Sartenejas, 26 de octubre de 2022

APELLIDO: Blanco Zurita NOMBRE: William José
CARNET: 20-10160 CÉDULA: 25.523.684
SECCIÓN: 1

Primer Examen Parcial FS1112. Valor 20 puntos.

- **Marque con una X la opción correcta, justificando debidamente y de manera escrita cada respuesta.**
- **Cada planteamiento tiene una única respuesta correcta.**
- **Marcar más de una opción anula la respuesta. No hay factor de corrección.**
- **Use $g = 10\ m/s^2$ cuando sea requerido.**
- **Responda las preguntas de desarrollo también con sus correspondientes justificaciones.**

1) El centro de masa de un sistema de partículas viaja a velocidad constante respecto a un sistema de referencia inercial si: **(2 puntos)**

a) Inicialmente está en reposo y las fuerzas internas suman cero.
b) Inicialmente está en reposo y las fuerzas externas suman cero.
c) Inicialmente viaja a velocidad no nula y las fuerzas externas suman cero.
d) Las fuerzas internas suman cero.
e) Las fuerzas externas suman cero.

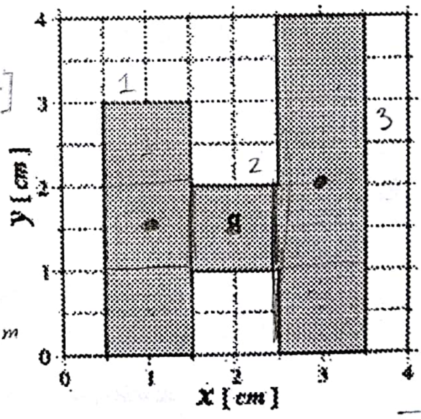
$\sum F_{ext} = 0 = M.a_{cm}$

$\vec{P} = M.\vec{V}_{cm} = \text{CTE}$

2) La figura sombreada muestra una placa delgada con densidad uniforme σ (g/cm²), contenida en el plano XY. La posición R_{CM} del centro de masa está dada por: **(2 puntos)**

$\rho = \frac{m}{A}$ A [cm²] ρ [g/cm²] m [g]

a) $R_{CM} = {}^1/_8\,(15\imath + 14\jmath)\ cm$
b) $R_{CM} = {}^1/_8\,(17\imath + 14\jmath)\ cm$
c) $R_{CM} = {}^1/_8\,(14\imath + 17\jmath)\ cm$
d) $R_{CM} = {}^1/_8\,(14\imath + 15\jmath)\ cm$
e) Ninguna de las anteriores



$\bar{X} = \frac{1cm.3g + 2cm.1g + 3cm \times 4g}{3g + 1g + 4g} = \frac{3+2+12}{8} cm$

$\bar{Y} = \frac{1,5cm \times 3g + 1,5cm \times 1g + 2cm \times 4g}{8g} = \frac{4,5+1,5+8}{8} cm$

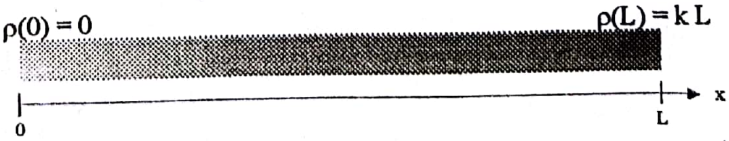
$\boxed{\bar{X} = 17/8\ cm \quad \bar{Y} = 14/8\ cm}$

3) Una barra hecha con una mezcla especial de materiales tiene una densidad lineal de masa que es proporcional a la posición ρ(x) = k x (g/cm²). Donde x y L se miden en centímetros de acuerdo con el sistema de referencia dado en la figura y k es una constante (medida en g/cm³). Determine el centro de masa de la barra. **(2 puntos)**

$\rho(x) = \frac{g}{cm^3} x\, cm$

$\rho(x) = \frac{g}{cm^2}$

a) $x_{cm} = \sqrt{2}/2\ cm$
b) $x_{cm} = 2\,L/3\ cm$
c) $x_{cm} = 4\,L/5\ cm$
d) Depende del valor de K
e) Ninguna de las anteriores



Densidad Lineal $\rho = \frac{dm}{dx}$ $dm = \rho.dx$ $\boxed{dm = k\,x.dx}$

$CM = \frac{\int x\,dm}{\int dm} = \frac{\int x\,k.x.dx}{\int k.x.dx}$

Sigue en la parte de atrás

Díaz S. 1/6

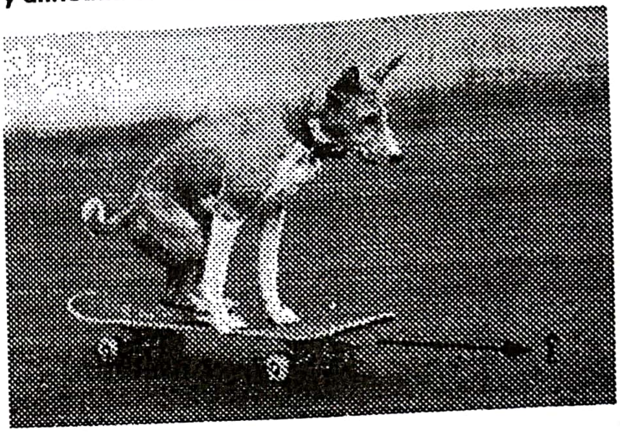
$$CM = \frac{\cancel{k}\int x^2 dx}{\cancel{k}\int x dx} \qquad CM = \frac{\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^L}{\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^L}$$

$$CM = \frac{\frac{L^3}{3} - \cancel{\frac{0^3}{3}}^{\,0}}{\frac{L^2}{2} - \cancel{\frac{0^2}{2}}^{\,0}} \qquad CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\cancel{L^3}^{\,1}}{\cancel{L^2}} \qquad \boxed{CM = \frac{2}{3} L [cm]}$$

Díaz S. 2/6

$P_i = 30\ kg\frac{m}{s}$ $P = \sum mV$

4. Un perro de 30 kg corre con una velocidad de 1 m/s (en la dirección $\hat{\imath}$) y salta sobre una patineta (de masa 3 kg) que inicialmente estaba en reposo y alineada con la velocidad inicial del perro.



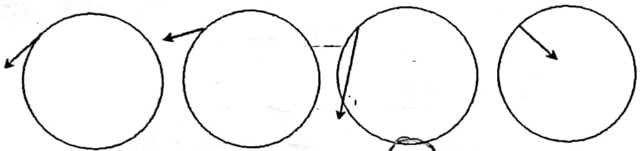
4.1 Determine el vector momentum lineal del sistema perro-patineta luego de que el perro aborda el vehículo (desprecie la fricción entre la patineta y el suelo). (1 punto)

4.2 Calcule el vector velocidad del sistema en ese momento. (1 punto)

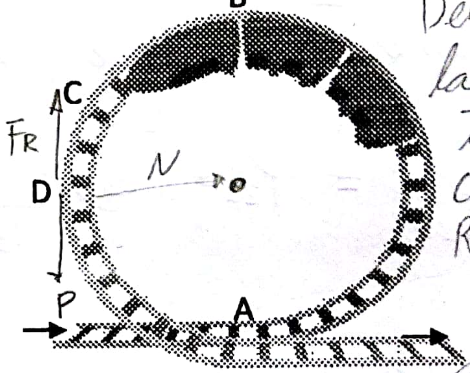
4.3 Calcule el momentum lineal transferido del perro a la patineta. (2 puntos)

5. Un vagón de montaña rusa tiene un motor que le permite controlar su rapidez (impulsarlo o frenarlo). En este caso, el vagón da la vuelta incrementando siempre su rapidez. (3 puntos, 1 c/u)

5.1 En el punto C, ¿cuál diagrama describe mejor la aceleración del vagón?



(a) (b) (c) (d) N.A (e)



Debido a que la aceleración tiene 2 componentes Radial y Tangencial

el vector resultante es este

5.2 En el punto D, ¿cuáles fuerzas contribuyen a la fuerza centrípeta?

a) La normal que ejerce la pista y el peso del vagón
b) La normal y la fricción ejercidas por la pista
c) El peso del vagón, la normal y la fricción que ejerce la pista
d) La normal que ejerce la pista
e) La fricción que ejerce la pista

La normal es una fuerza Radial / centrípeta
El peso y la fricción son perpendiculares al vector radial unitario en el punto D

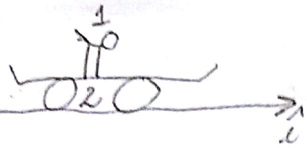
5.3 El vagón pasa dos veces por el punto A (antes y después de dar la vuelta). Sean N_a y N_d los módulos de la fuerza normal (ejercida por la pista sobre el vagón) en el punto A, antes y después de dar la vuelta respectivamente, se cumple que:

a) $N_a = N_d$ porque no hay una componente vertical del momentum lineal
b) $N_a = N_d$ por ser iguales al peso del vagón
c) $N_a > N_d$
d) $N_a < N_d$
e) No hay datos suficientes para resolver esta pregunta

Además el Vagón acelera por lo que $a_T\ \exists$

Solo hay movimiento en el eje X, no en el eje vertical y la sumatoria de fuerzas en Y es 0

DÍAZ S 3/6

Problema 4 

$P = M.V \qquad P_i = P_f$

Por conservación de momento

$m_1 = 30\,Kg \qquad m_2 = 3\,Kg$

$V_1 = 1\,m/s \qquad V = 0\,m/s$

$P_i = m_1 \cdot V_1 + m_2 . \cancel{V_2}^{\,0}$

$P_f = m_{1_f} . V_{1_f} + m_{2_f} . V_{2_f}$

Por mov relativo

$V_{1f} = \cancel{V_{1f}'}^{\,0} + V_{2f}$

El perrore detiene en la patineta

$P_f = (m_1 + m_2) V_{2f}$

$P_i = m_1 . V_1$

$P_i = 30\,Kg \times \frac{1 m}{s}$

$\boxed{P_i = 30\,kg \frac{m}{s}}$

$30\,Kg \frac{m}{s} = (30\,kg + 3\,kg) V_{2f}$

$\boxed{V_{2f} = \frac{30}{33} \frac{m}{s}\, \hat{\imath}}$

Vecto momentum se conserva $\vec{P}_{SIST} = (30+3)\left(\frac{30}{33}\right) = 30\,kg \frac{m}{s}\, \hat{\imath}$

Momento de la patineta $= P_{2f} = 3\,kg \times \frac{30}{33} \frac{m}{s} =$ $\boxed{P_{2f} = \frac{30}{11}\, kg \frac{m}{s}\, \hat{\imath}}$

Díaz S. 4/6

$$2\overset{2}{70} \times 3 = 810$$

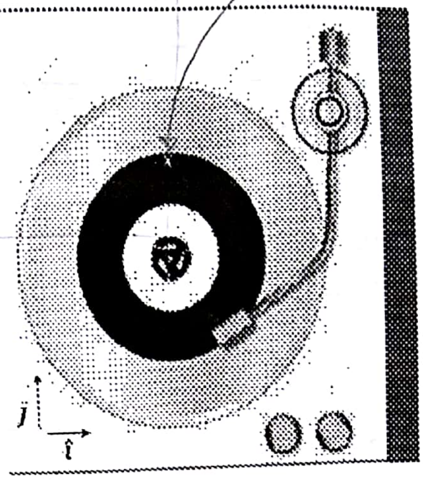
$180 + 90 = 270$

6. Un tocadiscos gira en sentido antihorario a 45 rpm y con él gira un disco de vinilo de 20 cm de diámetro. (4 puntos)

a) ¿Qué ángulo (en grados) es barrido en 1 segundo? (0.5 puntos)

b) ¿Cuánto tiempo tarda en completar una vuelta? (0.5 puntos)

c) Un punto del borde del disco se encuentra inicialmente en el punto marcado en la figura con una x blanca. Utilizando un sistema de referencia centrado en el disco y usando los ejes indicados en la figura, hallar: $\vec{r}$, $\vec{v}$ y $\vec{a}$ a los 3 segundos de iniciado el movimiento (usar MKS). (3 puntos)



$t=0$

20cm

90

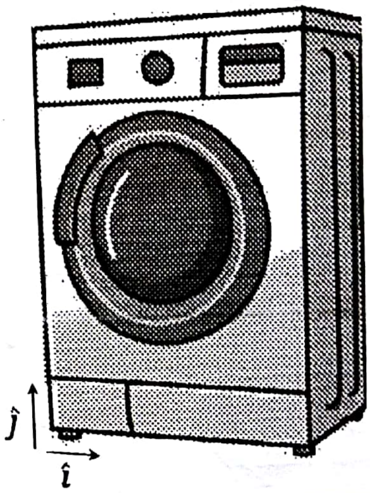
Nota: lo usual es medir el ángulo en sentido antihorario a partir del eje x (paralelo al vector $\hat{\imath}$)

7. Una lavadora gira intercalando el sentido del movimiento. El diámetro de su tambor es de 50 cm. Usando el sistema de referencia de la figura, el ángulo θ evoluciona en el tiempo de la siguiente forma: $\theta = \pi\ [1 - \cos(t\,\pi/2)]$ radianes, donde $\pi/2$ es una constante en radianes por segundo.

a) Determine el vector posición a los 3 segundos. (1 punto)

b) Calcule el vector velocidad a los 3 segundos. (1 punto)

c) Calcule el vector aceleración también a los 3 segundos. (2 puntos)



$1 + \frac{1}{3} \approx 0{,}33$

45	3
15	3
5	5

6) $$\omega\,[\text{RAD}/\text{Seg}] = 45\,\frac{\text{vueltas}}{1\,\text{min}} \times \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{Seg}} \times \frac{360°}{1\,\text{vuelta}} = \frac{45 \times 6 \times 60}{60\,\text{seg}} = 45 \times 6\ \text{seg}^{-1}$$

$$\boxed{\frac{270°}{\text{Seg}} = \omega}$$ a)

$$T = \frac{1\,\text{min}}{45\,\text{vueltas}} \times \frac{60\,\text{seg}}{1\,\text{min}} = \frac{60\,\text{s}}{45\,\text{vuelta}} = \frac{2 \times \cancel{5} \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{5}} = \frac{4\,\text{seg}}{3\,\text{vueltas}}$$

$$\boxed{T = 1{,}33\ \text{seg}/\text{vuelta}}$$ b)

c)
$$\omega = \frac{270°}{\text{Seg}} \times \frac{2\pi}{360°} = \frac{3 \times \cancel{90}}{4 \times \cancel{90}\,\text{Seg}} \times 2\pi \qquad \omega = \frac{3\pi}{2}\ [\text{RAD}/\text{Seg}]$$

Angulo recorrido $t=0$ a $t=3\text{s}$

$S = r \cdot \theta$

$$\theta = \frac{270°}{\text{Seg}} \times 3\,\text{seg} = 810 \text{ grados} = 360° + 360° + 90°$$

$\omega = \frac{\theta}{t} \rightarrow \theta = \omega \cdot t$

90° desde su posición inicial a $t=0$

180° desde el eje $\hat{\imath}$

180

a $t = 3\text{seg}$ $\boxed{\vec{r}_{3\text{seg}} = -0{,}1\,\text{m}\,\hat{\imath}}$

Disco radio 0,1 m

$$v = r \cdot \omega = 0{,}1\,\text{m} \times \frac{3\pi}{2\,\text{seg}}$$

$$\boxed{\vec{V}_{3\text{seg}} = -\frac{3\pi}{20}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\jmath}}$$

Díaz 5/6.

$a_T = r \cdot \alpha$ Siendo $\alpha = 0$ No hay aceleración Tangencial no aumenta la velocidad del disco

$a_r = r \cdot \omega^2$

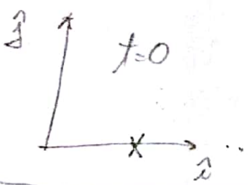
$$a_T = 0{,}1m \times \left(\frac{3\pi}{2\,seg}\right)^2 = \frac{1}{10} \times \frac{9\pi^2}{4\,seg^2} \quad \boxed{a_T = \frac{9\pi^2}{40}\,\frac{m}{s^2}}$$

$$\boxed{\vec{a}_{3seg} = +\frac{9\pi^2}{40}\,\frac{m}{s^2}\,\hat{i}}$$

⑦ Diametro = 50cm Radio = 0,25m } Colocando el sistema de Coordenadas dentro del tambor y usando coordenadas polares siendo $r = 0{,}25m$ y $\theta = \pi[1 - \cos(t\pi/2)]$

$$\theta = \pi\left[1 - \cos\left(t\,\frac{\pi}{2}\right)\right] \quad [RAD/seg]$$

a $t=0$ $\theta = 0$

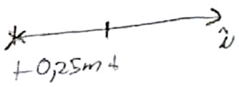


$$\boxed{\vec{r} = -0{,}25\,m\,\hat{i}}$$

a $t = 3seg$

$$\theta_{(3seg)} = \pi\left[1 - \cancel{\cos(3\pi/2)}^{\,0}\right]$$

$$\theta_{(3seg)} = \pi[1 - 0] \qquad \theta_{(3seg)} = \pi\ RAD$$



Vector velocidad derivando θ con respecto a t y evaluando en $t = 3seg$

$$\dot{\theta} = \pi\left(0 + \operatorname{Sen}\left(t\frac{\pi}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right) \quad \dot{\theta}_{[3seg]} = \frac{\pi^2}{2}\cancel{\operatorname{Sen}(3\pi/2)}^{\,-1} \quad \dot{\theta} = -\frac{\pi^2}{2}\ RAD/seg$$

$$\vec{V} = r \cdot \dot{\theta} = 0{,}25m \times \left(+\frac{\pi^2}{2}\right)\frac{RAD}{seg}$$

Signo negativo va en sentido horario y si la lavadora está en x, el vector va en el sentido positivo de las $\hat{j}$

$$\boxed{\vec{V} = +\frac{\pi^2}{8}\,\frac{m}{s}\,\hat{j}}$$

Vector Aceleración Derivo

$$\dot{\theta} = \frac{\pi^2}{2}\operatorname{Sen}(t\,\pi/2) \quad \ddot{\theta} = \frac{\pi^3}{4}\cdot\cos(t\,\pi/2) \quad \ddot{\theta} = \frac{\pi^3}{4}\cdot\cancel{\cos(3\pi/2)}^{\,0} \quad \boxed{\ddot{\theta} = 0}$$

En ese instante no hay aceleración α pero sí ω

$$\vec{a} = +0{,}25m \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right)^2 \hat{j}\,\frac{m}{s^2} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\pi^4 \quad \boxed{\vec{a} = \frac{\pi^4}{16}\,\frac{m}{s^2}\,\hat{j}}$$

Díaz S. 6/6.