Universidad Autónoma de Coahuila

FCFM

MÉTODOS NUMÉRICOS

MÉTODO DE LA REGLA FALSA

Profesora: Maria Guadalupe Godina Cubillo

Alumno: Oscar Joel Castro Contreras

14 de mayo de 2022

Resumen

En este reporte explico un poco de los métodos que existen para encontrar las raíces de cualquier polinomio o función que tenga raíces, y en específico explico, qué es, en que consiste y cuales son las limitaciones del método de la Regla falsa para encontrar raíces.

Palabras clave: Raíces, Regla falsa, Recta, Intervalo, Tolerancia.

Introducción

Los polinomios son uno de los conceptos más importantes en álgebra y son fundamentales en matemáticas y ciencia en general. Determinar las raíces de un polinomio es uno de los problemas más antiguos en matemáticas.
Puesto que las ecuaciones polinomiales aparecen en un amplio rango de áreas de la ciencia, desde química y física básica hasta economía, el problema de determinar raíces de polinomios es, con frecuencia, un paso obligado en la resolución de problemas.[1]
La razón principal para resolver ecuaciones no lineales por medio de métodos computacionales es que algunas ecuaciones carecen de solución exacta, excepto por unas pocas. Por lo que existen métodos numéricos diseñados para obtener las raíces, aunque cada uno tiene sus propias limitaciones y defectos. Algunos métodos se muestran en la tabla 1[2]

Métodos numéricos para obtener raíces	
Nombre	**Características**
Bisección	Aplicable a funciones no analiticas
Regla falsa	Convergencia lenta en un intervalo grande
Método de Newton	Rápido, se nesecita calcular derivada
Método de secante	Rápido, no se requiera calcular derivada

Tabla 1: Métodos numéricos para obtener raíces [2]

En general, no es posible determinar los ceros de una función, es decir, valores x^* tal que $f(x^*) = 0$, en un número finito de pasos. Tenemos que usar métodos de aproximación. Los métodos son usualmente iterativos y tienen la forma: Iniciando con una aproximación inicial x_0 (o un intervalo $[a, b]$) , se calculan aproximaciones sucesivas $x_1, x_2, ...$ y elegimos x_n como aproximación de x^* cuando se cumpla un criterio de parada dado. A los ceros de un polinomio se les conoce también como raíces. [3]
El método de la Regla falsa:
La falsa posición es una alternativa al método de bisección basada en evaluar $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$ y unir de $f(a)$ y $f(b)$ con una línea recta. La intersección de esta línea con el eje de las x representa una mejor aproximación de la raíz. El hecho de que se reemplace la curva por una línea recta da una "falsa posición" de la raíz; de aquí el nombre de método de la falsa posición, o en latín, regula falsi. También se le conoce como método de la regla falsa.
Usando tiángulos semejante, la intersección de la recta con el eje x se estima mediante

$$\frac{f(a)}{c-a} = \frac{f(b)}{c-b}$$

en la cual se depeja c

$$c = \frac{f(b)(a-b)}{f(a)-f(b)}$$

ésta es la fórmula de la regla falsa. El valor de c calculado, reemplaza, despues, a cualquiera de los 2 valores iniciales, a o b, y da un valor de la función con el mismo signo de $f(c)$. De esta manera, los valores a y b simepre encierren la verdadera raíz. El proceso se repite hasta que la aproximación al raíz sea adecuada. El algoritmo se parece al de bisección. [4]

Metodología

El método consiste en suponer que tengamos un intervalo $[a, b]$ donde esta una raíz de la función $f(x)$. Primero como en bisección evaluamos la función en los intervalos y verificamos

$$f(a)f(b) < 0$$

si esto no se cumple el método no funcionara para esa función, después de verificar que lo anterior se cumple, debemos unir con una recta los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. Después se debe encontrar el punto por el que la recta cruza el eje x, para esto utilizamos la ecuación de la recta

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

que en este caso sería

$$f(b) - f(a) = m(b - a)$$

, entonces despejamos la pendiente

$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

y si suponemos que tenemos el punto que por el que cruza la recta el eje x $(c, 0)$, entonces si hacemos un recta que cruce por el punto $(c, 0)$ y cualquiera de los otros 2 puntos, tenemos la misma recta, por lo que ahora sustituimos en la ecuación de la recta el punto $(c, 0)$, y cualquiera de los otros 2 punto anteriores, luego despejamos la pendiente y tenemos que

$$m = \frac{0 - f(b)}{c - b}$$

, las pendiente la podemos igualar y despejar c

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{0 - f(b)}{c - b}$$

llegando a que

$$c = b - \frac{f(b)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

y como en bisección, en caso de que $f(c) = 0$, ya hemos encontrado la raíz. Pero en caso de que no lo sea, ahora la raíz se encuentra entre $[a, c]$ o $[c, b]$. para poder determinar a cuál de los 2 intervalos pertenece la raíz, hay que verificar

$$f(a)f(c) > 0$$

si esto se cumple, entonces, la raíz se encuentra en $[a, c]$, si no se cumple ahora, hay que verificar

$$f(b)f(c) > 0$$

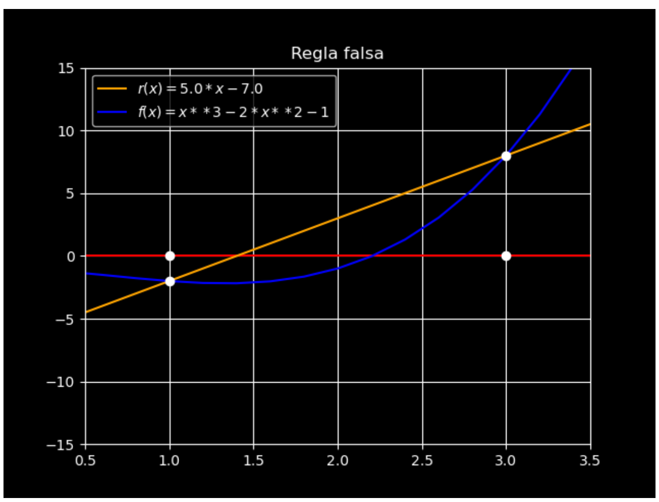
si esto se cumple, entonces, la raíz se encuentra en $[c, b]$. Ahora repetimos todo el proceso, pero con el intervalo nuevo obtenido. Así vamos iterando y reduciendo el intervalo las veces necesarias para encontrar la mejor aproximación a la raíz de la función $f(x)$.
El criterio para parar las iteraciones es el mismo que bisección, está dado por el número de cifras significativas que queramos, de aquí obtenemos una tolerancia, la cual en cada interacción se compara con el error relativo y absoluto, si uno de los errores es menor o igual a la tolerancia, detener las interacciones.
El programa es casi idéntico que el de bisección lo único que cambia es la forma de obtener las aproximaciones a la raíz, como ya obtuvimos la formula en el código estaría

```
c = b-((fb)*(b-a))/((fb-fa))
```

Figura 1: Formula de aproximación a la raíz por el metodo de Regla falsa

Resultado

Si tomamos el polinomio $x^3 - 2x^2 - 1$ y damos de intervalo inicial $[1, 3]$. Hacemos la evaluación para obtener la raíz con 5 cifras significativas, el programa nos arroja



Grafica 1: Recta que une los puntos obtenidos al evaluación el intervalo $[1, 3]$ en la función $x^3 - 2x^2 - 1$.

x**3-2*x**2-1

Interaccion	Raiz	F(x)	Error abs	Error rel
1	1.4	2.176	0.0	0.0
2	1.7421383647798743	1.782621945	0.342138364	0.196389891
3	1.9713501004501184	1.111339847	0.229211735	0.11627145
4	2.096817884735037	0.574326107	0.125467784	0.059837234
5	2.1573148920033294	0.267855305	0.060497007	0.028042733
6	2.1846155242796454	0.118914104	0.027300632	0.012496767
7	2.1965580961166653	0.051633236	0.011942571	0.005436947
8	2.201710380671237	0.02220316	0.005152284	0.002340128
9	2.2039198176992056	0.009507903	0.002209437	0.001002503
10	2.2048648262784543	0.004064212	0.000945008	0.000428601
11	2.2052685709538626	0.001735941	0.000403744	0.000183081
12	2.205440984483412	0.000741227	0.000172413	7.81764e-05
13	2.2055145963211102	0.000316451	7.36118e-05	3.33763e-05
Raiz aproximada ≈	2.2055			

Paro por error relativo

Tabla 2: Iteraciones a la aproximación de la raíz de la función $x^3 - 2x^2 - 1$.

Observamos que la aproximación a la raíz es 2.2055, con 13 iteraciones. El criterio de paro fue por el error relativo.

Observación

Como en bisección, si regresamos a la condición inicial de que

$$f(a)f(b) < 0$$

si esta condición no se cumple, el método no funciona para esa función, este es una de las limitaciones del método, esto ocurre en diferentes situaciones.
La condicion no se cumple cuando:

- En el intevalo $[a, b]$, no hay la raícas, de la función.
- La funcion no tiene raíces reales,
- Hay mas de 1 raiz en el intervalo $[a, b]$ dado.
- En general cuando la evaluación de $f(a)$ tiene el mismo signo que $f(b)$.

Conclusión

En conclusión, el método de la regla falsa es muy similar al de bisección, con la diferencia que en lugar de tomar el punto medio, se toma como nuevo valor la intersección con el eje x de un línea recta formada por los 2 puntos del intervalo. Como en bisección esto solo se puede realizar si se cumple que $f(a)f(b) < 0$.

Referencias

[1] de la Vega, H. M. El calculo de raıces de polinomios. Una historia sin fin. Recuperado de Pagina web de [1].

[2] Nakamura, S. (1998). Metodos Numericos Aplicados Con Software. En Solución de ecuaciones no lineales (Primera ed., pp. 62–63). Prentice Hall.

[3] Mora, W. (2010). Introducción a los Métodos Numéricos. Implementaciones en R. Ecuaciones no lineales (Primera ed., pp. 95,110) Recuperado de Pagina web de [3].

[4] Chapra, S. (2015). Métodos numéricos para ingenieros. RAICES DE ECUACIONES (7.a ed., pp. 91–180). Editorial McGraw-Hill.