Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Económica, Estadística y Ciencias Sociales

Escuela Profesional de Ingeniería Estadística

Aplicación de procesos puntuales espaciales para la distribución de árboles en la selva tropical

Trabajo presentado por:

Oscar Diego Fernando Cutipa Luque

Profesor:

PhD. Erick Chacon Montalvan

Curso:

Estadística Espacial

2023

Resumen

Este trabajo presenta una aplicación de procesos puntuales espaciales en los árboles de Beilschmiedi en la selva tropical.

Se presentan datos de ubicaciones de los árboles, de esta manera a través de los procesos puntuales se logra identificar zonas de mayor intensidad de árboles por m^2. Se analizó la aleatoriedad de esta distribución utilizando pruebas de chi cuadrado. Posteriormente se trabajo con kernels para estimar la intensidad. De esta manera se logró ver que zonas presentan menor cantidad de árboles y que zonas presentan una mayor cantidad de árboles.

A continuación se propuso 3 modelos utilizando covariables espaciales dados por la data bei.extra, como elevación y pendiente de la zona tropical. Logrando identificar que la pendiente tiene una mayor relación con la intensidad de árboles por m^2. Finalmente el mejor modelo propuesto fue el que utilizó ambas covariables espaciales.

Palabras clave: Proceso puntual espacial, intensidad, covariable espaciales.

Abstract

This work presents an application of spatial point processes in Beilschmiedi trees in the rainforest.

Se presentan datos de ubicaciones de los árboles, de esta manera a través de los procesos puntuales se logra identificar zonas de mayor intensidad de árboles por m^2. Se analizó la aleatoriedad de esta distribución utilizando pruebas de chi cuadrado. Posteriormente se trabajo con kernels para estimar la intensidad. De esta manera se logró ver que zonas presentan menor cantidad de árboles y que zonas presentan una mayor cantidad de árboles.

Next, three models were proposed using spatial covariates provided by the bei.extra data, such as elevation and slope of the tropical zone. It was found that slope had a stronger relationship with tree density per square meter. Finally, the best proposed model incorporated both spatial covariates.

Keywords: Spatial point process, intensity, spatial covariate..

Índice

1. Introducción

1.1. Objetivos

- Identificar que tipo de proceso de Poisson es la distribución de árboles Beilschmiedi en la selva tropical
- Encontrar una estimación para la intensidad de los árboles Beilschmiedia en la selva tropical.
- Identificar las covariables espaciales relacionadas a la intensidad de árboles Beilschmiedi en la selva tropical.

El presente trabajo utiliza los base de datos bei y bei.extra del paquete en R spatstat.

1.2. Datos

Estos datos es de tipo patron puntual y representa las ubicaciones de 3605 árboles en una selva tropical. El objetivo de este trabajo será en determinar aquellas covariables más influyentes en la intensidad

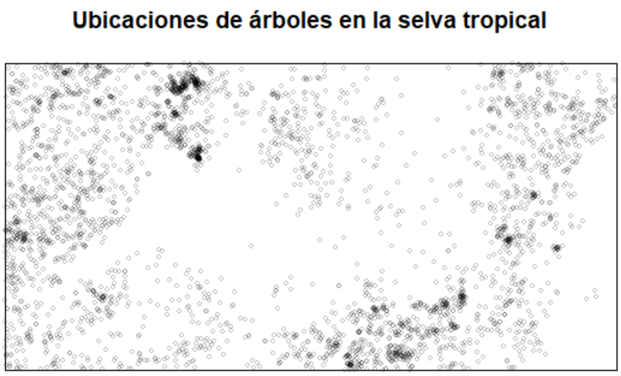

Figura 1: Distribución de árboles en la selva tropical

de los árboles en la selva tropical. Para ello será necesario comprobar si estos datos siguen un proceso de Poisson homogéneo o no.

2. Análisis exploratorio

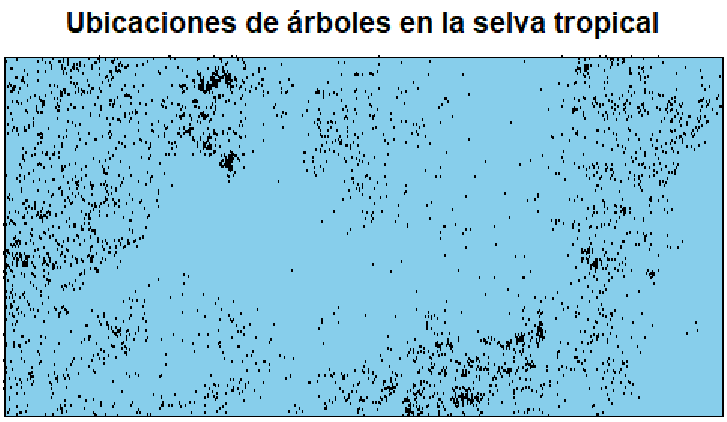

Figura 2: Distribución de árboles en una ventana de observación de [0, 1000] x [0, 500] metros

De manera visual podemos observar que los puntos no parecen seguir un patron aleatorio, ya que vemos una mayor concentración en zonas como en la esquina inferior izquierda, en la esquina inferior derecha(concentración menos densa). Sin embargo en una parte del centro se observa una muy baja concentración de árboles.
Por ello vamos a utilizar la prueba chi cuadrado que me va permitir a través de una prueba de hipótesis identificar si es un proceso homogéneo o no.

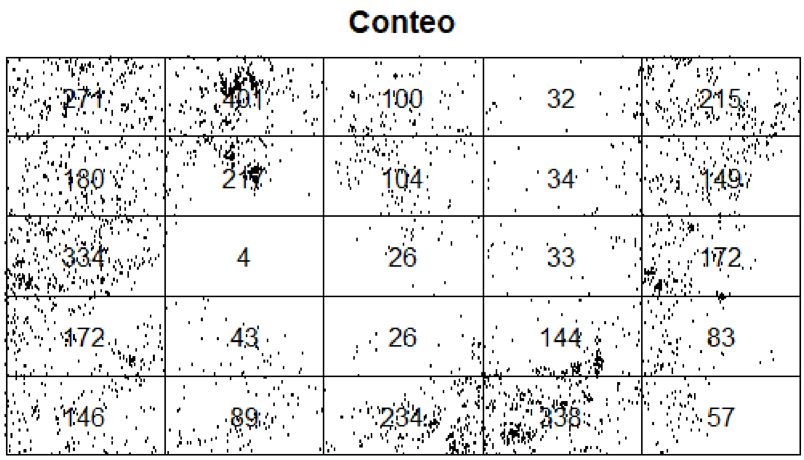

Figura 3: Conteo de Cuadrantes de los árboles de la selva tropical divididos en 25 cuadrantes

2.1. Prueba Chi cuadrado

Para tomar una decisión será necesario realizar la prueba chi cuadrado. Por ello realizaremos una prueba de hipótesis
H_0 : El proceso puntual siguen una aleatoriedad espacial completa.
H_1 : El proceso puntual no sigue una aleatoriedad espacial completa. Como el p-valor es $< 0{,}05$, entonces

```
> quadrat.test(CD)

        Chi-squared test of CSR using quadrat counts

data:
X2 = 2009.9, df = 24, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two.sided

Quadrats: 5 by 5 grid of tiles
```

Figura 4: Prueba chi cuadrado de CSR

rechazamos la H_0 por ello concluimos que la distribución espacial de los árboles en la zona tropical no sigue una aleatoriedad espacial completa. Esto quiere decir que su función de intensidad no es constante en el espacio y existen zonas con una mayor cantidad de arboles.

2.2. Función K

Una vez identificado los patrones puntuales ahora queremos saber que tipo de modelo de Poisson sigue la distribución de árboles en la zona tropical (Poisson No Homogéneo, Proceso de Clúster o Proceso de Inhibición). Para determinar ello será necesario utilizar la función K, que nos indica un valor proporcional al promedio de los eventos vecinos de cada ubicación.

En este gráfico se muestra la función K teórica que es igual a πr^2, alrededor de esto se presenta un intervalo de confianza basado en 39 simulaciones de un proceso de Poisson Homogéneo con la misma

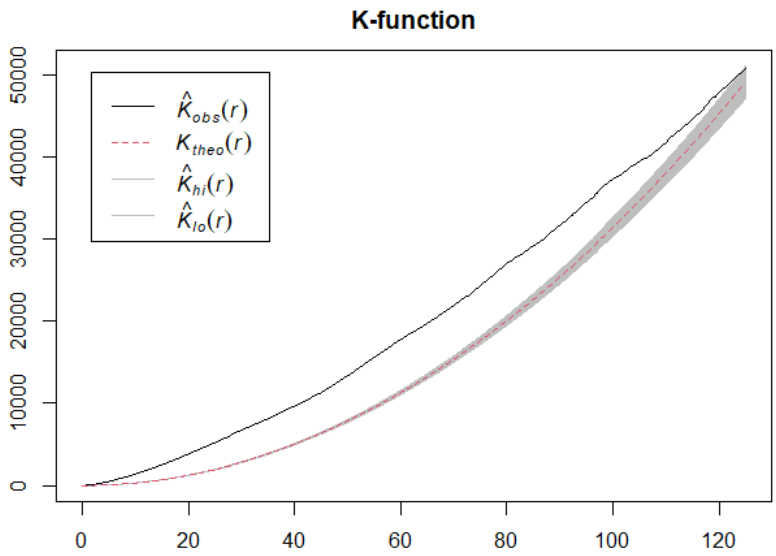

Figura 5: Función K de los árboles en la selva tropical

cantidad de puntos que los árboles en la selva tropical.
Vemos que nuestra función K se encuentra por encima de mi función K teórica durante las diferentes distancias r. Por ello concluiremos que nuestro proceso puntual de Poisson será no Homogéneo.

2.3. Covariables espaciales

Para este ejemplo utilizando la data bei.extra observamos que tenemos 2 covariables espaciales.
La primera covariable espacial está relacionado a la elevación en la selva tropical como se ve en el siguiente gráfico. Observamos que aquellos espacios donde se mantiene una elevación constante presentan una baja

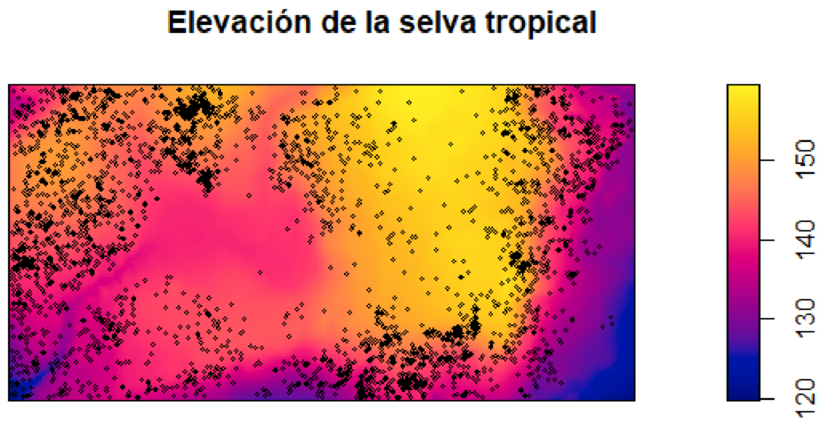

Figura 6: Elevación en la selva tropical junto a la ubicación de los árboles

concentración de árboles, esto puede indicar que los árboles que estamos analizando necesitan estar en un espacio con una elevación cambiente(pendiente).
La segunda covariable espacial está relacionada a la pendiente en la selva tropical.

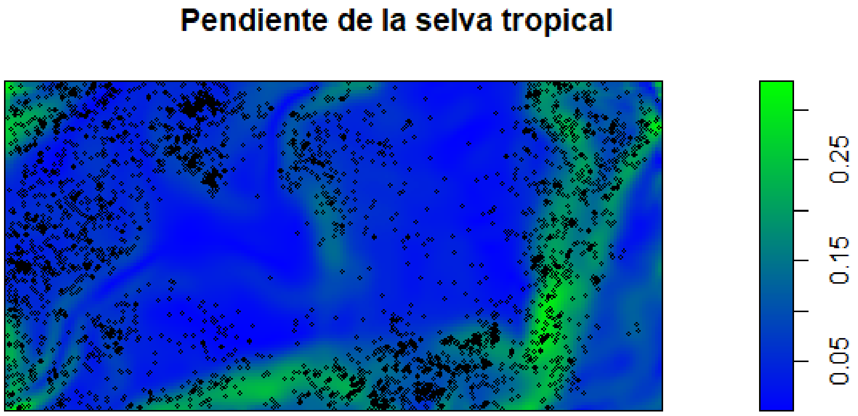

Figura 7: Pendiente en la selva tropical junto a la ubicación de los árboles

Para esta covariable se entiende que pendiente 0 o muy cercana a 0 indica que se el nivel de elevación se mantiene constante. En este gráfico se aprecio con mejor exactitud que en donde ocurre un cambio brusco de la pendiente, por ejemplo el lado derecho, se observa una mayor ocurrencia de puntos cuando ocurre este evento de cambio a una pendiente más alta.

3. Resultados

3.1. Estimación de la intensidad

En este apartado vamos a estimar la intensidad de árboles por m^2 mediante kernels gaussianos. Observamos que efectivamente en el centro de selva tropical tenemos una baja intensidad de árboles

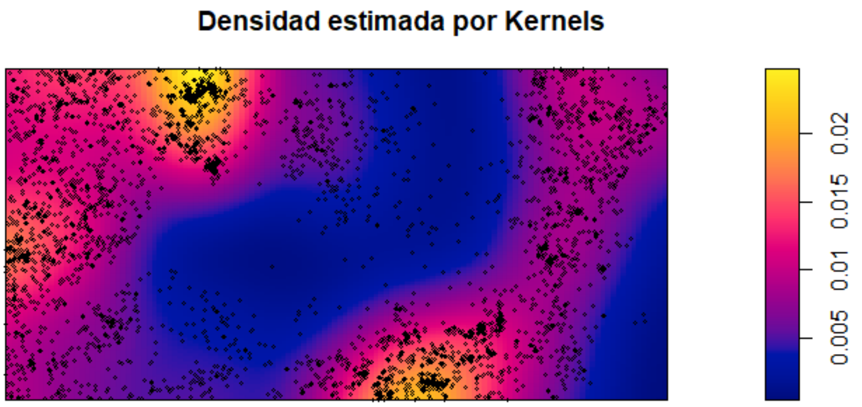

Figura 8: Estimación de los árboles en la selva tropical utilizando kernels

aproximadamente 0.005 árboles por m^2. y en los lugares con una mayor intensidad se presentan en el sector superior izquiero y en el sector inferior central. Vemos que llega a tener una intensidad de 0.025 árboles por m^2.

3.2. Modelos

Vamos a proponer dos modelos de Poisson no homogéneo

$$\log \lambda(x) = \beta_0 + \beta_1 Z(x)$$

```
> Model1
Nonstationary Poisson process
Fitted to point pattern dataset 'bei'

Log intensity:  ~elev

Fitted trend coefficients:
(Intercept)        elev
-5.63919077  0.00488995

               Estimate        S.E.        CI95.lo      CI95.hi Ztest       Zval
(Intercept) -5.63919077 0.304565582 -6.2361283457 -5.042253203   *** -18.515522
elev         0.00488995 0.002102236  0.0007696438  0.009010256     *   2.326071
```

Figura 9: Modelo utilizando la covariable espacial elevación en la selva tropical

donde $Z(x)$ será la covariable espacial asociada a la elevación en la selva tropical. Vemos que la covariable espacial elevación es significativa para la intensidad de las ubicacioens de los árboles en la selva tropical. Estos coeficientes se pueden interpretar de la siguiente manera: La intensidad estimada de los árboles Beilschmiedia $\exp(-5{,}6391) = 0{,}003555745$ árboles por m^2 cuando la elevación es de 120 metros. Esta intensidad aumenta conforme la elevación en la selva tropical aumenta llegando a una intensidad de 0,007755589 árboles por m^2 cuando la elevación es 159.26 metros
Ahora utilizaremos el mismo modelo con la segunda covariable espacial: pendiente en la selva tropical. Para este modelo también resultan significativas la covariable nivel de pendiente y el intercepto. Se inter-

```
> Model2
Nonstationary Poisson process
Fitted to point pattern dataset 'bei'

Log intensity:  ~grad

Fitted trend coefficients:
(Intercept)        grad
  -5.391053    5.026710

             Estimate       S.E.   CI95.lo   CI95.hi Ztest       Zval
(Intercept) -5.391053 0.03001787 -5.449887 -5.332219   *** -179.5948
grad         5.026710 0.24534296  4.545847  5.507573   ***   20.4885
```

Figura 10: Modelo utilizando la covariable espacial pendiente en la selva tropical

pretaría de la siguiente manera: A un nivel de pendiente 0, se cuenta con una intensidad de 0,004557172 árboles por m^2, y esto va ir aumentando hasta llegar a una intensidad de 0,6946529 árboles por m^2 cuando la pendiente es 1.

Ahora convinaremos las 2 variables anteriores y tendremos el siguiente modelo:

$$\log \lambda(x) = \beta_0 + \beta_1 Z_1(x) + \beta_2 Z_2(x)$$

donde $Z_1(x)$ corresponde a la elevación en la selva tropical y $Z_2(x)$ corresponde a la pendiente en la selva tropical. Para este caso observamos que tanto la elevación como la pendiente en la selva tropical

```
> Model3
Nonstationary Poisson process
Fitted to point pattern dataset 'bei'

Log intensity:  ~grad + elev

Fitted trend coefficients:
(Intercept)        grad        elev
-8.56355220  5.84646680  0.02143995

               Estimate        S.E.     CI95.lo     CI95.hi Ztest       Zval
(Intercept) -8.56355220 0.341113849 -9.23212306 -7.89498134   *** -25.104675
grad         5.84646680 0.255781018  5.34514522  6.34778838   ***  22.857313
elev         0.02143995 0.002287866  0.01695581  0.02592408   ***   9.371155
```

Figura 11: Modelo utilizando las covariables espaciales elevación y pendiente en la selva tropical

son significativos para la intensidad de árboles. Para una elevación de 120 metros y una pendiente 0, la intensidad estimada es de 0,0001909399 árboles por m^2. De esta manera la intensidad máxima estimada se logrará cuando la elevación sea de 159 metros y la pendiente sea de 1. Se obtiene una intensidad de: 1,997441 árboles por m^2.

3.3. Comparación de modelos

Para comparar los 3 modelos utilizados, usaremos 3 métricas el AIC(Criterio de información de akaike) y el LOG-LIKELIHOOD(Logarítmo de la función de verosimilitud). Por ello se presentará la siguiente tabla resumen. Según el AIC el mejor modelo será aquel que presente un valor más bajo, en este caso el

Indicadores del Modelo

	Modelo1	Modelo2	Modelo3
AIC	42760.49	42382.81	42295.11
LogLikelihood	-21378.24	-21189.40	-21144.55

Figura 12: Indicadores de los 3 modelos planteados

modelo 3 es el mejor modelo.
Según el Log-Likelihood el mejor modelo será el que tome el valor más alto, ya que Likelihood o verosimilitud es la probabilidad de observar los datos. En ese sentido el mejor modelo será el Modelo 3.

4. Conclusiones

- Se observó que la distribución de árboles de Beilschmiedi en la selva tropical siguen un proceso puntual espacial de Poisson no homogéneo, esto quiere decir que la intensidad de los árboles varia en el espacio.
- Por otro lado se logró estimar la función intensidad mediante kernels, obteniendo que en las zonas del centro poseian una baja distribución de árboles y en la zona inferior central y superior izquierda, eran las zonas con una mayor intensidad de árboles de Beilschmiedi en la selva tropical,
- Analizando aquellas covariables espaciales que tengan relación con la intensidad de los árboles, llegamos a que el modelo 3 era el mejor modelo, y además el la segunda covariable(pendiente de la selva tropical) tenía una mejor relación que la primera covariable(elevación de la selva tropical). En ese sentido ambas covariables espaciales explican de buena manera la intensidad de los árboles de Beilschmiedi en la selva tropical.