



UPPSALA UNIVERSITET

Rörströmning

Tillämpad mekanik III med strömningslära
Laboration 2

Utförd av:

Englund, Markus

Hamad, Baran

Jacobson, Oscar

Uppsala

2022-12-29

Introduktion

Somliga källor säger att en genomsnittlig person i världen använder 66 000 liter vatten per år. Det är därför inte konstigt att vi har funnit sätt för att manipulera vätskan och integrerat den i vår infrastruktur. Nu för tiden kan man få ett glas vatten när som helst nästan vart som helst. Om man är intresserad över hur denna transport av vätska kan fungera ska man definitivt undersöka den så kallade flödesmekaniken och mer specifikt rörströmning.

Rörströmning finns och används överallt i samhället, från vattenkranen till bensinpumpen. Men det är inte alltid lätt att veta hur en vätska i ett rör kommer att bete sig. En stor del av anledningen till detta är förstås för att vätska inte beter sig lika förutsägbart som en stelkropp skulle göra. Rörströmning behandlar och berättar hur krafter, vibrationer och vätskan beter sig inom ett rör.

Till hjälp med detta har vi i huvudsakligen Reynolds Transportteorem som baserar sig i Leibnitz integralregler inom calculus och används för att forma de basala ekvationerna som formar flödesmekaniken. Ett exempel på dessa ekvationer är den så kallade energiekvationen som kan användas för att beskriva beteendet av energi inom ett system likt ett rör.

Denna laboration kommer att utvärdera några grundläggande teoretiska begrepp med hjälp av experiment. Detta med syfte att ge laboranterna en större uppfattning om den fundamentala flödesmekaniken.

Vi vill vara tydliga med att mätvärdena är tagna av en annan grupp eftersom vi förlorade vår data.

Teori

I strömningsmekaniken är vi intresserade av förluster vid flöden, exempelvis i rörströmning som denna laboration täcker. Förluster kan komma i form av friktionsförluster och engångsförluster. Friktionsförluster orsakas som namnet antyder av friktion mellan ytan på insidan av röret och vätskan som strömmar i röret. Engångsförluster orsakas av störningar i flödet. Det kan exempelvis vara svängar i röret, inlopp/utlopp till ett nytt rör med annan diameter, kopplingar mellan rör och hinder i röret. I denna laboration kommer vi fördjupa oss i friktionsförluster, svängar och hinder i röret.

Energiekvationen

Energiekvationen är härledd från Reynolds transportteorem med energi som B-storhet. Den ser ut såhär:

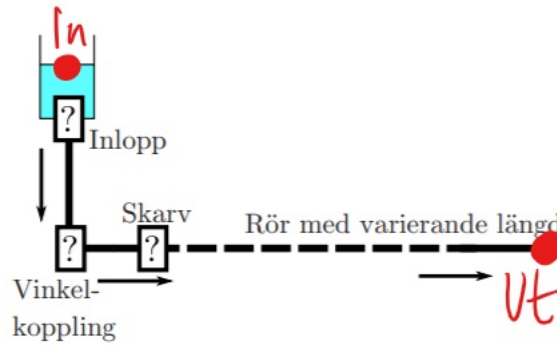
$$\frac{p_{in}}{\rho g} + \alpha_{in} \frac{v_{in}^2}{2g} + z_{in} + h_p = \frac{p_{ut}}{\rho g} + \alpha_{ut} \frac{v_{ut}^2}{2g} + z_{ut} + h_l + h_t \quad (1)$$

där p anger trycket, z anger vattenhöjd, h_p är extra energi tillförd från pump, h_t är förluster i röret och h_l är förluster i energi som tas upp av en turbin. α ges av $\alpha = \frac{\iint_A v^3 dA}{Av^3}$. För laminär strömning har vi $\alpha = 2$ och för turbulent strömning $\alpha \approx 1,05$.

Uppgift 1

I uppgift 1 vill vi bestämma friktionskoefficienten för ett kopparrör. Vi bestämmer inlopp och utlopp till energiekvationen enligt figur 1 och härleder ett uttryck för friktionsförlusterna:

I inloppet har vi vattenhöjden z_{in} , men vi sätter nollnivån vid utloppet och därmed stryks z_{ut} . I utloppet och inloppet har vi atmosfärstryck och eftersom vi mäter relativt tryck kan vi därför stryka p_{in} och p_{ut} också. Dessutom har vi ingen pump eller turbin att ta hänsyn till i systemet. Flödeshastigheten v_{in} är försumbar i jämförelse med v_{ut} , och därför försvinner den termen. Kvar har vi:



Figur 1: Uppställning för experiment 1

$$z_{in} = \alpha_{ut} \frac{v_{ut}^2}{2g} + h_l \quad (2)$$

där h_l är engångsförluster i systemet. Friktionsförluster ges generellt av formeln

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (3)$$

där L är rörets längd, D är rörets diameter, v är flödes hastigheten och f är friktionskoefficienten vi vill hitta.

Vi har även engångsförluster som ges av:

$$h_l = K_L * \frac{V^2}{2g}$$

Vi har från energiekvationen:

$$z_{in} = \alpha_{ut} \frac{V^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + K_L * \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

Vår linjära anpassning ska se ut som:

$$\frac{2gD}{v^2} z_{in} - D \cdot \alpha_{ut} = fL + D \cdot K_L \quad (5)$$

$D \cdot K_L$ är en konstanttermen i experiment 1. Friktionskoefficienten f blir då lutningen av grafen i en linjär anpassning.

Uppgift 2

I uppgift 2 vill vi bestämma engångsförlusterna i vinkelkopplingarna. Som förra uppgiften bestämmer vi ett inlopp och utlopp till ekvationen för att analysera systemet. Se figur 2

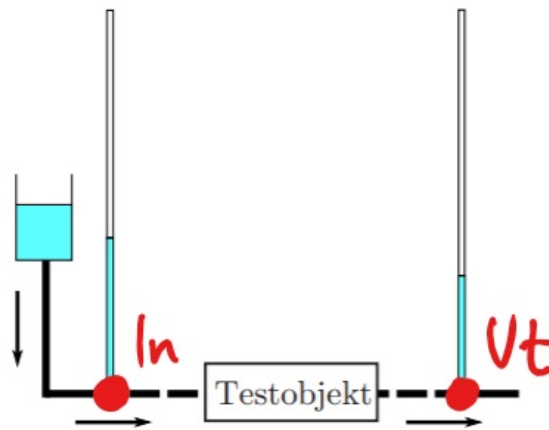
Även här stryks samma termer som ovan. Skillnaden är nu att engångsförlusterna kommer att variera med antalet vinkelkopplingar medans friktionen borde vara densamma på grund av den konstanta rörlängden. Nu ges förlusterna av:

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} + n \cdot K_L \frac{v^2}{2g} \quad (6)$$

där K_L är en konstant orsakad av störningen i flödet på grund av vinklarna och n är antalet vinklar vi har.

Löser vi ut $n \cdot K_L$ får vi:

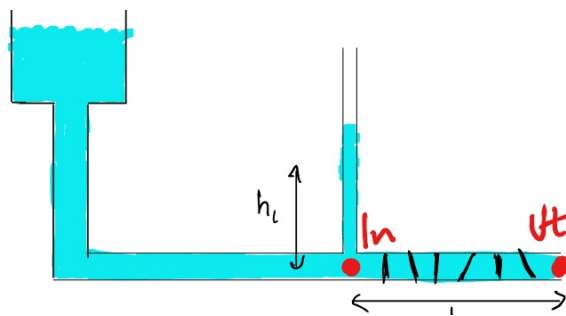
$$\frac{2gh_l}{v^2} = n \cdot K_L + f \frac{L}{D} \quad (7)$$



Figur 2: Uppställning för experiment 2

Uppgift 3

Sist men inte minst så vill vi bestämma engångsförlusterna från hinder i rör. Vi väljer ett inlopp och ett utlopp för att studera effekterna och förlusterna som orsakas av hindrena. Se figur 3.



Figur 3: Uppställning för experiment 3

Energiekvationen blir samma som för uppgift 2 med varierande engångsförluster som beror på antal hinder. Vi har:

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} + n \cdot K_L \frac{v^2}{2g} \quad (8)$$

där n är antal hinder.

Vår linjära anpassning blir på formen:

$$\frac{2gh_l}{v^2} = n \cdot K_L + f \frac{L}{D} \quad (9)$$

Allmänt om rörströmning

Volymflöde: Denna ekvation använder vi för att bestämma flödes hastigheten V i våra experiment

$$Q = A \cdot V = \frac{Vol}{t}$$

Friktionsförlus i rör:

$$h_l = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Engångsförlust:

$$h_l = K_L * \frac{V^2}{2g}$$

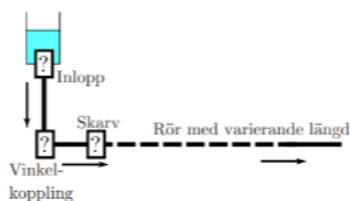
Reynolds tal: Använder vi för att bestämma α och vid jämförelse med teoretiska värden enligt tabell

$$Re_D = \frac{VD}{\nu}$$

Metod och materiel

- Materiel
 1. Hink på pall med utlopp av rör (5L)
 2. Rör av längd 0.10, 0.30, 0.50 och 1 meter
 3. Bägare (2L)
 4. Piezometer (Genomskinliga rör för tryckmätning)
 5. Rör med 90°vinkelkopplingar
 6. Rör med 0 - 6 hinder
 7. Stativ med klämmor
 8. Baljor för spillvatten
 9. Linjal
 10. Tidtagarur (Mobil)
- Metod

Uppgift 1: Mätning av förluster i rakt rör



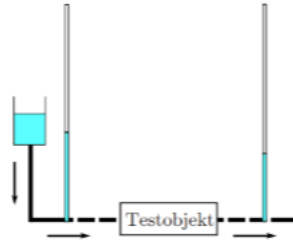
Figur 4: Skiss av experiment för del 1 där vi kopplar in rör av olika längd

Alla uppgifter utförs med hjälp av en behållare som fylls med fyra liter vatten och som sedan placeras över ett rörsystem.

För uppgift 1 Kopplades rörsystemet ihop enligt figur 1, med ett vertikalt rör från inloppet till en 90 graders vinkelkoppling och sedan en skarv. Till skarven kopplades sedan rör av olika längd. Flödet för varje rör mättes upp med hjälp av funktionen:

$$Q = A * V = \frac{Vol}{t}$$

Även höjdskillnad mellan vattenytan och utloppet noterades. Viktigt att notera är att vattenytan i den övre bägaren hölls konstant genom att konstant tillföra vatten i experimenten. Detta för att hålla flödet så jämnt som möjligt under mätningen. Följdriktighet av resultat är också anledningen till att den övre hinken fylldes med fyra liter vatten då detta är en tillräcklig volym för att undvika att virvlar uppstår i kinken under experimentet. Värden för flöde, höjdskillnad samt tid fördes in i tabeller och med hjälp av dessa räknades värdet för friktionskoefficienten samt engångsförlusten i rörsystemet ut.



Figur 5: Skiss av experiment i del 2 där vi mäter förluster av en komponent mellan tryckmätningrören

Uppgift 2: Mätning av förlust av vinkelkoppling via tryckmätningar

För uppgift 2 användes tryckmätningrör för att isolera tryck och resistivitet i enskilda komponenter av rørsystemet. Detta gör att de initiala engångsförlusterna i systemet från uppgift 1 endast blir en konstant i funktionen. Komponenterna som undersöktes var 90°vinkelkopplingar och experimentet delades upp i 3 olika fall:

0 vinkelkopplingar:



2 vinkelkopplingar:



och 4 vinkelkopplingar:



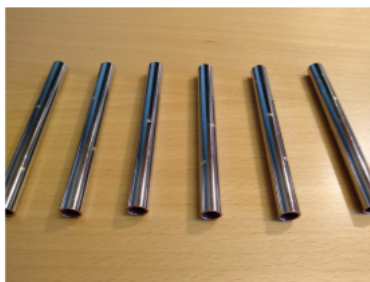
För alla fall användes lika lång totallängd av rör och i fallen med vinkelkopplingar så låg alla delar av rören i samma höjdplan. I denna längd inkluderades även ett extra 10cm rör efter det sista tryckmätningröret för varje fall. Mätningarna sker på samma sätt som i uppgift 1 med extra mått på höjden av vattenytan i de tryckmätande rören.

I det första fallet används med hjälp av data från uppgift 1 för att fastställa den förlust som finns i mätutrustningen. De följande två fallen användes för att isolera förlusterna för vinkelkopplingarna.

Uppgift 3: Mätning på komponent(Rör med hinder)

Uppgift tre ställdes upp likt uppgift två med skillnaden att det sista tryckmätningröret samt det sista lilla extra röret monterades av rørsystemet. Detta ger en nollvärd potential vid utmynningen som i experimentet jämförs direkt med det första tryckmätningröret. Som komponent i detta experiment användes sex olika rör (alla 10cm långa) med olika många hinder (Se figur 6). Hindren är i form av 2mm tjocka mässingstångar som ligger vinkelrät mot vattenflödet i röret.

För experimentet noterades värden för höjd av vattennivån i de tryckmätande rören samt flödeshastigheten. Höjden från rörens mynning till vattenytan i hinken var i alla experiment 0.45 m. Bägaren fylldes i varje



Figur 6: Rör med 0-6 hinder

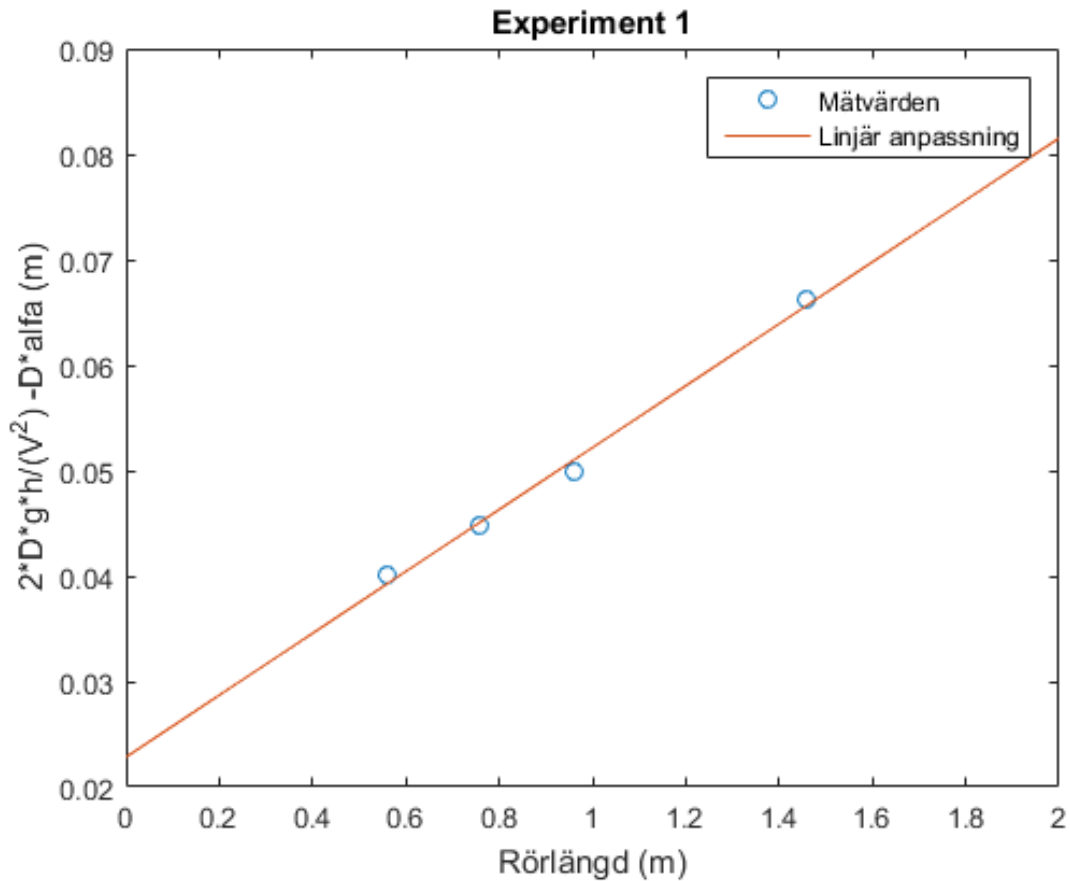
experiment till 1.6 liter. Rörens mått diameter var 10 mm och 0.8 mm godstjocklek, vilket gav en inre area där vattnet kunde flyta på 55.4 mm^2 .

Resultat

Uppgift 1

Tabell 1: Mätvärden för Experiment 1

Rörlängd (m)	Tid att fylla bägaren (s)
0.1	23.44
	23.46
	23.47
0.3	24.44
	24.65
	24.50
0.5	25.34
	25.94
	25.72
1	29.63
	28.63
	28.66
	29.22



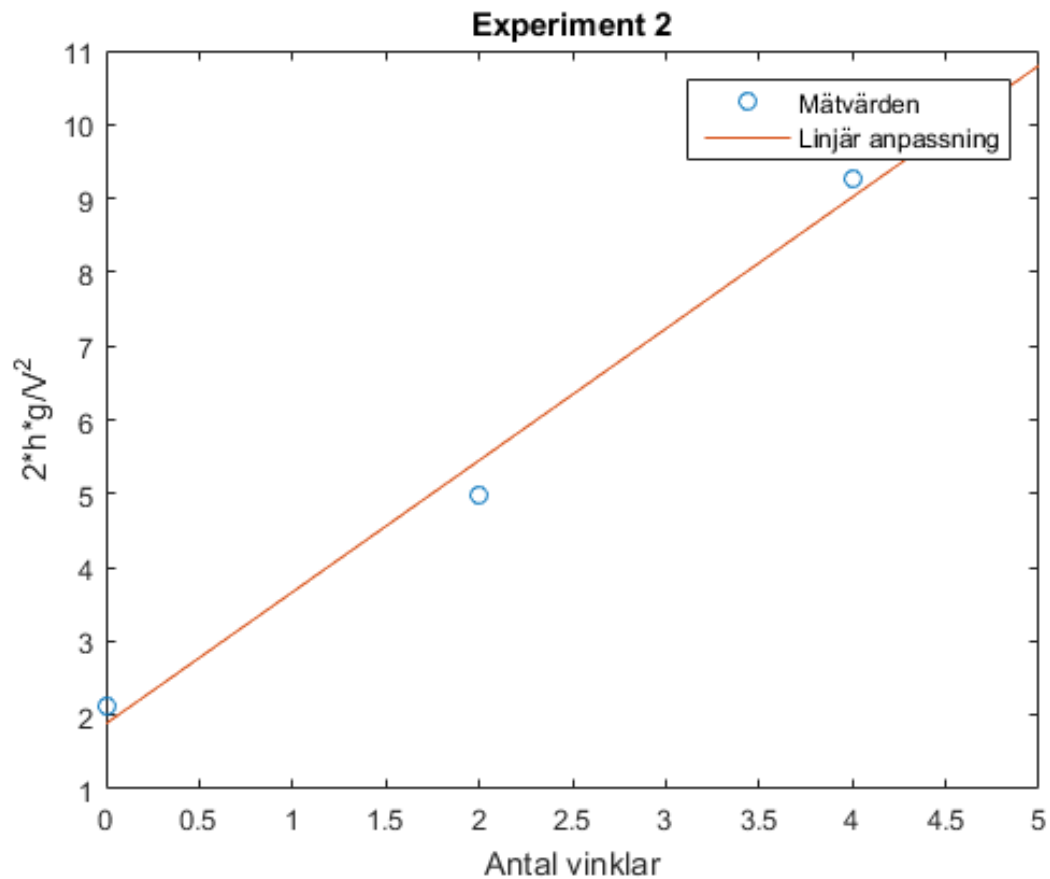
Figur 7: Resultat från Experiment 1

Från resultatet av det första försöket får vi att ungefär $Re = 10\,350$. Då detta är med god marginal över 4000 räknar vi med att rörströmmningen är turbulent i alla försök. Lutningen på den linjära anpassningen motsvarar rörets friktionskoefficient, vilket i experimentet blev $f = 0.0293$. Linjens konstantterm ger engångsförlusterna multiplicerat med diametern D . Dividerar vi konstanttermen med D får vi $K_l = 2.7182$

Uppgift 2

Tabell 2: Mätvärden för Experiment 2

Antal 90° vinkelkopplingar	Tid att fylla bägaren (s)	Höjd rör 1 (m)	Höjd rör 2 (m)	Höjdskillnad (m)
0	27.19	0.180	0.060	0.12
	28.25	0.185	0.065	0.12
	27.34	0.180	0.065	0.115
2	31.81	0.260	0.045	0.215
	31.47	0.255	0.050	0.205
	31.84	0.260	0.050	0.210
4	37.97	0.31	0.038	0.272
	37.69	0.31	0.037	0.273
	38.28	0.31	0.038	0.272



Figur 8: Resultat från Experiment 2

Lutningen på den linjära anpassningen motsvarar K_L , vilket är motståndskoefficienten. Det blev $K_L = 1.7832$. För att få friktionen i röret löser vi ut friktionskoefficienten från uttrycket. Vi multiplicerar den konstanta termen med D/L

$$f = 1.8845 \cdot \frac{D}{L} \quad (10)$$

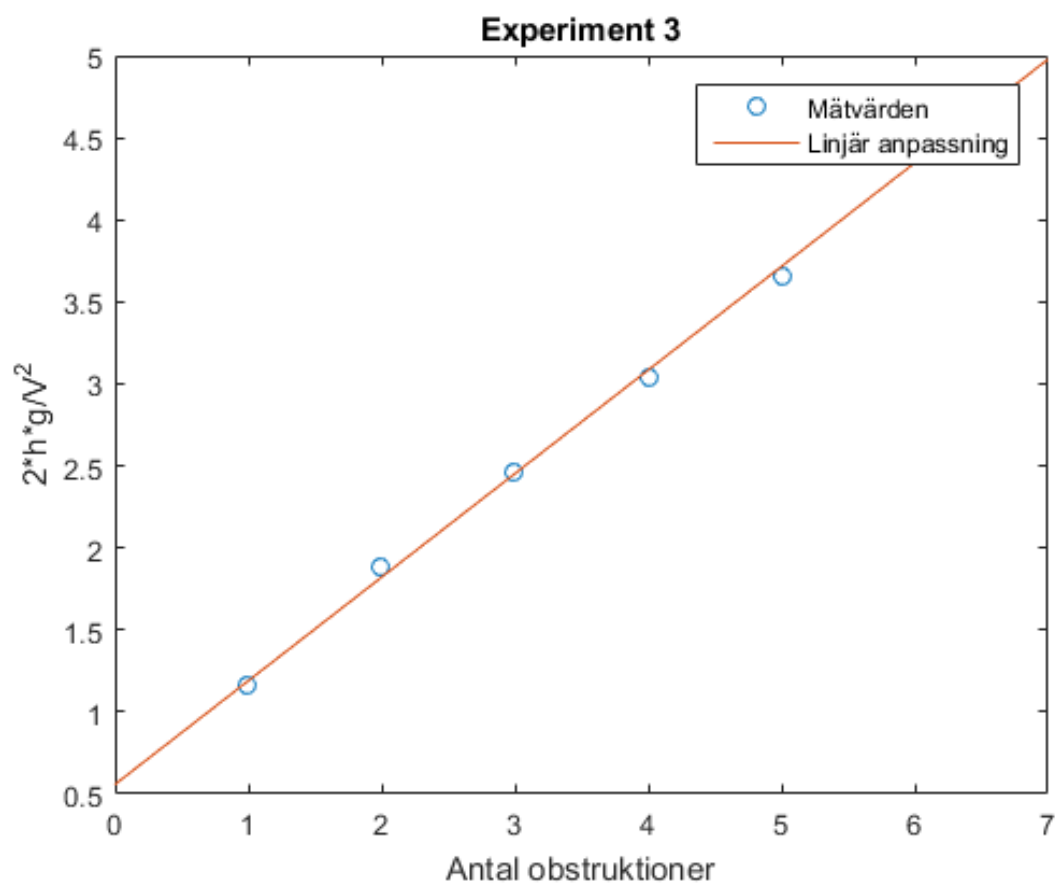
och får då $f = 0.0317$.

Uppgift 3

*: Gruppen som mätte tog inte mätvärden för rörhöjden med 0 obstruktioner.

Tabell 3: Mätvärden för Experiment 3

Antal obstruktioner	Tid att fylla bägaren (s)	Höjd rör (m)
0	23.44	*
	23.46	*
	23.47	*
1	24.12	0.105
	24.19	0.110
	24.38	0.112
2	25.69	0.145
	25.72	0.145
	25.36	0.145
3	26.63	0.165
	26.72	0.170
	26.78	0.167
4	27.78	0.186
	27.75	0.185
	27.71	0.189
5	28.50	0.207
	28.90	0.206
	28.65	0.207
6	30.28	0.223
	29.56	0.230
	29.78	0.225



Figur 9: Resultat från Experiment 3

Lutningen på linjen motsvarar motståndet som varje hinder orsakar, vilket i vårt experiment blev $K_L = 0.6315$. För att få friktionen i röret löser vi även här ut friktionskoefficienten från uttrycket. Vi multiplicerar den konstanta termen med D/L

$$f = 0.5580 \cdot \frac{D}{L} \quad (11)$$

och får då $f = 0.0469$.

Diskussion

Vi ser i alla experiment ett tydligt linjärt samband, precis som teorin talar för. Den största avvikelser mellan mätvärden och linjär anpassning ser vi i Experiment 2, vilket framför allt beror på vi hade så få mätvärden. Men i alla experimenten har vi en viss avvikelse mellan mätvärden och linjära anpassningar, vilket tyder på en del genomgående slumpmässiga fel. Detta kan dels bero på att vi inte lyckades hålla vattenytan på en precis jämn nivå, vilket gjorde att trycket i röret inte hölls jämnt under experimentet. En annan felkälla är att det var svårt att mäta tiden precis rätt, alltså stoppa tidtagningen exakt när man når den bestämda volymen. Tidtagningen påverkades också av att det ibland fanns luft i röret när tidtagningen startade vilket gav en liten fördröjning tills vattnet började rinna ur röret.

Uppgift 1

I uppgift 1 får vi ett linjärt samband som förväntat. En konstant term $K_L = 2.7182$ som representerar de engångsförluster som finns i systemet. Detta inkluderar skarvar, inflödet från hinken, samt krök som stör flödet innan eller efter de delar som varierar i experimentet. En friktionsterm $f = 0.0293$ som ger ett förhållande för energiförlust per meter av rörlängd i experimentet.

En förbättring som skulle kunna göras i experimentet är att försöka eliminera de konstanta engångsförlusterna för att bättre kunna isolera friktionsförlusterna i röret. Detta skulle till exempel kunna vara att utföra experimentet med rör utan skarvar eller att skapa det initiala trycket i experimentet på annat sätt än genom ett vattentorn (Hinken), till exempel med hjälp av en pump. Dock så hade andra uppställningar av experimentet självklart kunnat införa andra felkällor.

Uppgift 2

Vi mätte upp ett K_L som ligger på 1.7832, vilket är ganska mycket större än det teoretiska (1.1 för två krök). Uppenbarligen har vi större engångsförluster än vad som borde finnas. Det som sannolikt har en betydlig påverkan på detta är att antalet skarvar (som har egna engångsförluster) ökar direkt med antalet 90°-krökar. Vi vet dessutom inte innerdiametern i 90°-kröken. Detta påverkar resultatet då en förändring av rörets diameter orsakar förluster.

Vi har även i denna graf ett linjärt samband med en konstant $f \frac{L}{D}$ i linjära anpassningen. När vi löste ut friktionskoefficienten ur detta fick vi ett högre värde än i uppgift 1, nämligen 0.0317. Anledningen till att vi får en annan friktionskoefficient beror sannolikt på att vi har andra förluster likt den konstanta termen i uppgift 1 (och systematiska fel) som vi inte tar hänsyn till när vi sedan bakar ihop allt i en gemensam friktionsterm.

Systematiska fel i detta experiment kan vara att tryckmättningsröret orsakar en viss förlust. Då trycket mäts från mitten av tryckmättningsröret får vi från varje tryckmättningsrör hälften av det tryckfall som ett helt rör orsakar. Då vi använder två tryckmättningsrör får vi i varje försök ett systematiskt fel med den förlust som ett helt tryckmättningsrör orsakar (Förluster från två halvor av respektive tryckmättningsrör).

Uppgift 3

Det sista experimentet gav en koefficient för engångsförlust $K_L = 0.6315$ för varje hinder, vilket är märkvärt högre än förlusten för en krök. Friktionsförlusterna blev $f = 0.0469$ vilket också är högre än föregående experiment. Att friktionskoefficienten blev högre kan tyckas vara lite märkligt eftersom vi borde ha mindre systematiskt fel i denna uppgift jämfört med föregående. Anledningen till att det verkar underligt är att vi i uppgift 3 använde endast ett tryckmättningsrör istället för två tryckmättningsrör som i uppgift 2 (en för vardera sida). Vi tror att en faktor som bidrar till större fel kan vara att vi har mycket kortare rör vilket leder till större osäkerhet i mätningarna. Uppmätta tiderna går från 24 till 29 sekunder vilket är ett relativt litet spann (5 sekunder) i jämförelse med tidigare experiment där de tiderna är mellan 27 till 38 sekunder (11 sekunder).

Den metod vi använde i experiment 3 med bara ett tryckmättningsrör borde alltså leda till mindre systematiskt fel och är ur denna aspekt bättre än än den vi använde i experiment 2.

Slutsatser

Teorin gav förväntan på linjära beteenden från graferna och laborationen kan sammanfattas med att de experimentella värdena stämmer överens med teorin, dock med hänsyn till vissa slumpmässiga och systematiska fel. Värt att notera är att experimentets uppställning i sig skapade ett systematiskt fel i form av tryckmättningsrören. För bättre resultat hade experimentet kunnat utföras med mer precis utrustning och kunnat ställas upp på så sätt att resultaten inte påverkas av själva mätningen.

Överlag så gav laborationen en god bild över grunderna i rörströmning.

Referenser

- Föreläsningsanteckningar
- Grupp som gav oss data: Alexander Berglund, Fredrik Herbai, Jonas Wedeen