
Specifieke lading elektron

Gunar Stevens
Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde
Opstelling X

Groep 5
26 oktober 2023

Samenvatting

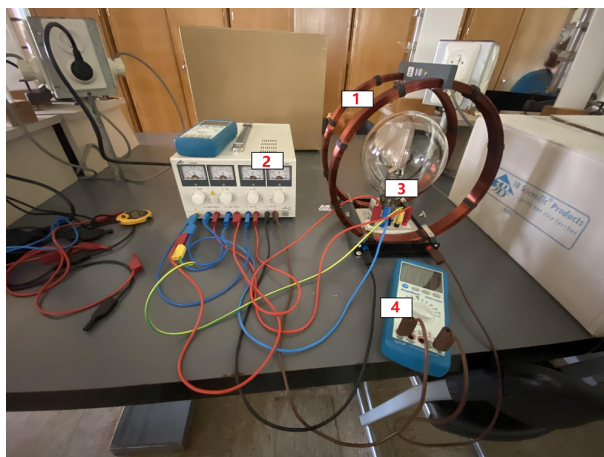
In het besproken experiment van dit verslag trachtte men de specifieke lading van een elektron te bepalen aan de hand van een lintstraalbuis en Helmholtz-spoelen. Er werd een specifieke lading ter waarde van $e/m_e = (2,39 \pm 0,43) \cdot 10^{11} \text{C/kg}$ bekomen. Deze waarde in combinatie met de elementaire lading uit het vorige oliedruppelexperiment van Milikan levert een waarde voor de massa van een elektron van de grootte: $m_e = (5,86 \pm 1,94) \cdot 10^{-31} \text{kg}$.

1 Inleiding

In dit verslag worden de resultaten van het experiment met betrekking tot de lintstraalbuis besproken zowel als conclusies getrokken uit desbetreffende resultaten. We trachten de specifieke lading e/m van een elektron te bepalen, met e de elementaire lading, en m de massa van een elektron. Dit doen we door een magnetisch veld te manipuleren waarin zich een elektronenbundel bevindt, en zo kunnen we dus het afgelegde pad van de elektronen beïnvloeden.

2 Experimentele methode

In het experiment wordt er gebruik gemaakt van een opstelling met volgende componenten (zie Figuur 1 voor referenties): regelbare spanningsbron met 9 poorten(3B - U33000)(2), twee multimeters(Peaktech - 3340DMM)(4), bekabeling, twee Helmholtz-spoelen(3B - 1000906)(1) en een lintstraalbuis met 4 poorten(3B - 1000804)(3).



Figuur 1: Experimentele Opstelling

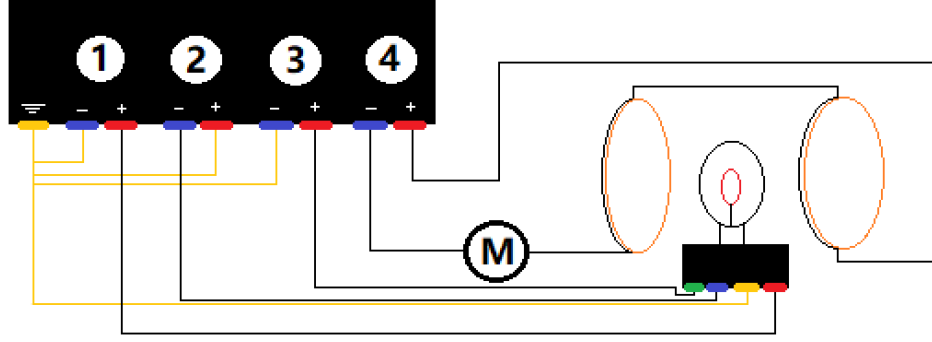
Deze regelbare spanningsbron laat ons toe vier waarden te manipuleren (zie Figuur 2 voor referenties):

1. $U_A(1)$, zijnde de anode spanning die zal zorgen voor de versnelling van de elektronen(max. 500V).
2. $U_W(2)$, zijnde de spanning die verantwoordelijk is voor de bediening van de Wehnelt cilinder in de lintstraalbuis(max. 50V), we sluiten deze spanningsbron echter omgekeerd aan zodanig dat we een negatief potentiaalverschil verkrijgen(zie wederom Figuur 2).
3. $U_H(3)$, zijnde de spanning die gebruikt wordt voor de kathode op te warmen(constante doelspanning van $7,5\text{V}^1$).

¹Met doelspanning wordt er de spanning bedoelt waar men op doelt, de gebruikte spanning werd uiteraard gemeten en is te vinden 3.2.

4. $U_{\text{He}}(4)$, zijnde de spanning die over de Helmholtz-spoelen wordt gezet. i.e. gaat deze spanning rechtstreeks het magnetisch veld dat door de lintstraalbuis loopt beïnvloeden(max. 12V).

Figuur 2 toont dat de eerste 3 spanningsbronnen en de lintstraalbuis zelf verbonden staan met de aarde. Ook illustreert deze dat we in de laatste schakeling(4) de Helmholtz-spoelen en een multimeter in serie hebben staan, op een zodanige wijze dat het geproduceerde magnetische veld door elke spoel in dezelfde richting loopt, de multimeter in deze schakeling zal de stroom opmeten. Via de voorgaand besproken controleerbare waarden kunnen we dus de snelheid van de elektronen die de lintstraalbuis ingeschoten worden, en de omstandigheden in de lintstraalbuis zelf, beïnvloeden en manipuleren. Doorheen het experiment houden we U_H en U_W constant, en laten we U_A en U_{He} variëren.



Figuur 2: Illustratie gebruikte schakeling

Zij dus dat een elektron de lintstraalbuis ingeschoten wordt met een snelheid v , die, bij benadering van geen energieverlies wanneer het elektron het potentiaalverschil U_A oversteekt, valt te linken aan U_A via:

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = eU_A \quad (1)$$

Ook werkt er een Lorentz-kracht op het elektron vanwege het aangelegde magnetisch veld(zie Figuur 3). Deze wordt gegeven door: $F_L = evB$, sinds dat $\vec{v} \perp \vec{B}$. Men kan ook inzien dat deze Lorent-kracht gaat dienen als centripetale kracht, sinds dat deze afhankelijk is van \vec{v} , maar zelf ook de richting van \vec{v} gaat beïnvloeden. Deze vaststelling gecombineerd met vergelijking 1 geeft:

$$m_e \frac{v^2}{r} = evB \implies \frac{e}{m_e} = \frac{2U_A}{r^2 B^2} \quad (2)$$

² Nu zoeken we een uitdrukking voor de magnetische veldsterkte B in functie van de stroom I doorheen de laatste schakeling via de wet van Biot-Savart, deze luid voor onze Helmholtz-spoelen in het middelpunt van de lintstraalbuis(zie [5]):

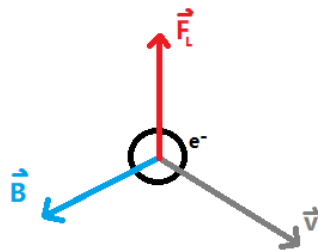
$$d\vec{B} = \frac{I\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \implies B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N I}{R} \quad (3)$$

³. Als we onze uitdrukking voor B nu invullen in vergelijking 2, krijgen we voor de specifieke lading e/m_e :

$$\frac{e}{m_e} = \frac{125U_A R^2}{32r^2 \mu_0^2 N^2 I^2} \quad (4)$$

²Hier is m_e de massa van het elektron, e de elementaire lading, r de straal van de cirkelbeweging en B de magnetische veldsterkte waarvan de grootte als constant benaderd wordt doorheen de cirkelbeweging.

³Hierbij correspondeert $N = 124$ met het aantal windingen per spoel, $\mu_0 = (1,25663706212) \cdot 10^{-6} \text{kgm/s}^2 \text{A}^2$ de permeabiliteit van het vacuüm(met verwaarloosbare fout) en $R = (0,15 \pm 0,005) \text{m}$ de straal van een spoel via [4] en [2].



Figuur 3: Illustratie momentane toestand van een individueel elektron

3 Metingen

We meten voor 7 verschillende versnellschakelingen U_A vier verschillende stromen door de schakeling met de Helmholtz-spoelen, wat voor elke stroom een andere cirkelbeweging impliceert en dus een andere straal. Zo meten we 7 versnellschakelingen U_A , 28 stroomsterktes door de laatste schakeling I en 28 diameters van de cirkelbeweging d^4 .

3.1 Foutenrekening

We doen 3 verschillende soorten metingen, waarbij de eerste soort meting de meting op de versnellschakeling is via de multimeter, hierbij is de fout afhankelijk op de resolutie aangegeven door de multimeter. Via [1] vinden we voor de gebruikte resolutie van 0,1V(max. bereik van 400V) dat $AF(U_A) = 0,012 \cdot U_A + 0,2V$. De tweede soort meting is de meting van de stroom I in de laatste schakeling, uit [1] volgt wederom dat voor een resolutie van 1,0mA(max. bereik van 4A) $AF(I) = 0,025 \cdot I + 0,004A$.⁵ De laatste soort meting is die van de diameter d . Deze gebeurt aan de hand van metalen merkstaafjes ingebouwd in de lintstraalbuis. We benaderen het punt waar de elektronen uitgeschoten worden, zijnde de onderkant van de cirkel, als het nulpunt. Zo hebben we, uit een meetnauwkeurigheid van 2cm, een $AF(d) = 1cm^6$. Verder is er gebruik gemaakt van volgende vergelijkingen: Foutenrekening bij optelling/aftrekking van grootheden:

$$AF(a \pm b) = AF(a) + AF(b) \quad (5)$$

Relatieve fout:

$$RF(a) = \frac{AF(a)}{a} \quad (6)$$

Foutenrekening bij multipliceren/delen van grootheden:

$$RF(a/b) = RF(a) + RF(b) \quad (7)$$

Foutenrekening bij het afbeelden van een grootheid:

$$AF(f(a)) = \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=a} \cdot AF(a) \quad (8)$$

Gewogen gemiddelde en zijn resolutie⁷:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i^N \frac{x_i}{AF(x_i)^2}}{\sum_i^N \frac{1}{AF(x_i)^2}}, V(\bar{x}) = \frac{1}{\sum_i^N \frac{1}{AF(x_i)^2}} \implies AF(\bar{x}) = \sqrt{V(\bar{x})} \quad (9)$$

⁴Merk op dat de diameter wordt gemeten, en niet de straal. Dit omdat de relatieve fout kleiner is voor een meting van de diameter dan voor de meting van een straal, bovendien valt het middelpunt moeilijk te bepalen.

⁵Er is echter 1 meting gebeurd die het max. bereik van 4A overschreed(zie $U_A = 215,6V$ meting 4), deze meting is dus gedaan met een resolutie van 10,0mA en een max. bereik van 10A. De foutenrekening voor deze waarden blijft echter identiek, zie hiervoor [1].

⁶De fout op d is eerder controversieel, dit omdat we de cirkelbeweging kunnen bijstellen om de metalen merkstaafjes te fitten, zo zouden we eerder moeten kijken naar de manier van bijstelling of hoe d verandert naarmate we U_{He} aanpassen. We kiezen voor simpliciteit te behouden er toch voor om de meetnauwkeurigheid van de merkstaafjes te behouden als fout op d .

⁷Via 'Cursus Statistiek en Gegevensverwerking'

3.2 Meetresultaten

Voor U_H en U_W werd er een waarde van $U_H = (7,52 \pm 0,29)V$, $U_W = (-40,0 \pm 0,68)V$ opgemeten.⁸

$U_A(V)$	AF(V)	$I(A)$	AF(A)	$d(cm)$
215,60	2,8	0,763	0,023	8
		1,187	0,034	6
		2,536	0,067	4
		4,31	0,11	2
230,90	3,0	0,652	0,020	10
		0,865	0,026	8
		1,388	0,039	6
		2,820	0,075	4
244,80	3,1	1,098	0,031	10
		1,181	0,034	8
		2,047	0,055	6
		3,041	0,080	4
255,80	3,3	1,216	0,034	10
		1,166	0,033	8
		2,188	0,059	6
		3,133	0,082	4
277,20	3,5	1,240	0,035	10
		1,821	0,050	8
		2,458	0,065	6
		3,433	0,090	4
289,50	3,7	1,322	0,037	10
		1,896	0,051	8
		2,495	0,066	6
		3,513	0,092	4
299,30	3,8	1,321	0,037	10
		1,879	0,051	8
		2,546	0,068	6
		3,595	0,094	4

Tabel 1: Metingen van de versnelspanning en zijn fout, de stroom en zijn fout, en de diameter

4 Berekeningen en bespreking

Nu hebben we data voor 7 systemen waarbij elk systeem een andere versnelspanning heeft, met 4 waarden voor r en I . Als we ons keren naar vergelijking 4, dan kunnen we r als functie van I schrijven:

$$r(I) = \frac{5R}{4\mu_0 N I} \cdot \sqrt{\frac{5U_A m_e}{2e}} \quad (10)$$

We zien dat er een rechtevenredig verband is tussen r en I^{-1} via:

$$r(I^{-1}) = \frac{5RI^{-1}}{4\mu_0 N} \cdot \sqrt{\frac{5U_A m_e}{2e}} \quad (11)$$

Zo kunnen we voor alle metingen per versnelspanning lineaire regressie⁹ toepassen. Dit zal ons een richtingscoëfficiënt a geven per systeem. Hiervoor geldt:

$$a = \frac{5R}{4\mu_0 N} \cdot \sqrt{\frac{5U_A m_e}{2e}} \implies \frac{e}{m_e} = \frac{125U_A R^2}{32a^2 \mu_0^2 N^2} \quad (12)$$

Dit volgt ook rechtstreeks uit vergelijking 4 als men inzielt dat $r \cdot I = a$.

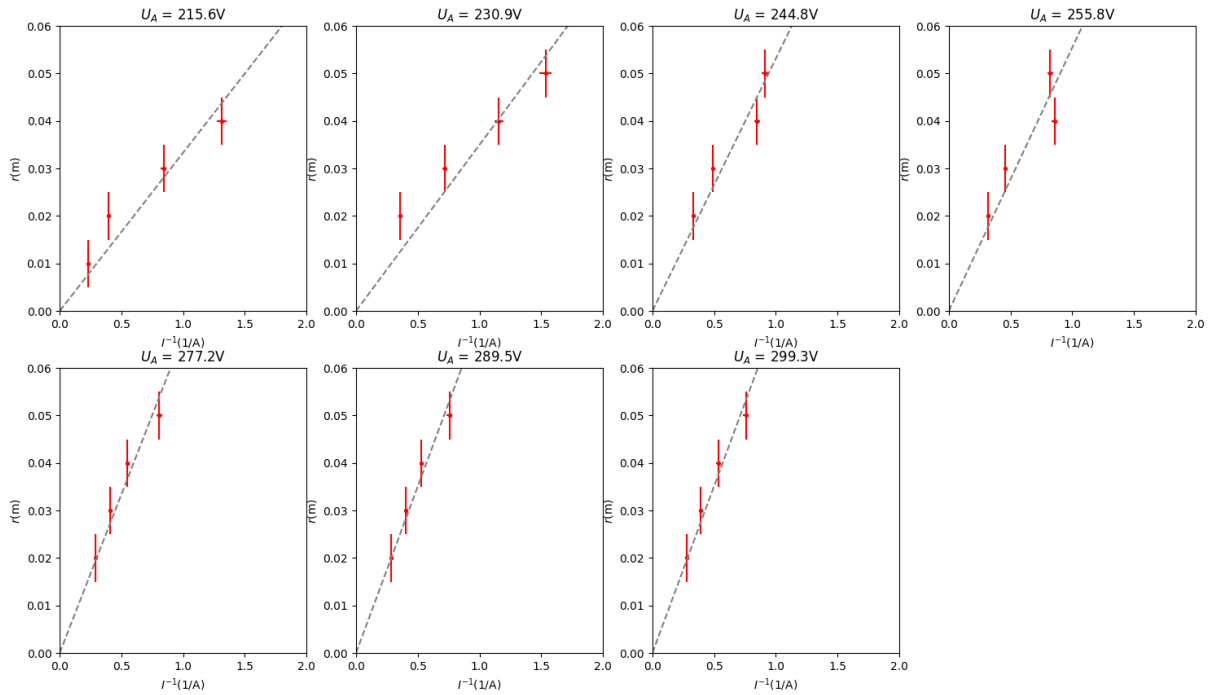
⁸Merk op dat dit een andere resolutie is dan besproken in 3.1, maar via [1] volgt er dat deze foutenrekening identiek is aan de voorgaand besproken resoluties.

⁹Via 'Cursus Experimenteren in de fysica en sterrenkunde 1'

N° Systeem	$a(\text{m}\cdot\text{A})$	AF($\text{m}\cdot\text{A}$)
1	0,0333	0,0098
2	0,0350	0,0090
3	0,0532	0,011
4	0,0555	0,016
5	0,0668	0,011
6	0,0702	0,0093
7	0,0703	0,0095

Tabel 2: Evenredigheidsfactor a en zijn fout per systeem

De gefitte rechten aan onze datapunten zijn geïllustreerd per systeem in Figuur 4. We kunnen observeren dat voor grotere versnelspanningen U_A , de richtingscoëfficiënt van de gefitte rechte groter wordt, m.a.w. grotere versnelspanningen impliceren een kleinere straal bij eenzelfde stroomsterkte. Dit is omdat de versnelspanning via vergelijking 1 schaalt met de snelheid van de elektronen, en deze schaalt met de Lorentz-kracht die inwerkt op de elektronen. En het volgt direct uit kinematische formules voor een cirkelvormige beweging dat een grotere centripetale kracht, een kleinere straal impliceert. Nu kunnen we via vergelijking 12 de specifieke lading van een elektron bepalen voor elke versnelspanning.



Figuur 4: Lineaire regressie bij onze 4 meetpunten per spanningsniveau met foutenvlaggen

N° Systeem	$e/m_e(10^{11}\text{C/kg})$	AF(10^{11}C/kg)
1	7,02	4,7
2	6,83	4,1
3	3,14	1,6
4	3,01	2,0
5	2,25	0,92
6	2,13	0,74
7	2,19	0,77

Tabel 3: Specifieke lading van een elektron per systeem

Uit Tabel 3 kunnen we nu een gewogen gemiddelde¹⁰ verkrijgen voor de specifieke lading via vergelijking 9: $e/m_e = (2,39 \pm 0,43) \cdot 10^{11}\text{C/kg}$ waarbij dat de literatuurwaarde(via [6]) net buiten het

¹⁰Er wordt het gewogen gemiddelde genomen i.p.v. het aritmetisch gemiddelde, dit omdat de fout op de eerste 2 waarden in Tabel 3 significant groter zijn dan die voor de andere waarden, en dus dat dit per definitie slechtere metingen zijn.

fouteninterval valt. Merk ook op dat in Tabel 3 de gevonden specifieke lading nadert tot die van de literatuurwaarde naarmate U_A stijgt, een mogelijke verklaring hiervoor is te linken aan het feit dat hoe sneller elektronen de lintstraalbuis ingestuurd worden, hoe sterker de inwerkende Lorentz-kracht, en hoe kleiner de invloed van andere factoren op de baan van het elektron.

5 Besluit

Er is een specifieke lading van het elektron ter waarde van $e/m_e = (2,39 \pm 0,43) \cdot 10^{11} \text{C/kg}$ gekomen. Via de definitie van de specifieke lading en de voorgaande proef met betrekking tot het oliedruppelexperiment van Milikan, kunnen we de massa van een elektron bepalen. Uit voorgaande proef volgt een gemiddelde lading van de orde $e = (1,40 \pm 0,21) \cdot 10^{-19} \text{C}$. Dit levert een massa van een elektron van de grootte $m_e = (5,86 \pm 1,94) \cdot 10^{-31} \text{kg}$. De literatuurwaarde voor deze grootheid(via [3]) valt wederom niet in ons fouteninterval, wat men kan verwachten als de bekomen waarde voor de specifieke lading deze eigenschap deelt.

Referenties

- [1] Peaktech® 3340 - operation manual. [Geraadpleegd op 31 Oktober 2023].
- [2] B. Van Waeyenberge. Ufora - experimenteren in de fysica en sterrenkunde 2 - practica, 2023. [Geraadpleegd op 31 Oktober 2023].
- [3] Wikipedia-bijdragers. Elektron — wikipedia, de vrije encyclopedie, 2023. [Online; accessed 1-november-2023].
- [4] Wikipedia-bijdragers. Magnetische veldconstante — wikipedia, de vrije encyclopedie, 2023. [Online; accessed 31-oktober-2023].
- [5] Wikipedia contributors. Helmholtz coil — Wikipedia, the free encyclopedia, 2023. [Online; accessed 31-October-2023].
- [6] Wikipedia contributors. Mass-to-charge ratio — Wikipedia, the free encyclopedia, 2023. [Online; accessed 1-November-2023].