Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

Estructuras de datos
y algoritmos I

Problemas P y NP

Tovar Mendoza Oscar

317181201

7-06-2020

Todos los problemas pueden dividirse en dos, como problemas indecidibles y como problemas decidibles.

Un problema se dice que es indecidible cuando no existe un algoritmo que permita resolver un problema dado, incluso dados tiempo y recursos ilimitados. Por ello no es posible determinar si dicho problema se detiene, ni cuándo se detiene. La ausencia de cualquier algoritmo aquí significa que el problema no puede ser abordado ni resuelto.

Un problema se dice que es decidible, al contrario de los indecidibles, cuando existe o puede existir por lo menos un algoritmo para resolverlo, además un problema es decidible cuando es compresible.

A su vez, los problemas decidibles se dividen en dos: los problemas P y NP, donde “p” significa polinomial, lo cual quiere decir que los problemas P se abordan y se resuelven en un tiempo polinomial.

Bien, los problemas P sin todos aquellos con los que las ciencias y disciplinas normales trabajan, al igual que los profesionales y con los que se nos presentan en la vida cotidiana.En matemáticas, esta clase de problemas se dice que son fáciles porque se resuelven o porque se pueden resolver, por lo que se trata de problemas triviales.

Por otro lado, los problemas NP son todos aquellos que son No-Polinomiales, por lo cual no se abordan ni se resuelven descomponiendo los mismos en los términos más pequeños que lo compongan. Sin embargo, esta clase de problemas se resuelven y deben resolverse en un tiempo polinomial, esto quiere decir, en el tiempo práctico en que se realizan todas las actividades normales de los seres humanos.

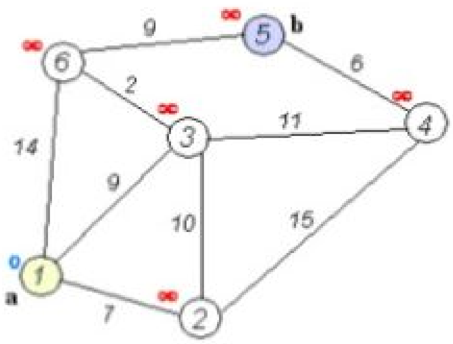
Los problemas NP se dice en matemáticas que son problemas difíciles,por lo cual se trata de problemas relevantes. Un problema es relevante si no es fácil, también si no se resuelve o se puede resolver, o no se sabe si puede ser resuelto y de serlo no se sabe cómo, ni cuándo.

Algunos ejemplos de problemas P

El algoritmo de Dijkstra

También llamado algoritmo de caminos mínimos, es un algoritmo para la determinación del camino más corto, dado un vértice origen, hacia el resto de los vértices en un grafo que tiene pesos en cada arista.

Teniendo un grafo dirigido ponderado de N nodos no aislados, sea x el nodo inicial. Un vector D de tamaño N guardará al final del algoritmo las distancias desde x hasta el resto de los nodos.



Multiplicación matricial

Dadas dos matrices A y B de tamaño nxn, se desea hallar un matriz C, producto de las dos (AB).

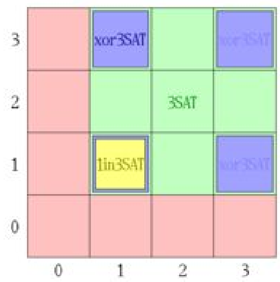
$$\underset{\mathbf{A}}{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{B}}{\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}} = \underset{\mathbf{C}}{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}}$$

Ejemplo de problemas NP-Completos

El problema de satisfacibilidad (SAT)

Se comienza con una lista de variables booleanas x_1, …, x_n. Un literal es una de las variables x_i (o la negación de una de las variables $\neg x_i$). Hay 2n literales posibles. Una cláusula es un conjunto de literales.

Las reglas son: Asignamos valores booleanos Verdadero (V) o Falso (F) a cada una de las variables. De este modo a cada uno de los literales se le asigna un valor booleano. Finalmente una cláusula tiene valor V si y sólo si al menos uno de los literales de la cláusula tiene un valor V, en otro caso tendrá un valor F. Dado un conjuntos de cláusulas. ¿Existe un conjunto de valores booleanos para una determinada expresión que la haga verdadera?



El problema de clique

Es un problema de decisión para determinar cuándo un grafo contiene un clique de al menos un tamaño k. Una vez que tenemos k o más vértices que forman un clique, es trivial verificar que lo son, por eso es un problema NP. El correspondiente problema de optimización, consiste en encontrar un clique de tamaño máximo en un grafo (un subgrafo completo de tamaño máximo). Este problema se puede enunciar como un problema de decisión si la pregunta que se hace es saber si existe un clique de tamaño k en el grafo.