Práctica 7: Árboles

Entrega de la práctica

Para entregar la práctica debes subir a Moodle el fichero `practica07.rkt` con una cabecera inicial con tu nombre y apellidos, y las soluciones de cada ejercicio separadas por comentarios. Cada solución debe incluir:

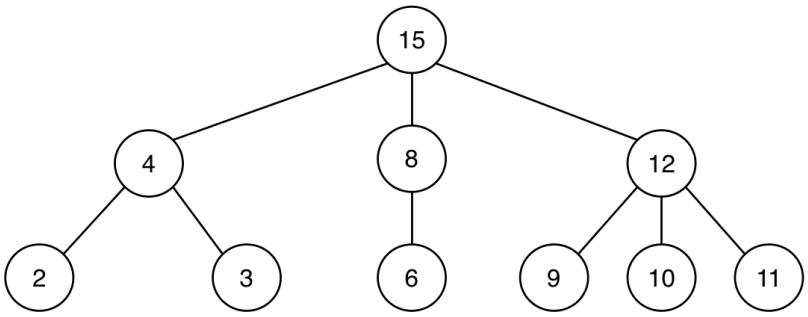
- La **definición de las funciones** que resuelven el ejercicio.
- Un conjunto de **pruebas** que comprueben su funcionamiento utilizando el API `RackUnit`.

Ejercicios

> ⚠ **Importante**
>
> Antes de empezar la práctica debes haber estudiado los apartados de árboles genéricos [https://domingogallardo.github.io/apuntes-lpp/teoria/tema04-estructuras-recursivas/tema04-estructuras-recursivas.html#arboles] y árboles binarios [https://domingogallardo.github.io/apuntes-lpp/teoria/tema04-estructuras-recursivas/tema04-estructuras-recursivas.html#arboles-binarios] del tema 4 de teoría.
>
> Copia al principio de la práctica las funciones de las barreras de abstracción de árboles y árboles binarios y utiliza esas funciones en todos los ejercicios cuando estés realizando operaciones sobre árboles.

Ejercicio 1

a.1) Escribe la sentencia en Scheme que define el siguiente árbol genérico y escribe **utilizando las funciones de la barrera de abstracción de árboles** una expresión que devuelva el número 10.




```
(define arbol '(------------))
(check-equal? ------------------- 10)
```

a.2) Las funciones que suman los datos de un árbol utilizando recursión mutua y que hemos visto en teoría son las siguientes:

```
(define (suma-datos-arbol arbol)
    (+ (dato-arbol arbol)
       (suma-datos-bosque (hijos-arbol arbol))))

(define (suma-datos-bosque bosque)
    (if (null? bosque)
        0
        (+ (suma-datos-arbol (car bosque))
           (suma-datos-bosque (cdr bosque)))))
```

Si realizamos la siguiente llamada a la función `suma-datos-bosque`, siendo `arbol` el definido en el apartado anterior:

```
(suma-datos-bosque (hijos-arbol arbol))
```

1. ¿Qué devuelve la invocación a `(suma-datos-arbol (car bosque))` que se realiza dentro de la función?
2. ¿Qué devuelve la primera llamada recursiva a `suma-datos-bosque`?

Escribe la contestación a estas preguntas como comentarios en el fichero de la práctica.

a.3) La función de orden superior que hemos visto en teoría y que realiza también la suma de los datos de un árbol es:

```
(define (suma-datos-arbol-fos arbol)
   (foldr + (dato-arbol arbol)
```

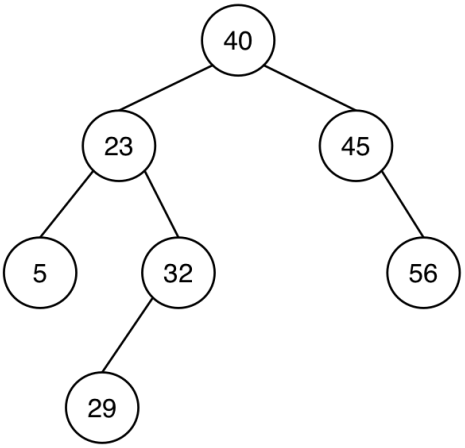
```
3         (map suma-datos-arbol-fos (hijos-arbol arbol))))
```

Si realizamos la siguiente llamada a la función, siendo `arbol` el definido en el apartado anterior:

```
1  (suma-datos-arbol-fos arbol)
```

1. ¿Qué devuelve la invocación a `map` dentro de la función?
2. ¿Qué invocaciones se realizan a la función `+` durante la ejecución de `foldr` sobre la lista devuelta por la invocación a `map` ? Enuméralas en orden, indicando sus parámetros y el valor devuelto en cada una de ellas.

b.1) Escribe la sentencia en Scheme que define el siguiente árbol binario y escribe **utilizando las funciones de la barrera de abstracción de árboles binarios** una expresión que devuelva el número 29.




```
1  (define arbolb '(------------------))
2  (check-equal? ---------------------- 29)
```

Ejercicio 2

a) Implementa dos versiones de la función `(to-string-arbol arbol)` que recibe un árbol de símbolos y devuelve la cadena resultante de concatenar todos los símbolos en recorrido preorden. Debes implementar una versión con recursión mutua y otra (llamada `to-string-arbol-fos`) con una única función en la que se use funciones de orden superior.

Ejemplo:

```
(define arbol2 '(a (b (c (d)) (e)) (f)))
(to-string-arbol arbol2) ; ⇒ "abcdef"
```

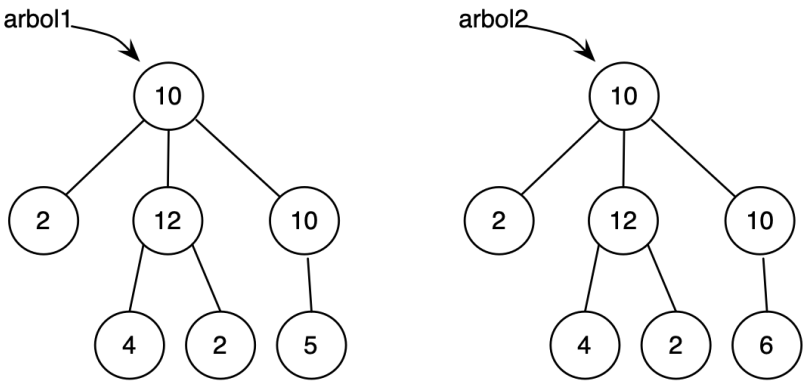
b) Implementa dos versiones de la función `(veces-arbol dato arbol)` que recibe un árbol y un dato y comprueba el número de veces que aparece el dato en el árbol. Debes implementar una función con recursión mutua y otra con funciones de orden superior.

```
(veces-arbol 'b '(a (b (c) (d)) (b (b) (f)))) ; ⇒ 3
(veces-arbol 'g '(a (b (c) (d)) (b (b) (f)))) ; ⇒ 0
```

Ejercicio 3

a) Implementa dos versiones de la función `(hojas-cumplen pred arbol)` que recibe un predicado y un árbol y devuelve una lista con todas aquellas hojas del árbol que cumplen el predicado. Una función con recursión mutua y otra con funciones de orden superior.

Para evitar complicar la función de orden superior, suponemos que el árbol inicial que pasamos como parámetro no es un árbol hoja.




```
(define arbol1 '(10 (2) (12 (4) (2)) (10 (5))))
(define arbol2 '(10 (2) (12 (4) (2)) (10 (6))))
(hojas-cumplen even? arbol1) ; ⇒ '(2 4 2)
(hojas-cumplen even? arbol2) ; ⇒ '(2 4 2 6)
```

b) Implementa dos versiones del predicado `(todas-hojas-cumplen? pred arbol)` que comprueba si todas las hojas de un árbol cumplen un determinado

predicado. Una función con recursión mutua y otra con funciones de orden superior.

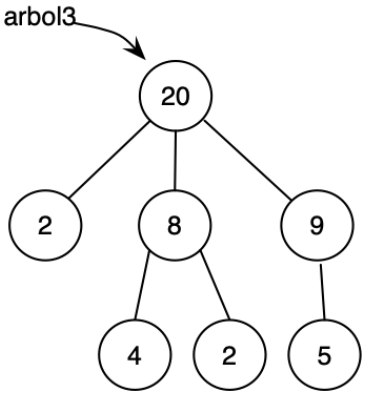
No debes usar la función anterior, tienes que hacer un recorrido por todo el árbol. Para la función de orden superior puedes usar la función `for-all?` implementada en el tema 2 [https://domingogallardo.github.io/apuntes-lpp/teoria/tema02-programacion-funcional/tema02-programacion-funcional.html#funciones-de-orden-superior].

```
(todas-hojas-cumplen? even? arbol1) ; ⇒ #f
(todas-hojas-cumplen? even? arbol2) ; ⇒ #t
```

Ejercicio 4

a) Implementa, utilizando funciones de orden superior, la función `(suma-raices-hijos arbol)` que devuelva la suma de las raíces de los hijos de un árbol genérico.

Ejemplo:




```
(define arbol3 '(20 (2) (8 (4) (2)) (9 (5))))
(suma-raices-hijos arbol3) ; ⇒ 19
(suma-raices-hijos (cadr (hijos-arbol arbol3))) ; ⇒ 6
```

b) Implementa dos versiones, una con recursión mutua y otra con funciones de orden superior, de la función `(raices-mayores-arbol? arbol)` que recibe un árbol y comprueba que su raíz sea mayor que la suma de las raíces de los hijos y que todos los hijos (nos referimos a todos los descendientes) cumplen también esta propiedad.

Ejemplos:

```
(raices-mayores-arbol? arbol3) ; ⇒ #t
(raices-mayores-arbol? '(20 (2) (8 (4) (5)) (9 (5)))) ; ⇒ #f
```

c) Define la función `(comprueba-raices-arbol arbol)` que recibe un arbol y que devuelve otro arbol en el que los nodos se han sustituido por 1 o 0 según si son mayores que la suma de las raíces de sus hijos o no.

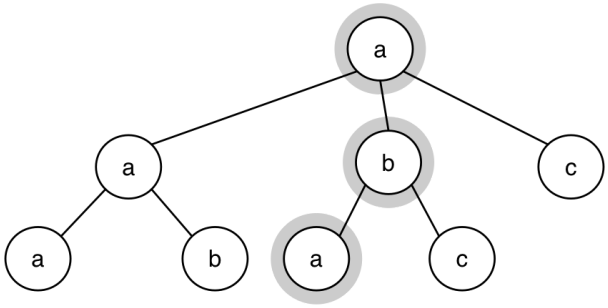
Ejemplos:

```
(comprueba-raices-arbol arbol3) ; ⇒ (1 (1) (1 (1) (1)) (1
(1)))
(comprueba-raices-arbol '(20 (2) (8 (4) (5)) (9 (5))))
; ⇒ (1 (1) (0 (1) (1)) (1 (1)))
```

Ejercicio 5

a) Define la función `(es-camino? lista arbol)` que debe comprobar si la secuencia de elementos de la lista se corresponde con un camino del árbol que empieza en la raíz y que termina exactamente en una hoja. Suponemos que `lista` contiene al menos un elemento

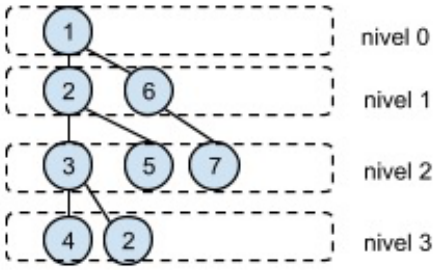
Por ejemplo, la lista `(a b a)` sí que es camino en el siguiente árbol, pero la lista `(a b)` no.



Ejemplos: suponiendo que `arbol` es el árbol definido por la figura anterior:

```
(es-camino? '(a b a) arbol) ⇒ #t
(es-camino? '(a b) arbol) ⇒ #f
(es-camino? '(a b a b) arbol) ⇒ #f
```

b) Escribe la función `(nodos-nivel nivel arbol)` que reciba un nivel y un árbol genérico y devuelva una lista con todos los nodos que se encuentran en ese nivel.



Ejemplos, suponiendo que `arbol` es el árbol definido por la figura anterior:

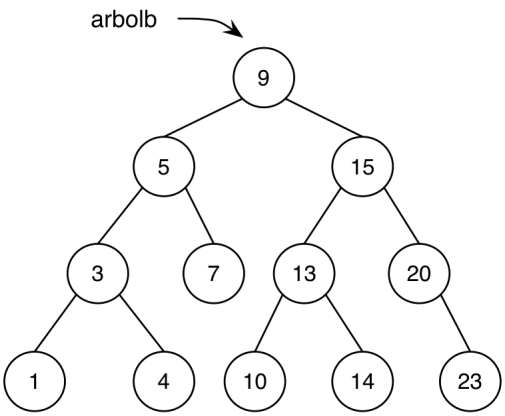
```
(nodos-nivel 0 arbol) ⇒ '(1)
(nodos-nivel 1 arbol) ⇒ '(2 6)
(nodos-nivel 2 arbol) ⇒ '(3 5 7)
(nodos-nivel 3 arbol) ⇒ '(4 2)
```

Ejercicio 6

Dado un árbol binario y un camino definido como una lista de símbolos: `'(< > = > > =)` en el que:

- `<` : indica que nos vamos por la rama izquierda
- `>` : indica que nos vamos por la rama derecha
- `=` : indica que nos quedamos con el dato de ese nodo.

Implementa la función `(camino-b-tree b-tree camino)` que devuelva una lista con los datos recogidos por el camino.



```
(camino-b-tree b-tree '(= < < = > =)) ⇒ '(9 3 4)
(camino-b-tree b-tree '(> = < < =)) ⇒ '(15 10)
```

Domingo Gallardo, Cristina Pomares, Antonio Botía, Francisco Martínez