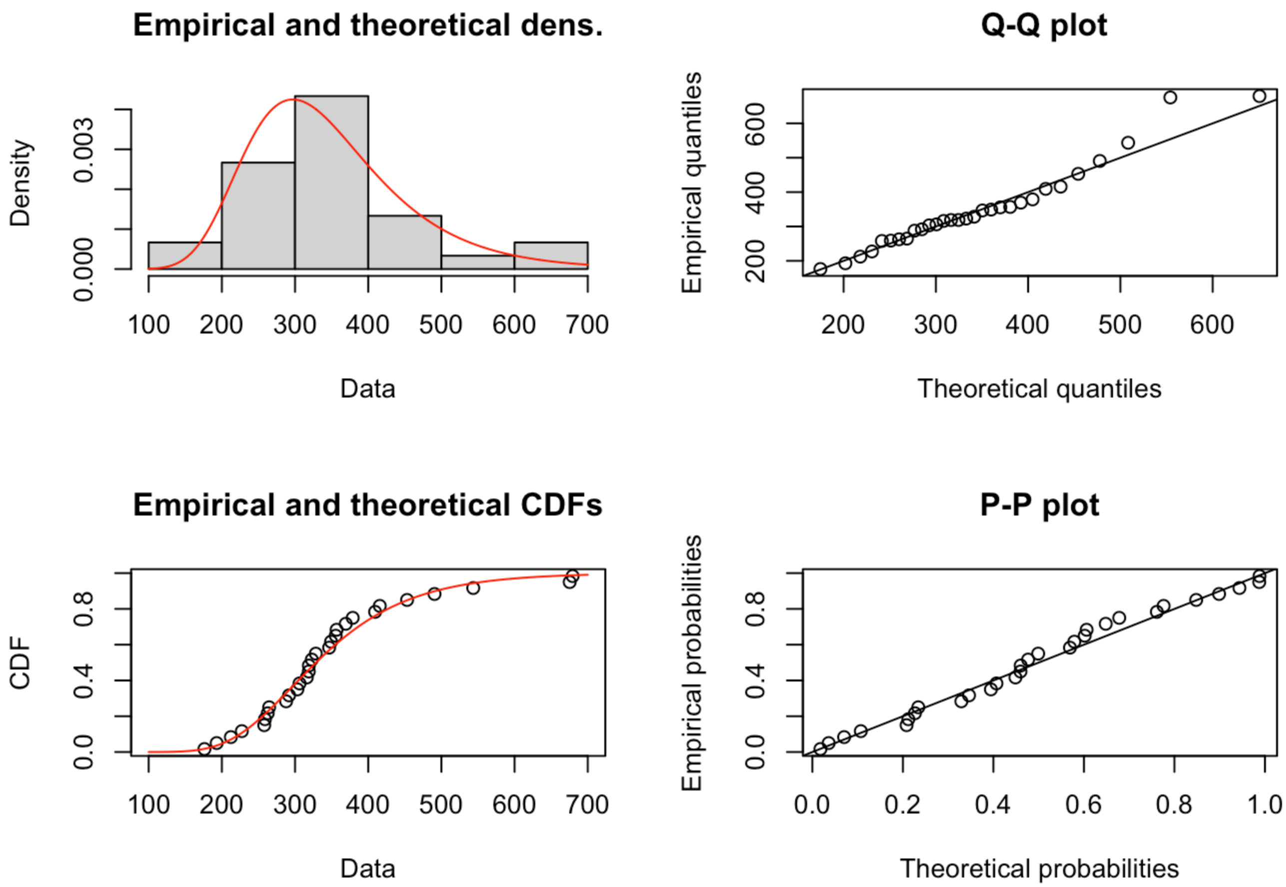


1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma junto con la función de densidad empírica de los datos y se superpuso una curva de densidad Weibull con los parámetros calculados a partir de los mismos datos. La densidad teórica Weibull se muestra en azul, mientras que la densidad empírica está en rojo. Al observar el histograma, parece que los datos no tienen un buen ajuste al compararse con la distribución teórica, los valores no concuerdan a lo largo de toda la distribución, con una diferencia aún mayor en el rango de 200mm a 400mm.
2. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. En el gráfico, la línea roja representa la distribución teórica Gamma, mientras que la azul muestra la acumulada empírica de los datos. La ojiva empírica no se aproxima correctamente a la teórica a lo largo de todo el rango, esto indica que la distribución weibull puede no ser apropiada para modelar estos datos.
3. **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Se realizó la prueba KS para verificar si los datos siguen una distribución Gamma. Esta prueba compara la distribución acumulada empírica de los datos con la acumulada teórica de la distribución Gamma.

   Resultados de la Prueba: La prueba KS arrojó un valor estadístico y un p-valor que permiten evaluar la hipótesis nula H_0: “Los datos provienen de una distribución Weibull” contra la hipótesis alternativa H_1: “Los datos no provienen de una distribución Weibull” . En este caso, el valor-p obtenido es de 0.333, lo cual no rechaza la hipótesis nula, por lo que se puede utilizar esta distribución para modelar los datos.
4. **Parámetros de la Distribución Weibull**: La distribución Weibull se caracteriza por dos parámetros: la forma (k) y la escala (λ). Estos parámetros se estimaron utilizando el método de máxima verosimilitud a partir de los datos de precipitación máxima mensual, mediante la función `fitdistr` en R.

Ajuste a una distribución Gumbel

```
## Loading required package: survival
```



1. **Histograma de la Función de Densidad Empírica**: Se construyó un histograma y se sobrepuso la función de densidad teórica, denotada con una curva roja, se puede observar que la distribución de los datos se asemeja a la curva, dando un indicador de que es probable que estos sigan una distribucion Gumbel.

2. **Comparación de Distribuciones de Probabilidad Acumuladas (Ojiva)**: Se compararon las distribuciones de probabilidad acumulada empírica y teórica. En el gráfico, la línea roja representa la distribución teórica Gamma, mientras que los puntos denotan la empírica, los datos empíricos siguen muy de cerca la curva teórica, por lo que es posible que se trate de una distribución Gumbel.

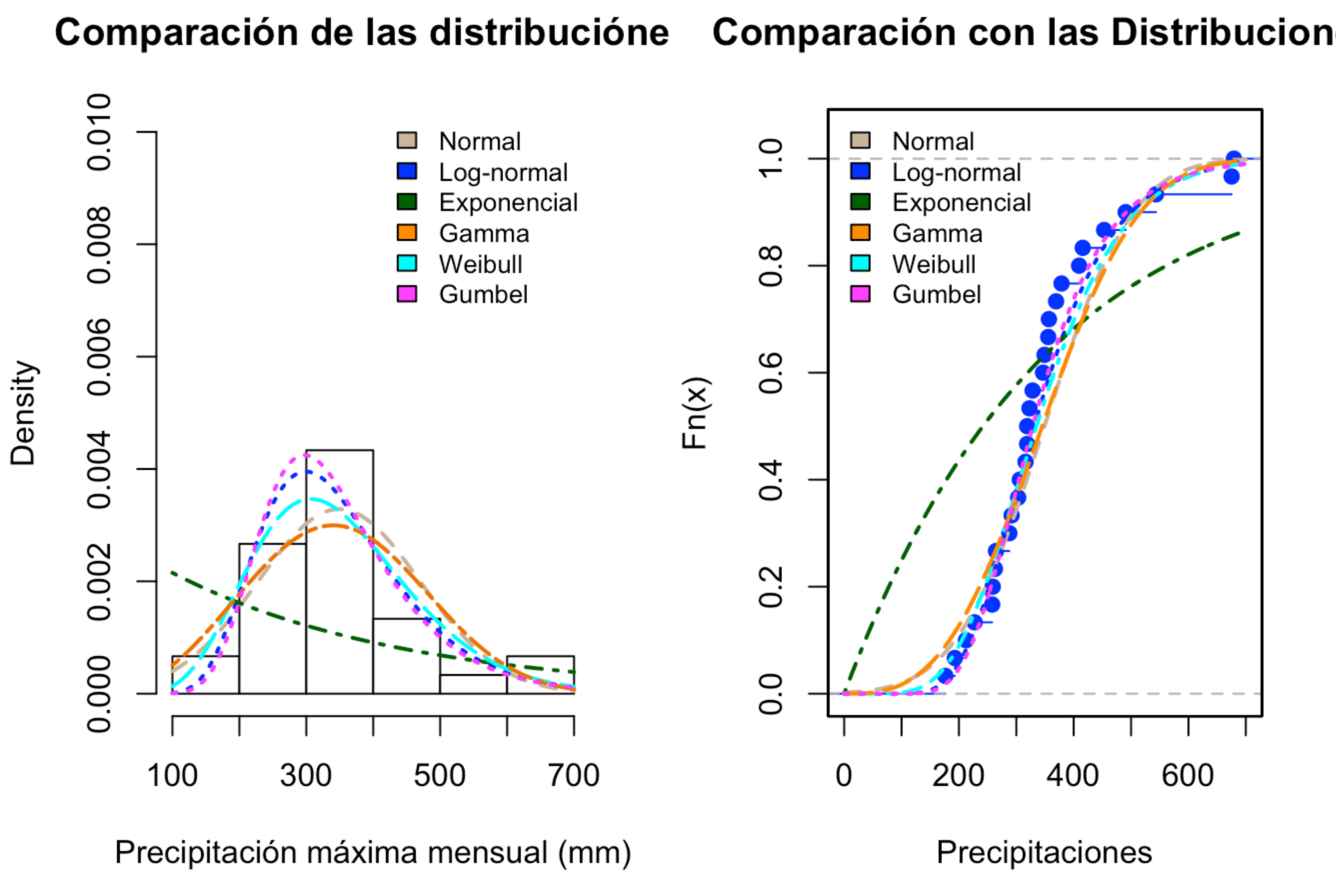
3. **Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)**: Se realizó la prueba KS para verificar si los datos siguen una distribución Gumbel. Esta prueba compara la distribución acumulada empírica de los datos con la acumulada teórica de la distribución Gamma.

   Resultados de la Prueba: La prueba KS arrojó un valor estadístico y un p-valor que permiten evaluar la hipótesis nula H_0: "Los datos provienen de una distribución Gumbel" contra la hipótesis alternativa H_1: "Los datos no provienen de una distribución Gumbel" . En este caso, el valor-p obtenido es de 0.999, lo cual no rechaza la hipótesis nula, estos datos siguen una distribución Gumbel casi a la perfección, por lo que sin duda alguna puede utilizarse para modelar estos datos.

4. **Parámetros de la Distribución Gumbel**: La distribución Gumbel se caracteriza por dos parámetros: la localización (a) y la escala (b). Estos parámetros se estimaron utilizando el método de máxima verosimilitud a partir de los datos de precipitación máxima mensual, mediante la función `fitdist` en R.

Comparación y conclusiones

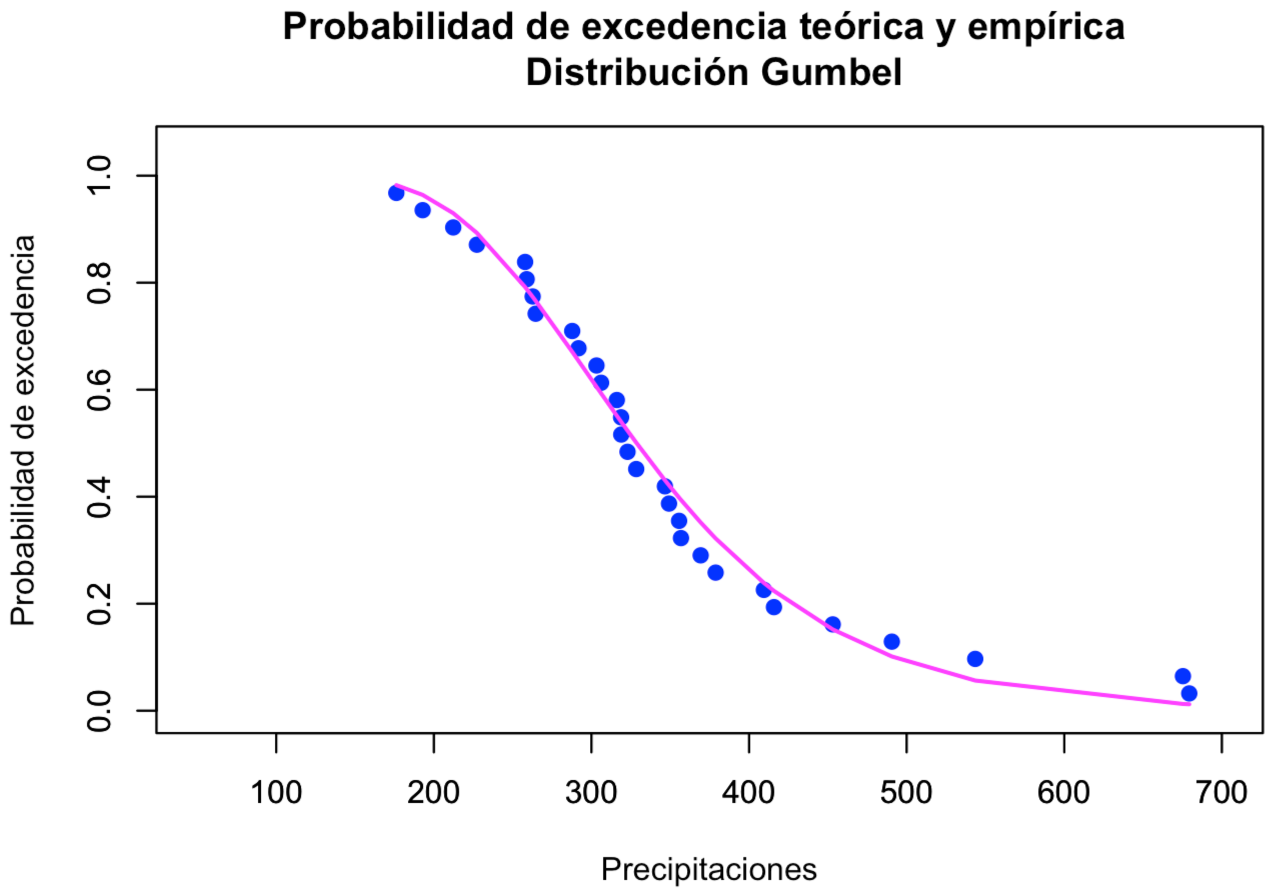
Para comparar más facilmente las curvas de ajuste de todas las distribuciones, se graficaron en una sola imagen:



Se puede observar que hay múltiples distribuciones que se asemejan a la distribución empírica, sin embargo, a partir del análisis de los gráficos y de la reafirmación con las pruebas de hipótesis, la distribución Gumbel es la que más se adapta a las precipitaciones máximas mensuales del estado de Oaxaca.

Diseño de obras hidráulicas

Se desea diseñar una presa derivadora para una zona de riego mediana. El intervalo del periodo de retorno recomendado para esta zona es de 100 a 500 años.



Como se puede observar, la cercanía de la distribución empírica con la distribución Gumbel teórica indica que esta fue la selección adecuada para modelar las precipitaciones del estado de Oaxaca, con esto se puede proceder a realizar el diseño de obras hidráulicas. El grafico indica la probabilidad de excedencia dependiendo de la cantidad de precipitación, esto significa que muestra la probabilidad de obtener un precipitación igual o mayor.

Discusión y conclusiones

- Interpretación del Valor de Precipitación Máxima para un Periodo de Retorno de 100 Años.

El valor de precipitación máxima para un periodo de retorno de 100 años (695.31 mm) representa una aproximación de la cantidad de precipitación mensual máxima que se podría esperar en Oaxaca una vez cada 100 años. Este valor es esencial para entender la magnitud de eventos de precipitación extremos, que, aunque poco frecuentes, pueden tener un impacto significativo en el diseño de infraestructura y la planificación de recursos hídricos.

- Efecto de Incrementar el Periodo de Retorno.

Al aumentar el periodo de retorno, se incrementa la precipitación máxima esperada. Como se observa en los resultados, un periodo de retorno de 500 años genera un valor de precipitación de diseño de 835.0369 mm, mayor que el de 100 años. Esto se debe a que los eventos de mayor intensidad tienen menor probabilidad de ocurrencia, lo que significa que un evento extremo se espera en intervalos de tiempo más largos.

- Variación en el Caudal Máximo con Datos de Diferentes Estados.

Es poco probable que el caudal máximo calculado sea el mismo si se utilizan datos históricos de otro estado. Las condiciones climáticas, geográficas y topográficas varían entre regiones, lo que afecta directamente la distribución de las precipitaciones y, en consecuencia, los valores de precipitación de diseño. Por ejemplo, en un estado con mayor exposición a huracanes o eventos de lluvias extremas, los valores de precipitación máxima pueden ser significativamente diferentes a los obtenidos para Oaxaca.

- Importancia de Diseñar Obras Hidráulicas en Base a Periodos de Retorno.

Diseñar obras hidráulicas considerando periodos de retorno es fundamental para asegurar que las infraestructuras puedan manejar eventos extremos dentro de un nivel de riesgo aceptable. Un periodo de retorno adecuado permite que los proyectos se construyan para soportar eventos de cierta magnitud sin sobre-dimensionarse o subestimarse, optimizando los costos y reduciendo riesgos de falla. Este enfoque es esencial para la sostenibilidad y la seguridad en la gestión de recursos hídricos y en la construcción de presas, canales y otros elementos de control de aguas.

- Relevancia de Conocer la Distribución de Probabilidad que Mejor Ajusta los Datos Históricos.

Conocer la distribución de probabilidad adecuada permite realizar estimaciones más precisas de los valores extremos y entender el comportamiento de eventos extremos a largo plazo. Esto es crucial para los análisis de riesgo y para la planificación de la infraestructura, ya que una distribución incorrecta podría subestimar o sobreestimar los eventos de precipitación, lo que implicaría riesgos potenciales de diseño. En este caso, el uso de la distribución de Gumbel proporciona una base confiable para modelar las precipitaciones extremas en Oaxaca.

- Exploración de Otros Periodos de Retorno.

```
##   Periodo_Retorno Precipitacion_Diseño
## 1             100             695.3099
## 2             200             755.5550
## 3             500             835.0369
```

La exploración de periodos de retorno de 100, 200 y 500 años ha permitido observar la variación en los valores de precipitación de diseño. Esta práctica es útil para evaluar diferentes escenarios de riesgo, ya que cada periodo de retorno representa un nivel de riesgo asociado con la frecuencia de ocurrencia de eventos extremos. Así, seleccionar un periodo de retorno adecuado depende de la importancia de la infraestructura y del riesgo aceptable que la sociedad está dispuesta a asumir para su construcción y mantenimiento.

Referencias

Schneider, U., Ziese, M., Becker, A., Meyer-Christoffer, A., & Finger, P. (2015). Global precipitation analysis products of the GPCC. Deutscher Wetterdienst, Offenbach a. M., Germany.

Granato, G. E., Church, P. E., & Owens, D. W. (2003). National Highway Runoff Water-Quality Data and Methodology Synthesis Volume I – Technical issues for monitoring highway runoff and urban stormwater.

Ramírez, J. A. (2000). Prediction and Modeling of Flood Hydrology and Hydraulics. Citeseer.