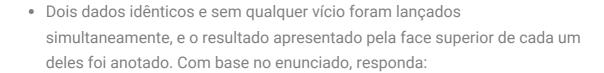
Probabilidade e Processos Estocásticos Lista de Exemplos – Unidade 03

	3 –	Introdu	ıção	à	Pro	ba	bi	lid	ade
--	-----	---------	------	---	-----	----	----	-----	-----

3.1 – Espaço Amostral, Even	tos e Probabilidade Clássica
-----------------------------	------------------------------

Questão 1:

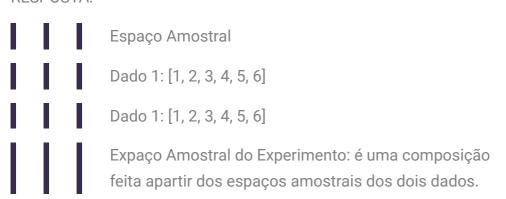




RESPOSTA:







[11] [12] [13] [14] [15] [16]

c) Levando em consideração que [1,5], [2,3] e [6,4] são eventos desse esperimento. Os resultados da faces superiores iguais a [2,7], [5,0] e [1,8], são eventos desse mesmo experimento? Justifique sua resposta.

RESPOSTA:



Não, já que [2, 7] [5, 0] [1, 8] não são subconjuntos possíveis do espaço amostral do experimento

d) Defina a Álgebra associada ao espaço amostral (S) desse experimento(E).

ÁLGEBRA DO ESPAÇO AMOSTRAL (S)



e) Com base em probabilidade clássica, cacule a probabilidade dos seguintes resultados: as faces superiores serem dois números pares - P(par,par), as faces superiores serem (exatamente na sequência) um números impar e um par P(impar, par).

$$P(par, par) = rac{9}{36} = rac{1}{4} = 0,25$$
 $P(impar, par) = rac{6}{36} = rac{1}{6}$

$$P(impar, par) = rac{6}{36} = rac{1}{6}$$

Questão 2:

Um jogo possui duas etapas que envolve moedas e dados. A primeira etapa corresponde ao lançamento de uma moeda (não viciada). Já a segunda etapa depende diretamente do resultado da primeira, da seguinte forma:

- Caso 1: Se na primeira etapa o resultado for CARA, então na segunda etapa a moeda será lançada novamente.
- Caso 2: Se na primeira etapa o resultado for COROA, então na segunda etapa será lançado um dado.

4 1 cell hidden

RESPOSTA:

Sim, Já que o Dado tem eventos possíveis de acontesse.

[] → 1 cell hidder

b) Considerando que os resultados são descritos da seguinte forma [1a etapa, 2a etapa], exemplo: [Cara, Coroa] ou [. Defina o espaço amostral desse jogo.

→ RESPOSTA:

Espaço Amostral: [cara, coroa], [cara, coroa]

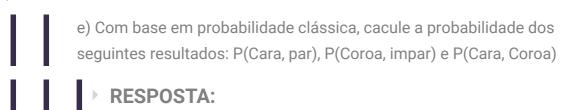
[] 4 1 cell hidden

c) Levando em consideração que [Coroa,5], [Coroa,3] e [Cara, Coroa] são eventos desse esperimento. Os resultados da faces superiores iguais a [Coroa , Cara], [5,Coroa] e [Cara,3], são eventos associados ao espaço amostral? Justifique sua resposta.

▶ RESPOSTA:

Não, pelas condições definidas para os experimentos, esses eventos são impossíveis de

[] 43 cells hidden



$$egin{aligned} P(Cara,par) &= 0 \ P(Coroa,impar) &= rac{1}{2} + rac{1}{2} = 1 \ P(Cara,Coroa) &= rac{1}{2} + rac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

[] 4 1 cell hidden

3.2 - Teoremas e Propriedades de Probabilidade

Questão 3 – Uma escola de idiomas oference três cursos: Espanhol, Francês e Alemão. Existem 100 alunos na escola.



- 28 cursam Espanhol.
- 26 cursam Francês.
- 16 cursam Alemão.
- 12 cursam Espanhol e Francês.
- 04 cursam Espanhol e Alemão.
- 06 cursam Francês e Alemão.
- 02 cursam os 3 cursos.

Se um aluno é escolido ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Não acompanhar nenhum curso.



$$\frac{6}{100} = 0,06$$

[] 4 1 cell hidden

- ш
- b) Estar fazendo exatamente apenas um dos curso.
- **RESPOSTA:**
- Ш

$$\frac{28 + 26 + 16}{100} = \frac{70}{100} = 0,7$$

- [] 4 1 cell hidder
- c) Estar cursando dois ao mesmo tempo.
- → RESPOSTA:
- | | |

$$\frac{12}{100} = 0, 12$$

[] 41 cell hidden

3.3 - Probabilidade Marginal

Questão 4:



Considerando que um baralho comum consiste de 52 cartas separadas em 4 naipes com 13 cartas cada. Supondo que um baralho comum é embaralhado e uma carta seja retirada.

$$A_i
ightarrow Naipes(espadas, paus, copas, eoutros) \ B_i
ightarrow Valores(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, KeA)$$

→ 1 cell hidden

B1 (Valor: 2) 1 1 1 1 4 4 4 4 5 B1 (Valor: 2) 1 1 4<						
B2 (Valor: 3) 1 1 1 1 4 B3 (Valor: 4) 1 1 1 1 4 B4 (Valor: 5) 1 1 1 1 4 B5 (Valor: 6) 1 1 1 1 4 B6 (Valor: 7) 1 1 1 1 4 B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4		A1 (Espadas)	A2 (Paus)	A3 (Copas)	A4 (Ouro)	Total de B
B3 (Valor: 4) 1 1 1 1 4 B4 (Valor: 5) 1 1 1 1 4 B5 (Valor: 6) 1 1 1 1 4 B6 (Valor: 7) 1 1 1 1 4 B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B1 (Valor: 2)	1	1	1	1	4
B4 (Valor: 5) 1 1 1 1 4 B5 (Valor: 6) 1 1 1 1 4 B6 (Valor: 7) 1 1 1 1 4 B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B2 (Valor: 3)	1	1	1	1	4
B5 (Valor: 6) 1 1 1 1 4 B6 (Valor: 7) 1 1 1 1 4 B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B3 (Valor: 4)	1	1	1	1	4
B6 (Valor: 7) 1 1 1 1 4 B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B4 (Valor: 5)	1	1	1	1	4
B7 (Valor: 8) 1 1 1 1 4 B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B5 (Valor: 6)	1	1	1	1	4
B8 (Valor: 9) 1 1 1 1 4 B9 (Valor: 10) 1 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B6 (Valor: 7)	1	1	1	1	4
B9 (Valor: 10) 1 1 1 4 B10 (Valor: J) 1 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B7 (Valor: 8)	1	1	1	1	4
B10 (Valor: J) 1 1 1 4 B11 (Valor: Q) 1 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B8 (Valor: 9)	1	1	1	1	4
B11 (Valor: Q) 1 1 1 4 B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B9 (Valor: 10)	1	1	1	1	4
B12 (Valor: K) 1 1 1 1 4 B13 (Valor: A) 1 1 1 1 4	B10 (Valor: J)	1	1	1	1	4
B13 (Valor: A) 1 1 1 4	B11 (Valor: Q)	1	1	1	1	4
	B12 (Valor: K)	1	1	1	1	4
Total de A 13 13 13 52	B13 (Valor: A)	1	1	1	1	4
	Total de A	13	13	13	13	52

「] ♭ 1 cell hidden

b) Calcular a interseção entre cada elemento de A_i e B_j .

→ RESPOSTA:

$$q(B1 \cap A1) = 1; \ q(B1 \cap A2) = 1; \ q(B1 \cap A3) = 1; \ q(B1 \cap A4) = 1$$

$$q(B2 \cap A1) = 1; \ q(B2 \cap A2) = 1; \ q(B2 \cap A3) = 1; \ q(B2 \cap A4) = 1$$

$$q(B3 \cap A1) = 1; \ q(B3 \cap A2) = 1; \ q(B3 \cap A3) = 1; \ q(B3 \cap A4) = 1$$

$$q(B4 \cap A1) = 1; \ q(B4 \cap A2) = 1; \ q(B4 \cap A3) = 1; \ q(B4 \cap A4) = 1$$

$$q(B5 \cap A1) = 1; \ q(B5 \cap A2) = 1; \ q(B5 \cap A3) = 1; \ q(B5 \cap A4) = 1$$

$$q(B6 \cap A1) = 1; \ q(B6 \cap A2) = 1; \ q(B6 \cap A3) = 1; \ q(B6 \cap A4) = 1$$

$$q(B7 \cap A1) = 1; \ q(B7 \cap A2) = 1; \ q(B7 \cap A3) = 1; \ q(B7 \cap A4) = 1$$

$$q(B8 \cap A1) = 1; \ q(B8 \cap A2) = 1; \ q(B8 \cap A3) = 1; \ q(B9 \cap A4) = 1$$

$$q(B9 \cap A1) = 1; \ q(B9 \cap A2) = 1; \ q(B9 \cap A3) = 1; \ q(B10 \cap A4) = 1$$

$$q(B10 \cap A1) = 1; \ q(B11 \cap A2) = 1; \ q(B11 \cap A3) = 1; \ q(B11 \cap A4) = 1$$

$$q(B12 \cap A1) = 1; \ q(B12 \cap A2) = 1; \ q(B12 \cap A3) = 1; \ q(B12 \cap A4) = 1$$

$$q(B13 \cap A1) = 1; \ q(B13 \cap A2) = 1; \ q(B13 \cap A3) = 1; \ q(B13 \cap A4) = 1$$

[] 41 cell hidden

c) Calcular a probabilidade marginal de todos os ${\cal A}_i.$

RESPOSTA:

$$A_1 = rac{13}{52} = 0,25$$
 $A_2 = rac{13}{52} = 0,25$
 $A_3 = rac{13}{52} = 0,25$
 $A_4 = rac{13}{52} = 0,25$

[] 4 1 cell hidden

d) Calcular a probabilidade marginal de todos os
$$B_{\it j}$$
.

▶ RESPOSTA:

$$B_{1} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{2} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{3} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{4} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{5} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{6} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{7} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{8} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_9 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

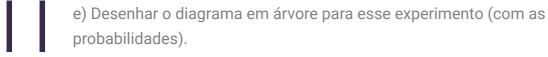
$$B_{10} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{11} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{12} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$B_{13} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

! [] 1. 1 call hidden



RESPOSTA:

1 4 1 cell hidden

3.4 - Probabilidade Condicional

Ouestão 5:

Escolhe-se ao acaso um número entre 1 e 10 (incluseve). Com base neste experimento calcule as seguintes probabilidades:

a) Se par dado que é maior que 5 - \$P(par/maior que 5).

PRESPOSTA:

$$\frac{5}{10} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{15}{50} = 0,3$$

[] → 1 cell hidden

b) Se impar dado que é um número primo – P(impar/primo)

$$\frac{3}{10} \times 1 = \frac{3}{10}$$

- □ □ 4 1 cell hidden
- c) Ser uum número entre 3 e 7 (inclusive), dado que é par P([3|--|7]/par)



$$\frac{5}{10} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$$

[] → 1 cell hidden

3.5 - Probabilidade Total

Questão 6:

Em um curso secundarista, 1/3 dos estudantes é do sexo masculino e 2/3 do sexo feminino. A proporção de alunos que se dedicam a ciências é 20% para o sexo masculino e 10% para o sexo feminino.

$$A
ightarrow SexoFeminino \ B
ightarrow EstudamCiências$$

Com base neste Informações:

- Defina a tabela da relação (probabilistica) entre os eventos A e B
 - RESPOSTA:

	Α	A'	A Total
B'	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{13}{15}$
B Total	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1



• Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso estude ciências ${\cal P}(B)$.

RESPOSTA:

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{10}\right) = \frac{2}{15}$$



- Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências $P(A^\prime)$

RESPOSTA:

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{8}{10}\right) = \frac{13}{15}$$



• Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo feminino $P(B^\prime/A)$.

RESPOSTA:

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$



• Calcule a probabilidade de um estudante escolhido ao acaso NÃO estude ciências visto que são do sexo Masculino $P(B^\prime/A^\prime)$.

$$\frac{1}{3} \times \frac{8}{10} = \frac{4}{15}$$

 Desenhar o diagrama em árvore para esse experimento (com as probabilidades).

--NORMAL--

3.6 - Independência de Eventos

Questão 7:

Lança-se um dado duas vezes. Considerando os eventos:

$$A
ightarrow A$$
 face é par $B
ightarrow A$ face é divisível por 3

Levando em consideração que:

- No 1° lancamento será analisada apenas a ocorrencia do evento A (ou de A^\prime)
- No 2° lançamento será analisada apenas a ocorrencia de ${\cal B}$ (ou de ${\cal B}'$).
- a) Qual a probabilidade de P(A) e P(B).

→ RESPOSTA:

$$P(A) = \frac{5}{10}$$
$$P(B) = \frac{3}{10}$$

□ 1 4 1 cell hidden

b) Qual a probabilidade de $P(A \cap B)$, $P(A \cap B')$, $P(A' \cap B)$ e $P(A' \cap B')$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$$
$$P(A \cap B') = \frac{5}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$$

$$P(A' \cap B) = \frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$$
$$P(A' \cap B') = \frac{5}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$$

[] 4 1 cell hidden

c) Qual a probabilidade de P(A/B) e P(B/A)



$$P(A/B) = \frac{5}{10}$$
$$P(B/A) = \frac{3}{10}$$

□ 1 4 3 cells hidden