

# **Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey**

## **Campus Querétaro**

### **Modelación Computacional de Sistemas Electromagnéticos(Gpo 1)**

#### **Profesora:**

Eloina Rodríguez González

#### **Integrantes:**

Armando Gutiérrez Rojo - A01702748

Oscar Eduardo Nieto Espitia - A01705090

Cristian Rogelio Espinosa Díaz - A01702752

Jesús Ernesto García Arriola - A01706777

#### **Actividad:**

Reto 3

Video: <https://youtu.be/dKdwXjfQjWc>

## Conclusiones individuales

Armando: En esta última parte del reto se buscó graficar la aceleración de la góndola. Como ya habíamos obtenido la posición en la entrega anterior, se obtuvo la segunda derivada de esta para obtener así la aceleración. Al igual que para la velocidad y la posición, se utilizó el método Runge Kutta de cuarto orden para resolver la ecuación diferencial, pero esta vez se implementó utilizando la función integrada de Matlab `ode45()`. Como conclusión general del reto, puedo decir que es importante conocer la aceleración que puede llegar a alcanzar un juego mecánico para así evitar accidentes. Me gustó poder aplicar las leyes vistas en el módulo de física para poder realizar una simulación del comportamiento de la góndola.

Cristian: En esta entrega final del reto tuvimos que graficar la aceleración de la góndola, ya que esta gráfica era necesaria para poder determinar las magnitudes que podía alcanzar la aceleración esta parte del juego mecánico “free fall ride”. A su vez, realizamos una investigación de cuánta aceleración puede soportar el ser humano para poder determinar si este juego mecánico es seguro para las personas. Para lograr este objetivo tuvimos que utilizar el método de Runge Kutta de cuarto orden, la función conocida como `ode45()`.

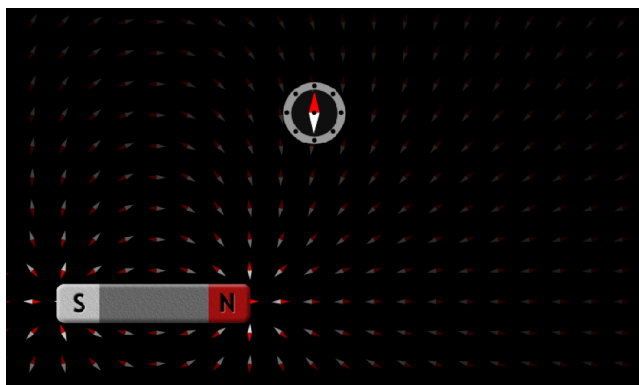
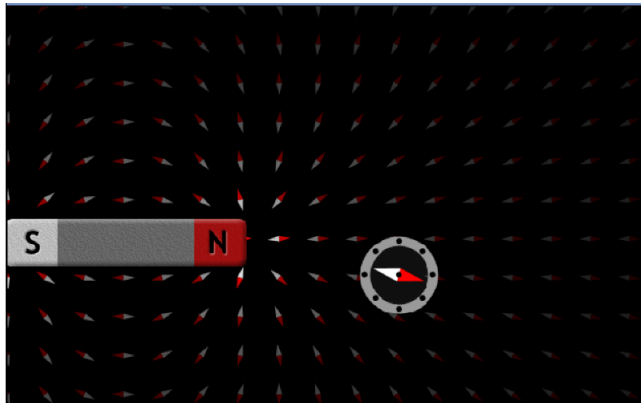
Oscar: Para esta actividad se tuvo como objetivo el graficar cosas como la altura de la torre, la altura de la parte conductora de la torre que sirve para el frenado magnético entre otros parámetros. Esto se logró mediante la entrega anterior del reto, en donde se obtuvo la posición, solo hizo falta derivarla para obtener velocidad y aceleración mediante el método Runge Kutta. Para este proyecto se utilizaron conceptos como campo magnético, fuerzas de Lorentz, ley de Biot Savart y ejemplos del movimiento de un imán en un tubo metálico vertical. Una vez que obtuvimos lo anterior solo hizo falta ver si la aceleración llegaba a valores peligrosos para los seres humanos, esto con el fin de evitar accidentes.

Ernesto: Ya para la última entrega del reto para resolver la situación problema, se tuvo como finalidad poder graficar la aceleración de la plataforma del juego mecánico, para esto fue necesario usar varios datos y herramientas que teníamos ya a la mano como lo es los resultados de la entrega anterior, los cuales ayudaron debido a que ahora teníamos la posición exacta, y se tuvo que derivar para sacar la aceleración y entender de esa manera el comportamiento de la góndola, también se usó el método numérico de Runge Kutta junto con todos los conceptos que básicamente vimos en todo el bloque, como las fuerzas de Lorentz, la ley de la mano derecha, Biot Savart entre otros conceptos, y ya para finalizar al tener todos los valores podíamos definir si el juego mecánico era o no peligroso en su uso.

### Imán de Barra

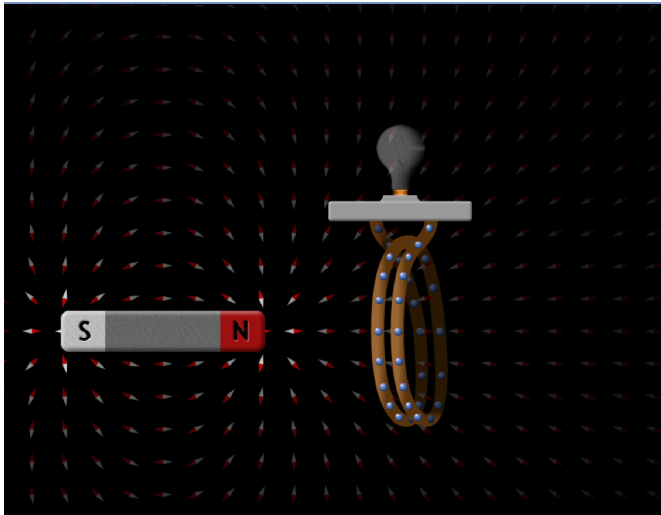
- Describe cómo interactúa la brújula con el imán de la barra

La brújula toma la dirección de la sección del campo magnético donde se localice dicha brújula.



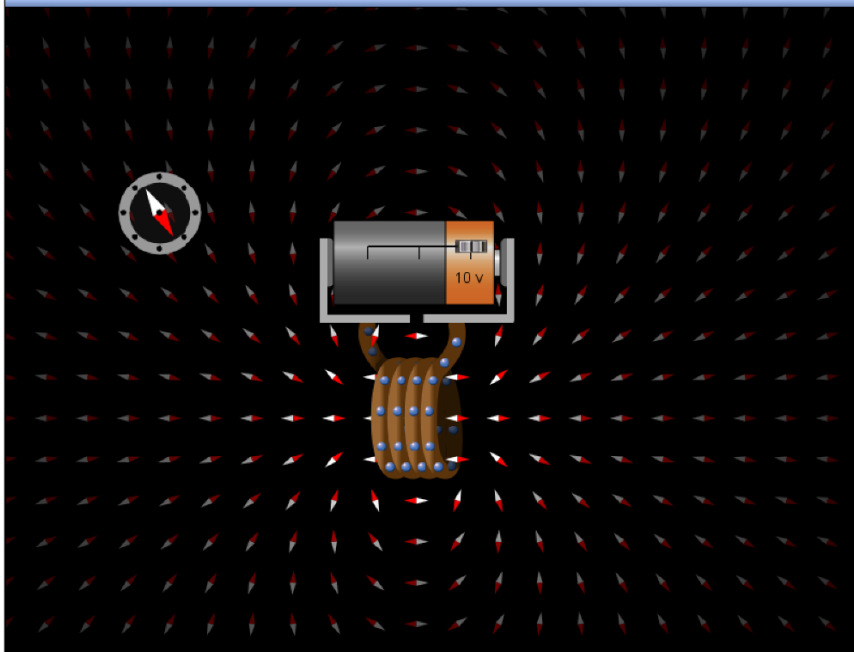
- Si decimos que las líneas de campo magnético apuntan de norte a sur fuera del imán, ¿qué le sucede cuando está dentro del imán?  
Las líneas de campo magnético siguen existiendo solo que dentro del imán y estas seguirán apuntando de norte a sur.

### Bobina



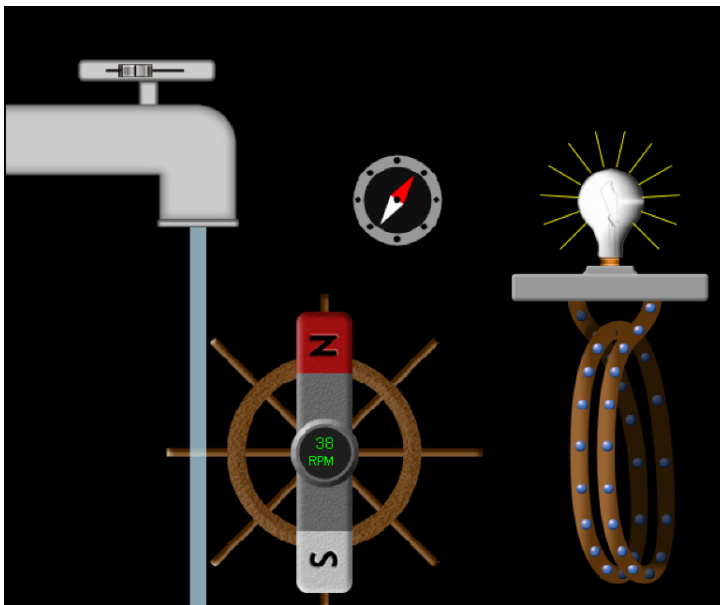
- Cuando mueves el imán hacia la bobina, describe lo que sucede dentro de la bobina  
Cuando se mueve el imán hacia la bobina, dentro de la bobina se puede observar que se genera movimiento, lo cual hace que se prenda el foco.
- Explica la respuesta anterior  
Esto se debe a la inducción magnética, este es un proceso en el cual se induce una corriente por medio de cambio en el campo magnético. En este caso al mover el imán de barra generamos el cambio necesario para crear inducción magnética.
- Cuando mueves la bobina hacia el imán, describe lo que sucede dentro de la bobina  
Sucede exactamente lo mismo que en el primer punto, en la bobina se puede observar que se genera movimiento. Por consecuencia, el foco se enciende.
- Cuando mueves el imán lejos de la bobina, describe lo que sucede dentro de la bobina  
Sucede el efecto contrario a lo que hemos mencionado anteriormente, es decir, que cuando movemos el imán lejos de la bobina, en esta no se genera movimiento, lo cual causa que el foco no se encienda
- Sugerir cómo puedes hacer que la lámpara sea más brillante  
Hay varias maneras de hacer que el foco aumente su brillo, las cuales son:
  1. Aumentar el número de loops o bucles
  2. Aumentar/ cambiar la fuerza del imán de barra
  3. Aumentar el área de los loops o bucles
- Cambia la fuerza (strenght) del imán de la barra al 20%. Sugerir cualquier nueva observación para la lámpara cuando se mueve el imán  
Si la fuerza del imán disminuye, el foco seguirá emitiendo luz solo que esta luz será menos intensa

### **Electroimán**



- Sugerir dos maneras de hacer que la fuerza del campo magnético inducida sea más débil
  1. Disminuir el voltaje de la batería
  2. Disminuir la cantidad de bucles
- ¿Qué sucede cuando se invierte la dirección de la batería?  
Se invierte la dirección del campo magnético
- ¿Qué sucede cuando usted cambia la fuente actual a AC?  
La dirección del campo magnético sufre de cambios constantes

### Generador

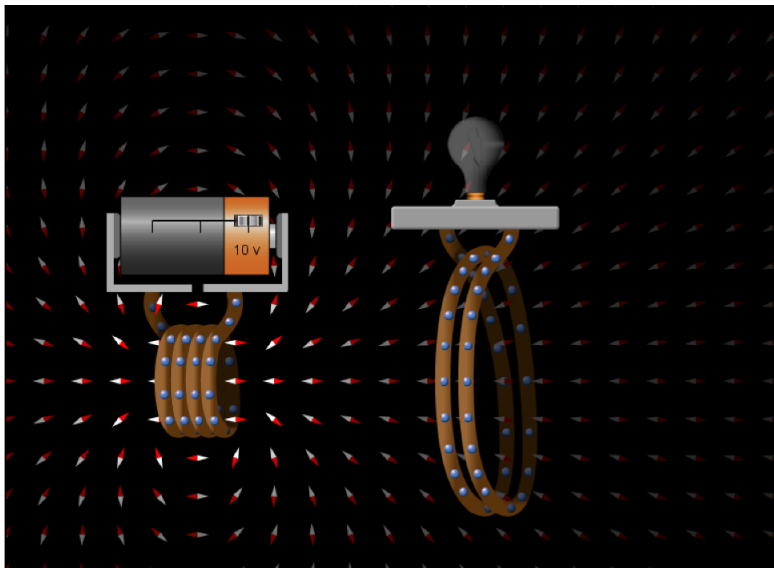


- Abre el grifo de agua. Deberías ver que la lámpara está encendida continuamente. Explicar por qué.

Este efecto sucede debido a que el imán de barra está en constante movimiento, esto hace que se genere un campo eléctrico.

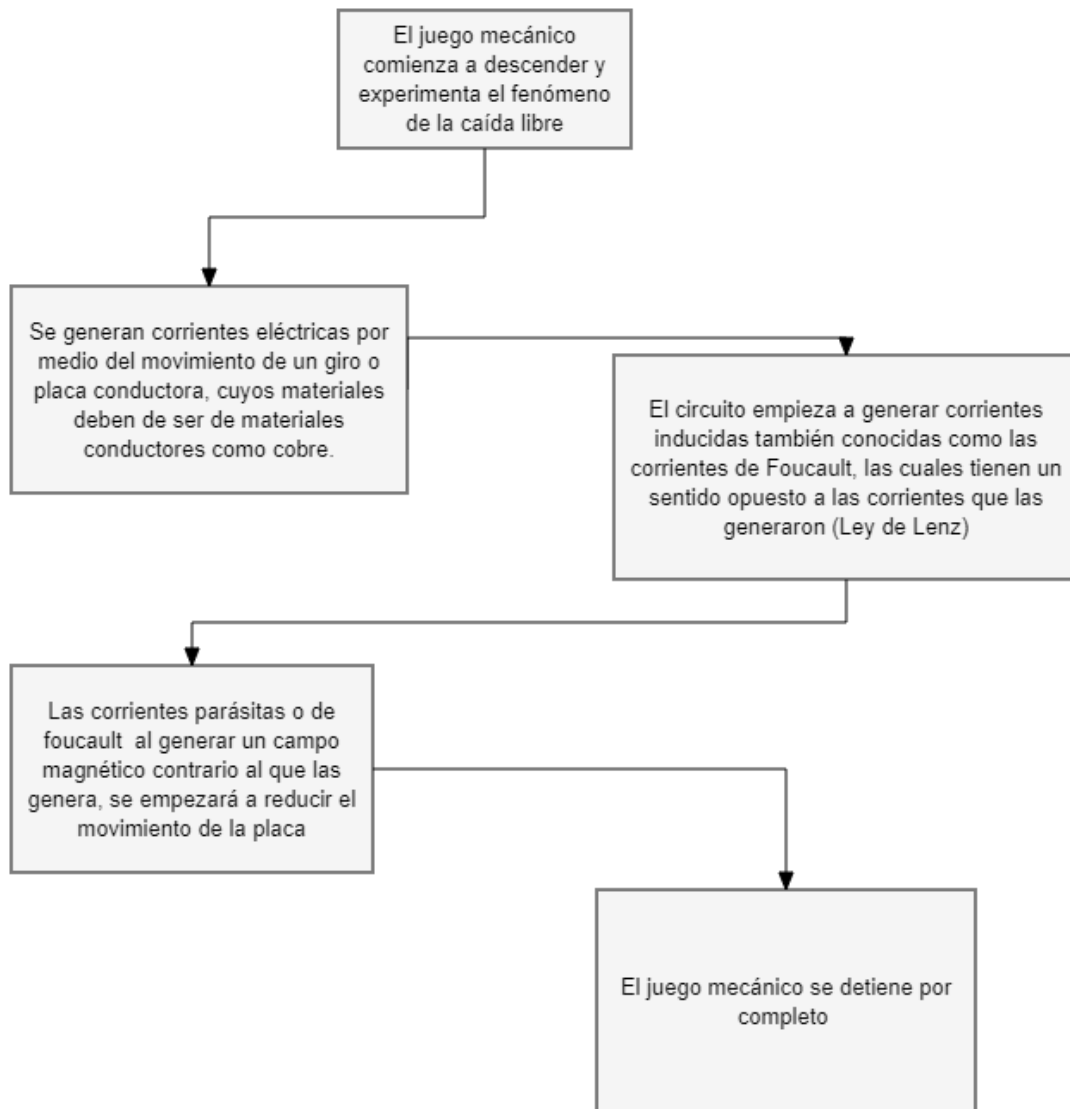
- Sugerir CUATRO formas de obtener una lámpara más brillante
  1. Aumentar la cantidad de bucles
  2. Aumentar el tamaño de los bucles
  3. Aumentar la cantidad de agua del grifo
  4. Aumentar la fuerza magnética del imán

### Transformador



- Mueva la batería y la bobina hacia la derecha rápidamente y detente. Describe lo que le sucede a la lámpara.  
El foco se enciende
- Sugerir dos maneras de cómo puedes mantener la lámpara encendida para siempre utilizando la bobina de la batería. (No cambies a AC)  
Aumentando los bucles de la bobina  
Aumentando el radio de los bucles
- Cambia la fuente actual a AC. Deberías ver la lámpara brillar continuamente. Este es un proceso llamado MUTUAL INDUCTION. Explicar por qué sucedió paso a paso.
- Sugerir SEIS formas de aumentar el brillo de la lámpara cuando se utiliza CA  
Aumentar los bucles de la bobina  
Aumentar el radio de los bucles  
Aumentar la cantidad de energía eléctrica

**Expliquen con un diagrama a bloques el frenado magnético como para un juego mecánico en caída libre.**



- **Expliquen la ecuación** que se obtiene a partir de la segunda Ley de Newton, donde  $v$  es la velocidad de la Góndola,  $F_g$  es la fuerza de gravedad,  $F_z$  la fuerza debida a las corrientes de Eddy (que será considerada como proporcional a la velocidad),  $m$  es su masa,  $t$  el tiempo:

La segunda ley de Newton establece que las aceleraciones que experimenta un cuerpo son proporcionales a las fuerzas que recibe.

$$F = m * a$$

La segunda ley de Newton nos ayudará para el análisis del movimiento traslacional de un cuerpo rígido. Las fuerzas que actúan sobre el centro de masa está dada por la siguiente expresión:

$$F = m * v$$

Velocidad traslacional =  $v$

La cantidad de movimiento también es conocida como momento lineal, entonces la nueva magnitud física se expresa de la siguiente manera:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

En el caso de que la masa sea constante, tomando en cuenta que la cantidad de movimiento se deriva de un producto obtenemos:

$$F = \frac{d(m*v)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

Dado que la masa es constante, tenemos:

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

Y si recordamos la definición de aceleración

$$F = m * a$$

Una de las consecuencias de expresar la Segunda ley usando la cantidad de movimiento es que se interpreta como el Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$0 = \frac{dp}{dt}$$

En conclusión, la cantidad de movimiento debe ser constante al tiempo.

- Expliquen cómo se obtiene esta ecuación diferencial, de cómo implica que hay una "velocidad terminal" en el movimiento de la góndola, y que sucede con el movimiento cuando la velocidad inicial de la góndola es mayor que la velocidad terminal.

$$\frac{dv}{dt} - \frac{F_g - F_z}{m} = 0$$

Esta ecuación diferencial se puede obtener utilizando el concepto de velocidad terminal, ya que la velocidad terminal es la velocidad más alta que puede alcanzar un objeto que cae a través de un fluido como el agua o el aire.

En esta fórmula  $\frac{dv}{dt}$  representa a la aceleración de la góndola mientras que

$\frac{F_g - F_z}{m} = 0$  Representa las diferencias de las fuerzas que afectan a la góndola y que afectarán de manera negativa a la aceleración de este objeto, m es la masa del objeto que es un factor que también afecta la aceleración y la velocidad terminal que pudiera alcanzar este objeto.



Cuando la velocidad inicial es superior a la velocidad terminal en la góndola, el objeto se elevaría debido a que las fuerzas de gravedad y de las corrientes de Eddy no han hecho que el objeto descienda.

Expliquen la solución de la ecuación diferencial por Método de Runge-Kutta de 4to. Orden a partir de la adquisición de datos electromagnéticos medidos en un prototipo del juego.

El método de Runge - Kutta de 4to orden se deriva del concepto de series de Taylor, pero no es necesario determinar las ventajas hasta “n”. El algoritmo de este método se puede expresar de la siguiente manera (iniciando en el punto  $(t_o, y_o)$ ):

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6}$$

Donde :

$$h = \text{intervalo}$$

$$k_1 = f(t_i, y_i)$$

$$k_2 = f(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1)$$

$$k_3 = f(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2)$$

$$k_4 = f(t_i + h, y_i + h + k_3)$$

En el reto lo podemos aplicar para solucionar las ecuaciones diferenciales requeridas para calcular la fuerza del campo magnético, esto utilizando los datos iniciales de velocidad, posición y masa. Este método puede funcionar ya sea para calcular la Fuerza de Lorentz a partir de su fórmula o mediante la segunda Ley de Newton.

Fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = Q\vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \otimes \vec{B})$$

Donde

$$\vec{F} = \text{Fuerza}$$

$$Q = \text{carga}$$

$$\vec{E} = \text{campo eléctrico}$$

$$\vec{v} = \text{velocidad}$$

$$\vec{B} = \text{campo magnético}$$

Con segunda Ley de Newton:

Si aplicamos la segunda Ley de Newton surgiría una derivada en la ecuación, por lo tanto podemos utilizar el método de Runge - Kutta de 4to orden para resolver la ecuación diferencial.

$$m \frac{dv}{dt} = Q\vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \otimes \vec{B})$$

## Secuencia de leyes y ecuaciones para generar la solución de la caída en altura, velocidad y aceleración.

### ○ Campo Magnético

Antes que nada, hay que considerar que todo el proyecto se basa en los campos magnéticos, estos son producidos por corrientes eléctricas, estas pueden ser corrientes macroscópicas en cables, o corrientes microscópicas asociadas con los electrones en órbitas atómicas.

### ○ Ley de las fuerzas de Lorentz

En la Ley de las fuerzas de Lorentz nos dicen que una partícula cargada que se encuentra en reposo en el interior de un campo magnético, esta no se ve afectada por dicho campo. El caso contrario es que cuando la partícula se encuentra en movimiento esta experimenta la acción de una fuerza magnética, dicha fuerza recibe el nombre de fuerzas de Lorentz

### ○ Ley de biot savart

La ley de Biot Savart permite calcular el valor total de un campo magnético relacionado una corriente en un punto del espacio dado por el vector de posición.

$\mu_0$  = permeabilidad del vacío

$I$  = intensidad de corriente

$\hat{r}$  = vector unitario para especificar dirección del vector desde la corriente al punto del campo

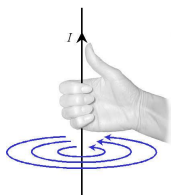
$L$  = longitud del conductor que transporta la corriente eléctrica  $I$

$r$  = radio

$$dB = \frac{\mu_0 I L \hat{r}}{4\pi r^2}$$

### ○ Regla de la mano derecha

La regla de la mano derecha fue de gran ayuda ya que esta indica la dirección del campo magnético



### ○ Campo en el Centro de un Bucle de Corriente

El campo en el centro de un bucle de corriente fue de gran ayuda ya que gracias a esta forma de expresar la ley de Biot-Savart pudimos ver el funcionamiento interno del freno magnético. La forma del campo magnético de un elemento de corriente en la ley de Biot-Savart viene a ser:

$$dB = \frac{u_0 i^* dL \otimes r}{4\pi R^2} = \frac{u_0 i^* dL \sin(\theta)}{4\pi R^2}$$

Esto se simplifica ya que el ángulo siempre va a ser de 90 grados para todos los puntos, nos queda como:

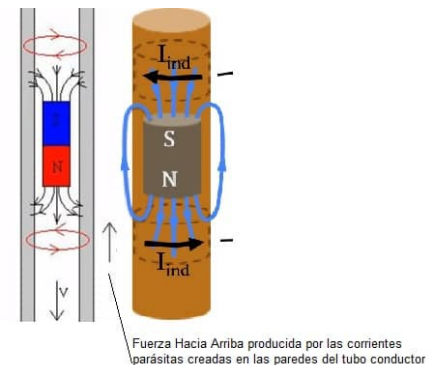
$$B = \frac{u_0 I}{4\pi R^2} \oint dL = \frac{u_0 I}{4\pi} 2\pi R = \frac{u_0 I}{2R}$$

#### ○ Campo magnético en el eje del Bucle de corriente

Esto representa el campo magnético ejercido en los extremos del freno magnético. Para esta situación cada elemento de longitud  $ds$  es perpendicular al vector  $r$  en la ubicación del elemento. Por lo tanto, todos los elementos de longitud alrededor de la espira están a la misma distancia de  $r$  de  $P$ , donde  $r^2 = a^2 + x^2$

Esto lo expresa la siguiente ecuación:

$$B_x = \frac{u_0 I}{4\pi} * \frac{a}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \oint ds$$



#### ○ Movimiento de un imán en un tubo metálico vertical

Si tenemos en cuenta todo lo mencionado anteriormente, el modelo final que describe de mejor manera el frenado magnético en caída libre es el Movimiento de un imán en un tubo metálico vertical, esto se debe a que este tipo de problema describe perfectamente al funcionamiento de un freno magnético. La ecuación que describe el fenómeno es:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg - \frac{9(u_0)^2 a^4}{4R} * \frac{z}{(z^2 + a^2)^5} \frac{dz}{dt}$$

Para determinar la posición y la velocidad del imán en función del tiempo tenemos que resolver la ecuación diferencial de segundo orden por procedimientos numericos (Runge-Kutta de cuarto orden)

## Simulaciones

Reto 1. Explicar la ecuación diferencial y graficar las cargas magnéticas y las líneas de campo de los campos magnéticos en 2D (coordenadas x,y).

```
%Datos Iniciales

Npuntos = 25; % Numero de flechas en malla.

radio = 50; % Radio del Anillo (metros)

miu = 4*pi*10^-7; % Constante Miu

amp = 50; % Corriente (Amperes)

%Dimensiones de la gráfica para la simulación.

minX = -50;

maxX = 50;

minY = -50;

maxY = 50;

%Definir espacio para guardar campo magnético en los componentes X, Y

X = linspace(minX, maxX, Npuntos); % Creamos espacio de los vectores -
meshgrid()

Y = linspace(minY, maxY, Npuntos);

%Creamos una malla

[XpuntosMalla, YpuntosMalla] = meshgrid(X,Y);

%Recorrido de las cargas para calcular campo magnético

r = sqrt(XpuntosMalla.^2 + YpuntosMalla.^2); %Magnitud de vector r

r2 = r.^2; % Cuadrado de magnitud de vector r

r3 = r.^3; % Cubo de magnitud de vector r

%Eje Y

CMX1 = (miu*amp*(pi*radio)^2);

CMX2 = 3.*XpuntosMalla.*YpuntosMalla;
```

```

CMX3 = 4.*r3;

CMX4 = r2;

CampoMagneticoX = (CMX1./CMX3).*(CMX2./CMX4);

%Eje Z

CMY1 = (miu*amp*(pi*radio)^2);

CMY2 = 3.*(YpuntosMalla.^2);

CMY3 = 4.*r3;

CMY4 = r2;

CampoMagneticoY = (CMY1./CMY3).*((CMY2./CMY4)-1);

CampoM_total = sqrt(CampoMagneticoX.^2 + CampoMagneticoY.^2);

%Graficación con quiver

quiver(XpuntosMalla, YpuntosMalla, CampoMagneticoX ./ CampoM_total,
CampoMagneticoY ./ CampoM_total , 'color',[1 0 1]);

% se divide entre CampoM_total para normalizar tamaño flechas,

% si no se divide se van haciendo pequeñas, demostrando que la fuerza se
reduce.

%Propiedades de gráfico

title('MAGNETIC FIELD')

axis([minX maxX minY maxY])

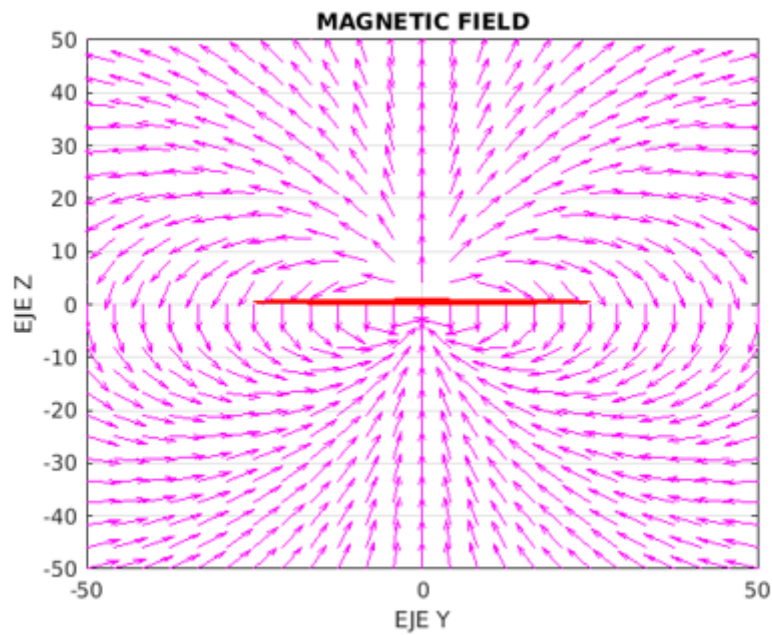
xlabel('EJE Y')

ylabel('EJE Z')

grid on

rectangle('Position', [-radio/2 0 radio 1], 'Curvature', [1 1], 'Facecolor',
[1 0 0], 'EdgeColor',[1 0 0]);

```



## Reto 2.Simulación de la velocidad del movimiento de la Góndola

```
clear; clf;

% Asigna el largo de la varilla (diámetro y resistividad )
L= 0.030; % [m]

% Asigna la posición del movil m para la varilla de cobre calibre AWG 11
m=8960*L*pi*(2.30e-3/2)^2;

% Asigna la masa de carga rodillo de madera (pino )
mL=pi*((1.0e-2)^2-(2.5e-3)^2)*0.8*L*400;

% Asigna la masa equivalente U
meq=(3*m+mL*((3.0e-2/2.5e-3)^2+1))/2;

% Utilizando el método de Runge-Kutta de 4to orden.

% Definir el numero de pasos a calcular M y el paso (antes ). Paso y
iteraciones

clf;

dt=0.01; % paso para el tiempo (R-K4)

M=1000;

% Definir el numero de pasos para graficar la malla
```

```

dx=2e-3; % [m] mallado

Ltotal=300*dx;

% Condiciones iniciales 1

t=zeros(1,M+1); % t es var. indep., análisis con respecto al tiempo

vrk=zeros(1,M+1); % Var. Dep., resultado de la ED, la velocidad en el riel

% Definir los puntos de muestra y del archivo Fx.csv los valores de muestra
correspondientes (fuerza)

x=0:dx:Ltotal-dx; % x es var.independiente

Fx=csvread('Fx.csv'); % [N] Función definida como las punto de coordenadas (

% Muestreo más detallado sobre el rango de x, (debe iniciar en 10 [mm] por
que antes no hay campo)

xrk=zeros(1,M+1); % posición en el riel

xrk(1)=10e-3; % valor inicial de la posición en 10 [mm]

% Calcular las fórmulas para iteraciones

for i=1:M

    k11=vrk(i);

    k12=interp1(x,Fx,xrk(i))/meq;

    xm=xrk(i)+k11*dt/2;

    vm=vrk(i)+k12*dt/2;

    k21=vm;

    k22=interp1(x,Fx,xm)/meq;

    xm=xrk(i)+k21*dt/2;

    vm=vrk(i)+k22*dt/2;

    k31=vm;

    k32=interp1(x,Fx,xm)/meq;

    xm=xrk(i)+k31*dt;

    vm=vrk(i)+k32*dt;

```

```

    k41=vm;

    k42=interp1(x,Fx,xm)/meq;

    xrk(i+1)=xrk(i)+[k11+2*(k21+k31)+k41]*dt/6;

    vrk(i+1)=vrk(i)+[k12+2*(k22+k32)+k42]*dt/6;

    t(i+1)=t(i)+dt;

%   Validación para detener las iteraciones

    if xrk(i+1)>0.6

        break;

    end

end

%Gráficos

subplot(2,1,1)

plot(t,xrk,'g ')

title('Posición en el riel');

xlabel('tiempo t [s]');

ylabel('Posición x [m]');

grid on;

subplot(2,1,2)

plot(t,vrk,'b')

title('Velocidad en el riel');

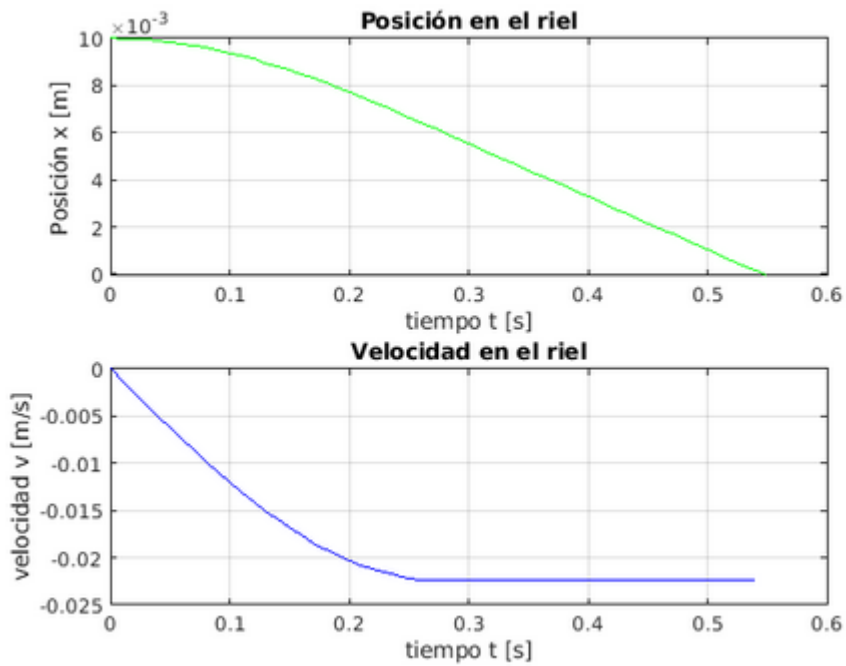
xlabel('tiempo t [s]');

ylabel('velocidad v [m/s]');

grid on;

```





Reto3. Simulación de desaceleración.

```
% Establecer las condiciones iniciales

% Tiempo inicial

Ti = 0;

% Tiempo final

Tf = 12;

% Vector Tiempo

t =[Ti Tf];

% Altura Inicial para z(t)

inicial_z = 0.5;

% Primer derivada

inicial_dzdt = 0;

% Resolver la ecuacion diferencial para con respecto al tiempo

[t, z] = ode45( @fall, t, [inicial_z,inicial_dzdt]);

% Graficar la posición color magenta

plot(t,z(:,1),'m');
```

```

% Título 'Magnetic Fall'
title('Magnetic Fall')

% Título del eje X , 'Tiempo [s]'
xlabel('Tiempo [s]');

% Título eje Y, 'Altura [m]'
ylabel('Altura [m]');


% Función para calcular la caída
function dzdt=fall(t,x)

% Asignar la masa en [kg],
m = 0.01; % [Kg]

% Asignar la gravedad en m/s^2
g = 9.81; %

% Asignar la permeabilidad relativa máxima para MetGlass
U = 1000000;

% Asignar la permeabilidad al vacío
M = 4*pi*(10^-7);

% Asignar el radio en [m]
a = .08;


% Asignar la resistividad
R = .00009;

% Asignar la constante 1
f = m*g;

% Asignar la constante 2
k1 = 9*(U*M)^2*(a^4);

k2 = 4*R;

k = k1/k2;

```

```

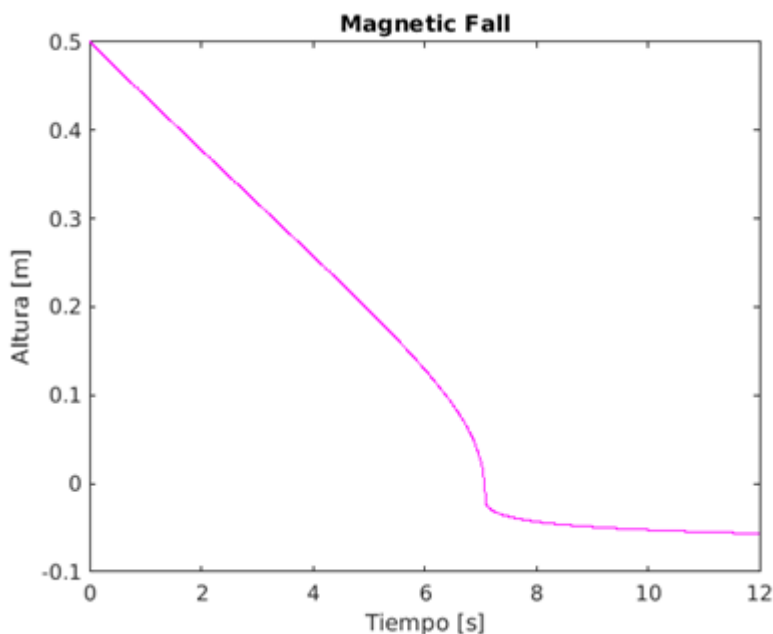
% Asignar la primera derivada
dzdt1 = x(2);

% Asignar la segunda derivada para la posición
dzdt2_1 = k.*x(1).^2;
dzdt2_2 = (x(1) + a).^(5/2);
dzdt2 = -((dzdt2_1.*x(2))./(m.*dzdt2_2)) - f/m + (0*t);

% Vector columna resultado
dzdt=[dzdt1; dzdt2];

% Fin de la función fall
end

```



De acuerdo al artículo *EFECTOS DE LAS ACELERACIONES POSITIVAS EN EL ORGANISMO* publicado por la Universidad de Barcelona y escrito por Ángel González y Francisco Ríos, la aceleración que lleva al cuerpo a perder el sentido o incluso la vida son de entre 4 y 6 G por unos cuantos segundos y en determinadas circunstancias ya que con la indumentaria y el vehículo adecuado el ser humano ha llegado a sobrevivir a fuerzas de 100G. Por esto, hay que buscar que la aceleración máxima de la góndola al caer no sobrepase los 4G durante mucho tiempo, y si es así que se cuente con las medidas y equipo necesario para que no represente un riesgo para las personas que decidan subirse.

González, A.; Ríos, F. (2021) EFECTOS DE LAS ACCELERACIONES POSITIVAS EN EL ORGANISMO - 519509.pdf. Retrieved June 07, 2021, from <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/17863/1/519509.pdf>