5. X v.a uniforme en $(0,1)$ $\mathbb{E}[X^n]$, X en (a,b)

$$\mathbb{E}[X^n] = \int_0^1 x^n \cdot \frac{1}{1-0}\, dx = \int_0^1 x^n\, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \Big|_0^1$$

Entre $(0,1)$

$$= \underline{\frac{1}{n+1}}$$

$$\mathbb{E}[x^n] = \int_a^b x^n \frac{1}{b-a}\, dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b x^n\, dx = \frac{1}{(b-a)} \cdot \frac{1}{n+1} x^{n+1} \Big|_a^b$$

$$= \frac{b^{n+1}}{(b-a)(n+1)} - \frac{a^{n+1}}{(b-a)(n+1)} = \underline{\frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{(b-a)(n+1)}}$$

Entre (a,b)

6. X v.a normal con $\mu = 10$ y $\sigma^2 = 36$

a. $P(X > 5)$ $\boxed{Y = \frac{X-10}{6}}$

$= P\left(\frac{X-10}{6} > \frac{5-10}{6}\right) = P(Y > -\frac{5}{6}) = 1 - P(Y > \frac{5}{6}) = 1 - (1 - P(Y < \frac{5}{6})$

$= P(Y < \frac{5}{6}) = \underline{0.7967}$

b. $P(4 < X < 16) = P(X > 4) - P(X > 16) = P(\frac{X-10}{6} > \frac{4-10}{6}) - P(\frac{X-10}{6} > \frac{16-10}{6})$

$= P(Y > -1) - P(Y > 1) = P(Y < 1) - (1 - P(Y < 1) = -1 + P(Y < 1) + P(Y < 1)$

$= \underline{0,6826}$

C. $P(X < 8)$

$= P\left(\frac{X-10}{6} < \frac{8-10}{6}\right) = P(Y < -\frac{1}{3}) = 1 - P(Y < \frac{1}{3}) = 1 - \Phi(0.33)$

$= 1 - 0.6293 = \underline{0.3707}$

7. $f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0 & \text{o.l.c} \end{cases}$ $\lambda = 1$

a. Vida util esperada

$E[X] = \int_0^\infty x e^{-x}\, dx = -xe^{-x} + \int e^{-x} dx = -xe^{-x} - e^{-x} \Big|_0^\infty$

$u = x$ $dv = e^{-x}$

$du = 1$ $v = -e^{-x}$

$= 0 - (-1) = 1$

b. Prob falle en la primera hora

$P(X \leq 1) = 1 - P(X > 1) = 1 - e^{-1}$

C. Sea $A = [1,2]$ $B = [0,1)$

$P(X \in A \mid X \notin B) = \frac{\int_1^2 e^{-x}}{1-(1-e^{-1})} = \frac{-e^{-x}\big|_1^2}{e^{-1}} = \frac{-e^{-2}+e^{-1}}{e^{-1}} = e(-e^{-2}+e^{-1}) = -e^{-1}+1$

d. $B = [0,n)$

$P(X \in B) = P(X \leq n) = 1 - P(X > n) = 1 - e^{-n}$

d. $A=[n,n+1]$ $\quad B=[0,n)$

$$P(x\in A\mid x\notin B)=\frac{\int_n^{n+1} e^{-x}}{1-(1-e^{-n})}=\frac{-e^{-x}\Big|_n^{n+1}}{e^{-n}}=(-e^{-(n+1)}+e^{-n})e^{n}$$

$$=-e^{-1}+1$$

Siempre da lo mismo.

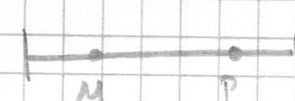
Es decir no tiene memoria.

8. Palo longitud 1 se divide en un punto U. uniformemente en (0,1)

Longitud esperada de la pieza contiene punto P con $0\leq P\leq 1$.

$$f_U(u)=\begin{cases}1 & u\in(0,1)\\ 0 & \text{d.l.c}\end{cases}$$ ya que U es uniforme en el intervalo

Note que si U está del lado izquierdo, esto es, $U\leq P$. si está del lado derecho $U\geq P$. Podemos escribirlo como



$$L(U)=\begin{cases}U & \text{si } U\geq P & \text{llamemos } K\\ 1-U & \text{si } U<P & \text{llamemos } R\end{cases}$$

$$E[K]=\int_P^1 u\,du=\frac{u^2}{2}\Big|_P^1=\frac{1}{2}-\frac{P^2}{2}=\frac{1-P^2}{2}$$

$$E[R]=\int_0^P(1-u)\,du=u-\frac{u^2}{2}\Big|_0^P=P-\frac{P^2}{2}=\frac{2P-P^2}{2}$$

$$E[L(U)]=E[K]+E[R]$$

$$=\frac{1-P^2}{2}+\frac{2P-P^2}{2}=\frac{1-P^2+2P-P^2}{2}=\frac{-2P^2+2P+1}{2}$$