

Prof. Negruz



Sartenejas, 15 de marzo de 2023

APELLIDO: Quintana

NOMBRE: Alvaro

CARNET: 20-10519

CÉDULA: 30-546-707

Segundo Parcial FS1112

- No se permite el uso de implementos electrónicos (calculadoras, celulares, tabletas, iPods, etc.) ni de audífonos.
- Marque con una equis o encierre en un círculo la letra que denota la respuesta correcta. Indique una sola opción. Si marca más de una, la respuesta se califica como errada.
- Ud. deberá justificar su respuesta. Si no hay justificación o la misma está errada, se asignará una nota de cero puntos a la pregunta.
- Cada pregunta tiene un valor de dos (2) puntos.

1) ¿Cuál es la energía de un satélite en órbita circular?

- a) $E = -K$
b) $E = U/2$
 c) $E = -K/2$
 d) $E = U$
 e) $E = -U/2$

$$|\vec{F}| = \frac{\gamma M m_s}{d^2} = m_s a_c = m_s \frac{v^2}{d} \Rightarrow \frac{\gamma M}{d} = v^2$$

$$E_{MT} = \frac{1}{2} m_s v^2 - \frac{\gamma M m_s}{d} = \frac{1}{2} \frac{\gamma M m_s}{d} - \frac{\gamma M m_s}{d} = -\frac{1}{2} \frac{\gamma M m_s}{d}$$

2) Una barra delgada de masa M y longitud L se encuentra suspendida verticalmente de uno de sus extremos. La barra puede girar sin fricción alrededor del punto de suspensión. Un cuerpo de masa m que se mueve horizontalmente con rapidez v_0 choca con el extremo inferior de la barra y queda incrustado en ella. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad angular de la barra justo después de la colisión? (el momento de inercia de una barra con respecto a un eje perpendicular a ella y que pasa por su extremo es $I = ML^2/3$).

- a) $\omega = [m / (M/3 + m)]^{1/2} v_0 / L$
 b) $\omega = (3m / M)^{1/2} v_0 / L$
c) $\omega = [m / (M/3 + m)] v_0 / L$
 d) $\omega = [2m / (M + m)] v_0 / L$
 e) $\omega = [3m / (M + m)] v_0 / L$



Soluciones

② Justo antes y después de la colisión, el momento angular se conserva,

$$|\vec{L}_i| = |\vec{L}_f| \Rightarrow L m v_0 \sin(\frac{\pi}{2}) = I \omega + L m v_f \sin(\frac{\pi}{2})$$

$$L m v_0 = \frac{1}{3} M L^2 \omega_b + L^2 m \omega_b$$

$$\omega_b (\frac{1}{3} (M + m) L) = m v_0 \Rightarrow \omega_b = \left(\frac{m}{\frac{1}{3} M + m} \right) \left(\frac{v_0}{L} \right)$$

③ Como sus órbitas son circulares,

$$\begin{aligned} \bullet |\vec{F}_1| &= \frac{\gamma m_1 M_T}{r_1^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} \Rightarrow \frac{\gamma M_T}{r_1} = v_1^2 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{\gamma M_T / r_1}{\gamma M_T / r_2} = \frac{r_2}{r_1} \\ \bullet |\vec{F}_2| &= \frac{\gamma m_2 M_T}{r_2^2} = m_2 \frac{v_2^2}{r_2} \Rightarrow \frac{\gamma M_T}{r_2} = v_2^2 \end{aligned}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \quad \perp$$

④ Tomando torque respecto a p,

$$\sum \vec{\tau} = 0 = -\frac{L}{2} mg \cos \alpha + T L \cos(90^\circ - \phi)$$

$$\Rightarrow \frac{mg \cos(90^\circ - 2\phi)}{2} = T \sin \phi$$

$$\frac{mg \sin(2\phi)}{2} = T \sin \phi$$

$$T = \frac{mg \sin(2\phi)}{2 \sin \phi}$$

⑤ Para que se cumpla el volcamiento, $\sum \vec{\tau}_A = 0 \Rightarrow -\frac{L}{2} mg + FL = 0$

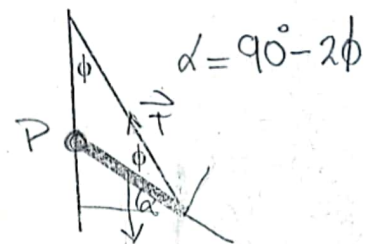
$$\Rightarrow F = \frac{mg}{2}$$

3) Considere dos satélites en sendas órbitas circulares de radios r_1 y r_2 alrededor de la Tierra. ¿Cuál es la razón v_1/v_2 de sus velocidades lineales?

- a) r_1/r_2
- b) r_2/r_1
- c) $(r_1/r_2)^{1/2}$
- ☒ d) $(r_2/r_1)^{1/2}$
- e) 1

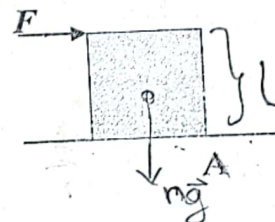
4) Considere una viga uniforme de peso mg . Un extremo de la viga está sujeto mediante una bisagra a la pared. El otro extremo de la viga está sujeto a la pared mediante un alambre. ¿Cuál es la magnitud de la tensión en el alambre?

- a) $mg \sin \phi$
- b) $mg \cos \phi / 2$
- c) $mg \sin 2\phi$
- ☒ d) $mg \sin 2\phi / 2 \sin \phi$
- e) $mg \sin 2\phi / \sin \phi$



5) A un cubo de peso mg se le aplica una fuerza horizontal en el tope. El coeficiente de roce es tal que el cubo pivotea sobre el punto A sin deslizar. ¿Cuál es la magnitud mínima de la fuerza F para volcar el cubo?

- a) $[(2)^{1/2}/2]mg$
- b) mg
- c) $(2)^{1/2}mg$
- ☒ d) $mg/2$
- e) $3mg/2$



6) Dos niños de pesos iguales están montados sobre los extremos de una tabla de peso despreciable que gira libremente y sin fricción en el plano horizontal, alrededor de un soporte en su centro. Si los niños se mueven lenta y simétricamente hacia el centro hasta posiciones equidistantes del eje de rotación de la tabla, podemos afirmar que

- a) La velocidad angular aumenta, pero la velocidad lineal de los niños disminuye
- b) El momento de inercia del sistema disminuye y la velocidad lineal de los niños también disminuye
- ☒ c) Tanto la velocidad angular como la energía cinética aumentan
- d) La energía cinética permanece igual, pero la velocidad angular aumenta
- e) La velocidad angular y la velocidad lineal de los niños disminuye

— Puesto que el momento angular se conserva, cuando los niños se acercan al centro, el momento de inercia disminuye, por tanto, su velocidad angular aumenta.
 Por otro lado, como $K = \frac{1}{2} I \omega^2$, al aumentar $(I\omega)$, K también.

8) Basado en la condición de equilibrio rotacional,
 $\sum \tau = 0$, dicho torque puede calcularse respecto a cualquier
punto del sistema ya que este se encuentra en equilibrio



Al conocer el diámetro, tomando una órbita circular, $d = \frac{\text{Diámetro}}{2}$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{G M_J M_S}{d^2} = m_S \frac{\omega^2}{d} = m_S \frac{4\pi^2}{T^2 d}$$

$$\Rightarrow \frac{G M_J}{d} = \frac{4\pi^2}{T^2} \text{, en dicha ecuación, solo tenemos como incógnita "M_J";}$$

- 7) Las mediciones astronómicas dan valores precisos para el diámetro de la órbita y el período de Ganímedes, un satélite de Júpiter. Con esos datos y nuestro conocimiento de la constante gravitacional G ,

- a) Podemos calcular la masa de Júpiter, pero no la de Ganímedes
- b) Podemos calcular la masa de Ganímedes, pero no la de Júpiter
- c) Se pueden calcular las masas de Júpiter y de Ganímedes
- d) No se pueden calcular las masas de ninguno
- e) Se puede determinar el cociente de las masas de Júpiter y Ganímedes

Por tanto, solo podemos calcular esa masa.



- 8) Un cuerpo rígido está en equilibrio bajo la acción combinada de varias fuerzas. Entonces:

- a) Todas las fuerzas están aplicadas en el mismo punto
- b) Todas las fuerzas forman pares de fuerzas de igual módulo que se cancelan
- c) Las líneas de acción de todas las fuerzas deben pasar por el centro de gravedad del cuerpo
- d) Cualquier pareja de estas fuerzas debe estar balanceada por una tercera fuerza
- e) La suma de todos los torques alrededor de cualquier punto debe ser cero

- 9) Una mujer está sobre un disco horizontal que puede rotar libremente alrededor de un eje fijo (el cual es perpendicular al plano del disco y pasa por su centro). Cuando la mujer extiende sus brazos horizontalmente, su momentum angular:

- a) crece
- b) decrece
- c) permanece igual
- d) depende de su velocidad angular
- e) se aleja de la vertical

Debido a que no hay presencia de fuerzas externas que generen un torque externo, el momento angular se conserva ($\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{\text{ext}} = \vec{0}$)

- 10) Una patinadora sobre hielo de inercia rotacional I_0 , gira con velocidad angular ω_0 . Acerca sus brazos al cuerpo, decreciendo su inercia rotacional a $I_0/3$. En este caso, su nueva velocidad angular será:

- a) $\omega_0/3$
- b) $\omega_0/\sqrt{3}$
- c) ω_0
- d) $\sqrt{3}\omega_0$
- e) $3\omega_0$


\Rightarrow El momento angular se conserva, pues no hay acción de torques externos

$$\Rightarrow L_i = I_0 \omega_0, L_f = I_f \omega_f = \frac{I_0}{3} \omega_f$$

$$\Rightarrow I_0 \omega_0 = \frac{I_0}{3} \omega_f \Rightarrow \omega_f = 3\omega_0$$

- 11) Una polea de radio R e inercia rotacional I es libre de rotar en torno a un eje horizontal fijo que pasa por su centro. Una cuerda pasa sobre la polea. Una masa m_1 se cuelga de un extremo de la cuerda. Una masa m_2 se cuelga del otro extremo de la cuerda. En cierto instante m_1 se mueve hacia abajo con velocidad v . Si la cuerda no desliza sobre la polea, la magnitud del momentum angular total, alrededor del centro de la polea del sistema masas-polea es:

- a) $(m_1 - m_2) vR + Iv/R$
 b) $(m_1 + m_2) vR + Iv/R$
 c) $(m_1 - m_2) vR - Iv/R$
 d) $(m_1 + m_2) vR - Iv/R$
 e) $(m_1 + m_2) vR - 2Iv/R$



$$\Rightarrow |\vec{L}_{\text{total}}| = |\vec{L}_{m_1}| + |\vec{L}_{m_2}| + |\vec{L}_p|$$

$$\bullet |\vec{L}_p| = I\omega = \frac{Iv}{R}$$

$$\bullet |\vec{L}_{m_1}| = m_1 R v, \quad \bullet |\vec{L}_{m_2}| = m_2 R v$$

$$\Rightarrow |\vec{L}| = \frac{Iv}{R} + m_1 R v + m_2 R v = Rv(m_1 + m_2) + \frac{Iv}{R}$$

- 12) Un bloque de 2.0 kg parte del reposo en el eje de las x a 3.0 m del origen y está sometido a una aceleración dada por $\vec{a} = 4.0\hat{i} - 3.0\hat{j}$ en m/s^2 . Al cabo de 2.0 s su momentum angular alrededor del origen es:

- a) $-18 \hat{k} \text{ kg.m}^2/\text{s}$
 b) $-36 \hat{k} \text{ kg.m}^2/\text{s}$
 c) $+48 \hat{k} \text{ kg.m}^2/\text{s}$
 d) $-96 \hat{k} \text{ kg.m}^2/\text{s}$
 e) $+96 \hat{k} \text{ kg.m}^2$

$$\Rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt + \vec{v}_0, \text{ tomando } t_0 = 0 \text{ y } t = 2 \text{ s}$$

$$\vec{v} = 8\hat{i} - 6\hat{j} \text{ [m/s]}, \quad \vec{v}_0 = 0 \text{ (parte del reposo)}$$

$$\Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = 3\hat{i} \times (16\hat{i} - 12\hat{j}) [\text{kg m}^2/\text{s}]$$

$$\vec{L} = -36 \hat{k} [\text{kg m}^2/\text{s}]$$

- 13) Una nave espacial regresa a la Tierra con su motor apagado. Considere solamente el campo gravitacional de la Tierra. Sea M la masa de la Tierra, m la masa de la nave y R la distancia desde el centro de la Tierra. Al moverse desde la posición 1 a la posición 2, la energía cinética de la nave se incrementa en:

- a) GMm/R_2
 b) $GMm(R_1 - R_2)/R_1 R_2$
 c) GMm/R_2^2
 d) $GMm(R_1 - R_2)/R_1^2$
 e) $GMm(R_1 + R_2)/R_1 R_2$

$$\Delta K = K_F - K_0$$

$$K_F = \frac{1}{2} m v_F^2 = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R_2}$$

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1}$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R_2} - \frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1} = \frac{1}{2} \frac{(R_1 - R_2) GMm}{R_1 R_2}$$

- 14) Asuma que la Tierra está en órbita circular alrededor del Sol con energía cinética K y energía potencial U (la cual es cero a una separación infinita). La relación entre K y U es:

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{\gamma M_s m_T}{d^2} = m_T \frac{v^2}{d} \Rightarrow \frac{\gamma M_s}{d} = v^2$$

a) $K = U$

b) $K = -U$

c) $K = U/2$

d) $K = -U/2$

e) depende del radio de la órbita

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{\gamma M_s m}{d} = -\frac{1}{2} U$$



- 15) Un planeta está en órbita circular alrededor del Sol. Su distancia desde al Sol es cuatro veces la distancia promedio de la Tierra al Sol. El período de este planeta, en años terrestres es:

$$T_{\text{planeta}}^2 = \frac{4\pi^2}{\gamma M_s} R_{ps}^3 \Rightarrow T_p^2 = \frac{4\pi^2}{\gamma M_s} (4R_{TS})^3$$

a) 4

b) 8

c) 16

d) 64

e) 2,52

$$T_p^2 = 4^3 \frac{4\pi^2}{\gamma M_s} (R_{TS})^3 = 4^3 \text{ años}^2 \Rightarrow T_p = 8 \text{ años}$$

$T_{TS}^2 = 1 \text{ año}^2$

- 16) Un proyectil se dispara hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad que es la mitad de la velocidad de escape. Si R es el radio de la Tierra, la mayor altitud alcanzada, medida desde la superficie, es:

a) $R/4$

b) $R/3$

c) $R/2$

d) R

e) $2R$

la energía se conserva, $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{\gamma M m}{R} = -\frac{\gamma M m}{R+h}$

Sabemos que $v_e = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$

$$\frac{1}{4} \frac{\gamma M}{R} - \frac{\gamma M}{R} = -\frac{\gamma M}{R+h} \Rightarrow R+h = \frac{4}{3} R \Rightarrow h = \left(\frac{4}{3} - 1\right) R$$

$$h = \frac{R}{3}$$

- 17) Un objeto se deja caer desde una altitud igual a un radio terrestre por encima de la superficie de la Tierra. Si M es la masa de la Tierra y R es su radio, la velocidad del objeto justo antes de impactar la Tierra es:

a) $\sqrt{GM/R}$

b) $\sqrt{GM/2R}$

c) $\sqrt{2GM/R}$

d) $\sqrt{GM/R^2}$

e) $\sqrt{GM/2R^2}$

la energía se conserva, V_0 del cuerpo es cero

$$E_1 = E_2 \Rightarrow -\frac{\gamma M m}{2R} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{\gamma M m}{R}$$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{\gamma M}{2R} + \frac{\gamma M}{R} = \frac{1}{2} \frac{\gamma M}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$