

Capítulo 1.

Métodos numéricos en Ingeniería.

Motivación.

- ▶ La forma clásica de resolver problemas matemáticos es la siguiente:
 - ▶ Formulación: Leyes fundamentales explicadas brevemente.
 - ▶ Solución: Elaboración de métodos para manejar el problema.
 - ▶ Interpretación: Análisis limitado y profundo para una solución que consume mucho tiempo.

Motivación.

- ▶ Aproximación Moderna:
 - ▶ Formulación: Explicación profunda de la relación entre el problema y las leyes fundamentales.
 - ▶ Método basado en la computadora. Fácil de usar.
 - ▶ Simplificación de los cálculos permiten una forma general de pensar y estudiar el comportamiento del sistema.

Método Numérico.

- ▶ Está compuesto por una secuencia finita de instrucciones lógicas y aritméticas.
- ▶ Estas obtienen una “solución” de un problema matemático.
- ▶ ¿Por qué no se llaman entonces algoritmos numéricos?

Exactitud y Precisión.

- ▶ Exactitud significa qué tan cerca es un valor calculado de un valor real.
- ▶ Precisión significa qué tan relacionados están grupo de valores calculados entre sí.
- ▶ Inexactitud es una desviación sistemática del valor verdadero.
- ▶ Imprecisión se refiere a una amplia magnitud entre los valores calculados.



**High Accuracy
High Precision**



**Low Accuracy
High Precision**



**High Accuracy
Low Precision**



**Low Accuracy
Low Precision**

Figura: Precisión vs exactitud.

Definición de Errores.

- ▶ Los cálculos aritméticos y lógicos generan valores que la mayoría del tiempo no son exactos (tienen errores).
- ▶ Es importante saber qué tipos se presentan, cómo medirlos y el impacto que tendrán en la solución.
- ▶ Básicamente, nos interesan dos tipos de errores: redondeo y truncamiento.

Midiendo los errores.

- ▶ Hay diversas formas de medirlos.
- ▶ Los asociados a cálculos computacionales pueden ser definidos e interpretados de diversas maneras.
- ▶ Por ejemplo, el *error verdadero* es definido como:

$$E_t = V_t - V_a$$

Donde V_t es el valor verdadero y V_a es el valor calculado (aproximado).

Midiendo los errores.

- ▶ El *error verdadero porcentual* es obtenido normalizando el error al valor verdadero: $\varepsilon_t = \frac{E_t}{V_t}$. Este error puede ser expresado multiplicándolo por 100 %.
- ▶ Sin embargo, el error más útil radica en no usar el valor verdadero ya que esta cantidad es desconocida. El *error aproximado porcentual* se define como:

$$e_a = \frac{E_a}{V_a} * 100 \%$$

En esta ecuación E_a representa el error calculado por el método y V_a el valor aproximado dado por el método también.

- ▶ El error aproximado por lo general se calcula como:
 $E_a = \text{Valor_actual} - \text{Valor_anterior}$

Errores creados por la computadora.

- ▶ Las ecuaciones previas dan formas de medir errores. Pero ¿cuándo y por qué son necesarias?
- ▶ Hay errores que se presentan por el simple hecho de usar una computadora.
- ▶ Esto ocurre porque los cálculos los generan y acumulan.
- ▶ Los errores computacionales se dividen en dos categorías: redondeo y truncamiento.

Errores de redondeo.

- ▶ Este tipo de errores es la discrepancia entre la representación computacional de una cifra y su valor verdadero.
- ▶ Esto ocurre inherentemente porque las computadoras tienen un número finito de bits para representar los números.
- ▶ Más aún, las computadoras usan un sistema numérico base dos, en lugar de uno base 10.
- ▶ Para entender cómo surgen los errores de redondeo, veamos cómo es que la computadora almacena los números que utiliza en sus cálculos.

Representación de números en la computadora.

- ▶ Para representarlos, las computadoras utilizan el concepto de *palabra*. Las palabras modernas tienen una longitud de 64 bits.
- ▶ Hay muchas maneras de representar a los números en una palabra, por ejemplos los enteros pueden ser representados utilizando la técnica de complemento a 2.
- ▶ El método de punto flotante es utilizado para representar números decimales.

Surgimiento de errores de redondeo.

- ▶ Estos errores siempre aparecen por la manipulación de números en la computadora.
- ▶ Estas manipulaciones están dadas por ejecutar operaciones como las siguientes:
 - ▶ Operaciones aritméticas comunes como suma, resta, etc.
 - ▶ Cálculos grandes: acumulan pequeños errores a lo largo de la iteración.
 - ▶ Sumar una gran cantidad con otra muy pequeña: Podría no tener efecto.
 - ▶ Cancelación por resta: dos números muy similares son restados, causando errores de redondeo.
 - ▶ Operación telescópica: Algunos elementos de una suma son mucho más grandes que el valor de la suma en sí.

Errores de truncamiento.

- ▶ Estos surgen cuando se utiliza una aproximación en lugar de un procedimiento matemático exacto.
- ▶ Esto puede ocurrir ya sea cuando se utilizan números que no pueden ser representados de manera exacta en la computadora (números irracionales, por ejemplo).
- ▶ O cuando aproximamos el valor de una función o ecuación. Por ejemplo, al usar un método numérico o una tabla de valores medidos.