Tarea Probabilidad

①

X: Número de caras

A: Número de caras es primo

Probabilidad de que caiga cara: p

$$P_X(x) = \begin{cases} \binom{10}{x} p^x (1-p)^{10-x} & x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \\ 0 & d/c \end{cases}$$

$$P_{X|A}(x) = \frac{P(X \cap A)}{P(A)}$$

$$P_{X|A}(x) = \begin{cases} \dfrac{\binom{10}{x} p^x (1-p)^{10-x}}{\sum_{i=2,3,5,7} \binom{10}{i} p^i (1-p)^{10-i}} & X = 2,3,4,5 \\ 0 & d/c \end{cases}$$

②

C: Sacar 7 caras

M_1 = Escoger moneda 1 $\qquad$ M_2 = Escoger moneda 2

$P(M_1) = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $P(M_2) = \frac{1}{2}$

ⓐ

$$P(C|M_1) = \binom{10}{7}(0,4)^7(0,6)^3 = 0,04246$$

$$P(C|M_2) = \binom{10}{7}(0,7)^7(0,3)^3 = 0,26682$$

$$P(C) = P(M_1)P(C|M_1) + P(M_2)P(C|M_2)$$

$$= (0,5)(0,04246) + (0,5)(0,26682)$$

$$= 0,15464$$

(b) C: Primer resultado cara

$P(C|M_1) = 0,4 \qquad P(C|M_2) = 0,7$

$P(C) = P(M_1)P(C|M_1) + P(M_2)P(C|M_2)$

$= (0.5)(0.4) + (0.5)(0.7)$

$= 0.55$

$$P_{X|C}(x) = \frac{P(X \cap C)}{P(C)}$$

$$P(X \cap C) = (0,5)(0,4)\left[\binom{9}{x}(0,4)^x(0,6)^{9-x}\right] + (0,5)(0,7)\left[\binom{9}{x}(0,7)^x(0,3)^{9-x}\right]$$

$x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$

$$P_{X|C}(x) = \begin{cases} \dfrac{0.2\left[\binom{9}{x}(0,4)^x(0,6)^{9-x}\right] + \left[0,35\binom{9}{x}(0,7)^x(0,3)^{9-x}\right]}{0,55} & x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \\ 0 & \text{d/c} \end{cases}$$

(3) Sabemos que la variable aleatoria es de Poisson, entonces $E(x) = \lambda$ y $Var(x) = \lambda$, Luego cada V.A es independiente, entonces sabemos que la suma de V.A de Poisson también es una Poisson, para cada carretera tenemos que

Carretera 1	Carretera 2	Carretera 3
$\lambda = 0.3$	$\lambda = 0.5$	$\lambda = 0.7$

Luego

$7 \cdot \lambda = 7(0,3) = 2.1$

$7 \cdot \lambda = 7(0,5) = 3.5$

$7\lambda = 7(0,7) = 4.9$

Y para el pueblo tenemos que:

$2.1 + 3.5 + 4.9 = 10.5 = E(x)$ y $Var(x)$

④ Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & -1 < x < 1 \\ 0 & d|c \end{cases}$$

Determine el valor de c y la función acumulada $F_X(x)$

$$\int_{-1}^{1} c(1-x^2)\,dx = c\int_{-1}^{1} 1-x^2\,dx = 1$$

$$= c\left(\int_{-1}^{1} 1\,dx - \int_{-1}^{1} x^2\,dx\right) = 1$$

$$= c\left(x\Big|_{-1}^{1} - \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1}\right) = 1$$

$$= c\left((1-(-1)) - \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = 1$$

$$= c\left(2 - \frac{2}{3}\right) = 1$$

$$= c\left(\frac{4}{3}\right) = 1$$

$$c = \frac{3}{4}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & -1 < x < 1 \\ 0 & d|c \end{cases}$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(x)\,dx = \int_{-1}^{x} \frac{3}{4}(1-x^2)\,dx$$

$$= \frac{3}{4}\int_{-1}^{x} (1-x^2)\,dx$$

$$= \frac{3}{4}\left(x - \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{x}\right) = \frac{3}{4}\left(x - \frac{x^3}{3} - \left(-1 + \frac{1}{3}\right)\right)$$

$$= \frac{3}{4}\left(x\left(1 - \frac{x^2}{3}\right) + \frac{2}{3}\right)$$