Probabilidade e Processos Estocásticos

Lista de Exemplos – Unidade 03

3 – Introdução à Probabilidade

3.1 – Espaço Amostral, Eventos e Probabilidade Clássica

Questão 1:

> - Dois dados idênticos e sem qualquer vício foram lançados simultaneamente, e o resultado apresentado pela face superior de cada um deles foi anotado. Com base no enunciado, responda:

> > **a) O lançamento dos dois dados é um evento? Justifique sua resposta.**

RESPOSTA:

> > > Não, já que o ato de jogar os Dados não é um evento

> > **b) Defina o espaço amostral (S) desse experimento (E).**

RESPOSTA:

> > > Espaço Amostral
> > >
> > > Dado 1: [1, 2, 3, 4, 5, 6]
> > >
> > > Dado 1: [1, 2, 3, 4, 5, 6]
> > >
> > > Expaço Amostral do Experimento: é uma composição feita apartir dos espaços amostrais dos dois dados.

> > > [11] [12] [13] [14] [15] [16] ....

> > **c) Levando em consideração que [1,5], [2,3] e [6,4] são eventos desse esperimento. Os resultados da faces superiores iguais a [2,7], [5,0] e [1,8], são eventos desse mesmo experimento? Justifique sua resposta.**

RESPOSTA:

> > > Não, já que [2, 7] [5, 0] [1, 8] não são subconjuntos possíveis do espaço amostral do experimento

> > **d) Defina a Álgebra associada ao espaço amostral (S) desse experimento(E).**

ÁLGEBRA DO ESPAÇO AMOSTRAL (S)

> > > {}

> > **e) Com base em probabilidade clássica, cacule a probabilidade dos seguintes resultados: as faces superiores serem dois números pares - $P(par, par)$, as faces superiores serem (exatamente na sequência) um números impar e um par $P(impar, par)$.**

RESPOSTA:

> > > $P(par, par) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$

> > > $P(impar, par) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Questão 2:

> Um jogo possui duas etapas que envolve moedas e dados.A primeira etapa corresponde ao lançamento de uma moeda (não viciada). Já a segunda etapa depende diretamente do resultado da primeira, da seguinte forma:
>
> > - Caso 1: Se na primeira etapa o resultado for CARA, então na segunda etapa a moeda será lançada novamente.
>
> > - Caso 2: Se na primeira etapa o resultado for COROA, então na segunda etapa será lançado um dado.

↳ 1 cell hidden

RESPOSTA:

> > > Sim, Já que o Dado tem eventos possíveis de acontesse.

[ ] ↳ 1 cell hidden

> > b) **Considerando que os resultados são descritos da seguinte forma [1a etapa, 2a etapa], exemplo: [Cara, Coroa] ou [. Defina o espaço amostral desse jogo.**
>
> > > # RESPOSTA:
>
> > > Espaço Amostral: [cara, coroa], [cara, coroa]

[ ] ↳ 1 cell hidden

> > c) Levando em consideração que [Coroa,5], [Coroa,3] e [Cara, Coroa] são eventos desse esperimento. Os resultados da faces superiores iguais a [Coroa , Cara], [5,Coroa] e [Cara,3], são eventos associados ao espaço amostral? Justifique sua resposta.
>
> > > # RESPOSTA:
>
> > > Não, pelas condições definidas para os experimentos, esses eventos são impossíveis de

ocorrer

[ ] ↳ 3 cells hidden

e) Com base em probabilidade clássica, cacule a probabilidade dos seguintes resultados: P(Cara, par), P(Coroa, impar) e P(Cara, Coroa)

RESPOSTA:

$$P(Cara, par) = 0$$

$$P(Coroa, impar) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$P(Cara, Coroa) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

[ ] ↳ 1 cell hidden

3.2 – Teoremas e Propriedades de Probabilidade

Questão 3 – Uma escola de idiomas oference três cursos: Espanhol, Francês e Alemão. Existem 100 alunos na escola.

- 28 – cursam Espanhol.
- 26 – cursam Francês.
- 16 – cursam Alemão.
- 12 – cursam Espanhol e Francês.
- 04 – cursam Espanhol e Alemão.
- 06 – cursam Francês e Alemão.
- 02 – cursam os 3 cursos.

Se um aluno é escolido ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Não acompanhar nenhum curso.

RESPOSTA:

$$\frac{6}{100} = 0,06$$

[ ] ↳ 1 cell hidden

b) Estar fazendo exatamente apenas um dos curso.

RESPOSTA:

$$\frac{28+26+16}{100} = \frac{70}{100} = 0,7$$

[ ] ↳ 1 cell hidden

c) Estar cursando dois ao mesmo tempo.

RESPOSTA:

$$\frac{12}{100} = 0,12$$

[ ] ↳ 1 cell hidden

3.3 – Probabilidade Marginal

Questão 4:

Considerando que um baralho comum consiste de 52 cartas separadas em 4 naipes com 13 cartas cada. Supondo que um baralho comum é embaralhado e uma carta seja retirada.

$$A_i \rightarrow Naipes(espadas, paus, copas, eoutros)$$
$$B_j \rightarrow Valores(2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,KeA)$$

↳ 1 cell hidden

RESPOSTA:

	A1 (Espadas)	A2 (Paus)	A3 (Copas)	A4 (Ouro)	Total de B
B1 (Valor: 2)	1	1	1	1	4
B2 (Valor: 3)	1	1	1	1	4
B3 (Valor: 4)	1	1	1	1	4
B4 (Valor: 5)	1	1	1	1	4
B5 (Valor: 6)	1	1	1	1	4
B6 (Valor: 7)	1	1	1	1	4
B7 (Valor: 8)	1	1	1	1	4
B8 (Valor: 9)	1	1	1	1	4
B9 (Valor: 10)	1	1	1	1	4
B10 (Valor: J)	1	1	1	1	4
B11 (Valor: Q)	1	1	1	1	4
B12 (Valor: K)	1	1	1	1	4
B13 (Valor: A)	1	1	1	1	4
Total de A	13	13	13	13	**52**

[ ] ↳ *1 cell hidden*

b) Calcular a interseção entre cada elemento de A_i e B_j.

RESPOSTA:

$$q(B1 \cap A1) = 1;\ q(B1 \cap A2) = 1;\ q(B1 \cap A3) = 1;\ q(B1 \cap A4) = 1$$
$$q(B2 \cap A1) = 1;\ q(B2 \cap A2) = 1;\ q(B2 \cap A3) = 1;\ q(B2 \cap A4) = 1$$
$$q(B3 \cap A1) = 1;\ q(B3 \cap A2) = 1;\ q(B3 \cap A3) = 1;\ q(B3 \cap A4) = 1$$
$$q(B4 \cap A1) = 1;\ q(B4 \cap A2) = 1;\ q(B4 \cap A3) = 1;\ q(B4 \cap A4) = 1$$
$$q(B5 \cap A1) = 1;\ q(B5 \cap A2) = 1;\ q(B5 \cap A3) = 1;\ q(B5 \cap A4) = 1$$
$$q(B6 \cap A1) = 1;\ q(B6 \cap A2) = 1;\ q(B6 \cap A3) = 1;\ q(B6 \cap A4) = 1$$
$$q(B7 \cap A1) = 1;\ q(B7 \cap A2) = 1;\ q(B7 \cap A3) = 1;\ q(B7 \cap A4) = 1$$
$$q(B8 \cap A1) = 1;\ q(B8 \cap A2) = 1;\ q(B8 \cap A3) = 1;\ q(B8 \cap A4) = 1$$
$$q(B9 \cap A1) = 1;\ q(B9 \cap A2) = 1;\ q(B9 \cap A3) = 1;\ q(B9 \cap A4) = 1$$
$$q(B10 \cap A1) = 1;\ q(B10 \cap A2) = 1;\ q(B10 \cap A3) = 1;\ q(B10 \cap A4) = 1$$
$$q(B11 \cap A1) = 1;\ q(B11 \cap A2) = 1;\ q(B11 \cap A3) = 1;\ q(B11 \cap A4) = 1$$
$$q(B12 \cap A1) = 1;\ q(B12 \cap A2) = 1;\ q(B12 \cap A3) = 1;\ q(B12 \cap A4) = 1$$

$$q(B13 \cap A1) = 1;\ q(B13 \cap A2) = 1;\ q(B13 \cap A3) = 1;\ q(B13 \cap A4) = 1$$

[ ] ↳ 1 cell hidden

c) Calcular a probabilidade marginal de todos os A_i.

RESPOSTA:

[ ] ↳ 1 cell hidden

d) Calcular a probabilidade marginal de todos os B_j.

RESPOSTA:

[ ] ↳ 1 cell hidden

e) Desenhar o diagrama em árvore para esse experimento (com as probabilidades).

RESPOSTA:

[ ] ↳ 1 cell hidden

3.4 – Probabilidade Condicional

Questão 5:

Escolhe-se ao acaso um número entre 1 e 10 (incluseve). Com base neste experimento calcule as seguintes probabilidades:

[ ] ↳ 6 cells hidden

3.5 – Probabilidade Total

Questão 6:

Em um curso secundarista, 1/3 dos estudantes é do sexo masculino e 2/3 do sexo feminino. A proporção de alunos que se dedicam a ciências é 20% para o sexo masculino e 10% para o sexo feminino.

$$A \rightarrow SexoFeminino$$
$$B \rightarrow EstudamCiências$$

Com base neste Informações:

- Defina a tabela da relação (probabilistica) entre os eventos A e B.
- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso estude ciências $P(B)$.
- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências $P(A')$
- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo feminino $P(B'/A)$.
- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo Masculino $P(B'/A')$.
- Desenhar o diagrama em árvore para esse experimento (com as probabilidades).

[ ] ↳ 1 cell hidden

3.6 –Independência de Eventos