
Polarimeter

Louis Servaes

Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde

Opstelling 9 (Polarimeter) en 1 (Malus)

Groep 8

18 oktober 2023

Samenvatting

De proef bestond uit 2 delen; het meten van het draaivermogen van optisch actieve stoffen via de polarimeter van Laurent, en het verifiëren van de wet van Malus m.b.v. polaroid filters en een fotodiode. Het optisch draaivermogen werd voor 2 kwartsplaatjes berekend en gecombineerd tot een gemiddelde $[\alpha]_{\text{kwards}} = (21,5 \pm 0,3) \text{ deg/mm}$. Dit werd herhaald voor een suikeroplossing en leidde tot $[\alpha]_{\text{opl}} = (0,0901 \pm 0,0060) \text{ deg/mm}$. Via het specifiek draaivermogen van een suikeroplossing kon de concentratie berekend worden: $C_{\text{opl}} = (0,13 \pm 0,02) \text{ g/cm}^3$. Ten slotte kon de wet van Malus niet geverifieerd worden.

1 Inleiding

Optisch actieve stoffen draaien de polarisatie-richting van licht. De hoek α waarover gedraaid wordt, heet de *draaihoek*. Deze is recht evenredig met de dikte van de optisch actieve stof. In het geval van kwarts wordt het *optisch draaivermogen* $[\alpha]$ dan als volgt gedefinieerd:

$$[\alpha] = \alpha/d \quad (1)$$

met d (mm) de dikte van het kwartsplaatje. Voor een oplossing is het optisch draaivermogen ook evenredig met de concentratie C van de oplossing. Dan kan het *specifiek draaivermogen* $[\alpha]_{\text{sp}}$ van een opgeloste stof in een cilinder als volgt gedefinieerd worden:

$$[\alpha]_{\text{sp}} = [\alpha]/C = \alpha/lC \quad (2)$$

met $l = 20 \text{ cm}$ de lengte van de cilinder. In het eerste deel van de proef – ‘*Polarimeter van Laurent*’ – wordt het optisch draaivermogen onderzocht.

In het tweede deel van de proef – ‘*Wet van Malus*’ – wordt de volgende wet nagegaan:

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (3)$$

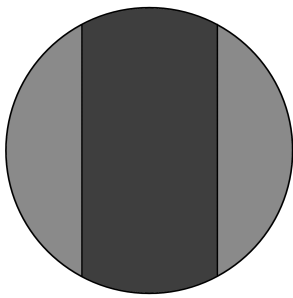
I_0 is de intensiteit van het licht voordat het door een polarisator gaat, I is de intensiteit erna. De hoek θ is de hoek tussen de polarisatie-richting van de originele lichtbundel en de voorkeursrichting van de polarisator.

2 Methode

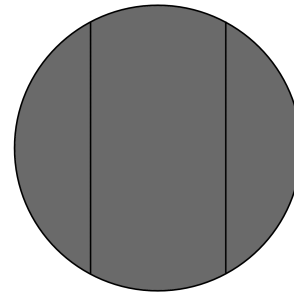
2.1 Polarimeter van Laurent

Een oplijsting van de gebruikte apparatuur:

- Natrium-lamp
- Polarimeter van Laurent (incl. nonius op de analysator)
- Kwartsplaatje met dikte $d_1 = (1,00 \pm 0,01) \text{ mm}$
- Kwartsplaatje met dikte $d_2 = (2,00 \pm 0,01) \text{ mm}$
- Suikeroplossing in cilinder met lengte $l = (20,0 \pm 1,0) \text{ cm}$

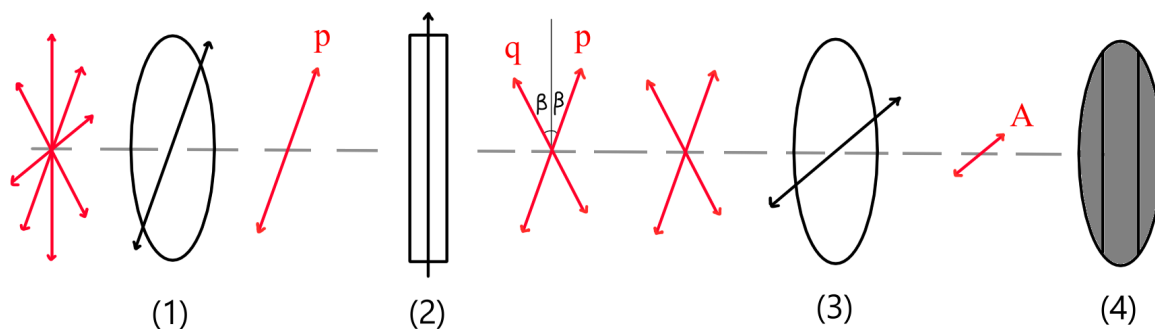


Figuur 1: Beeld van de polarimeter.



Figuur 2: Beeld van de polarimeter in contrastloze stand (donker).

De polarisator van de polarimeter kon 10° gedraaid worden, de analysator 360° . Er werd gebruik gemaakt van een *halfschaduwstelsel* om de toevallige fout op het meten van de draaihoek te beperken. Tussen de polarisator en de analysator werd een halfgolflengteplaatje geplaatst, die de polarisatierichting \mathbf{p} van het licht spiegelt t.o.v. de optische as (uitgaande polarisatierichting \mathbf{q}). Dit plaatje bedekte enkel het midden van het gezichtsveld, zodat dit werd opgedeeld in 2 vlakjes (zie Fig. 1). Wanneer het contrast tussen de vlakjes verdween, stond de analysator \mathbf{A} evenwijdig met (heldere stand) of loodrecht op (donkere stand) de optische as. De hoek β tussen \mathbf{p} en de optische as werd klein ingesteld, om accuratere waarden te verkrijgen. Na een kleine draaiing vanuit een donkere contrastloze stand, werd dan immers al snel een stand van maximaal contrast¹ bekomen. De werking van de polarimeter is geïllustreerd in Fig. 3.



Figuur 3: Schets van de polarimeter van Laurent. Onderdelen: polarisator (1), halfgolflengteplaatje (2), analysator (3), beeld (4).

Een optisch actieve stof werd na het halfgolflengteplaatje geplaatst en draaide zowel \mathbf{p} als \mathbf{q} over de draaihoek α . Ook de contrastloze standen werden dus over een hoek α gedraaid. Door de hoek A van de analysator in contrastloze stand, eerst zonder – en daarna met – optisch actieve stof te meten, kon α bepaald worden en vervolgens ook $[\alpha]$. Dit werd gedaan voor de 2 kwartsplaatjes en de suikeroplossing. Voor de suikeroplossing zal bovendien – gegeven het specifiek draaivermogen $[\alpha]_{sp}$ – de concentratie C berekend worden m.b.v. vergelijking 2.

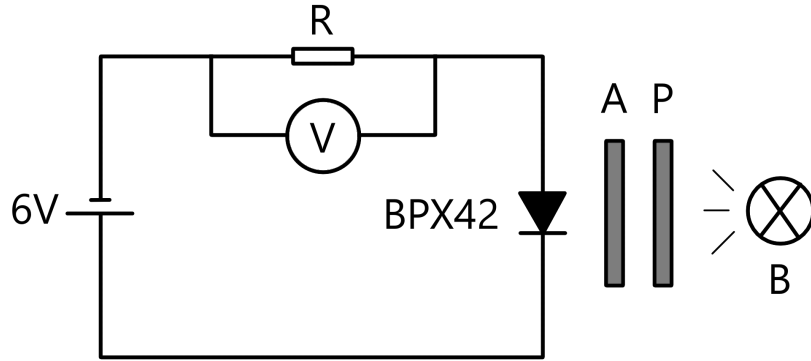
2.2 Wet van Malus

Een oplijsting van de gebruikte apparatuur:

- Reuter-lamp
- 2 Polaroid filters
- Fotodiode (type BPX42)
- Regelbare spanningsbron (PHYWE)

¹Wanneer vanuit een donkere contrastloze stand over een hoek $\pm\beta$ gedraaid werd, stond de analysator \mathbf{A} loodrecht op een van de polarisatierichtingen. Een vlakje in het beeld werd dus volledig donker, terwijl de ander een beetje lichter werd.

- Weerstand² met $R = (820 \pm 1) \text{ k}\Omega$
- Multimeter (APPA 91)



Figuur 4: Schema van de schakeling voor de wet van Malus. Onderdelen: spanningsbron (6V), weerstand (R), multimeter (V), fotodiode (BPX42), analysator (A), polarisator (P), Reuter-lamp (B).

Het schema van de gebruikte schakeling is weergegeven in Fig. 4. Het licht werd gepolariseerd door de eerste polaroid filter, deze stond vast. Een tweede filter werd gebruikt als analysator en kon gedraaid worden. De stroom I_{current} die door de fotodiode geproduceerd werd, is recht evenredig met de intensiteit I van het licht. Bovendien gold voor de analysator de wet van Malus, er kan dus geschreven worden:

$$I_{\text{current}} = kI = kI_0 \cos^2 \theta = I_{0,\text{current}} \cos^2 \theta \quad (4)$$

met θ de hoek tussen de voorkeursrichting van de analysator en polarisator, en k een onbekende constante. Dit is de ‘stroomversie’ van de wet van Malus. De spanning over de weerstand werd voor een tiental standen van de analysator gemeten. A.d.h.v. de wet van Ohm werd vervolgens de stroom berekend en de wet van Malus nagegaan.

3 Resultaten

3.1 Polarimeter van Laurent

3.1.1 Halfschaduwhoek

Als eerste werd de hoek A_k van de analysator bij de 4 contrastloze standen gemeten. Deze zijn weergegeven in Tabel 1.

Tabel 1: Hoek A_k van de analysator bij de 4 contrastloze standen. De absolute fout bedraagt $0,025^\circ$.

Stand	A_0 (donker)	A_1 (helder)	A_2 (donker)	A_3 (helder)
Waarde ($^\circ$)	0,250	91,100	180,300	270,750

Merk op dat deze metingen elk 90° uit elkaar zouden moeten liggen. Dit is echter niet het geval, zelfs niet binnen de foutenmarge van $0,025^\circ$. De metingen zijn dus niet reproduceerbaar³. Om β te bepalen, werd bij de donkere standen (A_0 en A_2) de analysator over een kleine hoek gedraaid, zowel in wijzerzin (A_k^+) als in tegenwijzerzin (A_k^-), tot de standen van maximaal contrast bereikt werden. Nu geldt dat de *halfschaduwhoek* 2β :

²Als fout op de weerstand werd 1 digit genomen van de precisie (deze werd niet meegegeven).

³Dit was enigszins te verwachten; het menselijk oog is maar zo nauwkeurig in het onderscheiden van helderheden.

$$2\beta = A_k^+ - A_k^- \quad (5)$$

β werd via vergelijking 5 voor beide standen (A_0 en A_2) berekend, alsook het gemiddelde $\bar{\beta}$. Dit staat samengevat in Tabel 2.

Tabel 2: Hoeken A_k^+ en A_k^- van de analysator bij de 4 standen van maximaal contrast. Berekening van $\bar{\beta}$ hieruit. De absolute fout op alle hoeken in de tabel bedraagt $0,025^\circ$.

Stand	A_0^+	A_0^-	A_2^+	A_2^-
Waarde (°)	3,100	-2,850	183,400	177,250
$\beta_k = (A_k^+ - A_k^-)/2$ (°)	2,975		3,075	
$\bar{\beta} = (\beta_0 + \beta_2)/2$ (°)	3,025			

Aangezien de metingen niet reproduceerbaar zijn, liggen β_0 en β_2 niet binnen elkaars foutenmarge. De fout van $0,025^\circ$ op het gemiddelde zal dus onderschat zijn. Dit is niet zo erg; er wordt niet verder met β gerekend. Er werd getracht om de polarisator zo te draaien, dat β tussen de 3° en 4° zou liggen. De bekomen waarde $\bar{\beta} = (3,025 \pm 0,025)^\circ$ is dus zeker niet slecht.

3.1.2 Kwartsplaatje

Zoals aangehaald in de vorige subsectie, zijn de metingen niet reproduceerbaar. Er werden dus telkens voldoende metingen gedaan, om de fout⁴ op het gemiddelde te beperken. Deze wordt (voor n metingen x_i van X) namelijk gegeven door:

$$\sigma(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

De berekeningen voor kwartsplaatje 1 met dikte $d_1 = (1,00 \pm 0,01)$ mm zullen hier expliciet uitgeschreven worden. Voor het tweede kwartsplaatje met dikte $d_2 = (2,00 \pm 0,01)$ mm zullen enkel de resultaten opgesomd worden.

De hoek $A_{0,k}$ van de analysator in de eerste contrastloze stand werd 5 keer opnieuw gemeten. Na elke meting werd het kwartsplaatje in de polarimeter geplaatst en werd de (gedraaide) hoek⁵ $A_{0,k}^*$ gemeten. Dit staat samengevat in Tabel 3.

Tabel 3: De hoeken $A_{0,k}$ en $A_{0,k}^*$ resp. zonder en met het eerste kwartsplaatje. De absolute fout op de hoeken van de analysator bedraagt $0,025^\circ$.

$A_{0,k}$ ($^\circ$)	$A_{0,k}^*$ ($^\circ$)
0,300	21,650
0,350	21,700
0,250	21,750
0,300	21,750
0,300	21,700
$\overline{A_{1,0}} = 0,300 \pm 0,048$	$\overline{A_{1,0}^*} = 21,710 \pm 0,057$

Als absolute fout op het gemiddelde werd telkens $3 \times \sigma$ genomen⁶ (zie vergelijking 6). De draaihoek α_1 waarover geroteerd werd, is dan:

$$\alpha_1 = \overline{A_{1,0}^*} - \overline{A_{1,0}} = (21,41 \pm 0,11)^\circ$$

⁴Standaardafwijking, zie cursus ‘Statistiek en Gegevensverwerking’.

⁵Dit komt overeen met dezelfde contrastloze stand; \mathbf{p} en \mathbf{q} werden beide over een hoek α gedraaid.

⁶Het CLT uit de statistiek stelt dat (voor voldoende metingen) het gemiddelde normaal verdeeld is.

Merk op dat, i.p.v. de gemiddeldes van elkaar af te trekken, $\alpha_{1,k}$ ook berekend kon worden voor elke meting k . Het gemiddelde $\overline{\alpha_1}$ zou dan op hetzelfde neerkomen, maar de fout op het gemiddelde zou kunnen verschillen⁷. De berekening van α_1 is op deze manier gebeurd, om eventuele correlatie tussen de metingen tegen te gaan.

Uit α_1 kan ten slotte het optisch draaivermogen van kwarts berekend worden, met $d = d_1$ in vergelijking 1. Dit geeft:

$$[\alpha]_1 = (21,41 \pm 0,32) \text{ deg/mm}$$

Hetzelfde werd gedaan voor het tweede kwartsplaatje. Dit is weergegeven in Tabel 4.

Tabel 4: De hoeken $A_{0,k}$ en $A_{0,k}^*$ resp. zonder en met het tweede kwartsplaatje. De absolute fout op de hoeken van de analysator bedraagt $0,025^\circ$.

$A_{0,k} (^\circ)$	$A_{0,k}^* (^\circ)$
0,200	43,350
0,250	43,400
0,300	43,350
0,300	43,400
0,250	43,450
$\overline{A_{2,0}} = 0,260 \pm 0,057$	$\overline{A_{2,0}^*} = 43,390 \pm 0,057$

De draaihoek α_2 waarover geroteerd werd:

$$\alpha_2 = \overline{A_{2,0}^*} - \overline{A_{2,0}} = (43,13 \pm 0,12)^\circ$$

Dit leidt tot een optisch draaivermogen:

$$[\alpha]_2 = (21,57 \pm 0,17) \text{ deg/mm}$$

Beide bekomen waarden $[\alpha]_1$ en $[\alpha]_2$ liggen in elkaars foutengebied, zoals het hoort. Merk ook op dat de fout op $[\alpha]_2$ (0,79%) veel kleiner is dan die op $[\alpha]_1$ (1,5%). Dit komt door het feit dat de fout op de dikte van het kwartsplaatje het meest doorweegt in het eindresultaat. De fout op d_2 (0,50%) is namelijk maar de helft van de fout op d_1 (1,0%). Ook de draaihoek α_2 is groter dan α_1 , terwijl hun fouten van dezelfde grootteorde zijn. Dit leidt opnieuw tot een kleinere relatieve fout.

Het gemiddelde van de 2 waarden voor het optisch draaivermogen:

$$[\alpha]_{\text{kwarts}} = (21,5 \pm 0,3) \text{ deg/mm}$$

3.1.3 Suikeroplossing

Er werd op dezelfde manier te werk gegaan als bij de kwartsplaatjes. De hoek $A_{0,k}$ van de analysator werd 10 keer gemeten, waarbij na elke meting de cilinder met de suikeroplossing in de polarimeter geplaatst werd en $A_{0,k}^*$ gemeten werd. Aangezien het beeld zeer onscherp en troebel was, werden meer metingen gedaan. De resultaten staan samengevat in Tabel 5.

De draaihoek α waarover geroteerd werd:

$$\alpha = \overline{A_0^*} - \overline{A_0} = (18,01 \pm 0,28)^\circ$$

⁷De spreiding van $\alpha_{1,k}$ varieert afhankelijk van hoe $A_{0,k}$ van $A_{0,k}^*$ wordt afgetrokken.

Tabel 5: De hoeken $A_{0,k}$ en $A_{0,k}^*$ resp. zonder en met de suikeroplossing. De absolute fout op de hoeken van de analysator bedraagt $0,025^\circ$.

$A_{0,k} (^\circ)$	$A_{0,k}^* (^\circ)$
0,250	18,050
0,350	18,250
0,350	18,400
0,300	18,250
0,250	18,500
0,300	18,200
0,400	18,550
0,350	18,800
0,300	18,150
0,300	18,100
$\overline{A_0} = 0,315 \pm 0,045$	$\overline{A_0^*} = 18,33 \pm 0,23$

Het optisch draaivermogen kan analoog aan kwarts berekend worden. De cilinder met lengte $l = (20,0 \pm 1,0)$ cm bevatte echter een luchtbel met lengte $l_{\text{lucht}} = (3,50 \pm 0,20)$ cm. Deze luchtbel zou de weglengte van het licht in de suikeroplossing beïnvloed kunnen hebben. Vandaar dat de berekening voor zowel l als $l' = l - l_{\text{lucht}} = (16,5 \pm 1,2)$ cm gedaan wordt. Vervolgens kan ook de concentratie C_{opl} van de oplossing bepaald worden, door gebruik te maken van het specifiek draaivermogen $[\alpha]_{\text{sp}}$ (zie vergelijking 2):

$$C_{\text{opl}} = [\alpha]_{\text{opl}} / [\alpha]_{\text{sp}} \quad (7)$$

Het is gegeven dat [1], voor een suikeroplossing met concentratie $C_{\text{opl}}^* = (0,1619 \pm 0,0001)$ g/cm³ en lengte⁸ $l^* = (20 \pm 1)$ cm, de draaihoek:

$$\alpha^* = 21^\circ 40' \pm 1'$$

Via vergelijking 2 kan het specifiek draaivermogen van een suikeroplossing berekend worden:

$$[\alpha]_{\text{sp}} = (66,9 \pm 3,5) \text{ deg mL g}^{-1} \text{ dm}^{-1}$$

LUCHTBEL WORDT VERWAARLOOSD

Het optisch draaivermogen kan door vergelijking 2 om te vormen, berekend worden:

$$[\alpha]_{\text{opl}} = (0,0901 \pm 0,0060) \text{ deg/mm}$$

Dit leidt tot een concentratie:

$$C_{\text{opl}} = (0,13 \pm 0,02) \text{ g/cm}^3$$

LUCHTBEL WORDT MEEGEREKEND

Het optisch draaivermogen is:

$$[\alpha]_{\text{opl}}' = (0,1092 \pm 0,0097) \text{ deg/mm}$$

Dit geeft een concentratie:

$$C_{\text{opl}}' = (0,16 \pm 0,03) \text{ g/cm}^3$$

Dit resultaat lijkt minder waarschijnlijk. De berekende draaihoek $\alpha = (18,01 \pm 0,28)^\circ$ is significant kleiner dan de draaihoek $\alpha^* = 21^\circ 40' \pm 1'$. De bekomen concentratie C_{opl}' , waarbij de luchtbel wordt meegerekend, ligt echter heel dicht bij C_{opl}^* . Men zou verwachten dat een kleinere draaihoek, een kleinere concentratie impliceert.

⁸Als fout op de lengte werd 1 digit genomen van de precisie (deze werd niet meegegeven).

3.2 Wet van Malus

De bronspanning werd op 6V gezet. Vervolgens werd de spanning V_k over de weerstand voor 10 verschillende hoeken θ_k van de analysator gemeten. De absolute fout op de spanning wordt gegeven door (0,5% afl. + 1 digit) (zie handleiding multimeter [2], onder 'SPECIFICATIONS' - '(1) DC Volts'). Dit werd 3 maal herhaald, mits de metingen niet reproduceerbaar zijn. Ook de gemiddeldes werden berekend, en de fouten erop (opnieuw $3 \times \sigma$, via vergelijking 6). Dit is weergegeven in Tabel 6.

Tabel 6: Metingen van de spanning $V_{k,i}$ over de weerstand bij verschillende hoeken θ_k van de analysator. De absolute fout op θ_k bedraagt telkens 5° . De absolute fout op $V_{k,i}$ werd berekend door (0,5% afl. + 1 digit). Ook de gemiddeldes \bar{V}_k zijn weergegeven met hun absolute fouten ($3 \times \sigma$).

θ_k ($^\circ$)	$V_{k,1}$ (V)	AF($V_{k,1}$) (V)	$V_{k,2}$ (V)	AF($V_{k,2}$) (V)	$V_{k,3}$ (V)	AF($V_{k,3}$) (V)	\bar{V}_k (V)	AF(\bar{V}_k) (V)
0	0,4630	0,0034	0,4570	0,0033	0,4650	0,0034	0,4617	0,0073
10	0,4650	0,0034	0,4580	0,0033	0,4610	0,0034	0,4613	0,0061
20	0,4630	0,0034	0,4560	0,0033	0,4580	0,0033	0,4590	0,0063
30	0,4600	0,0033	0,4520	0,0033	0,4540	0,0033	0,4553	0,0073
40	0,4510	0,0033	0,4470	0,0033	0,4480	0,0033	0,4487	0,0037
50	0,4410	0,0033	0,4400	0,0032	0,4420	0,0033	0,4410	0,0018
60	0,4310	0,0032	0,4250	0,0032	0,4330	0,0032	0,4297	0,0073
70	0,4090	0,0031	0,4130	0,0031	0,4130	0,0031	0,4117	0,0040
80	0,3770	0,0029	0,3760	0,0029	0,3720	0,0029	0,3750	0,0046
90	0,3080	0,0026	0,3110	0,0026	0,3080	0,0026	0,3090	0,0030

Er wordt verder gerekend met $V_k = \bar{V}_k$. Via de wet van Ohm, kan de stroom I_k in de kring berekend worden:

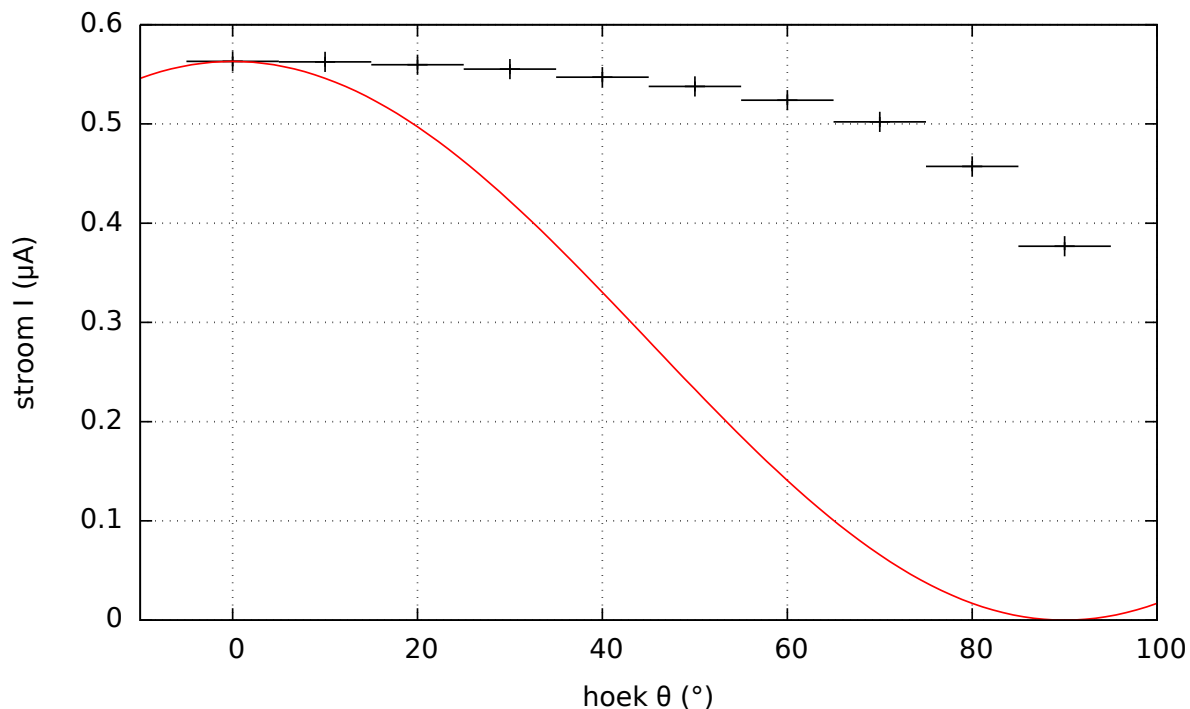
$$I_k = V_k/R \quad (8)$$

met $R = (820 \pm 1) \text{ k}\Omega$. Dit is samengevat in Tabel 7.

Tabel 7: Berekeningen van de stroom I_k bij verschillende hoeken θ_k van de analysator, m.b.v. de wet van Ohm. De absolute fout op θ_k bedraagt telkens 5° .

θ_k ($^\circ$)	I_k (μA)	AF(I_k) (μA)
0	0,563	0,005
10	0,563	0,005
20	0,560	0,005
30	0,555	0,005
40	0,547	0,005
50	0,538	0,005
60	0,524	0,005
70	0,502	0,005
80	0,457	0,005
90	0,377	0,004

In Fig. 5 is de stroom I_k uit Tabel 7 geplot in functie van de hoek θ . De 'stroomversie' van de wet van Malus (zie vergelijking 4) is in het rood geplot, met $I_{0,\text{current}} = I_{k=1}$ uit de tabel. Merk op dat de meetdata niet goed overeenkomt met de wet van Malus, deze blijft steeds boven de rode lijn. Een mogelijke verklaring zou zijn dat de polaroid filters simpelweg te veel licht doorlaten, m.a.w. het licht wordt niet perfect gepolariseerd.



Figuur 5: Grafiek van Tabel 7. De stroom I_k is met foutenvlaggen geplot in functie van de hoek θ . Vergelijking 4 is in het rood geplot, met $I_{0,\text{current}} = I_{k=1}$ uit de tabel.

4 Besluit

4.1 Polarimeter van Laurent

De meting van de hoeken van de analysator in contrastloze standen is telkens maar 1 keer gebeurd. Aangezien de metingen niet reproduceerbaar zijn, zijn de bekomen waarden niet vrij accuraat. Ook zijn de 2 metingen van β niet compatibel; ze liggen niet binnen elkaars foutenmarge. Dit is geen ramp, aangezien er niet verder met β gerekend werd. De 2 waarden van β zijn gecombineerd tot een gemiddelde waarde tussen de 3° en 4° :

$$\bar{\beta} = (3,025 \pm 0,025)^\circ$$

De hoeken van de analysator bij de kwartsplaatjes zijn wel voldoende gemeten. De 2 bekomen waarden voor het optisch draaivermogen van kwarts liggen in elkaars foutengebied. Dit leidde tot een gemiddelde waarde:

$$[\alpha]_{\text{kwarts}} = (21,5 \pm 0,3) \text{ deg/mm}$$

Omdat het beeld bij de suikeroplossing onduidelijk was, zijn er dubbel zoveel metingen van de hoek van de analysator gebeurd. Er werd vastgesteld dat de luchtbel in de cilinder waarschijnlijk te verwaarlozen valt. Dit leidde tot:

$$[\alpha]_{\text{opl}} = (0,0901 \pm 0,0060) \text{ deg/mm}$$

$$C_{\text{opl}} = (0,13 \pm 0,02) \text{ g/cm}^3$$

4.2 Wet van Malus

Vermits ook deze metingen niet reproduceerbaar bleken, is de spanning over de weerstand telkens 3 keer gemeten. Dit leidde tot nauwkeurigere resultaten in het berekenen van de stroom. De meetresultaten in Fig. 5 komen echter niet overeen met de wet van Malus, waardoor deze ook niet bevestigd kan worden (hoewel de stroom I_k inderdaad daalt naarmate de hoek vergroot).

Bronvermelding

- [1] Ufora. *Experimenteren in de fysica en de sterrenkunde 2*. URL: <https://ufora.ugent.be/d21/1e/content/854712/Home>. (geraadpleegd op: 18 oktober 2023).
- [2] APPA Technology Corporation. *APPA 91 User Manual*. URL: https://appatech.com/resources/APPA_91_700020064_User_manual. (geraadpleegd op: 18 oktober 2023).