

# Probabilidade e Processos Estocásticos

## Lista de Exemplos – Unidade 03

### 3 – Introdução à Probabilidade

#### 3.1 – Espaço Amostral, Eventos e Probabilidade Clássica

##### Questão 1:

- Dois dados idênticos e sem qualquer vício foram lançados simultaneamente, e o resultado apresentado pela face superior de cada um deles foi anotado. Com base no enunciado, responda:

a) O lançamento dos dois dados é um evento? Justifique sua resposta.

RESPOSTA:

Não, já que o ato de jogar os Dados não é um evento

b) Defina o espaço amostral ( $S$ ) desse experimento ( $E$ ).

RESPOSTA:

Espaço Amostral

Dado 1: [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Dado 1: [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Espaço Amostral do Experimento: é uma composição feita a partir dos espaços amostrais dos dois dados.

[11] [12] [13] [14] [15] [16] ....

c) Levando em consideração que [1,5], [2,3] e [6,4] são eventos desse experimento. Os resultados da faces superiores iguais a [2,7], [5,0] e [1,8], são eventos desse mesmo experimento? Justifique sua resposta.

RESPOSTA:

Não, já que [2, 7] [5, 0] [1, 8] não são subconjuntos possíveis do espaço amostral do experimento

d) Defina a Álgebra associada ao espaço amostral ( $S$ ) desse experimento( $E$ ).

ÁLGEBRA DO ESPAÇO AMOSTRAL ( $S$ )

$\{\}$

e) Com base em probabilidade clássica, cacule a probabilidade dos seguintes resultados: as faces superiores serem dois números pares -  $P(par, par)$ , as faces superiores serem (exatamente na sequência) um números impar e um par  $P(impar, par)$ .

RESPOSTA:

$$P(par, par) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(impar, par) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

► **Questão 2:**

Um jogo possui duas etapas que envolve moedas e dados. A primeira etapa corresponde ao lançamento de uma moeda (não viciada). Já a segunda etapa depende diretamente do resultado da primeira, da seguinte forma:

- Caso 1: Se na primeira etapa o resultado for CARA, então na segunda etapa a moeda será lançada novamente.
- Caso 2: Se na primeira etapa o resultado for COROA, então na segunda etapa será lançado um dado.

↳ 1 cell hidden

► **RESPOSTA:**

Sim, Já que o Dado tem eventos possíveis de acontecer.

[ ] ↳ 1 cell hidden

b) Considerando que os resultados são descritos da seguinte forma [1a etapa, 2a etapa], exemplo: [Cara, Coroa] ou [. Defina o espaço amostral desse jogo.

► **RESPOSTA:**

Espaço Amostral: [cara, coroa], [cara, coroa]

[ ] ↳ 1 cell hidden

c) Levando em consideração que [Coroa,5], [Coroa,3] e [Cara, Coroa] são eventos desse experimento. Os resultados das faces superiores iguais a [Coroa, Cara], [5, Coroa] e [Cara,3], são eventos associados ao espaço amostral? Justifique sua resposta.

► **RESPOSTA:**

Não, pelas condições definidas para os experimentos, esses eventos são impossíveis de

ocorrer

[ ] ↪ 3 cells hidden

e) Com base em probabilidade clássica, cacule a probabilidade dos seguintes resultados:  $P(\text{Cara, par})$ ,  $P(\text{Coroa, impar})$  e  $P(\text{Cara, Coroa})$

► **RESPOSTA:**

$$P(\text{Cara, par}) = 0$$

$$P(\text{Coroa, impar}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$P(\text{Cara, Coroa}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

## 3.2 – Teoremas e Propriedades de Probabilidade

Questão 3 – Uma escola de idiomas oferece três cursos: Espanhol, Francês e Alemão. Existem 100 alunos na escola.

- 28 – cursam Espanhol.
- 26 – cursam Francês.
- 16 – cursam Alemão.
- 12 – cursam Espanhol e Francês.
- 04 – cursam Espanhol e Alemão.
- 06 – cursam Francês e Alemão.
- 02 – cursam os 3 cursos.

Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Não acompanhar nenhum curso.

► **RESPOSTA:**

$$\frac{6}{100} = 0,06$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

b) Estar fazendo exatamente apenas um dos curso.

▶ **RESPOSTA:**

$$\frac{28 + 26 + 16}{100} = \frac{70}{100} = 0,7$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

c) Estar cursando dois ao mesmo tempo.

▶ **RESPOSTA:**

$$\frac{12}{100} = 0,12$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

### 3.3 – Probabilidade Marginal

#### ▶ Questão 4:

Considerando que um baralho comum consiste de 52 cartas separadas em 4 naipes com 13 cartas cada. Supondo que um baralho comum é embaralhado e uma carta seja retirada.

$$A_i \rightarrow \text{Naipes}(\text{espadas}, \text{paus}, \text{copas}, \text{eoutros})$$

$$B_j \rightarrow \text{Valores}(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, KeA)$$

↪ 1 cell hidden

## ▶ RESPOSTA:

	A1 (Espadas)	A2 (Paus)	A3 (Copas)	A4 (Ouro)	Total de B
B1 ( Valor: 2)	1	1	1	1	4
B2 ( Valor: 3)	1	1	1	1	4
B3 ( Valor: 4)	1	1	1	1	4
B4 ( Valor: 5)	1	1	1	1	4
B5 ( Valor: 6)	1	1	1	1	4
B6 ( Valor: 7)	1	1	1	1	4
B7 ( Valor: 8)	1	1	1	1	4
B8 ( Valor: 9)	1	1	1	1	4
B9 ( Valor: 10)	1	1	1	1	4
B10 ( Valor: J)	1	1	1	1	4
B11 ( Valor: Q)	1	1	1	1	4
B12 ( Valor: K)	1	1	1	1	4
B13 ( Valor: A)	1	1	1	1	4
Total de A	13	13	13	13	52

1 ↪ 1 cell hidden

b) Calcular a interseção entre cada elemento de  $A_i$  e  $B_j$ .

## ▶ RESPOSTA:

$q(B1 \cap A1) = 1$ ;  $q(B1 \cap A2) = 1$ ;  $q(B1 \cap A3) = 1$ ;  $q(B1 \cap A4) = 1$   
 $q(B2 \cap A1) = 1$ ;  $q(B2 \cap A2) = 1$ ;  $q(B2 \cap A3) = 1$ ;  $q(B2 \cap A4) = 1$   
 $q(B3 \cap A1) = 1$ ;  $q(B3 \cap A2) = 1$ ;  $q(B3 \cap A3) = 1$ ;  $q(B3 \cap A4) = 1$   
 $q(B4 \cap A1) = 1$ ;  $q(B4 \cap A2) = 1$ ;  $q(B4 \cap A3) = 1$ ;  $q(B4 \cap A4) = 1$   
 $q(B5 \cap A1) = 1$ ;  $q(B5 \cap A2) = 1$ ;  $q(B5 \cap A3) = 1$ ;  $q(B5 \cap A4) = 1$   
 $q(B6 \cap A1) = 1$ ;  $q(B6 \cap A2) = 1$ ;  $q(B6 \cap A3) = 1$ ;  $q(B6 \cap A4) = 1$   
 $q(B7 \cap A1) = 1$ ;  $q(B7 \cap A2) = 1$ ;  $q(B7 \cap A3) = 1$ ;  $q(B7 \cap A4) = 1$   
 $q(B8 \cap A1) = 1$ ;  $q(B8 \cap A2) = 1$ ;  $q(B8 \cap A3) = 1$ ;  $q(B8 \cap A4) = 1$   
 $q(B9 \cap A1) = 1$ ;  $q(B9 \cap A2) = 1$ ;  $q(B9 \cap A3) = 1$ ;  $q(B9 \cap A4) = 1$   
 $q(B10 \cap A1) = 1$ ;  $q(B10 \cap A2) = 1$ ;  $q(B10 \cap A3) = 1$ ;  $q(B10 \cap A4) = 1$   
 $q(B11 \cap A1) = 1$ ;  $q(B11 \cap A2) = 1$ ;  $q(B11 \cap A3) = 1$ ;  $q(B11 \cap A4) = 1$   
 $q(B12 \cap A1) = 1$ ;  $q(B12 \cap A2) = 1$ ;  $q(B12 \cap A3) = 1$ ;  $q(B12 \cap A4) = 1$

$$q(B13 \cap A1) = 1; q(B13 \cap A2) = 1; q(B13 \cap A3) = 1; q(B13 \cap A4) = 1$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

c) Calcular a probabilidade marginal de todos os  $A_i$ .

► **RESPOSTA:**

$$A_1 = \frac{13}{52} = 0,25$$

$$A_2 = \frac{13}{52} = 0,25$$

$$A_3 = \frac{13}{52} = 0,25$$

$$A_4 = \frac{13}{52} = 0,25$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

d) Calcular a probabilidade marginal de todos os  $B_j$ .

► **RESPOSTA:**

$$B_1 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_2 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_3 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_4 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_5 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_6 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_7 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_8 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_9 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{10} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{11} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{12} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{13} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

e) Desenhar o diagrama em árvore para esse experimento (com as probabilidades).

► **RESPOSTA:**

[ ] ↪ 1 cell hidden

### 3.4 – Probabilidade Condicional

#### Questão 5:

Escolhe-se ao acaso um número entre 1 e 10 (incluseve). Com base neste experimento calcule as seguintes probabilidades:

a) Se par dado que é maior que 5 -  $P(\text{par}/\text{maior que } 5)$ .

► **RESPOSTA:**

$$\frac{5}{10} \times \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = \frac{15}{50} = 0,3$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

b) Se impar dado que é um número primo –  $P(\text{impar}/\text{primo})$



► RESPOSTA:

$$\frac{3}{10} \times 1 = \frac{3}{10}$$

1 cell hidden

c) Ser um número entre 3 e 7 (inclusive), dado que é par -  $P([3] - [7]/par)$

► RESPOSTA:

$$\frac{5}{10} \times \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{5}$$

1 cell hidden

### 3.5 – Probabilidade Total

Questão 6:

Em um curso secundarista, 1/3 dos estudantes é do sexo masculino e 2/3 do sexo feminino. A proporção de alunos que se dedicam a ciências é 20% para o sexo masculino e 10% para o sexo feminino.

$$A \rightarrow \text{SexoFeminino}$$

$$B \rightarrow \text{EstudamCiências}$$

Com base nestas Informações:

- Defina a tabela da relação (probabilística) entre os eventos  $A$  e  $B$ .

RESPOSTA:

	A	A'	A Total
B	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$

	A	A'	A Total
B'	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{13}{15}$
B Total	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso estude ciências  $P(B)$ .

**RESPOSTA:**

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{10}\right) = \frac{2}{15}$$

- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências  $P(A')$

**RESPOSTA:**

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{8}{10}\right) = \frac{13}{15}$$

- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo feminino  $P(B' / A)$ .

**RESPOSTA:**

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$

- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo Masculino  $P(B' / A')$ .

**RESPOSTA:**

$$\frac{1}{3} \times \frac{8}{10} = \frac{4}{15}$$

- Desenhar o diagrama em árvore para esse experimento (com as probabilidades).

-- NORMAL --

## 3.6 – Independência de Eventos

Questão 7:

Lança-se um dado duas vezes. Considerando os eventos:

$$A \rightarrow A \text{ face é par}$$

$$B \rightarrow A \text{ face é divisível por 3}$$

Levando em consideração que:

- No 1° lançamento será analisada apenas a ocorrência do evento  $A$  (ou de  $A'$ )
- No 2° lançamento será analisada apenas a ocorrência de  $B$  (ou de  $B'$ ).

a) Qual a probabilidade de  $P(A)$  e  $P(B)$ .

► **RESPOSTA:**

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(B) = \frac{3}{10}$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

b) Qual a probabilidade de  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap B')$ ,  $P(A' \cap B)$  e  $P(A' \cap B')$

► **RESPOSTA:**

$$P(A \cap B) = \frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$$

$$P(A \cap B') = \frac{5}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$$

$$P(A' \cap B) = \frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$$

$$P(A' \cap B') = \frac{5}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$$

[ ] ↪ 1 cell hidden

c) Qual a probabilidade de  $P(A/B)$  e  $P(B/A)$

RESPOSTA:

$$P(A/B) = \frac{5}{10}$$

$$P(B/A) = \frac{3}{10}$$

[ ] ↪ 3 cells hidden