

---

# Milikan

Gunar Stevens  
Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde  
Opstelling X

Groep 5  
19 oktober 2023

---

## Samenvatting

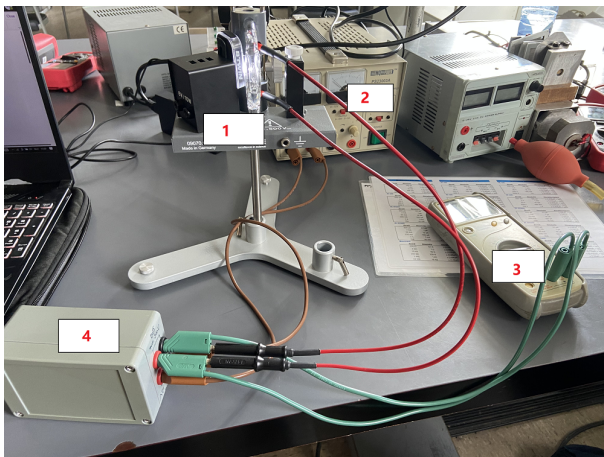
In het besproken experiment van dit verslag trachtte men de experimentele lading te bepalen, en de kwantisatie van ladingen aan te tonen. Dit door het observeren van oliedruppeltjes in een manipuleerbaar elektrisch veld. Het onderzoek leverde ladingen van de orde nabij de elementaire lading, maar de kwantisatie van ladingen werd niet bewezen door een gebrek aan data.

## 1 Inleiding

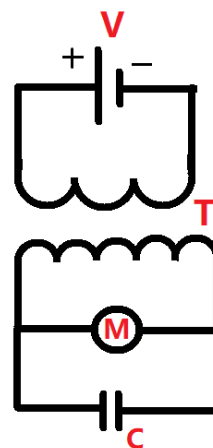
In dit verslag worden de resultaten van het experiment met betrekking tot het oliedruppel experiment van Milikan besproken zowel als conclusies getrokken uit desbetreffende resultaten. We trachtten de elementaire lading te bepalen en dus aan te tonen dat ladingen gekwantiseerd zijn; alle ladingen zijn een veelvoud van deze elementaire lading. Met het oliedruppel experiment van Milikan kan men een eenvoudige, geladen oliedruppel bestuderen en de omstandigheden laten variëren om zo de eigenschappen(o.a. de lading) van het druppeltje te achterhalen.

## 2 Experimentele methode

In het experiment wordt er gebruik gemaakt van een opstelling met volgende componenten(zie Figuur 1 voor referenties), een statief(1) met daarop bevestigd: een microscoop voorzien van 30 schaalverdelingen(WF10X), schuifregelaars, een condensator kamer(PHYWE) en een olieverstuiver. Verder is er ook nog gebruikt gemaakt van: een webcam(Logitech), LED fietslichtjes(BTWIN), een perspeer, een kalibratieglaasje(aanduidingen van  $10\text{ }\mu\text{m}$ ), een multimeter(Velleman DVM990BL)(3), bekabeling, een regelbare spanningsbron(EHQ Power PS23003A)(2) en een transformator module(max. 12V in, max. 500V uit)(4).



Figuur 1: Experimentele opstelling



Figuur 2: Illustratie gebruikte schakeling

Initieel moeten we de grootte van de schaalverdeling van de microscoop zien te bepalen, dit doen we aan de hand van het kalibratieglaasje waarvan de orde is gekend. Zo nemen we via de webcam een foto waarin dat beide schaalverdelingen te zien zijn, zodanig dat we de onbekende verdeling kunnen achterhalen. Met de voorgaand besproken componenten wordt er een schakeling geconstrueerd zoals geïllustreerd in Figuur 2(zie deze voor referenties). We hebben dus een regelbare spanningsbron(V) aangesloten op de transformator(T). Deze zal een hogere spanning produceren dan initieel gegeven door onze spanningsbron. Deze verhoogde spanning wordt gemeten door de multimeter(M) en zal over de condensator(C) worden

gezet. Zo kunnen we het elektrisch veld manipuleren tussenin de condensatorplaten. De transformator(T) heeft verder ook als eigenschap om de polariteit van de schakeling om te keren, dit impliceert dat het elektrisch veld binnenin de condensator ook omdraait. Tussenin de condensatorplaten bevindt zich het condensatorkamertje, waar, dankzij de olieverstuiver en de perspeer, oliedruppeltjes in kunnen komen. Deze oliedruppeltjes zijn onderhevig aan drie krachten, zijnde de zwaartekracht, een weerstandskracht afkomstig van de luchtmoleculen aanwezig in het kamertje en, als de druppel een lading draagt, de coulombkracht die gecontroleerd kan worden via de regelbare spanningsbron en de transformator. Dit alles wordt geobserveerd door de webcam via de microscoop. Zo maken we een 30-tal opnames van een geladen oliedruppeltje, dat geobserveerd wordt in twee situaties: één waar de coulombkracht volgens de zwaartekracht is gericht(het druppeltje beweegt naar boven<sup>1</sup>), en één waar de coulombkracht niet volgens de zwaartekracht is gericht(de druppel beweegt naar onder<sup>2</sup>). Elke situatie heeft een verschillende bewegingsvergelijking. Voor de eerste situatie geldt:

$$F_g + F_c - F_w = ma \quad (1)$$

Er valt ook nog te beargumenteren dat de Archimedes kracht relevant is, maar we laten deze achterwege omdat deze van verwaarloosbare orde is.<sup>3</sup> De versnelling is echter gelijk aan nul omdat het druppeltje zich met een constante snelheid voortbeweegt dankzij de compenserende weerstandskracht (proportioneel met de snelheid) die tegengesteld ligt aan de bewegingsrichting. Via de wet van Stokes (inclusief correctiefactor wegens de orde van de straal van de druppels) valt desbetreffende kracht te relateren aan de constante snelheid, en de straal van de druppel. Ook geldt er voor een condensator  $F_c = Eq = \frac{V}{d}q$ . Als we de druppel benaderen als een bol met een homogene massadichtheid, dan wordt de zwaartekracht  $F_g = mg = V\rho_{olie}g = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_{olie}g$  hierdoor kunnen we deze bewegingsvergelijking herschrijven tot:

$$\frac{4}{3}\pi R^3\rho_{olie}g + \frac{V}{d}q - 6\pi Rv_{op}\eta_{lucht}(1 + \frac{b}{pR})^{-1} = 0 \quad (2)$$

Voor de tweede situatie geldt analoog:

$$\frac{4}{3}\pi R^3\rho_{olie}g - \frac{V}{d}q + 6\pi Rv_{neer}\eta_{lucht}(1 + \frac{b}{pR})^{-1} = 0 \quad (3)$$

Hierbij is  $R$  de straal van het oliedruppeltje,  $\rho_{olie} = (1,030 \pm 0,005) \cdot 10^3 \text{ m}^{-3}$  de massadichtheid van olie,  $g = (9,810 \pm 0,005) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  de valversnelling,  $V$  de spanning over de condensator gegeven door de transformator, en die we dus kunnen manipuleren.  $d = (2,500 \pm 0,005) \text{ mm}$  de afstand tussen condensatorplaten.  $q$  de lading van de druppel, hetgeen wat we uiteindelijk trachten te bepalen.  $v$  de constante snelheid van de druppel, hetgeen wat we meten aan de hand van de opnames.  $\eta_{lucht} = (1,8280 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$  de viscositeit van lucht bij 21°C.  $b = (8,200 \pm 0,005) \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$  een constante en  $p = (1013,0 \pm 0,5) \text{ hPa}$  de atmosferische druk. Via de transformator zorgen we voor realisatie van beide situaties, waarin dus beide bewegingsvergelijkingen relevant worden. De snelheid  $v$  valt te bepalen via de opname van een druppel, en de schaalverdeling van de microscoop. Als  $v$  gekend is, blijven er twee vergelijkingen over met twee onbekenden( $R$  en  $q$ ), en kunnen we dus beide bepalen.<sup>4</sup>

### 3 Metingen

Onze 30-tal metingen zijn onderverdeeld in 10 equipotentiale groepen van 3, i.e. we hebben 3 metingen gedaan per spanningsniveau, met 10 spanningsniveaus. Waarbij we bij elke individuele meting het druppeltje één keer opwaarts laten gaan, vervolgens het veld omkeren via de transformator, en bijgevolg ook het druppeltje één keer neerwaarts laten gaan. Ook is het belangrijker om in te zien dat de gedragen lading niet noodzakelijk negatief is. Dit zorgt dus, in een systeem waarbij een negatief druppeltje daalt, dat een positief druppeltje stijgt. Er is echter geen rekening gehouden per stijging of daling van een druppeltje

<sup>1</sup>Het beeld opgenomen door de webcam is omgekeerd dankzij de microscoop, dus de zwaartekracht is dan naar boven gericht, terwijl het in de realiteit logischerwijze naar onder is gericht.

<sup>2</sup>Het kan echter ook dat het druppeltje geen sterk genoeg lading draagt om de zwaartekracht te overwinnen, en zal in dit geval enkel resulteren in een reductie van de opwaartse snelheid, hier is rekening mee gehouden en deze soort druppeltjes werden niet geobserveerd.

<sup>3</sup>Deze aanname wordt niet lichtjes gemaakt. Wanneer men de komende bewegingsvergelijkingen 2 en 3 beschouwt, kunnen we zien dat na toevoeging van de Archimedes kracht(deze heeft in beide situaties een negatief teken) de vergelijkingen onveranderd blijven, buiten het feit dat  $\rho_{olie}$  gereduceerd wordt met  $\rho_{lucht}$ . Uit de literatuurwaarden van deze twee grootheden kan men echter besluiten dat in goede benadering  $\rho_{olie} - \rho_{lucht} \approx \rho_{olie}$ , en dus dat de Archimedeskracht van verwaarloosbare orde is.

<sup>4</sup>Literatuurwaarden via [2], [3] en [1]

met de polariteit van het veld(relevant voor het teken van  $V$  in vergelijkingen 2 en 3). We kunnen echter wel zien dat het teken voor de coulombkracht absoluut is(i.e. zij  $V$  negatief<sup>5</sup>, dan moet  $q$  ook negatief zijn, want het teken van de coulombkracht moet onveranderd blijven), omdat de bewegingsvergelijking dit zo eist. En dus zijn we gelimiteerd tot de absolute waarde van de lading te berekenen. Maar sinds dat een positieve lading per definitie de afwezigheid van negatieve ladingen zijn, zouden deze ook veelvoud van de elementaire lading moeten zijn, en blijkt dit geen probleem voor het experiment. Verder werd er ook een malfunctie in de multimeter opgemerkt, de spanningsmeting was niet symmetrisch, implicerende dat, na omdraaiing van de polarisatie, de absolute waarde van de spanning niet gelijk was aan die geassocieerd met de tegengestelde polarisatie. We nemen dus het gemiddelde uit de twee absolute waarden als spanning voor beide situaties.

### 3.1 Foutenrekening

Er gebeuren twee soorten metingen, de meting van de spanning over de condensator en de meting van de tijd dat het druppeltje erover doet om van onder naar boven te gaan(of omgekeerd). De foutenrekening van de eerste is modelspecifiek per multimeter, en luidt voor het gebruikte model op een bereik van 1000V met resolutie 1V:  $AF(a) = 0,008 \cdot a + 3V$ . Voor de tweede soort maken we gebruik van 'VLC Media Player' gepaard met een time-extension wat ons toelaat de opnames frame per frame te bekijken op 1ms nauwkeurig, zo wordt de fout de tijd tussen 2 frames(omdat we het tijdverschil meten tussen het druppeltje dat de bovenste en onderste streep van de microscopische schaal overschrijd). Het bleek dat de webcam een gemiddelde framerate had van 16 frames per seconde. En dus is onze fout op de tijdsmetingen  $AF(a) = 0,063s$ . Verder is er gebruik gemaakt van vergelijkingen 4, 5, 6 en 7.

$$AF(a \pm b) = AF(a) + AF(b) \quad (4)$$

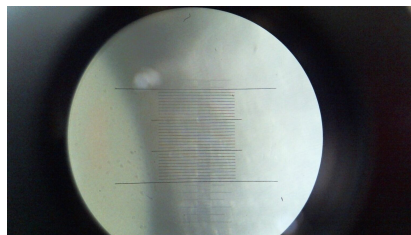
$$RF(a) = \frac{AF(a)}{a} \quad (5)$$

$$RF(a/b) = RF(a) + RF(b) \quad (6)$$

$$AF(f(a)) = \left( \frac{df(x)}{dx} \right)_{x=a} \cdot AF(a) \quad (7)$$

### 3.2 Schaalverdeling van de microscoop

Uit nauwkeurige analyse van Figuur 3 valt er af te leiden dat de afstand tussen het bovenste en onderste lijntje van de microscopische schaalverdeling circa  $l = (660 \pm 10) \mu m$  bedraagt, wat correspondeert met een microscopische nauwkeurigheid van  $(22,0 \pm 0,4) \mu m$ .



Figuur 3: Schaalverdeling microscoop op schaalverdeling kalibratieglaasje

---

<sup>5</sup> $V$  wordt als negatief afgelezen op de multimeter als de polariteit omdraait

### 3.3 Tijdsmetingen

N°	Spanning(V)	AF(V)	$t_{\text{op}}(\text{s})$	$t_{\text{neer}}(\text{s})$
1	494,50	6,96	3,71	7,68
2	494,50	6,96	3,04	3,10
3	494,50	6,96	3,30	5,60
4	474,50	6,80	3,54	14,13
5	474,50	6,80	3,53	12,68
6	474,50	6,80	2,81	4,15
7	449,50	6,60	3,40	6,27
8	449,50	6,60	3,28	5,93
9	449,50	6,60	2,64	3,31
10	423,50	6,39	3,02	4,07
11	423,50	6,39	3,19	4,71
12	423,50	6,39	3,48	7,64
13	397,50	6,18	3,71	25,56
14	397,50	6,18	3,71	7,41
15	397,50	6,18	2,12	2,24
16	373,50	5,99	4,02	10,34
17	372,50	5,98	2,09	2,68
18	372,50	5,98	3,08	3,88
19	345,50	5,77	3,73	10,87
20	345,50	5,77	4,25	8,25
21	345,50	5,77	4,08	7,82
22	322,50	5,58	4,12	7,16
23	322,50	5,58	4,58	8,62
24	321,50	5,57	4,90	17,02
25	294,50	5,36	4,54	9,89
26	295,50	5,36	3,43	4,49
27	295,50	5,36	3,89	5,05
28	269,50	5,16	4,76	19,93
29	269,50	5,16	3,44	4,74
30	269,50	5,16	3,34	3,52

Tabel 1: Tijdsmetingen

## 4 Berekening en Bespreking

### 4.1 Bepaling snelheden

Uit onze definities voor  $l, t_{\text{op}}$  en  $t_{\text{neer}}$ , kunnen we nu een gemiddelde snelheid toekennen per situatie:  $v_{\text{op}}$  en  $v_{\text{neer}}$  geïllustreerd in Tabel 2.

N°	$v_{\text{op}}(\mu\text{m/s})$	AF( $\mu\text{m/s}$ )	$v_{\text{neer}}(\mu\text{m/s})$	AF( $\mu\text{m/s}$ )
1	177,90	5,72	85,94	2,01
2	217,11	7,79	212,90	7,55
3	200,00	6,85	117,86	3,11
4	186,44	6,14	46,71	0,92
5	186,97	6,17	52,05	1,05
6	234,88	8,82	159,04	4,82
7	194,12	6,54	105,26	2,65
8	201,22	6,91	111,3	2,87
9	250,00	9,75	199,40	6,82
10	218,54	7,87	162,16	4,97
11	206,90	7,22	140,13	4,00
12	189,66	6,31	86,39	2,02
13	177,90	5,72	25,82	0,45
14	177,90	5,72	89,07	2,11
15	311,32	13,97	294,64	12,75
16	164,18	5,06	63,83	1,36
17	315,79	14,30	246,27	9,52
18	214,29	7,63	170,10	5,34
19	176,94	5,67	60,72	1,27
20	155,29	4,65	80,00	1,82
21	161,76	4,95	84,40	1,96
22	160,19	4,88	92,18	2,21
23	144,10	4,17	76,57	1,72
24	134,69	3,77	38,78	0,73
25	145,37	4,22	66,73	1,44
26	192,42	6,45	146,99	4,29
27	169,67	5,32	130,69	3,61
28	138,66	3,94	33,12	0,61
29	191,86	6,42	139,24	3,96
30	197,60	6,72	187,50	6,20

Tabel 2: Opwaartse en neerwaartse snelheden per oliedruppel

Uit vergelijkingen 2 en 3 valt er een uitdrukking voor R te deduceren:

$$R = \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{-\frac{1}{3}b\rho_{\text{olie}}g \pm \sqrt{\frac{1}{9}b^2\rho_{\text{olie}}^2g^2 - p^2\rho_{\text{olie}}g(v_{\text{neer}} - v_{\text{op}})\eta_{\text{lucht}}}}{p\rho_{\text{olie}}g} \right) \quad (8)$$

Waarbij de min-oplossing negatief wordt, en dus niet fysisch relevant is. Als R gekend is kunnen we wederom vergelijkingen 2 en 3 gebruiken voor een uitdrukking te vinden voor q:

$$q = 3\pi \frac{d}{V} R \eta_{\text{lucht}} (v_{\text{neer}} + v_{\text{op}}) \left( \frac{pR}{b + pR} \right) \quad (9)$$

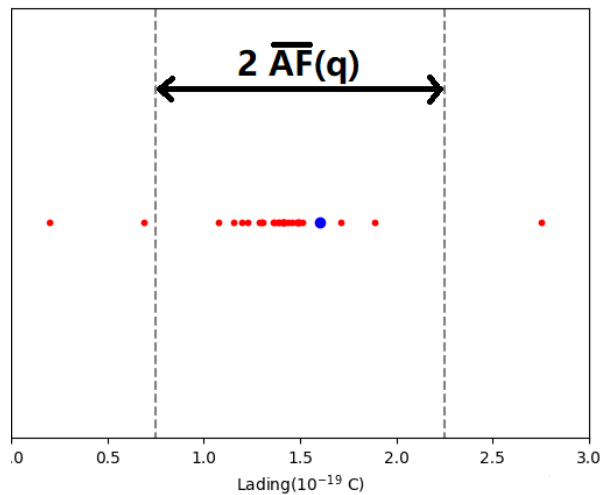
We kunnen nu via vergelijking 8 en 9 de straal en lading per druppel bepalen (zie Tabel 3).

N°	Straal $R(\text{nm})$	AF(nm)	Lading $q(\text{C})$	AF(C)
1	573,0	$2,03 \cdot 10^{-8}$	$1,15 \cdot 10^{-19}$	$4,93 \cdot 10^{-20}$
2	96,5	$1,80 \cdot 10^{-7}$	$1,97 \cdot 10^{-20}$	$9,59 \cdot 10^{-21}$
3	539,0	$2,76 \cdot 10^{-8}$	$1,30 \cdot 10^{-19}$	$5,79 \cdot 10^{-20}$
4	714,0	$1,51 \cdot 10^{-8}$	$1,36 \cdot 10^{-19}$	$5,96 \cdot 10^{-20}$
5	702,0	$1,57 \cdot 10^{-8}$	$1,36 \cdot 10^{-19}$	$5,98 \cdot 10^{-20}$
6	517,0	$3,94 \cdot 10^{-8}$	$1,59 \cdot 10^{-19}$	$7,67 \cdot 10^{-20}$
7	562,0	$2,45 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-19}$	$6,30 \cdot 10^{-20}$
8	566,0	$2,59 \cdot 10^{-8}$	$1,48 \cdot 10^{-19}$	$6,70 \cdot 10^{-20}$
9	415,0	$5,85 \cdot 10^{-8}$	$1,50 \cdot 10^{-19}$	$7,55 \cdot 10^{-20}$
10	440,0	$4,30 \cdot 10^{-8}$	$1,43 \cdot 10^{-19}$	$6,89 \cdot 10^{-20}$
11	482,0	$3,45 \cdot 10^{-8}$	$1,46 \cdot 10^{-19}$	$6,79 \cdot 10^{-20}$
12	609,0	$2,06 \cdot 10^{-8}$	$1,50 \cdot 10^{-19}$	$6,72 \cdot 10^{-20}$
13	747,0	$1,26 \cdot 10^{-8}$	$1,48 \cdot 10^{-19}$	$6,71 \cdot 10^{-20}$
14	562,0	$2,09 \cdot 10^{-8}$	$1,42 \cdot 10^{-19}$	$6,28 \cdot 10^{-20}$
15	223,0	$1,63 \cdot 10^{-7}$	$1,07 \cdot 10^{-19}$	$6,24 \cdot 10^{-20}$
16	599,0	$1,61 \cdot 10^{-8}$	$1,38 \cdot 10^{-19}$	$6,05 \cdot 10^{-20}$
17	493,0	$7,19 \cdot 10^{-8}$	$2,75 \cdot 10^{-19}$	$1,56 \cdot 10^{-19}$
18	385,0	$4,90 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-19}$	$6,91 \cdot 10^{-20}$
19	648,0	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$1,71 \cdot 10^{-19}$	$7,71 \cdot 10^{-20}$
20	515,0	$1,87 \cdot 10^{-8}$	$1,30 \cdot 10^{-19}$	$5,67 \cdot 10^{-20}$
21	522,0	$1,97 \cdot 10^{-8}$	$1,38 \cdot 10^{-19}$	$6,11 \cdot 10^{-20}$
22	487,0	$2,16 \cdot 10^{-8}$	$1,40 \cdot 10^{-19}$	$6,29 \cdot 10^{-20}$
23	485,0	$1,80 \cdot 10^{-8}$	$1,22 \cdot 10^{-19}$	$5,31 \cdot 10^{-20}$
24	585,0	$1,15 \cdot 10^{-8}$	$1,19 \cdot 10^{-19}$	$5,10 \cdot 10^{-20}$
25	527,0	$1,60 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-19}$	$6,25 \cdot 10^{-20}$
26	391,0	$4,00 \cdot 10^{-8}$	$1,60 \cdot 10^{-19}$	$7,83 \cdot 10^{-20}$
27	359,0	$3,59 \cdot 10^{-8}$	$1,28 \cdot 10^{-19}$	$6,04 \cdot 10^{-20}$
28	616,0	$1,11 \cdot 10^{-8}$	$1,49 \cdot 10^{-19}$	$6,71 \cdot 10^{-20}$
29	424,0	$3,59 \cdot 10^{-8}$	$1,88 \cdot 10^{-19}$	$9,32 \cdot 10^{-20}$
30	166,0	$1,00 \cdot 10^{-7}$	$6,88 \cdot 10^{-20}$	$3,54 \cdot 10^{-20}$

Tabel 3: Straal en lading per druppel met fouten

Al meteen na het consulteren van Tabel 3 valt er op te merken dat we voor bv. druppel 30 een lading bekomen die circa 2,5 keer kleiner is als de elementaire lading, of dat slechts een handvol waarden groter zijn dan de elementaire lading<sup>6</sup>. Voor verdere analyse keren we naar Figuur 4. Deze figuur illustreert de ladingsverdeling van de druppels. We zien dat ongeveer 90% van de steekproef wel in de buurt zit van de elementaire lading, en dat deze groep en de elementaire lading wel degelijk in elkaars foute-marge zitten (met een gemiddelde fout uit Tabel 3). We zien ook één afwijkende waarde die min of meer het dubbele van het gemiddelde is uit voorgaand besproken groep. Uit een gebrek aan data kunnen we hier echter niet de kwantisatie van ladingen uit afleiden. De afwijkende waarden die veel kleiner dan het gemiddelde zijn (zie links Figuur 4) vallen niet te verklaren, tenzij dat we aannemen dat de bekomen waarden van een foute orde zijn. Als dit het geval is, dan zou het aannemelijk zijn dat bv. de kleinste waarde (druppel 2) overeenkomt met de elementaire lading  $e$ , en dat onze groep en de grotere afwijkende waarde overeenkomen met een geheel veelvoud van deze lading, maar dit is wederom speculatie en we kunnen hier dus geen concrete vaststellingen maken.

<sup>6</sup>Wat ook het oog vangt in Tabel 3 is de onwaarschijnlijk kleine fout op de straal. Dit is hoogstwaarschijnlijk te wijten aan foutieve utilisatie van vergelijkingen 4, 5, 6 en 7.



Figuur 4: Verdeling van de bekomen ladingen (rood) met gemiddelde fouteninterval met de elementaire lading aangeduid (blauw)

## 5 Besluit

We trachtte de elementaire lading te bepalen en dus aan te tonen dat alle ladingen gekwantiseerd zijn. In de bespreking werd er aangehaald dat het gemiddelde fouteninterval van de groep, die zich bevindt in het midden van Figuur 4, de elementaire lading wel degelijk bevat. Ook hebben we kunnen concluderen dat er te weinig, of 'slechte' data is om de kwantisatie van ladingen aan te tonen. Dit kan een consequentie zijn van een paar zaken. Dit kan bv. het gevolg zijn van een foute kalibratie, als men de grootteorde van de van de microscopische schaal verkeerd heeft geïnterpreteerd, of als de webcam verplaatst wordt, dan zijn de berekeningen met betrekking tot de gemiddelde snelheid en bijgevolg de lading ook foutief. Het kan echter ook zijn dat we zo goed als enkel druppeltjes met lading  $e$  hebben waargenomen, en dat de afwijkende druppels het gevolg zijn van foutieve meting. In deze mogelijkheid zijn we een vrij accurate waarde voor de elementaire lading gekomen en is het experiment gedeeltelijk geslaagd. Maar deze piste is statistisch gezien eerder onwaarschijnlijk. We kunnen concluderen dat er nood is aan meer en/of betere data.

## Referenties

- [1] B. Van Waeyenberge. Ufora - experimenteren in de fysica en sterrekunde 2 - practica, 2023. [Geraadpleegd op 25 Oktober 2023].
- [2] Wikipedia-bijdragers. Luchtdruk — wikipedia, de vrije encyclopedie, 2023. [Online; geraadpleegd op 25-oktober-2023].
- [3] Wikipedia-bijdragers. Valversnelling — wikipedia, de vrije encyclopedie, 2023. [Online; geraadpleegd op 25-oktober-2023].