



Pontificia Universidad Javeriana

Departamento de Matemáticas

Análisis Numérico

Reto 2

Mortero Valenciano Curvas de Bezier

Victor Barón, Estefania Aristizabal, Oscar Falla, Nicolas Gil Hernandez

Baronvl@javeriana.edu.co aristizabalj-e@javeriana.edu.co

falla_o@javeriana.edu.co nicolas_gil@javeriana.edu.co

18 de Abril del 2020

1. Introducción

En interpolación son los métodos que existen para modelar curvas y superficies. No obstante, surge la pregunta de como realizar aproximaciones de objetos reales, como se puede observar en la figura [1] teniendo en cuenta que el modelo sea lo mas cercano al objeto real. En el siguiente trabajo, usted podrá encontrar todo el proceso que se llevó acabo para realizar el modelamiento de la figura [1], desde la generación de los puntos para graficar y plotear las gráficas de Bezier, hasta las funciones utilizadas para diseñar el modelo en una vista de 3 dimensiones.



Caption

2. Marco Teórico

2.1. Superficies y curvas de Bezier

Las curvas de Bezier, son un instrumento matemático para la modelización de curvas y superficies, estas nacieron como una aplicación concreta en el seno de la industria automovilística. Las curvas de Bezier pueden ser útiles para interpolar el movimiento cuando un objeto exhibe formas de movimiento curvilíneo (Long 2015).

Una curva de Bezier de grado n se especifica por una secuencia de $n + 1$ puntos $P_0, \dots, P_1 \in R^2, R^3$ que se conocen como puntos de control (dados por el escaneo). El polígono que se obtiene al unir los puntos de control con segmentos de línea es denominado polígono de control.

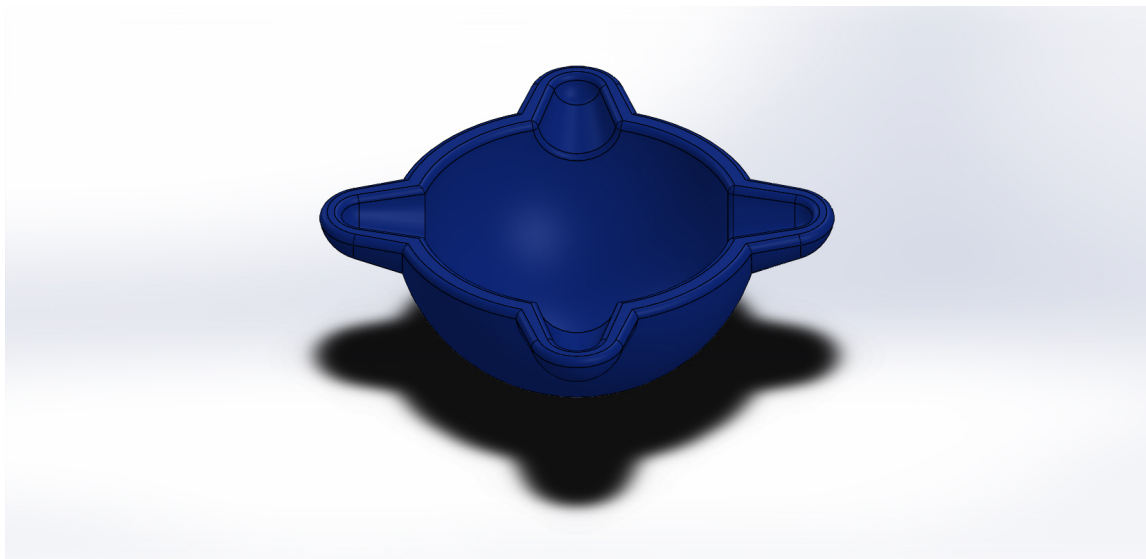
3. Mortero Valenciano

Es un utensilio de cocina normalmente fabricado de cerámica y de manera artesanal, usado comúnmente para machacar diversos alimentos, además de tener la particularidad en su forma las 4 boquillas alrededor de la circunferencia de central del mortero.

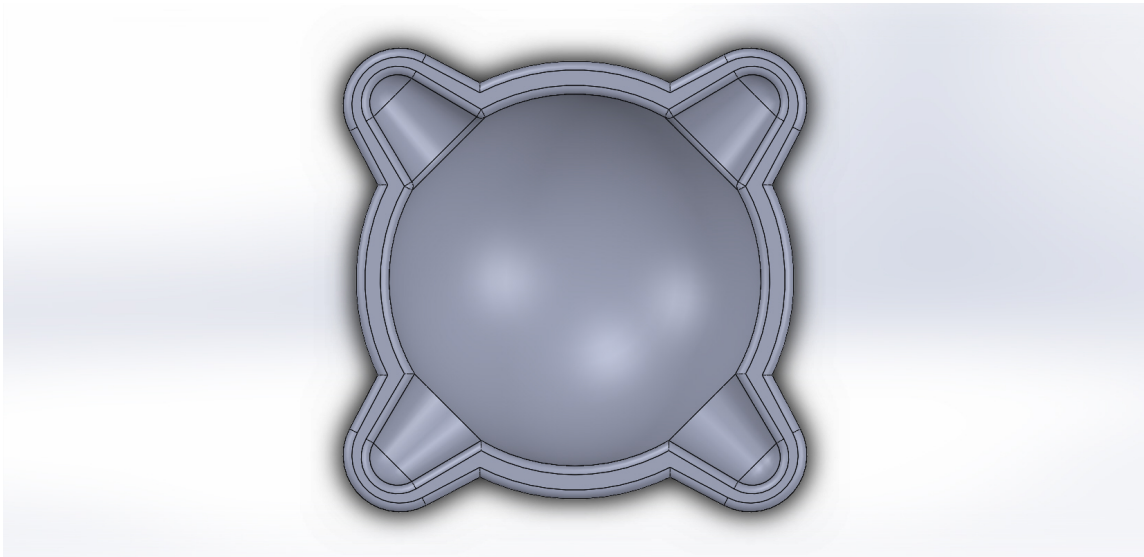
4. Modelos de referencia

Para tomar como referencia original y poder modelar de manera más aproximada, decidimos implementar la creación del mortero valenciano con SolidWorks, donde modelamos el mortero para poder obtener desde una mejor perspectiva los puntos de control con una precisión de 4 cifras significativas y así poder graficar con el menor margen de error posible de las curvas de Bezier, figura [2].

4.1.



Vista isometrica. Modelado en SolidWorks



Vista Superior. Moderado en SolidWorks

4.2. Puntos de referencia

Como las boquillas se conforman por 3 curvas, los puntos de control para las boquillas del mortero fueron los siguientes:

P1	0.94	0.25	1.95	1.2	0.2	1.95	1.3	0	1.95	1.2	-0.2	1.95	0.94	-0.25	1.95
P2	0.94	-0.25	1.95	1.2	-0.2	1.95	1.3	0	1.95	1.2	0.2	1.95	0.94	0.25	1.95
P3	0.9	0	1	1.25	0	1.35	1.3	0	1.95	1.25	0	1.35	0.9	0	1.3
P1	-0.94	0.25	1.95	-1.2	0.2	1.95	-1.3	0	1.95	-1.2	-0.2	1.95	0.94	-0.25	1.95
P2	-0.94	-0.25	1.95	-1.2	-0.2	1.95	-1.3	0	1.95	-1.2	-0.2	1.95	-0.94	-0.25	1.95
P3	-0.9	0	1	-1.25	0	1.35	-1.3	0	1.95	-1.25	0	1.35	-0.9	0	1.3
P1	0.25	0.94	1.95	0.2	1.2	1.95	0	1.3	1.95	0.2	-1.2	1.95	0.25	-0.94	1.95
P1	-0.25	0.94	1.95	-0.2	1.2	1.95	0	1.3	1.95	0.2	1.2	1.95	0.25	0.94	1.95
P3	0	0.9	1	0	1.25	1.35	0	1.3	1.95	0	1.25	1.35	0	0.9	1.3
P1	0.25	-0.94	1.95	0.2	-1.2	1.95	0	-1.3	1.95	0.2	1.2	1.95	0.25	0.94	1.95
P1	-0.25	-0.94	1.95	-0.2	-1.2	1.95	0	-1.3	1.95	0.2	-1.2	1.95	0.25	-0.94	1.95
P3	0	-0.9	1	0	-1.25	1.35	0	-1.3	1.95	0	-1.25	1.35	0	-0.9	1.3

5. Modelo realizado con curvas de Bezier

Para proceder al modelamiento del este mortero se utilizó la herramienta Rstudio que está basado en el software libre de R, este resulta útil para este tipo de proyectos ya que permite computar datos numéricos y utilizar herramientas matemáticas y

gráficos 3D para representarlos adecuadamente en el espacio. Las librerías que se necesitan para poder modelar de manera efectiva el mortero fueron; Bezier, que es un kit de herramientas para trazar curvas y splines, plot3D que nos ayuda al momento de realizar trazados multidimensionales, rgl gracias a esta librería logramos realizar la visualización 3D en una ventana independiente, scatterplot3d que nos ayuda a realizar diagramas de dispersión en 3D. Además con el uso de rgl se hace uso de las APIs proporcionadas por OpenGL que es un aplicativo de terceros para generar gráficos interactivos en 2D y 3D. Los datos de entrada fueron basados en el modelo 3D realizado en el software de AutoCad y teniendo en cuenta las principales vistas en perspectiva que ofrece esta herramienta de diseño. Para lograr graficar la base y estructura principal del mortero en el IDE Rstudio, usamos la función persp3D() que nos ayudó a graficar en tres dimensiones un plano con una curvatura que está determinada por la función,

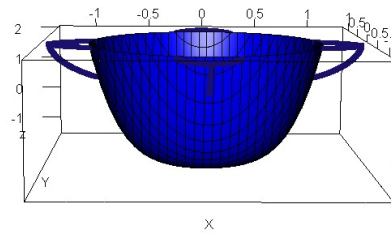
$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

La función anterior se encuentra acotada entre,

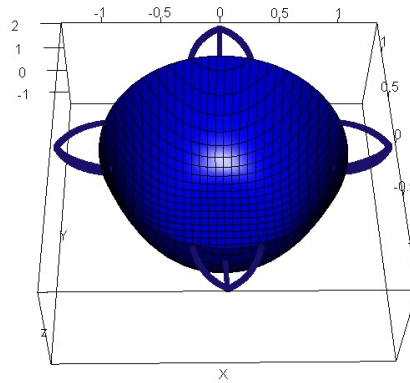
$$X = [-1, 1], Y = [-1, 1], z = [-1, 5, 2] \quad (2)$$

Lo que garantiza que la estructura del mortero adquiera una forma cóncava que no termina siendo completamente esférica. Esta figura tiene como radio $r = 1$ en la zona superior y una altura dada por $h = 1$.

Gracias a la librería bezier, logramos graficar las boquillas/orejas del mortero valenciano de acuerdo con el modelo de referencia. Establecimos valores paramétricos entre 0 y 1 como punto de referencia para trazar las curvas de Bezier y posteriormente se instauraron los puntos en el espacio por donde las curvas del mortero debían pasar. Estos puntos se organizaron en matrices de tamaño 5x3, donde cada fila indicaba las 3 (tres) coordenadas en el espacio de los 5 puntos necesarios para trazar cada una de las tres curvas de Bezier que lograrían definir las boquillas del mortero. Logrando de esta manera la proyección más aproximada de la figura de referencia, figura [4].



vista frontal del mortero



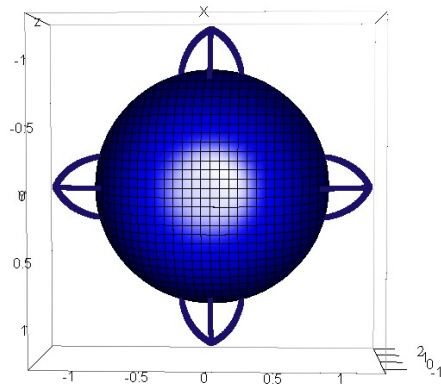
Viata vertical del mortero

6. Cálculo del error relativo y el error absoluto

Se pudieron obtener los valores del error absoluto y al error relativo gracias a la comparacion de los datos experimentales obtenidos por Rstudio siendo igual a $6,41 * 10^{-2}$ y los datos iniciales reales por SolidWorks corresponden a $6,32 * 10^{-2}$.

$$Error_{Absoluto} = |6,32x10^{-2} - 6,41x10^{-2}| = 0,0009 \text{ unidades} \quad (3)$$

$$Error_{Relativo} = \frac{0,00009}{6,32 * 10^{-2}} = 1,424 \text{ unidades} \quad (4)$$



e

7. Librerías usadas

- `library(bezier)` . Toolkit for Bezier Curves and Splines
- `library(plot3D)` . Plotting Multi-Dimensional Data
- `library(rgl)` . 3D visualization Using OpenGL
- `library(scatterplot3d)` . 3D Scatter plot