

MODULAÇÃO EM AMPLITUDE

A modulação é definida como *o processo pelo qual alguma característica da onda portadora é variada de acordo com o sinal contendo a informação*. A portadora é necessária para facilitar o transporte do sinal modulado ao longo de um canal passa-faixa, do transmissor ao receptor. Uma portadora geralmente utilizada é a onda senoidal, cuja fonte é fisicamente independente da fonte do sinal contendo a informação. Quando o sinal contendo a informação é do tipo analógico, falamos de uma *modulação de onda contínua*, um termo que ressalta a continuidade da onda modulada em função do tempo.

No contexto de comunicações, a motivação primária para a modulação é facilitar a transmissão de um sinal contendo informação em um canal de comunicação (por exemplo, um canal de rádio), com uma faixa passante determinada. Na modulação de onda contínua, isto é possível variando-se a amplitude ou o ângulo da forma de onda da portadora. Com esta base, podemos classificar a modulação de onda contínua em duas famílias genéricas: modulação em amplitude e modulação em ângulo. Estas duas famílias de modulação se distinguem pelo oferecimento de características espectrais completamente distintas e, portanto, benefícios práticos diferentes. A classificação é feita se a amplitude da portadora ou o ângulo de fase da portadora é variado de acordo com o sinal contendo a informação. A família de modulação em amplitude é estudada neste capítulo, seguido pelo estudo da modulação em ângulo no próximo capítulo.

No Capítulo 1, identificamos a complexidade dos sistemas e os dois recursos primários de comunicação – explicitamente, potência transmitida e largura de faixa do canal – como questões centrais envolvidas no projeto de um sistema de comunicação. Com estas questões em mente, neste capítulo iremos estudar quatro *estratégias de modulação lineares que constituem a família de modulação em amplitude*:

- ▶ Modulação em amplitude (AM)
- ▶ Faixa lateral dupla – portadora suprimida (DSB-SC)
- ▶ Faixa lateral única (SSB)
- ▶ Faixa lateral vestigial (VSB)

Estes quatro tipos de modulação diferem um do outro em virtude de suas características espectrais. Este estudo nos ensinará as seguintes lições:

- ▶ *Lição 1: A análise de Fourier é uma poderosa ferramenta matemática para o desenvolvimento da análise matemática e física das características espectrais das estratégias de modulação linear.*
- ▶ *Lição 2: A implementação de comunicações analógicas é significativamente simplificada pela utilização de AM, ao custo da potência transmitida e da largura de faixa do canal.*
- ▶ *Lição 3: A utilização da potência transmitida e da largura de faixa do canal é melhorada através de modificações bem definidas do conteúdo espectral da onda modulada em amplitude, ao custo de aumento na complexidade do sistema.*

Resumindo, podemos fazer a seguinte afirmação:

Não existe almoço grátis no projeto de um sistema de comunicação: Para cada ganho realizado, existe um preço a ser pago.

3.1 MODULAÇÃO EM AMPLITUDE

■ Teoria

Considere uma *onda portadora senoidal* $c(t)$ definida por

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (3.1)$$

na qual A_c é a *amplitude da portadora* e f_c é a *frequência da portadora*. O *signal contendo a informação*, ou o *signal de mensagem* é representado por $m(t)$. Os termos “signal contendo a informação” e “signal de mensagem” são utilizados como sinônimos ao longo do livro. Para simplificar a exposição sem afetar os resultados e conclusões obtidas, assumimos que a fase da portadora é zero na Eq. (3.1). A *modulação em amplitude*¹ é *formalmente definida como o processo pelo qual o valor médio da amplitude da onda portadora $c(t)$ é variado linearmente com o signal de mensagem $m(t)$* . Um signal modulado em amplitude (AM) pode, portanto, ser descrito como uma função do tempo usando:

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (3.2)$$

na qual k_a é uma constante chamada de *sensibilidade de amplitude* do modulador responsável pela geração do signal modulado $s(t)$. Tipicamente, a amplitude A_c da portadora e o signal de mensagem $m(t)$ são medidos em volts, e, neste caso, a sensibilidade de amplitude k_a é medida em volt^{-1} . Observe que se o signal de mensagem $m(t)$ for desligado, a portadora senoidal é mantida intacta.

A Fig. 3.1(a) mostra o signal de mensagem $m(t)$ e as Figs. 3.1(b) e (c) mostram as ondas $s(t)$ AM correspondentes a dois valores de sensibilidade k_a , com uma amplitude da portadora $A_c = 1$ volt.

Na modulação em amplitude, a informação contida no signal de mensagem $m(t)$ está somente no *envelope*, o qual é definido como a amplitude da onda modulada $s(t)$ – ou seja, $A_c|1 + k_a m(t)|$. Desta expressão, observamos que o envelope de $s(t)$ possui, essencialmente, a mesma forma do signal de mensagem $m(t)$ desde que duas condições sejam satisfeitas:

1. A amplitude de $k_a m(t)$ é sempre menor do que a unidade, ou seja,

$$|k_a m(t)| < 1, \quad \text{para todo } t \quad (3.3)$$

Esta condição é ilustrada na Fig. 3.1(b). Ela garante que a função $1 + k_a m(t)$ é sempre positiva e, neste caso, podemos expressar o envelope da onda AM $s(t)$ da Eq. (3.2) simplesmente como $A_c[1 + k_a m(t)]$. Quando a sensibilidade k_a do modulador é grande o suficiente para garantir $|k_a m(t)| > 1$ para qualquer t , a onda portadora se torna sobremodulada, resultando em inversões de fase da portadora sempre que o fator $1 + k_a m(t)$ cruzar o zero. A onda modulada, então, exibe uma distorção do envelope, como mostrado na Fig. 3.1(c). Portanto, é aparente que evitando-se a sobremodulação, uma relação de um-para-um é mantida entre o envelope da onda AM e a onda modulante para todos os valores de tempo. O valor máximo absoluto de $k_a m(t)$ multiplicado por 100 é chamado de *percentual de modulação*.

2. A frequência da portadora f_c é muito maior do que a maior componente de frequência W do signal de mensagem $m(t)$, ou seja,

$$f_c \gg W \quad (3.4)$$

Chamamos W de *largura de faixa da mensagem*. Se a condição da Eq. (3.4) não for satisfeita, um envelope não pode ser visualizado (e portanto não detectado) satisfatoriamente.

¹ Ao longo do livro, o termo “modulação em amplitude” ou AM, é utilizado para referir a uma forma particular de modulação na qual tanto a onda portadora quanto as duas faixas laterais estão presentes.

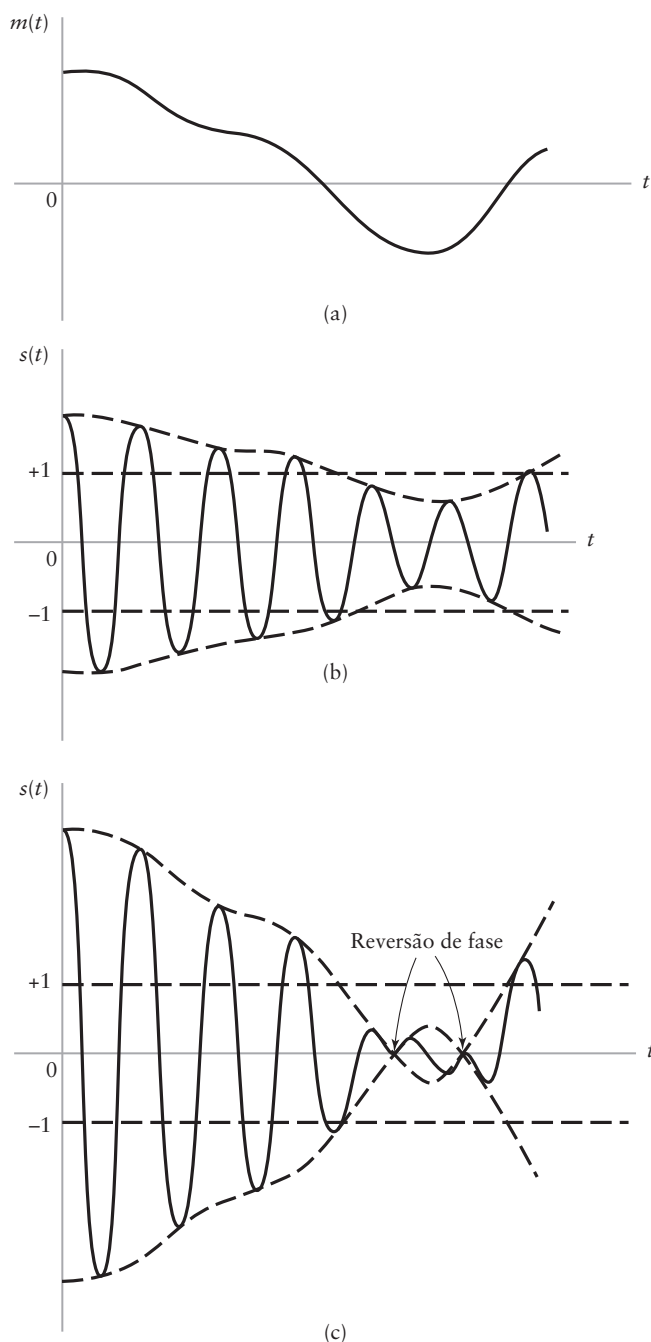


Figura 3.1 Ilustração do processo de modulação em amplitude. (a) Sinal de mensagem $m(t)$. (b) Onda AM para $k_a m(t) < 1$ para todo t . (c) Onda AM para $|k_a m(t)| > 1$ para algum tempo t .

Desde que as condições das Eqs. (3.3) e (3.4) sejam satisfeitas, a demodulação da onda AM é realizada utilizando um *detector de envelope*, o qual é definido como *um dispositivo cuja saída acompanha o envelope da onda AM que atua como sinal de entrada*. O processo de detecção de envelope será discutido mais adiante.

A próxima questão da nossa discussão é a descrição no domínio da frequência da AM. Seja $m(t) \iff M(f)$, na qual a transformada de Fourier $M(f)$ é chamada de *espectro de mensagem*. A partir da Eq. (3.2), determinamos que a transformada de Fourier ou espectro da onda AM $s(t)$ é dada por

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)] \quad (3.5)$$

na qual utilizamos as relações:

$$\begin{aligned} \cos(2\pi f_c t) &= \frac{1}{2} [\exp(j2\pi f_c t) + \exp(-j2\pi f_c t)] \\ \exp(j2\pi f_c t) &\iff \delta(f - f_c) \end{aligned}$$

e

$$m(t) \exp(j2\pi f_c t) \iff M(f - f_c)$$

Seguindo a terminologia apresentada no Capítulo 2, a $\delta(t)$ representa a função delta de Dirac no domínio da frequência.

Suponha que o sinal de mensagem $m(t)$ é limitado em faixa ao intervalo $-W \leq f \leq W$, como mostrado na Fig. 3.2(a). A forma do espectro mostrado nesta figura é utilizada somente com o propósito ilustrativo. Determinamos, da Eq. (3.5) que o espectro $S(f)$ da onda AM é como mostrado na Fig. 3.2(b) para o caso de $f_c > W$. Este espectro é constituído por duas funções delta ponderada pelo fator $A_c/2$ e ocorrendo em $\pm f_c$, e duas versões do espectro de mensagem transladadas em frequência por $\pm f_c$ e escalonadas em amplitude por $k_a A_c/2$. A partir do espectro da Fig. 3.2(b), podemos fazer três importantes observações:

1. Como resultado do processo de modulação, o espectro do sinal de mensagem $m(t)$ para frequências negativas de $-W$ a 0 se torna completamente visível (isto é, mensurável) para frequências positivas, desde que a frequência da portadora satisfaça a

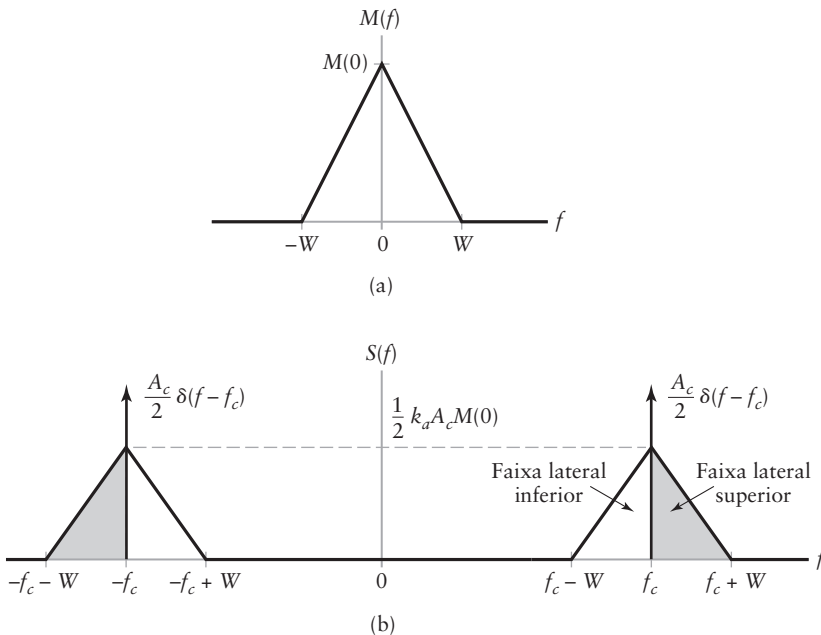


Figura 3.2 (a) Espectro do sinal de mensagem $m(t)$. (b) Espectro da onda AM $s(t)$.

condição $f_c > W$, aqui está a importância da idéia de frequências “negativas”, a qual foi enfatizada no Capítulo 2.

2. Para frequências positivas, a porção do espectro de uma onda AM acima da frequência da portadora f_c é chamada de *faixa lateral superior*, enquanto que a porção simétrica abaixo de f_c é chamada de *faixa lateral inferior*. A condição $f_c > W$ garante que as faixas laterais não se sobreponham. Além disso, a faixa lateral superior, a faixa lateral inferior e a portadora são completamente representadas no espectro da Fig. 3.2(b), a onda modulada é chamada de AM, de acordo com a nota de rodapé da página 117.
3. Para frequências positivas, a componente de frequência mais alta da onda AM é igual a $f_c + W$, e a componente mais baixa de frequência é $f_c - W$. A diferença entre estas duas frequências define a *largura de faixa de transmissão* B_T da onda AM, a qual é exatamente duas vezes a largura de faixa W da mensagem. Ou seja,

$$B_T = 2W \quad (3.6)$$

EXEMPLO 3.1 Modulação de tom único

Considere a onda modulante $m(t)$ constituída por um único tom, ou componente de frequência, ou seja,

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

na qual A_m é a amplitude da onda senoidal modulante e f_m é a sua frequência (veja a Fig. 3.3(a)). A portadora senoidal possui amplitude A_c e frequência f_c (veja a Fig. 3.3(b)). A onda AM correspondente é, portanto, dada por

$$s(t) = A_c[1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (3.7)$$

na qual

$$\mu = k_a A_m$$

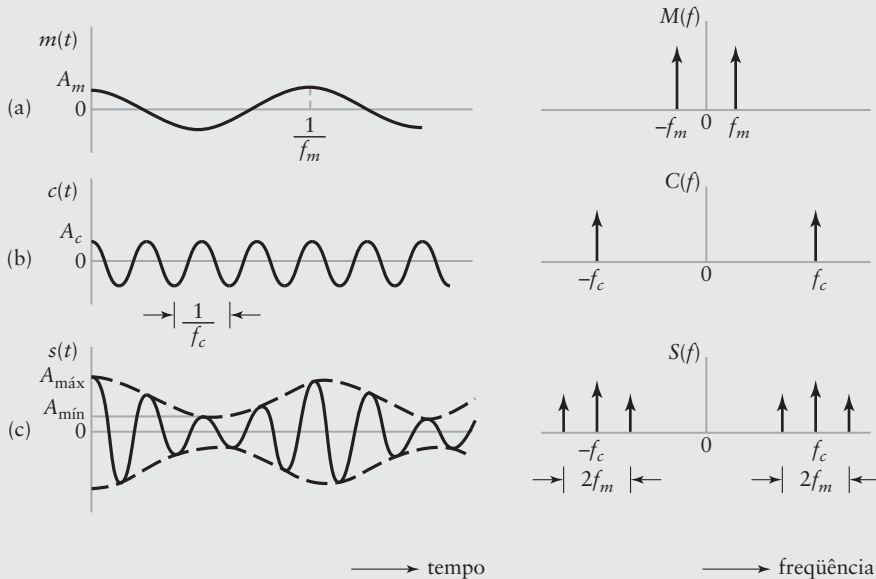


Figura 3.3 Ilustração das características da modulação em amplitude produzida por um sinal de único tom no domínio do tempo (à esquerda) e no domínio da frequência (à direita). (a) Onda modulante. (b) Onda portadora. (c) Onda AM.

A constante adimensional μ é chamada de *fator de modulação*, ou *percentual de modulação*, quando é expressa numericamente como um percentual. Para evitar a distorção de envelope devido a sobremodulação, o fator de modulação μ deve ser mantido abaixo da unidade, como explicado anteriormente.

A Fig. 3.3(c) mostra um rascunho de $s(t)$ para μ menor do que a unidade. Sejam $A_{\text{máx}}$ e $A_{\text{mín}}$ os valores máximo e mínimo do envelope da onda modulada, respectivamente. Então, a partir da Eq. (3.7), temos que

$$\frac{A_{\text{máx}}}{A_{\text{mín}}} = \frac{A_c(1 + \mu)}{A_c(1 - \mu)}$$

Reorganizando esta equação, podemos expressar o fator de modulação por

$$\mu = \frac{A_{\text{máx}} - A_{\text{mín}}}{A_{\text{máx}} + A_{\text{mín}}}$$

Expressando o produto dos dois cossenos da Eq. (3.7) como a soma de duas ondas senoidais, uma com frequência $f_c + f_m$ e outra com frequência $f_c - f_m$, temos

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}\mu A_c \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2}\mu A_c \cos[2\pi(f_c - f_m)t]$$

A transformada de Fourier de $s(t)$ é, portanto,

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{1}{2}A_c[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\ &\quad + \frac{1}{4}\mu A_c[\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)] \\ &\quad + \frac{1}{4}\mu A_c[\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)] \end{aligned}$$

Logo, o espectro da onda AM, para o caso especial de modulação senoidal, é constituído por funções delta em $\pm f_c$, $f_c \pm f_m$ e $-f_c \pm f_m$, como mostrado na Fig. 3.3c.

Na prática, a onda AM $s(t)$ é uma onda de tensão ou corrente. Em qualquer um dos casos, a potência média entregue em um resistor de 1 ohm por $s(t)$ é composta por três componentes:

$$\text{Potência da portadora} = \frac{1}{2}A_c^2$$

$$\text{Potência da frequência lateral superior} = \frac{1}{8}\mu^2 A_c^2$$

$$\text{Potência da frequência lateral inferior} = \frac{1}{8}\mu^2 A_c^2$$

Para uma carga resistiva diferente de 1 ohm, o que geralmente acontece na prática, as expressões para potência da portadora, potência da frequência lateral superior e potência da frequência lateral inferior são meramente escalonadas pelo fator $1/R$ ou R , dependendo se a onda modulada $s(t)$ é tensão ou corrente, respectivamente. Em qualquer caso, a relação da potência total das faixas laterais pela potência total na onda modulada é igual a $\mu^2/(2 + \mu^2)$, a qual depende somente do fator de modulação μ . Se $\mu = 1$ – ou seja, 100% de modulação é utilizado – a potência total das duas frequências laterais da onda AM é somente um terço da potência total da onda modulada.

A Fig. 3.4 mostra o percentual da potência total das duas frequências laterais e da portadora, traçados em função do percentual de modulação. Note que, quando o percentual de modulação é menor do que 20%, a potência em uma frequência lateral é menor do que 1% da potência total da onda AM.

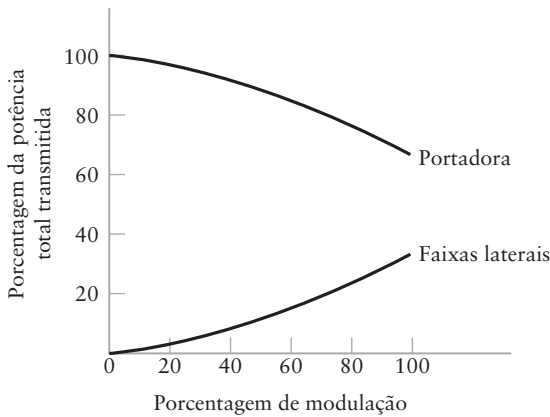


Figura 3.4 Variações da potência da portadora e da potência total das faixas laterais com o percentual de modulação na modulação em amplitude.

■ Experimento de computador: AM

Para o experimento AM, iremos estudar a modulação senoidal com base nos seguintes parâmetros:

Amplitude da portadora, $A_c = 1$

Frequência da portadora, $f_c = 0,4$ Hz

Frequência da modulante, $f_m = 0,05$ Hz

Queremos mostrar e analisar 10 ciclos completos da onda modulada, correspondendo a uma duração total de 200 segundos. Para executar este experimento em um computador digital, a onda modulada é amostrada a uma taxa $f_s = 10$ Hz, obtendo um total de $200 \times f_s = 2000$ Hz pontos de dados. A faixa de frequência ocupada pela onda modulada é $-5 \text{ Hz} \leq f \leq 5 \text{ Hz}$. Como a separação entre a frequência da portadora e cada frequência lateral é igual à frequência modulante $f_m = 0,05$ Hz, queremos ter uma resolução de frequência $f_r = 0,005$ Hz. Para alcançarmos esta resolução de frequência, é recomendado que o número de amostras em frequência satisfaça a condição:

$$M \geq \frac{f_s}{f_r} = \frac{10}{0,005} = 2000$$

Escolhemos, portanto, $M = 2000$. Para aproximar a transformada de Fourier da onda modulada, utilizamos um algoritmo de FFT de 200 pontos. O algoritmo de FFT foi descrito no Capítulo 2.

O único parâmetro variável em todo o experimento AM é o fator de modulação μ , com o qual três situações diferentes serão investigadas:

$\mu = 0,5$, correspondendo a submodulação

$\mu = 1,0$, correspondendo a 100% de modulação

$\mu = 2,0$ correspondendo a sobremodulação

Os resultados desta análise estão mostrados nas Figs. 3.5 a 3.7, sendo que os detalhes das figuras serão descritos a seguir.

1. Fator de modulação $\mu = 0,5$.

A Fig. 3.5(a) mostra 10 ciclos da onda AM, correspondendo a $\mu = 0,5$. O envelope da onda modulada é visto claramente, seguindo fielmente a onda senoidal modulante. Isto significa que podemos utilizar um detector de envelope para a demodulação.

A Fig. 3.5(b) mostra o espectro de amplitude da onda modulada. Na Fig. 3.5(c) fizemos uma ampliação da estrutura fina da onda modulada ao redor da frequência da portadora. As duas figuras mostram, claramente, as relações exatas entre as duas

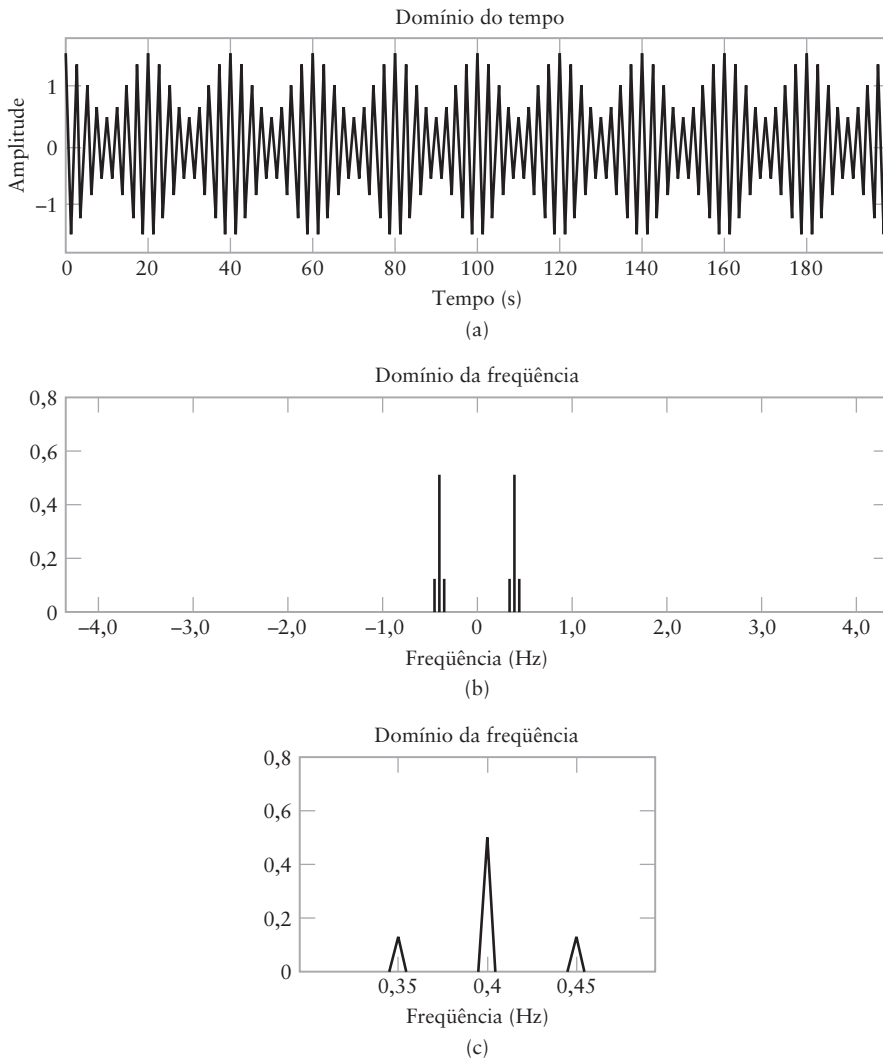


Figura 3.5 Modulação em amplitude com 50% de modulação: (a) onda AM, (b) espectro de amplitude da onda AM e (c) espectro expandido ao redor da frequência da portadora.

frequências laterais e a portadora, de acordo com a teoria de modulação em amplitude, resumidas em:

- A frequência lateral inferior, a portadora e a frequência lateral superior estão localizadas em $(f_c - f_m) = \pm 0,35\text{Hz}$, $f_c = \pm 0,4\text{ Hz}$ e $(f_c + f_m) = \pm 0,45\text{ Hz}$.
- A amplitude das duas frequências laterais é $(\mu/2) = 0,25$ vezes a amplitude da portadora.

2. Fator de modulação $\mu = 1,0$.

A Fig. 3.6(a) mostra 10 ciclos da onda AM com os mesmos parâmetros da Fig. 3.5(a), exceto pelo fato de que, agora, $\mu = 1,0$. Essa nova figura mostra que a onda modulada está, agora, no limite de sobremodulação.

O espectro de amplitude da onda modulada é mostrado na Fig. 3.6(b) e sua versão ampliada (ao redor da frequência da portadora) mostrada na Fig. 3.6(c). Novamente, vemos que a estrutura básica do espectro em amplitude da onda modulada está em conformidade perfeita com a teoria de modulação em amplitude.

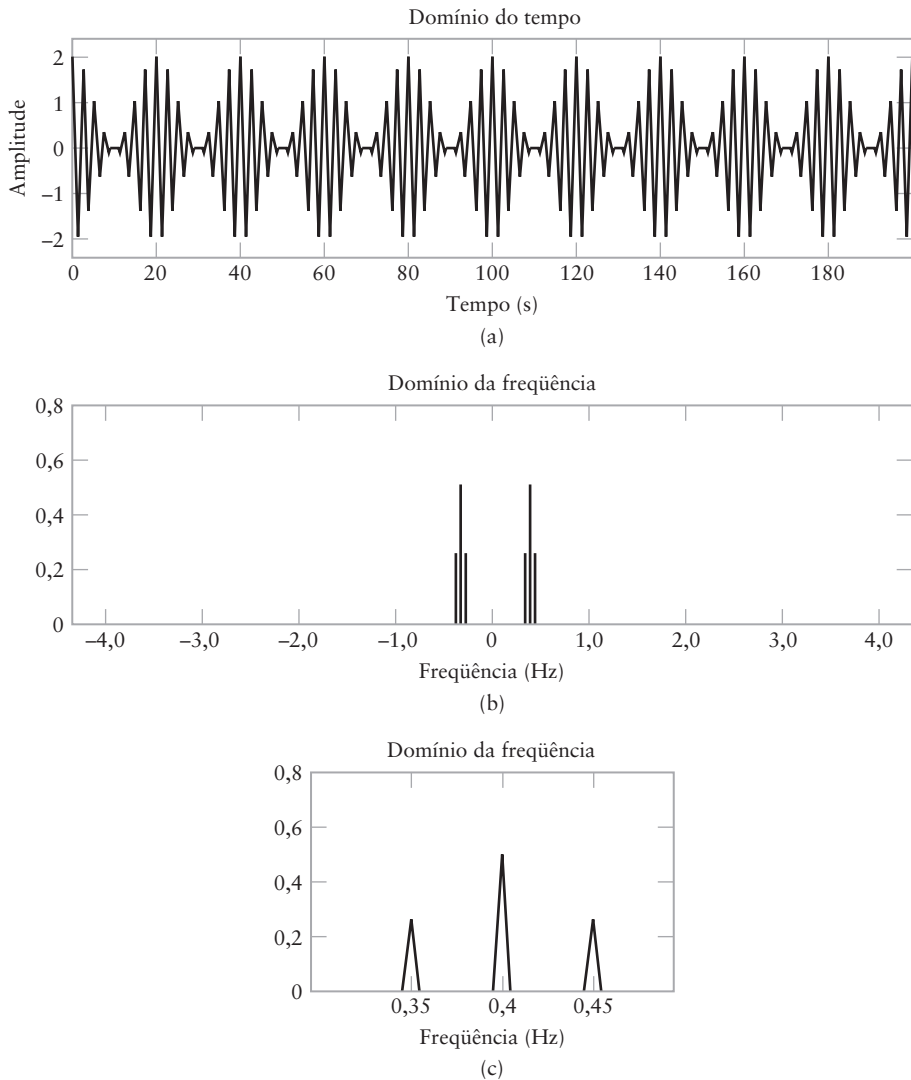


Figura 3.6 Modulação em amplitude com 100% de modulação: (a) onda AM, (b) espectro de amplitude da onda AM e (c) espectro expandido ao redor da frequência da portadora.

3. Fator de modulação $\mu = 2,0$.

A Fig. 3.7(a) demonstra o efeito da sobremodulação utilizando o fator de modulação $\mu = 2,0$. Aqui vemos que não existe relação clara entre o envelope da onda sobre-modulada e a onda senoidal modulante. Como esperado, o resultado indica que um detector de envelope não irá funcionar para $\mu = 2,0$.

De qualquer forma, o conteúdo espectral da onda modulada mostrada nas Figs. 3.7(b) e 3.7(c) segue exatamente o que a teoria da modulação em amplitude prediz.

- **PROBLEMA 3.1** Para uma modulação de 100%, é possível que o envelope AM se torne zero para algum tempo t ? Justifique sua resposta. ◀
- **PROBLEMA 3.2** Para um caso particular de modulação AM utilizando onda modulante senoidal, o percentual de modulação é 20%. Calcule a potência média (a) na portadora e (b) em cada frequência lateral. ◀

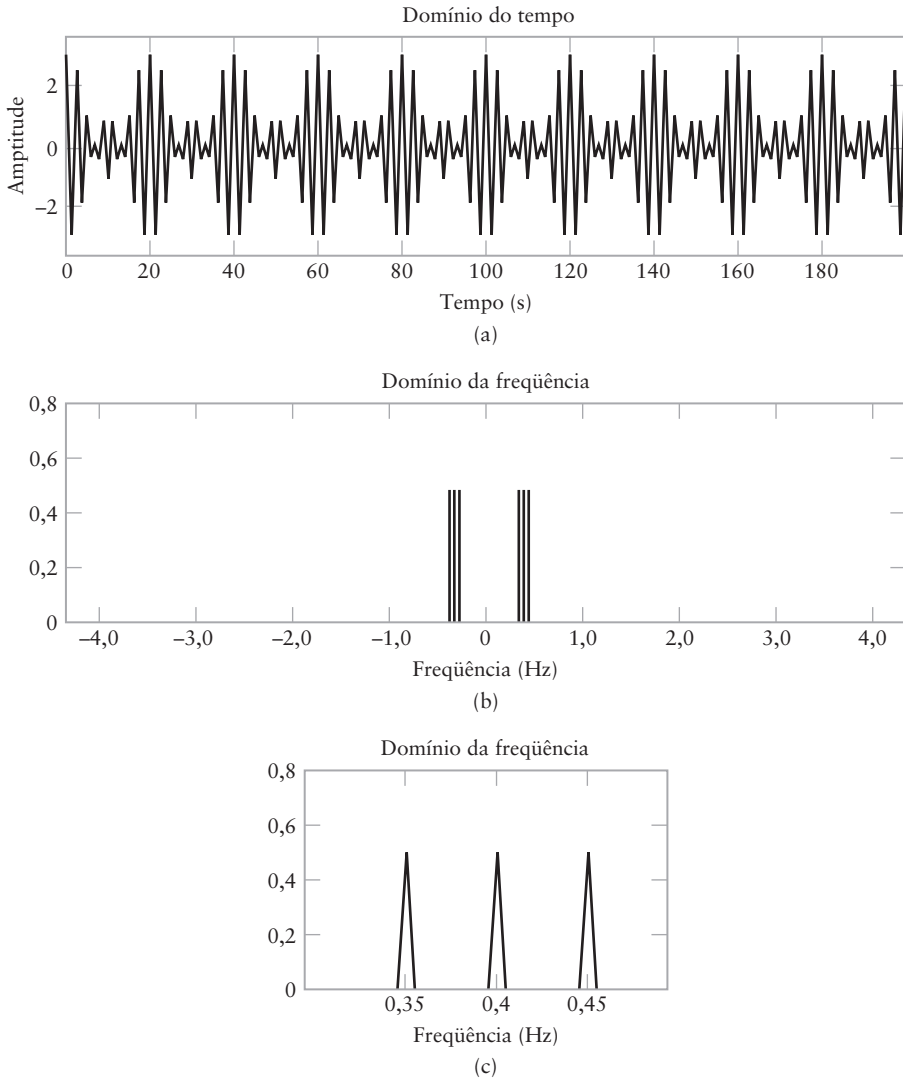


Figura 3.7 Modulação em amplitude com 200% de modulação: (a) onda AM, (b) espectro de amplitude da onda AM e (c) espectro expandido ao redor da frequência da portadora.

- **PROBLEMA 3.3** No AM, diz-se que a sobreposição espectral ocorre se a faixa lateral inferior para frequências positivas se sobrepor com sua imagem para frequências negativas. Qual condição deve ser satisfeita pela onda modulada se quisermos evitar a sobreposição espectral? Assuma que o sinal de mensagem $m(t)$ é um sinal do tipo passa-baixa com largura de faixa W . ◀
- **PROBLEMA 3.4** Um modulador de lei quadrática para a geração de uma onda AM é baseado na utilização de um dispositivo não linear (por exemplo, um diodo). A Fig. 3.8 mostra a forma mais simples deste modulador. Ignorando os termos de alta ordem, a característica de entrada-saída da combinação diodo-carga desta figura é representada pela lei quadrática:

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t)$$

na qual

$$v_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t)$$

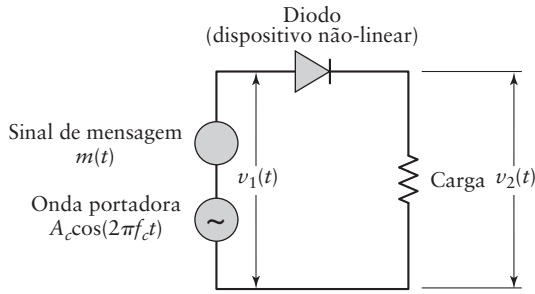


Figura 3.8 Circuito não linear utilizando um diodo.

é o sinal de entrada, $v_2(t)$ é o sinal de saída desenvolvido na carga resistiva, e a_1 e a_2 são constantes.

- Determine o conteúdo espectral do sinal de saída $v_2(t)$.
- Para extrair a forma de onda AM desejada de $v_2(t)$, precisamos de um filtro passa-faixa (não mostrado na Fig. 3.8). Determine as frequências de corte do filtro necessário, assumindo que o sinal de mensagem é limitado a faixa $-W \leq f \leq W$.
- Para evitar a distorção espectral devido à presença de produtos de modulação não desejados em $v_2(t)$, a condição $W < f_c < 3W$ deve ser satisfeita. Certifique esta condição. ◀

■ Detecção de envelope

O modulador de lei quadrática apresentado no Problema 3.4 é um exemplo da simplicidade de implementação de um transmissor AM. A simplicidade de implementação do AM é ressaltada ainda mais quando consideramos a demodulação da onda AM, a qual é o inverso da modulação. Em particular, a demodulação de uma onda AM pode ser realizada através do simples e altamente eficaz circuito chamado *detector de envelope*², desde que duas condições práticas sejam satisfeitas:

- A onda AM é faixa estreita, o que significa que a frequência da portadora é grande quando comparada com a largura de faixa da mensagem.
- O percentual de modulação da onda AM é menor do que 100%.

Um detector de envelope do tipo série é mostrado na Fig. 3.9(a), o qual é constituído por um diodo e um filtro resistor-capacitor (RC). A operação deste detector de envelope é descrita a seguir. No semi-ciclo positivo do sinal de entrada, o diodo estará diretamente polarizado e o capacitor C se carregará rapidamente até atingir o valor de pico do sinal de entrada. Quando o sinal de entrada diminui abaixo deste valor, o diodo ficará reversamente polarizado e o capacitor C começará a descarregar lentamente através do resistor de carga R_f . O processo de descarga continuará até o próximo semi-ciclo positivo. Quando o sinal de entrada se tornar maior do que a tensão no capacitor, o diodo conduzirá novamente e o processo se repetirá. Assumimos, aqui, que o diodo é ideal, apresentando uma resistência r_f ao fluxo de corrente na região de polarização direta e resistência infinita na região de polarização reversa. Assumimos, ainda, que a onda AM aplicada ao detector de envelope é fornecida por uma fonte de tensão com resistência interna R_s . A constante de tempo de carregamento $(r_f + R_s)C$ deve ser pequena se comparada com o período da portadora $1/f_c$, ou seja,

$$(r_f + R_s)C \ll \frac{1}{f_c}$$

² No prefácio, mostramos que a abordagem adotada neste livro é da perspectiva de sistemas. Na descrição em detalhes do detector de envelope deixamos claro que estamos fazendo uma exceção a esta abordagem. A razão para isso está no reconhecimento do fato de que o detector de envelope, devido a sua simplicidade, é utilizado em quase todo receptor AM comercial. De fato, a simplicidade da construção de transmissores e receptores AM é um atrativo comercial tão forte que, mesmo com o crescente domínio das comunicações digitais, a modulação em amplitude continuará a encontrar espaço prático de uma forma ou outra.

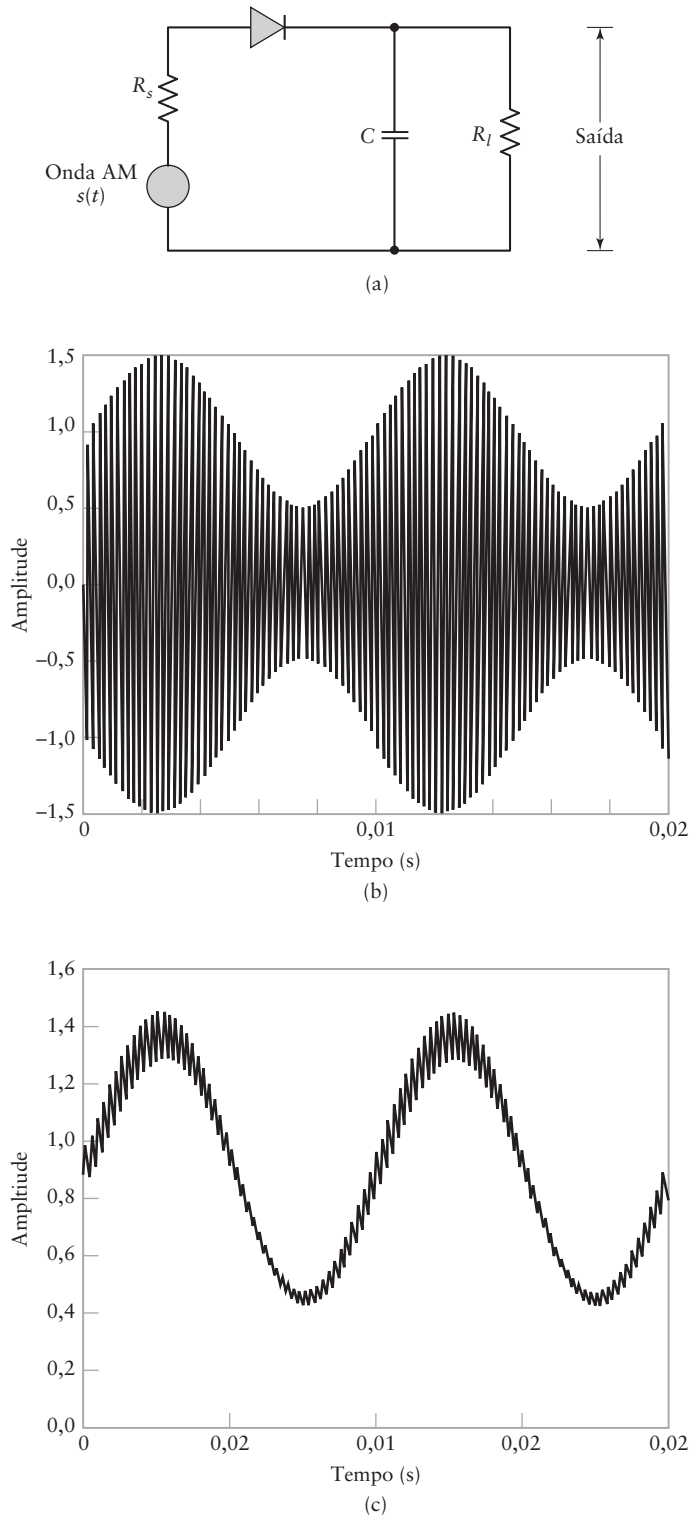


Figura 3.9 Detetor de envelope. (a) Diagrama de circuito. (b) Onda AM de entrada. (c) Saída do detetor de envelope.

de tal forma que o capacitor C se carrega rapidamente e, portanto, segue a tensão aplicada até o pico positivo quando o diodo estiver conduzindo. Por outro lado, a constante de tempo de descarga $R_I C$ deve ser grande o suficiente para garantir que o capacitor se descarregue lentamente através do resistor de carga R_I entre os picos positivos da onda portadora, mas não tão grande a ponto da tensão do capacitor não diminuir à máxima taxa de variação da onda modulante, ou seja,

$$\frac{1}{f_c} \ll R_I C \ll \frac{1}{W}$$

na qual W é a largura de faixa da mensagem. O resultado é que a tensão do capacitor, ou a saída do detector, é aproximadamente a mesma do envelope da onda AM, como demonstrado a seguir.

■ Experimento de computador: detecção de envelope para AM senoidal

Considere a forma de onda AM senoidal da Fig. 3.9(b), assumindo 50% de modulação. A saída do detector de envelope é mostrada na Fig. 3.9(c). Esta última forma de onda é calculada assumindo que o diodo é ideal, possuindo uma resistência constante r_f quando polarizado diretamente e resistência infinita quando reversamente polarizado. Os valores numéricos utilizados no cálculo da Fig. 3.9(c) são mostrados a seguir:

| | |
|------------------------------|---------------------------|
| Resistência da fonte | $R_s = 75\Omega$ |
| Resistência direta | $r_f = 25\Omega$ |
| Resistência de carga | $R_I = 10\text{ k}\Omega$ |
| Capacitância | $C = 0,01\mu F$ |
| Largura de faixa da mensagem | $W = 1\text{ kHz}$ |
| Frequência da portadora | $f_c = 20\text{ kHz}$ |

Observe que a saída do detector de envelope inclui um ripple de alta frequência. Este ripple pode ser removido utilizando um filtro passa-baixa (não mostrado na Fig. 3.9(a)).

3.2 VIRTUDES, LIMITAÇÕES E MODIFICAÇÕES NA MODULAÇÃO EM AMPLITUDE

A modulação em amplitude é o método mais antigo de modulação. Como já ressaltado na Seção 3.1, sua grande virtude é a facilidade pela qual ela é gerada e revertida. O resultado final é que o sistema de modulação em amplitude é relativamente barato de ser construído.

Entretanto, do Capítulo 1, lembramos que a potência transmitida e a largura de faixa do canal são nossos dois recursos primários de comunicação e devem ser utilizados eficientemente. Neste contexto, observamos que a modulação em amplitude definida na Eq. (3.2) sofre de duas grandes limitações práticas:

1. *A modulação em amplitude desperdiça potência transmitida.* A onda portadora $c(t)$ é completamente independente do sinal $m(t)$ contendo a informação. A transmissão da onda portadora, portanto, representa um desperdício de potência, o que significa que na modulação em amplitude somente uma fração da potência total transmitida é realmente afetada por $m(t)$.
2. *A modulação em amplitude desperdiça a largura de faixa do canal.* As faixas laterais superior e inferior da onda AM são unicamente relacionadas uma com a outra em virtude de sua simetria com relação a frequência da portadora. Logo, dado o espectro de amplitude e fase de uma das faixas, podemos determinar, unicamente, a outra. Isto significa que, enquanto a transmissão de informação for o foco principal,

somente uma faixa lateral é necessária e o canal de comunicação, portanto, precisa fornecer somente largura de faixa igual a do sinal de mensagem. A luz dessa observação, a modulação em amplitude desperdiça a largura de faixa do canal, pois ela requer uma largura de faixa de transmissão igual a duas vezes a largura de faixa da mensagem.

Para superar estas duas limitações do AM, devemos fazer certas modificações que resultam no aumento da complexidade do sistema do processo de modulação em amplitude. De fato, trocamos a complexidade do sistema pela melhor utilização dos recursos da comunicação. Começando com a modulação em amplitude, podemos distinguir três modificações na modulação:

1. *Modulação de faixa lateral dupla – portadora suprimida (DSB-SC*)*, na qual a onda transmitida é constituída somente das faixas laterais superior e inferior. A potência transmitida é salva através da supressão da onda portadora, mas o requisito da largura de faixa do canal é o mesmo do anterior (isto é, duas vezes a largura de faixa da mensagem).
2. *Modulação de faixa lateral única (SSB**)*, na qual a onda modulada é constituída somente da faixa lateral superior ou da faixa lateral inferior. A função essencial da modulação SSB é, portanto, transladar o espectro do sinal modulante (com ou sem inversão) para uma nova posição no domínio da frequência. A modulação de faixa lateral única é particularmente adequada para a transmissão de sinais de voz em virtude do *gap de energia* que existe no espectro de sinais de voz entre zero e algumas centenas de hertz. A SSB é a forma ótima da modulação de onda contínua, no sentido de que ela requer o mínimo de potência transmitida e o mínimo de largura de faixa do canal. Sua principal desvantagem é o aumento na complexidade e aplicabilidade limitada.
3. *Modulação de faixa lateral vestigial (VSB***)*, na qual uma faixa lateral é transmitida quase que completamente, juntamente com somente um traço, ou um vestígio, da outra. A largura de faixa do canal é, portanto, maior do que a largura de faixa da mensagem por um total igual a largura da faixa lateral vestigial. Esta forma de modulação é bastante adequada para a transmissão de sinais de faixa larga, tais como sinais de televisão que contém componentes significantes em frequências extremamente pequenas. Na transmissão de televisão aberta, uma portadora de tamanho ajustável é transmitida juntamente com a onda modulada, possibilitando a demodulação do sinal de entrada modulado por um detector de envelope no receptor, o que simplifica o projeto do receptor.

Na Seção 3.3 iremos discutir a modulação DSB-SC, seguida pela discussão das formas de modulação SSB e VSB nas seções subseqüentes, nesta ordem.

3.3 MODULAÇÃO DE FAIXA LATERAL DUPLA – PORTADORA SUPRIMIDA

■ Teoria

Basicamente, a *modulação de faixa lateral dupla-portadora suprimida*, consiste do produto do sinal de mensagem $m(t)$ pela onda portadora $c(t)$ como mostrado pela equação

$$\begin{aligned} s(t) &= c(t)m(t) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t)m(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

* N. de T.: Do inglês, *double sideband-suppressed carrier*.

** N. de T.: Do inglês, *single sideband*.

*** N. de T.: Do inglês, *vestigial sideband*.

Desta forma, o dispositivo utilizado para gerar a onda DSB-SC é chamado de *modulador de produto*. Da Eq. (3.8) também notamos que, ao contrário da modulação em amplitude, a modulação DSB-SC é reduzida para zero quando o sinal de mensagem $m(t)$ é desligado.

O mais importante, entretanto, está no fato do sinal modulado $s(t)$ sofrer uma *inversão de fase* sempre que o sinal de mensagem $m(t)$ cruzar o zero, como indicado na Fig. 3.10(b) para o sinal de mensagem $m(t)$ mostrado na parte (a) desta figura. O envelope de um sinal modulado DSB-SC é, portanto, diferente do sinal de mensagem, o que significa que a demodulação simples usando um detector de envelope não é uma opção viável para a modulação DSB-SC.

Da Eq. (3.8), a transformada de Fourier de $s(t)$ é obtida como

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f - f_c) + M(f + f_c)] \quad (3.9)$$

na qual $m(t) \iff M(f)$. Quando o sinal de mensagem $m(t)$ é limitado ao intervalo $-W \leq f \leq W$, como mostrado na Fig. 3.11(a), verificamos que o espectro $S(f)$ da onda DSB-SC $s(t)$ é como mostrado na Fig. 3.11(b). Exceto pela mudança no fator de escala, o processo de modulação simplesmente translada o espectro do sinal de mensagem por f_c para a direita e por $-f_c$ para a esquerda. Obviamente, a largura de faixa de transmissão necessária pela modulação DSB-SC é a mesma da modulação em amplitude, ou seja, $2W$.

Resumindo, do ponto de vista da ocupação da largura de faixa, a DSB-SC não oferece vantagem frente ao AM. Sua única vantagem está no fato de salvar potência transmitida, o que já é suficientemente importante quando a potência transmitida estiver em prêmio.

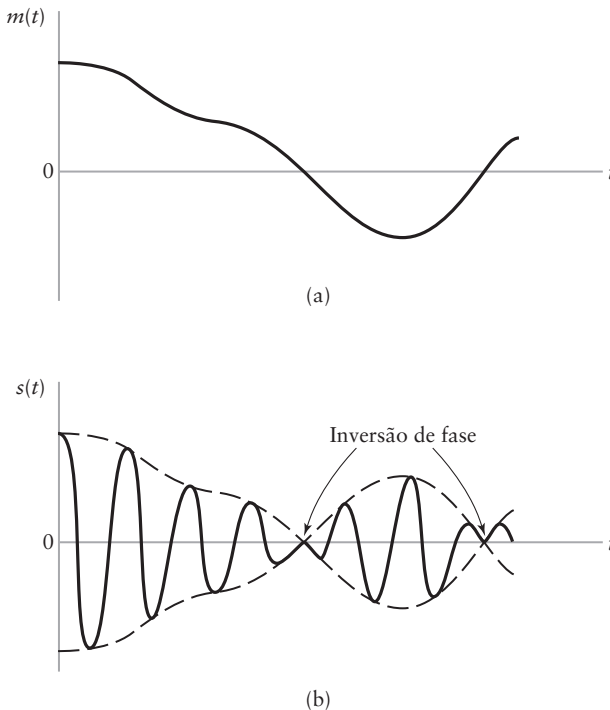


Figura 3.10 (a) Sinal de mensagem $m(t)$. (b) Onda modulada DSB-SC $s(t)$.

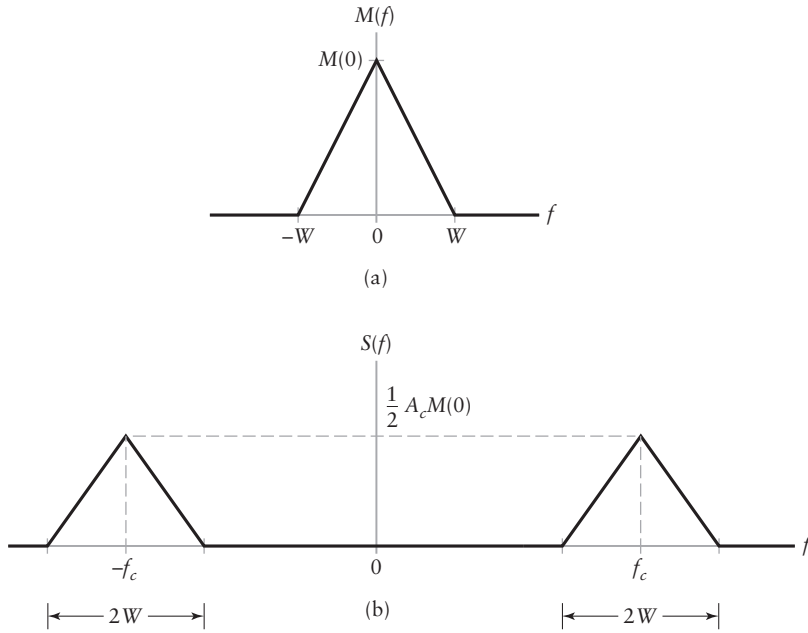


Figura 3.11 (a) Espectro do sinal de mensagem $m(t)$. (b) Espectro da onda modulada DSB-SC $s(t)$.

EXEMPLO 3.2 Espectro do DSB-SC senoidal

Considere a modulação DSB-SC utilizando uma onda modulante senoidal com amplitude A_m e frequência f_m e operando com uma amplitude de portadora A_c e frequência f_c . O espectro da mensagem é

$$M(f) = \frac{1}{2} A_m \delta(f - f_m) + \frac{1}{2} A_m \delta(f + f_m)$$

Invocando a Eq. (3.9), o espectro deslocado $\frac{1}{2} A_c M(f - f_c)$ define as duas frequências laterais para frequências positivas:

$$\frac{1}{4} A_c A_m \delta(f - (f_c + f_m)); \quad \frac{1}{4} A_c A_m \delta(f - (f_c - f_m))$$

O outro espectro deslocado da Eq. (3.9) - $\frac{1}{2} A_c M(f + f_c)$, - define as duas frequências laterais restantes para frequências negativas:

$$\frac{1}{4} A_c A_m \delta(f + (f_c - f_m)); \quad \frac{1}{4} A_c A_m \delta(f + (f_c + f_m))$$

as quais são imagens das duas primeiras frequências laterais com relação a origem, na ordem inversa.

- **PROBLEMA 3.5** Para a modulação DSB-SC senoidal considerada no Exemplo 3.2, qual é a potência média das frequências laterais inferior e superior, expressas como percentual da potência média da onda modulada DSB-SC? ◀

■ Detecção coerente

Como o envelope da onda modulada DSB-SC $s(t)$ é diferente do sinal de mensagem $m(t)$, precisamos determinar outra forma de recuperar $m(t)$ de $s(t)$. Para isto, observamos que $\cos^2(2\pi f_c t)$ contém um tempo constante, como mostrado pela identidade trigonométrica

$$\cos^2(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta)$$

Considerando esta relação escrita para $\theta = 2\pi f_c t$, vemos da Eq. (3.8) que a recuperação do sinal de mensagem $m(t)$ pode ser feita multiplicando, primeiro, $s(t)$ por uma onda senoidal gerada localmente e, então, filtrando o produto com um filtro passa-baixa. Assume-se que o sinal oscilador local é exatamente coerente ou sincronizado, tanto em frequência quanto em fase, com a onda portadora $c(t)$ utilizada no modulador de produto para gerar $s(t)$. Este método de demodulação é chamado de *deteção coerente* ou *demodulação síncrona*.

É interessante obter a deteção coerente como um caso especial de um processo de demodulação mais geral utilizando um sinal oscilador local com mesma frequência, mas com diferença de fase ϕ arbitrária, medida com relação a onda portadora $c(t)$. Portanto, representando o sinal oscilador local por $A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi)$ e usando a Eq. (3.8) para a onda DSB-SC $s(t)$, temos que a saída do modulador de produto da Fig. 3.12 é

$$\begin{aligned} v(t) &= A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi) s(t) \\ &= A_c A'_c \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \phi) m(t) \\ &= \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(4\pi f_c t + \phi) m(t) + \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(\phi) m(t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

na qual utilizamos a identidade trigonométrica

$$\cos(\theta_1) \cos(\theta_2) = \frac{1}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \frac{1}{2} \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

O primeiro termo da Eq. (3.10) representa um novo sinal modulado DSB-SC com frequência de portador $2f_c$, enquanto que o segundo termo é proporcional ao sinal de mensagem $m(t)$. Estes termos são melhor ilustrados no espectro $V(f)$ mostrado na Fig. 3.13, no qual assume-se que o sinal de mensagem é limitado ao intervalo $-W \leq f \leq W$. É, portanto, aparente que o primeiro termo da Eq. (3.10) é removido pelo filtro passa-baixa da Fig. 3.12, desde que a frequência de corte deste filtro seja maior do que W mas menor do que $2f_c - W$. Isto é satisfeito escolhendo-se $f_c > W$. Na saída do filtro obtemos, então, um sinal dado por

$$v_o(t) = \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(\phi) m(t)$$

O sinal demodulado $v_o(t)$ é, portanto, proporcional a $m(t)$ quando o erro de fase ϕ é constante. A amplitude do sinal demodulado é máxima quando $\phi = 0$ e mínimo (zero) quando $\phi = \pm\pi/2$. O sinal demodulado zero, o qual ocorre para $\phi = \pm\pi/2$, representa um *efeito nulo de quadratura*, o que é uma propriedade inerente da deteção coerente. Portanto, o erro de fase ϕ no oscilador local faz com que a saída do detector seja atenuada por um fator igual a $\cos \phi$. Enquanto o erro de fase ϕ for constante, a saída do detector fornece uma versão não distorcida do sinal de mensagem $m(t)$. Na prática, entretanto, geralmente temos o erro de fase ϕ variando aleatoriamente com o tempo, devido a variações aleatórias no canal de comunicação. O resultado é que, na saída do detector, o fator de multiplicação $\cos \phi$ irá

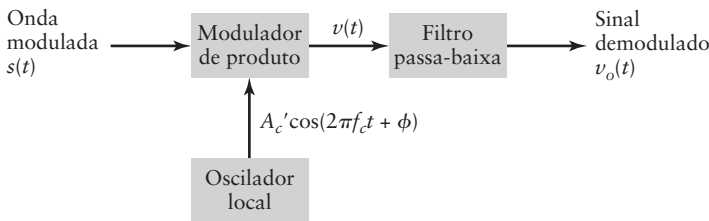


Figura 3.12 Diagrama em blocos do detector coerente, assumindo que o oscilador local está fora de fase por ϕ com respeito ao oscilador senoidal da portadora no transmissor.

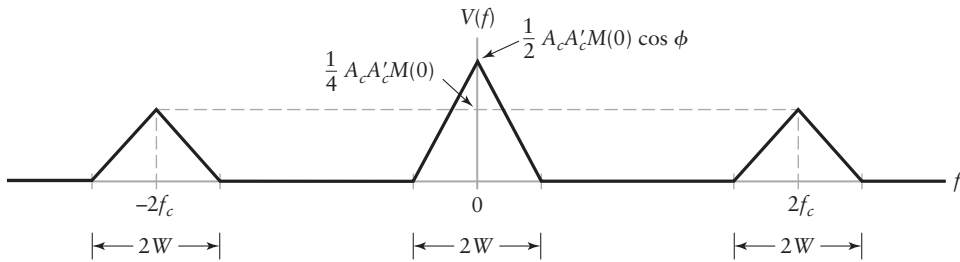


Figura 3.13 Ilustração do espectro da saída $v(t)$ do modulador de produto no detector coerente da Fig. 3.12, o qual é produzido em resposta a uma onda modulada DSB-SC na entrada do detector.

variar, também, aleatoriamente com o tempo, o que, obviamente, é indesejado. Portanto, deve ser feito algo no sistema para manter o oscilador local no receptor em *sincronismo*, *tanto em frequência quanto em fase*, com a onda portadora utilizada para gerar o sinal modulado DSB-SC no transmissor. A complexidade resultante do sistema é o preço que deve ser pago pela supressão da onda portadora para salvar a potência transmitida.

- **PROBLEMA 3.6** A onda DSB-SC senoidalmente modulada do Exemplo 3.2 é aplicada ao modulador de produto usando uma senóide gerada localmente com amplitude unitária e em sincronismo com a portadora utilizada no modulador.

- Determine a saída do modulador de produto, representada por $v(t)$.
- Identifique os dois termos senoidais em $v(t)$ produzidos pela onda modulada DSB-SC para frequências positivas e os dois termos senoidais restantes produzidos pela onda modulada DSB-SC para frequências negativas.

- **PROBLEMA 3.7** O detector coerente para a demodulação de DSB-SC falha se houver sobreposição espectral no modulador. Explique a razão para esta falha.

■ Experimento de computador: DSB-SC

Para o estudo experimental da modulação DSB-SC, utilizaremos o mesmo esquema descrito na Seção 3.1, exceto pelas alterações trazidas pelo uso de DSB-SC no lugar do AM. Os resultados do experimento são descritos considerando dois pontos:

- A Fig. 3.14(a) mostra 10 ciclos da onda DSB-SC produzida pela modulação de onda senoidal com frequência de 0,05 Hz. Como esperado, o envelope do sinal modulado não possui relação clara com a onda senoidal modulante. Desta forma devemos utilizar a detecção coerente para a demodulação, a qual será discutida no ponto 2.

A Fig. 3.14(b) mostra o espectro de amplitude da onda modulada. Uma ampliação do espectro ao redor da frequência da portadora (com frequência 0,4 Hz) é mostrada na Fig. 3.14(c). Estas duas figuras mostram, claramente, que a portadora é, de fato, suprimida e que as duas faixas laterais superior e inferior são localizadas exatamente onde elas devem estar – ou seja, em $\pm 0,45$ Hz e $\pm 0,35$ Hz, respectivamente.

- Para executar a detecção coerente, procedemos em dois estágios: (i) multiplicamos a onda modulada DSB-SC por uma réplica exata da portadora e (ii) passamos o produto em um filtro passa-baixa, como descrito na detecção coerente nesta seção. Com dois estágios necessários para o processo de detecção coerente, os resultados desta parte são mostrados como descrito a seguir:

- A Fig. 3.15(a) mostra a forma de onda da saída do modulador de produto do detector coerente. O espectro de amplitude desta forma de onda é mostrado na Fig. 3.15(b), a qual mostra que a forma de onda é constituída pelas seguintes componentes:

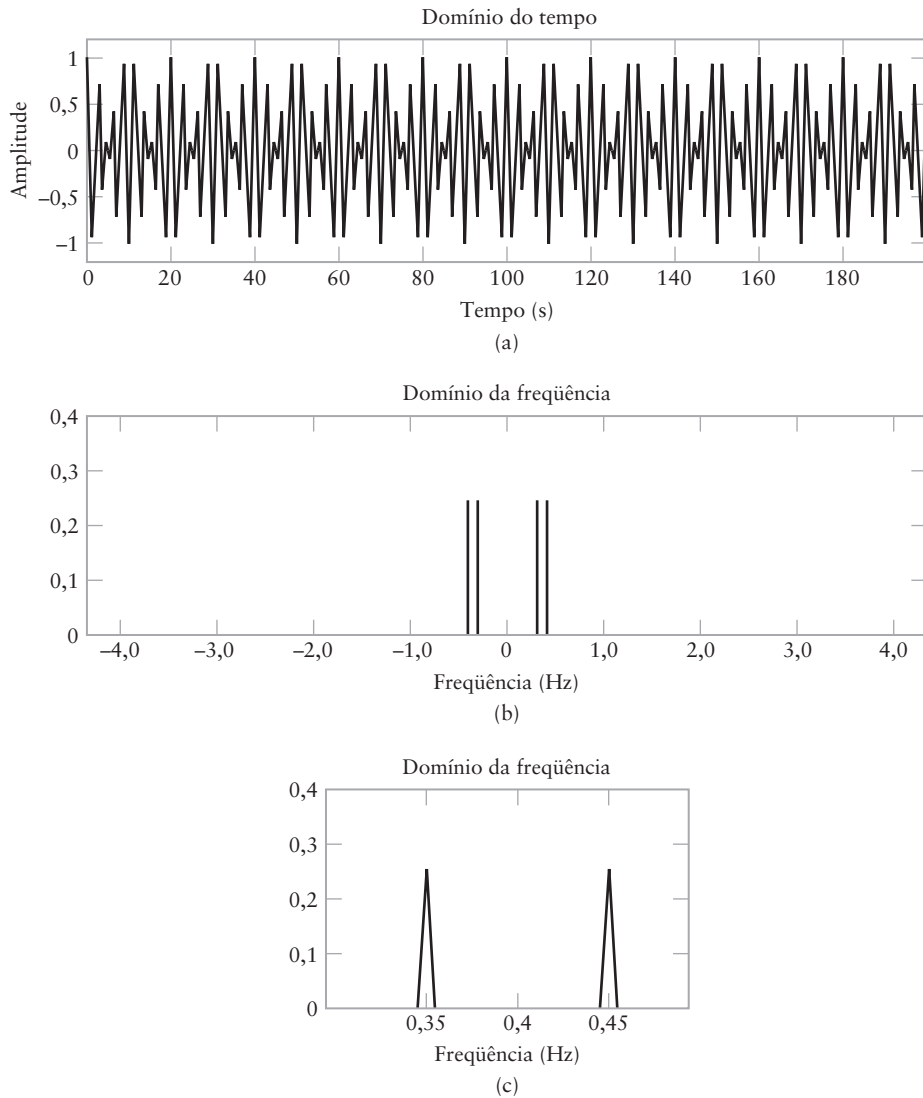


Figura 3.14 Modulação DSB-SC: (a) onda modulada DSB-SC, (b) espectro de amplitude da onda modulada e (c) ampliação do espectro ao redor da frequência da portadora.

- Uma componente senoidal com frequência 0,05 Hz, representando a onda senoidal modulante.
 - Uma nova onda modulada DSB-SC com o dobro da frequência da portadora, 0,8 Hz, na verdade, as duas frequências laterais desta onda modulada estão localizadas em 0,75 e 0,85 Hz, exatamente onde elas deveriam estar.
- (ii) A Fig. 3.15(c) mostra a forma de onda da saída final do detector coerente, a qual é o resultado da filtragem da saída do modulador de produto por um filtro passa-baixa. Exceto pelos efeitos transientes apresentados inicialmente pelo processo de detecção, a forma de onda é reconhecida como sendo a forma de onda senoidal modulante de frequência 0,05 Hz. Este resultado é confirmado pelo espectro de amplitude mostrado na Fig. 3.15(d). A base na qual a componente de frequência de 0,05 Hz está é devido aos efeitos transientes já mencionados.

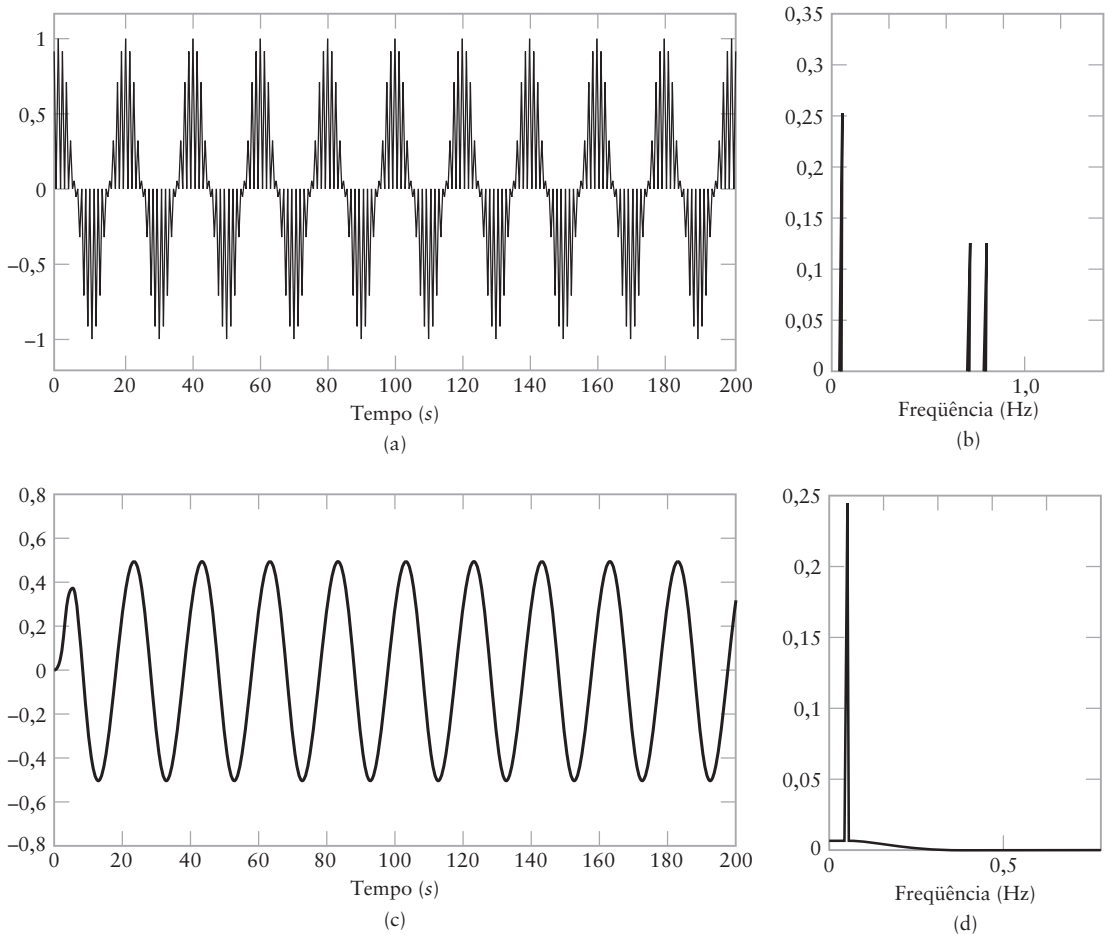


Figura 3.15 Detecção coerente da onda modulada DSB-SC: (a) Forma de onda do sinal produzido na saída do modulador de produto, (b) espectro de amplitude do sinal da parte (a), (c) forma de onda do filtro passa-baixa de saída e (d) espectro de amplitude do sinal da parte (c).

3.4 RECEPTOR COSTAS

A detecção coerente de uma onda modulada em DSB-SC requer que a portadora gerada localmente no receptor esteja sincronizada tanto em fase como em frequência com o oscilador responsável pela geração da portadora no transmissor. Essa é uma exigência extremamente importante, uma vez que a portadora é suprimida do sinal transmitido em DSB-SC. Um método de satisfazer esta condição é utilizar o *receptor Costas* mostrado na Fig. 3.16. Este receptor é constituído por dois detectores coerentes com o mesmo sinal de entrada – a onda DSB-SC $A_c \cos(2\pi f_c t) m(t)$, mas com dois sinais osciladores que estão em quadratura de fase entre eles. A frequência do oscilador local é ajustada para ser a mesma frequência f_c da onda portadora, a qual é considerada conhecida *a priori*. Esta consideração é razoável, pois o projetista do sistema possui acesso às especificações detalhadas tanto do transmissor quanto do receptor. O detector da parte superior é chamado de *detector coerente em fase*, ou *canal I*, e o detector da parte inferior é chamado de *detector coerente em quadratura*, ou *detector-Q*. Estes dois detectores são acoplados para formar um sistema de *realimentação negativa projetado* de forma a manter o oscilador local em sincronismo com a portadora.

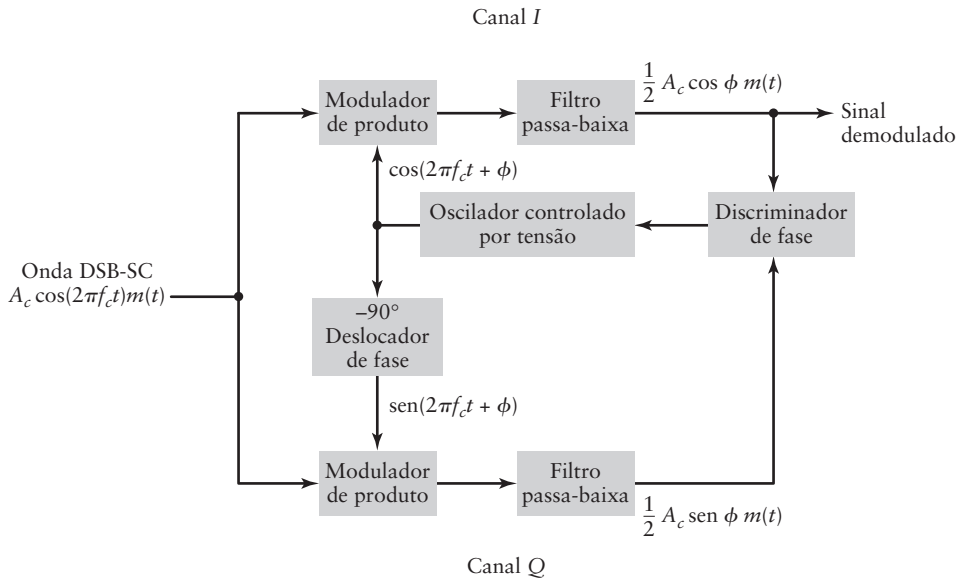


Figura 3.16 Receptor Costas para a demodulação de uma onda modulada DSB-SC.

Para compreender a operação deste receptor, suponha que o sinal do oscilador local possui mesma fase da onda portadora $A_c \cos(2\pi f_c t)$ utilizada para gerar o sinal DSB-SC de entrada. Com estas condições, verificamos que a saída do canal I contém o sinal demodulado $m(t)$ desejado, enquanto que a saída do canal Q é zero, devido ao efeito nulo da quadratura no canal Q . A seguir, suponha que a fase do oscilador local desvie de seu valor correto por um pequeno ângulo ϕ radianos. Da discussão de detecção coerente da Seção 3.3, sabemos que a saída do canal I é proporcional a $\cos \phi$ e $\cos \phi \approx 1$ para ϕ pequeno. Logo, a saída do canal I permanecerá, essencialmente, inalterada desde que ϕ seja pequeno. Mas agora existirá um sinal, mesmo que pequeno, na saída do canal Q , o qual é proporcional a $\sin \phi \approx \phi$ para ϕ pequeno. Esta saída do canal Q terá mesma polaridade da saída do canal I para uma direção do desvio de fase ϕ do oscilador local e polaridade oposta para a direção oposta de ϕ . Portanto, combinando as saídas dos canais I e Q em um *discriminador de fase* (o qual é constituído por um multiplicador seguido por uma unidade de média temporal), um sinal de controle cc, proporcional ao desvio de fase ϕ , é gerado. Com a realimentação negativa atuando no receptor Costas, o sinal de controle tende a corrigir automaticamente o erro de fase ϕ em um *oscilador controlado por tensão*.

Fica, então, aparente que o controle de fase no receptor Costas termina com o fim da modulação, o que significa que o atracamento de fase deve ser reestabelecido com o surgimento da modulação. Isso não é um problema sério, pois o processo de atracamento normalmente ocorre tão rapidamente que nenhuma distorção é percebida.

► **PROBLEMA 3.8** Como mencionado anteriormente, a discriminação de fase no receptor Costas da Fig. 3.16 é constituída por um multiplicador seguido por uma unidade de média temporal. Referindo a esta figura, faça o seguinte:

- Assumindo que o erro de fase ϕ é pequeno, comparado a um radiano, mostre que a saída $g(t)$ do componente multiplicador é aproximadamente $1/4 \phi m^2(t)$.
- Além disso, passando $g(t)$ em uma unidade de média temporal definida por

$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^T g(t) dt$$

na qual o intervalo de média $2T$ é grande o suficiente quando comparado com o recíproco da largura de faixa de $g(t)$, mostre que a saída do discriminador de fase é proporcional ao erro de

fase ϕ multiplicado pela componente CC (corrente contínua) de $m^2(t)$. A amplitude deste sinal (atuando como sinal de controle aplicado ao oscilador controlado por tensão da Fig. 3.16) irá, portanto, ter sempre o mesmo sinal algébrico que o erro de fase ϕ , como deveria ser. ◀

3.5 MULTIPLEXAÇÃO POR PORTADORA EM QUADRATURA

O efeito nulo de quadratura do detector coerente pode ter uma boa utilidade na construção do chamado *multiplexação por portadora em quadratura* ou *modulação de amplitude em quadratura* (QAM*). Este esquema permite que duas ondas DSB-SC (resultantes da aplicação de dois sinais de mensagem fisicamente *independentes*) ocupem a mesma largura de faixa do canal. Ainda assim ele permite a separação dos dois sinais de mensagem na saída do receptor. A multiplexação por portadora em quadratura é, portanto, um *sistema conservativo de largura de faixa*.

O diagrama em blocos do sistema é mostrado na Fig. 3.17. A parte de transmissão do sistema, mostrada na Fig. 3.17(a) envolve o uso de dois moduladores de produto separados que são supridos com duas ondas portadoras de mesma frequência mas com uma diferença de fase de -90 graus. O sinal transmitido $s(t)$ consiste da soma da saída destes dois moduladores de produto, mostrado por

$$s(t) = A_c m_1(t) \cos(2\pi f_c t) + A_c m_2(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.12)$$

na qual $m_1(t)$ e $m_2(t)$ representam os dois sinais de mensagem diferentes aplicados aos moduladores de produto. O sinal multiplexado $s(t)$ ocupa a largura de faixa do canal de $2W$, centrada na frequência da portadora f_c , na qual W é a largura de faixa da mensagem, considerada comum aos dois sinais $m_1(t)$ e $m_2(t)$. De acordo com a Eq. (3.12), podemos imaginar $A_c m_1(t)$ como a componente em fase do sinal $s(t)$ passa-faixa multiplexado e $-A_c m_2(t)$ como sua componente em quadratura.

A parte do receptor do sistema é mostrada na Fig. 3.17(b). Especificamente, o sinal multiplexado $s(t)$ é aplicado simultaneamente a dois detectores coerentes separados, os quais são supridos por duas portadoras locais de mesma frequência mas com diferença de fase de -90 graus. A saída do detector superior é $\frac{1}{2} A_c A_c' m_1(t)$, enquanto que a saída do detector inferior é $\frac{1}{2} A_c A_c' m_2(t)$. Para o sistema operar satisfatoriamente, é importante manter as relações de fase e frequência corretas no oscilador utilizado para gerar as portadoras no transmissor e no oscilador local correspondente utilizado no receptor.

Para manter esta sincronização, podemos utilizar o receptor Costas, descrito na Seção 3.4. Outro método geralmente utilizado é enviar um *sinal piloto* fora da faixa passante do sinal modulado. Neste último método, o sinal piloto normalmente consiste de um tom senoidal de baixa potência cuja frequência e fase são relacionadas com a portadora $c(t) = A_c(2\pi f_c t)$. No receptor, o sinal piloto é extraído através de um circuito adequadamente sintonizado e, então, transladado para a frequência correta para ser utilizado no detector coerente.

► **PROBLEMA 3.9** Comprove que as saídas do receptor da Fig. 3.17(b) são as indicadas na figura, assumindo o sincronismo perfeito entre o receptor e o transmissor. ◀

3.6 MODULAÇÃO POR FAIXA LATERAL ÚNICA

Com a supressão da portadora, a modulação DSB-SC soluciona a principal limitação do AM, a qual era o desperdício da potência transmitida. Para resolver a outra principal limitação do AM, relacionada com a largura de faixa do canal, precisamos suprimir uma das duas faixas laterais da onda modulada por DSB-SC. Esta modificação na modulação

* N. de T.: Do inglês, *quadrature-amplitude modulation*.

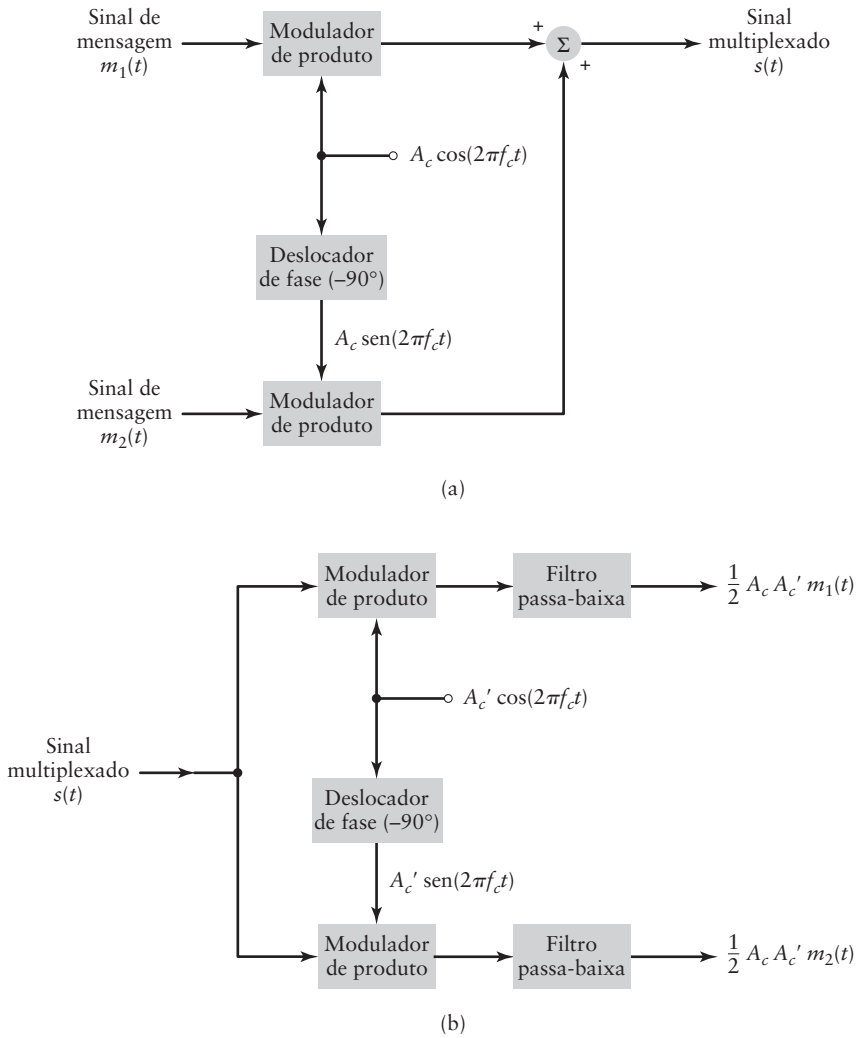


Figura 3.17 Sistema de multiplexação por portadora em quadratura: (a) Transmissor, (b) receptor.

DSB-SC é precisamente o que é feito na *modulação por faixa lateral única* (SSB). De fato, a modulação SSB utiliza apenas a faixa lateral inferior ou a faixa lateral superior para a transmissão de um sinal de mensagem em um canal de comunicação. Dependendo de qual faixa lateral for transmitida, falamos da modulação SSB *inferior* ou SSB *superior*.

■ Teoria

A análise rigorosa da teoria da modulação SSB aplicada a um sinal de mensagem arbitrário é muito difícil e, portanto, além do escopo deste livro. Para simplificar, iremos adotar uma abordagem diferente da utilizada na Seção 3.1 sobre AM e na Seção 3.3 sobre DSB-SC. Especificamente, começaremos a estudar a modulação SSB considerando, primeiro, o caso simples de uma *onda modulante senoidal*, e, então, iremos generalizar os resultados para um sinal modulante arbitrário, passo a passo.

Desta forma, considere um modulador DSB-SC que utiliza a onda modulante senoidal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

Com a portadora $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$, a onda modulada DSB-SC é definida por

$$\begin{aligned} S_{\text{DSB}}(t) &= c(t)m(t) \\ &= A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) \\ &= \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \end{aligned} \quad (3.13)$$

a qual é caracterizada por duas frequências laterais, uma em $f_c + f_m$ e outra em $f_c - f_m$. Suponha que queremos gerar uma onda modulada SSB senoidal que mantenha a faixa lateral superior em $f_c + f_m$. Então, suprimindo o segundo termo da Eq. (3.13), podemos expressar a onda SSB superior por

$$S_{\text{SSB superior}}(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c + f_m)t] \quad (3.14)$$

O termo em cosseno na Eq. (3.14) inclui a soma de dois ângulos $-2\pi f_c t$ e $2\pi f_m t$. Portanto, expandindo o termo em cosseno da Eq. (3.14) utilizando uma identidade trigonométrica bem conhecida, temos,

$$S_{\text{SSB superior}}(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) - \frac{1}{2} A_c A_m \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t) \quad (3.15)$$

Se, por outro lado, quisermos manter a frequência lateral inferior em $f_c - f_m$ da onda modulada DSB-SC da Eq. (3.13), então teremos a onda modulada SSB inferior definida por

$$S_{\text{SSB inferior}}(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) + \frac{1}{2} A_c A_m \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t) \quad (3.16)$$

Examinando as Eqs. (3.15) e (3.16), vemos que elas diferem uma da outra no seguinte aspecto: o sinal menos da Eq. (3.15) é substituído pelo sinal mais na Eq. (3.16). Desta forma, podemos combinar estas duas equações e, portanto, definir a onda modulada SSB por:

$$S_{\text{SSB}}(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) \mp \frac{1}{2} A_c A_m \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t) \quad (3.17)$$

na qual o sinal mais se aplica ao SSB inferior e o sinal menos se aplica ao SSB superior.

Com a generalização da Eq. (3.17) como objetivo, podemos seguir em duas etapas. Na etapa 1 fazemos o sinal de mensagem ser periódico e no estágio 2 fazemos o sinal de mensagem ser não periódico. Considere, então, o *sinal de mensagem periódico* definido pela Série de Fourier

$$m(t) = \sum_n a_n \cos(2\pi f_n t) \quad (3.18)$$

o qual é constituído de uma mistura de ondas senoidais com frequências harmonicamente relacionadas. Percebendo que a portadora $c(t)$ é comum a todas as componentes senoidais de $m(t)$, podemos inferir imediatamente da Eq. (3.17) a expressão

$$S_{\text{SSB}}(t) = \frac{1}{2} A_c \cos(2\pi f_c t) \sum_n a_n \cos(2\pi f_n t) \mp \frac{1}{2} A_c \sin(2\pi f_c t) \sum_n a_n \sin(2\pi f_n t) \quad (3.19)$$

como fórmula correspondente para a onda modulada SSB.

A seguir, vamos considerar outro sinal periódico definido pela série de Fourier

$$\hat{m}(t) = \sum_n a_n \sin(2\pi f_n t) \quad (3.20)$$

a qual é uma forma similar da Eq. (3.18), exceto pelo fato do termo $\cos(2\pi f_c t)$ ser substituído pelo termo $\sin(2\pi f_c t)$. Então, utilizando as definições das Eqs. (3.19) e (3.20), podemos reformular a onda modulada SSB da Eq. (3.17) por

$$s_{\text{SSB}}(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_c t) \mp \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.21)$$

Comparando a Eq. (3.20) com a Eq. (3.18), observamos que o sinal periódico $\hat{m}(t)$ pode ser obtido do sinal periódico modulante $m(t)$ simplesmente pelo deslocamento em fase de cada termo cosseno da Eq. (3.18) por -90° .

Em termos técnicos e práticos, a observação que acabamos de fazer é muito importante por duas razões:

1. Sabemos da análise de Fourier que *sob condições apropriadas, a representação por série de Fourier de um sinal periódico converge para a transformada de Fourier de um sinal não periódico*. Veja o Apêndice 2 para detalhes.
2. O sinal $\hat{m}(t)$ é a transformada de Hilbert do sinal $m(t)$. Basicamente, a transformada de Hilbert é um sistema cuja função de transferência é definida por

$$H(f) = -j \operatorname{sgn}(f) \quad (3.22)$$

Na qual $\operatorname{sgn}(f)$ é a função sinal. Para a definição da função sinal, veja a Seção 2.4. Em palavras, a transformação de Hilbert é um deslocador de fase de faixa larga, cuja resposta em frequência é caracterizada por duas partes como mostrado a seguir (veja o Problema 2.52):

- A resposta em amplitude é unitária para todas as frequências, tanto positivas quanto negativas.
- A resposta em fase é $+90^\circ$ para frequências negativas e -90° para frequências positivas.

Equipado analiticamente na forma descrita nos pontos 1 e 2, podemos finalmente generalizar a Eq. (3.21) para a fórmula de uma onda modulada por faixa lateral única produzida por um sinal de mensagem, independente se ele for periódico ou não. Especificamente, dado o sinal de mensagem $m(t)$ possível de ser transformado por Fourier, com sua transformada de Hilbert definida por $\hat{m}(t)$, a onda modulada SSB produzida por $m(t)$ é definida por

$$s(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_c t) \mp \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.23)$$

na qual $A_c \cos(2\pi f_c t)$ é a portadora, $A_c \sin(2\pi f_c t)$ é sua versão deslocada em fase por -90° , o sinal mais e menos são aplicados para SSB inferior e superior, respectivamente. Na Eq. (3.23), omitimos o uso do subscrito SSB em $s(t)$ por ficar implícito que esta equação se refere à modulação SSB em sua forma mais genérica.

- **PROBLEMA 3.10** Usando as Eqs. (3.22) e (3.23), mostre que, para frequência positivas, os espectros dos dois tipos de ondas moduladas SSB são definidos por:

(a) Para SSB superior,

$$S(f) = \begin{cases} \frac{A_c}{2} M(f - f_c), & \text{para } f \geq f_c \\ 0, & \text{para } 0 < f \leq f_c \end{cases} \quad (3.24)$$

(b) Para SSB inferior

$$S(f) = \begin{cases} 0, & \text{para } f > f_c \\ \frac{A_c}{2} M(f - f_c), & \text{para } 0 < f \leq f_c \end{cases} \quad (3.25)$$

- **PROBLEMA 3.11** Mostre que se o sinal de mensagem $m(t)$ for passa-baixa, então a transformada de Hilbert $\hat{m}(t)$ também será passa-baixa com a mesma largura de faixa de $m(t)$. ◀

As duas fórmulas de espectro definidas nas partes (a) e (b) do Problema 3.10 são intuitivamente satisfatórias. Em particular, as duas estão de acordo com a figura mostrada nas partes (b) e (c) da Fig. 3.18, respectivamente. A Fig. 3.18(b) descreve a onda modulada SSB que manteve a faixa lateral superior, enquanto que a Fig. 3.18(c) descreve o outro tipo de modulação SSB, o qual manteve a faixa lateral inferior. Do ponto de vista prático, a única questão que distingue um tipo de modulação SSB do outro é a ocupação da largura de faixa.

■ Moduladores para SSB

Utilizando a teoria apresentada nesta seção, iremos desenvolver dois métodos para a geração de ondas moduladas SSB, descritas a seguir.

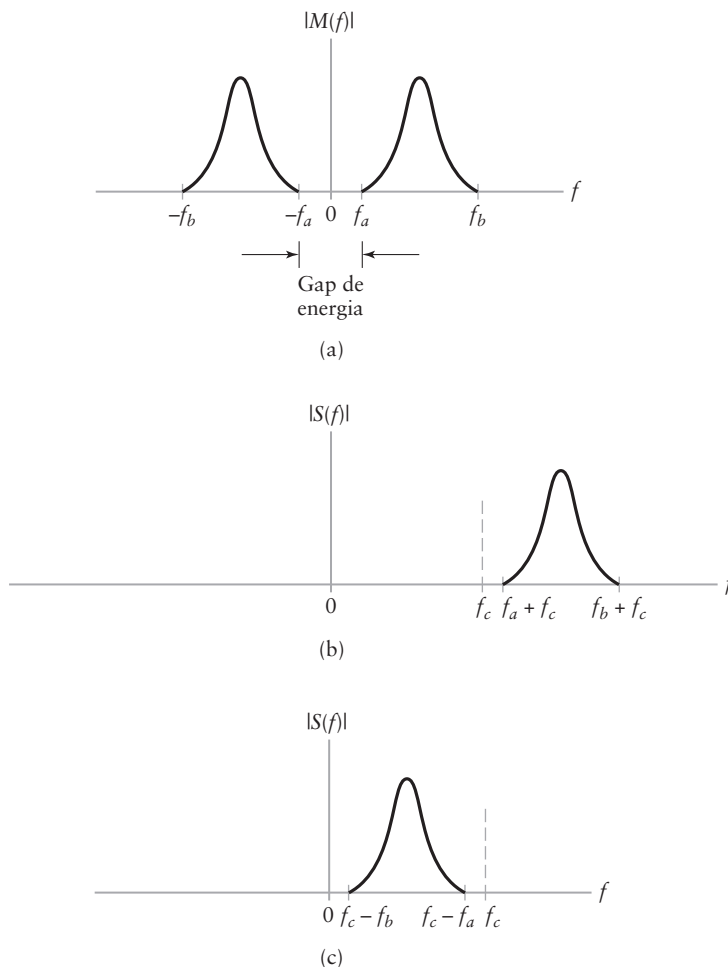


Figura 3.18 (a) Espectro do sinal de mensagem $m(t)$ com gap de energia centrado na frequência zero. Espectro correspondente da onda modulada SSB usando (b) faixa lateral superior e (c) faixa lateral inferior. Nas partes (b) e (c), o espectro é mostrado apenas para frequências positivas.

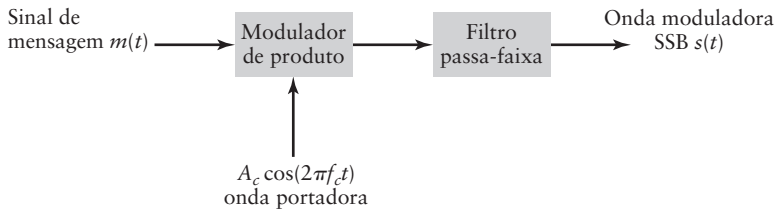


Figura 3.19 Esquema de discriminação em frequência para geração da onda modulada SSB.

Método da discriminação em frequência

Um método direto para a geração de SSB, chamado de *método de discriminação em frequência* é mostrado na Fig. 3.19. Este discriminador é obtido diretamente das Eqs. (3.24) e (3.25) apresentadas no Problema 3.10. O modulador SSB da Fig. 3.19 é constituído por dois componentes: um modulador de produto seguido por um filtro passa-faixa. O modulador de produto produz a onda modulada DSB-SC com as faixas laterais superior e inferior. O filtro passa-faixa é projetado para transmitir uma destas duas faixas laterais, dependendo se a modulação SSB desejada é superior ou inferior. Para o projeto do filtro passa-faixa ser fisicamente realizável, deve existir uma certa separação entre as duas faixas laterais que seja suficientemente grande para acomodar a faixa de transição do filtro passa-faixa. Essa separação é equivalente a $2f_a$, na qual f_a é a menor componente de frequência do sinal de mensagem, como mostrado na Fig. 3.18. Esta condição limita a aplicabilidade da modulação SSB a sinais de voz para os quais $f_a \approx 100$ Hz, mas exclui sinais de vídeo e dados de computadores, cujo conteúdo espectral chega quase à frequência zero.

Método de discriminação em fase

O segundo método para geração de SSB, chamado de *método de discriminação em fase*, é mostrado na Fig. 3.20. Sua implementação é obtida da descrição no domínio do tempo da onda SSB definida na Eq. (3.23). Este segundo modulador SSB é constituído por dois caminhos paralelo, um chamado de *caminho em fase* e outro chamado de *caminho em quadratura*. Cada caminho envolve um modulador de produto. As ondas portadoras senoidais aplicadas aos dois moduladores de produto estão em quadratura de fase, o que é obtido pela simples utilização de um deslocador de fase de -90° como mostrado na Fig. 3.20. Entretanto, o único bloco funcional da Fig. 3.2 que merece atenção especial é o deslocador de fase de faixa larga, o qual é projetado para produzir a transformada de Hilbert $\hat{m}(t)$ em resposta ao sinal de mensagem de entrada $m(t)$. O papel do caminho em quadratura contendo o deslocador de fase de faixa larga é simplesmente interferir com o caminho em fase, de forma a eliminar potência em uma das duas faixas laterais, dependendo de qual modulação SSB, superior ou inferior, é desejada.

Os dois moduladores das Figs. 3.19 e 3.20 são claramente diferentes em estrutura. Em termos de desafio de projeto, o filtro passa-faixa no discriminador em frequência da Fig. 3.19 permanece como bloco funcional que requer atenção especial. Por outro lado, no discriminador em fase da Fig. 3.20, é o deslocador de fase de faixa larga que requer atenção especial.

■ Detecção coerente de SSB

A demodulação de DSB-SC é complicada pela supressão da portadora no sinal transmitido. Para compensar a ausência da portadora no sinal recebido, o receptor utiliza a *detecção coerente*, a qual requer a sincronização de um oscilador local no receptor com o oscilador responsável pela geração da portadora no transmissor. O requisito de sincronização precisa ser tanto em fase quanto em frequência. Apesar da portadora ser suprimida, a informação da fase e frequência da portadora está implícita nas faixas laterais da onda modulada, a

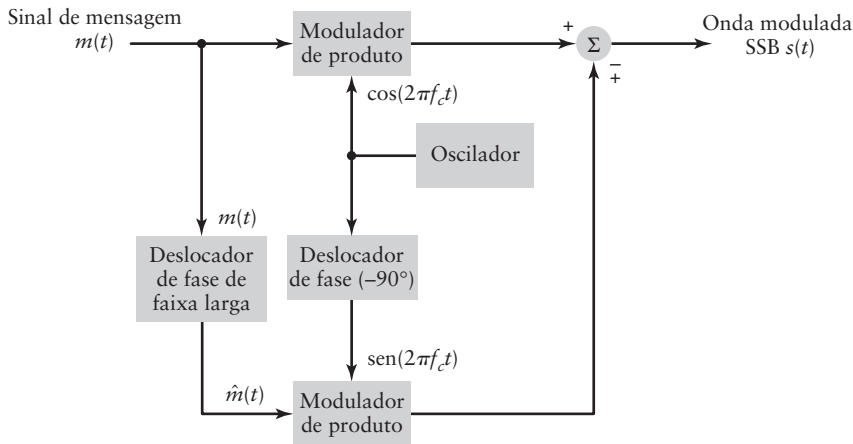


Figura 3.20 Método de discriminação em fase para a geração da onda modulada SSB. Nota: O sinal mais no bloco somador representa a transmissão da faixa lateral inferior e o sinal menos representa a faixa lateral superior.

qual é explorada no receptor. Entretanto, a demodulação SSB é mais complicada ainda, pela supressão da faixa lateral superior ou inferior. Na realidade, entretanto, as duas faixas laterais compartilham uma importante propriedade: uma é imagem da outra com relação à portadora. Novamente, a detecção coerente aparece para salvar a demodulação SSB.

O detector coerente da Fig. 3.12 funciona bem tanto para a demodulação DSB-SC quanto para SSB. A única diferença entre estas duas aplicações é como a onda modulada $s(t)$ é definida.

- **PROBLEMA 3.12** Para o filtro passa-baixa da Fig. 3.12 (assumindo sincronismo perfeito) suprimir a onda SSB não desejada, a seguinte condição deve ser satisfeita

$$f_c > W, \quad f_c = \text{frequência da portadora e } W = \text{largura de faixa da mensagem}$$

Justifique esta condição. ◀

- **PROBLEMA 3.13** Começando da Eq. (3.23) para a onda modulada SSB, mostre que a saída produzida pelo detector coerente da Fig. 3.12, em resposta a esta onda modulada, é definida por

$$\nu_o(t) = \frac{A_c A'_c}{4} m(t)$$

Assuma erro de fase $\phi = 0$ na Fig. 3.12. ◀

■ Translação em frequência

A operação básica realizada na modulação por faixa lateral única é, de fato, uma forma de *translação em frequência*, motivo pelo qual a modulação por faixa lateral única é, algumas vezes, chamada de *mudança de frequência*, *mixagem* ou *batimento*.

A idéia da modulação por faixa lateral única foi, portanto, já apresentada no contexto de um sinal de mensagem puro. Esta idéia pode ser generalizada para englobar a translação em frequência como mostrado a seguir. Suponha que temos a onda modulada $s_1(t)$ cujo espectro está centrado em uma frequência de portadora f_1 , cuja necessidade é transladá-lo pra cima ou para baixo na frequência, de forma que a frequência da portadora seja alterada de f_1 para um novo valor f_2 . Esta necessidade é satisfeita usando um *mixer*. Como mostrado na Fig. 3.21 um mixer é um bloco funcional constituído por um modulador de produto seguido por um filtro passa-faixa, tal como em um modulador SSB convencional,

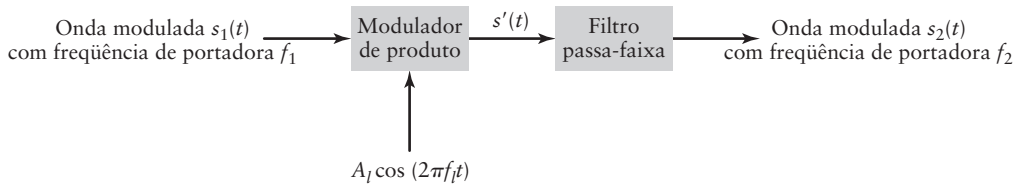


Figura 3.21 Diagrama em blocos do mixer.

mas com uma importante diferença. O filtro passa-faixa, agora, é fácil de ser projetado, pelo motivo explicado a seguir.

Especificamente, para explicar a ação do mixer, considere a situação espectral mostrada na Fig. 3.22(a), na qual, para efeitos de ilustração, considera-se que a entrada $s_1(t)$ do mixer é uma onda com frequência de portadora f_1 e largura de faixa $2W$. A Fig. 3.21(b) mostra o espectro $S'(f)$ do sinal resultante $s'(t)$ produzido na saída do modulador de produto da Fig. 3.21.

O sinal $s'(t)$ pode ser visto como a soma de duas componentes moduladas: uma componente representada pelo espectro sombreado da Fig. 3.22(b), e a outra componente representada pelo espectro não sombreado da figura. Dependendo se a frequência da portadora f_1 deve ser transladada para cima ou para baixo, podemos identificar duas situações diferentes:

- (i) *Conversão para cima.* Nesta forma de mixagem, a frequência da portadora transladada, representada por f_2 , é maior do que a frequência da portadora de entrada f_1 . A frequência f_1 do oscilador local necessária é, portanto, definida por

$$f_2 = f_1 + f_l$$

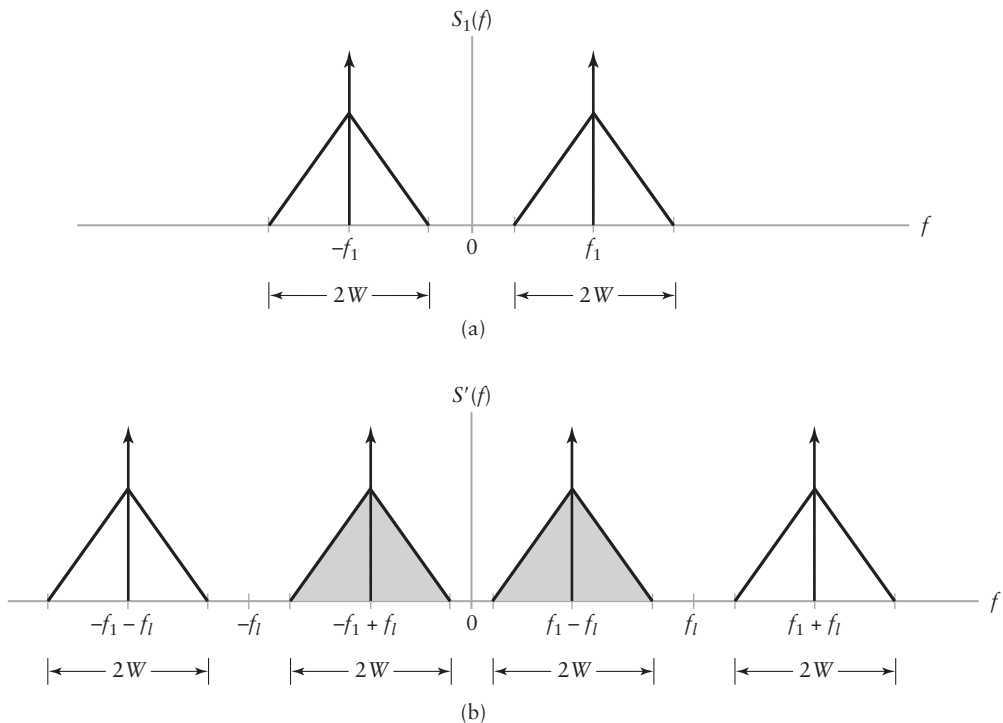


Figura 3.22 (a) Espectro do sinal modulado $s_1(t)$ na entrada do mixer. (b) Espectro do sinal correspondente $s'(t)$ na saída do modulador de produto do mixer.

Resolvendo para f_l , temos

$$f_l = f_2 - f_1$$

Nesta situação, a parte não sombreada do espectro da Fig. 3.22(b) define o sinal convertido para cima $s_2(t)$, e a parte sombreada deste espectro define a imagem do sinal associada com $s_2(t)$, a qual é removida pelo filtro passa-faixa da Fig. 3.21. Por motivos óbvios, o mixer, neste caso, é chamado de *conversor de frequência para cima*.

- (ii) *Conversão para baixo*. Nesta segunda forma de mixagem, a frequência transladada f_2 é menor do que a frequência da portadora de entrada f_1 , mostrado por

$$f_2 = f_1 - f_l$$

A frequência do oscilador local necessária é, portanto,

$$f_l = f_1 - f_2$$

A figura que temos neste caso é o inverso da pertencente à conversão para cima. Em particular, a parte sombreada do espectro da Fig. 3.22(b) define o sinal $s_2(t)$ convertido para baixo e a parte não sombreada deste espectro define a imagem associada ao sinal. Desta forma, este segundo mixer é chamado de *conversor de frequência para baixo*. Note que, neste caso, a frequência da portadora transladada f_2 precisa ser maior do que W (isto é, metade da largura de faixa do sinal modulado de entrada $s_2(t)$) para evitar a sobreposição de faixas laterais.

O propósito do filtro passa-faixa do mixer da Fig. 3.21 agora é claro: passar o sinal $s_2(t)$ e eliminar a imagem associada ao sinal. Este objetivo é realizado pelo alinhamento da frequência central do filtro com a frequência f_2 da portadora transladada e associar sua largura de faixa à do sinal modulado de entrada $s_1(t)$. Independentemente da conversão de frequência para cima ou para baixo, a faixa de transição do filtro pode ocupar o espaço entre $f_1 - f_l + W$ a $f_1 + f_l + W$, ou seja, a largura possível da faixa de transição é $2(f_l + W)$, o que, de fato, requer que a frequência do oscilador local f_l seja maior do que W . Além disso, para evitar a sobreposição espectral na conversão para baixo, precisamos, também, que $f_1 - f_l - W$ seja maior do que zero, ou seja, $f_l > f_1 - W$.

É importante notar que a mixagem é uma operação linear. Desta forma, a relação das faixas laterais da onda modulada de entrada com a portadora original existente na entrada do mixer é completamente preservada na saída do mixer.

3.7 MODULAÇÃO POR FAIXA LATERAL VESTIGIAL

■ Motivação

A modulação por faixa lateral única funciona satisfatoriamente bem para um sinal contendo a informação (por exemplo, sinal de voz) com um gap de energia centrado na frequência zero. Entretanto, para a transmissão espectral eficiente de *sinais de faixa larga*, precisamos de outro método de modulação por dois motivos:

1. Normalmente, o espectro de sinais de faixa larga (exemplificados por sinais de vídeo de televisão e dados de computadores) contém baixas frequências significantes, o que torna impraticável a modulação SSB.
2. As características espectrais de dados de faixa larga beneficiam o uso de DSB-SC. Entretanto, DSBSC requer uma largura de faixa de transmissão igual a duas vezes a largura de faixa da mensagem, o que viola a condição de conservação de largura de faixa.

Para sobrepujar estas duas limitações práticas, precisamos de um método de *compromisso* de modulação que esteja em algum lugar entre as características espectrais da SSB e

da DSB-SC. A modulação por faixa lateral *vestigial*, o esquema de modulação final a ser considerado nesta seção, é este esquema de compromisso.

A modulação por faixa lateral vestigial (VSB) se distingue da modulação SSB em dois pontos práticos:

1. Em vez de remover totalmente a faixa lateral, um traço ou vestígio da faixa lateral é transmitido. Por isso o nome “faixa lateral vestigial”.
2. Em vez de transmitir a outra faixa lateral completamente, a *quase* totalidade desta segunda faixa também é transmitida.

Desta forma, a largura de faixa de transmissão de um sinal modulado VSB é definida por

$$B_T = f_v + W$$

onde f_v é a largura de faixa vestigial e W é a largura de faixa da mensagem. Tipicamente, f_v é 25% de W , o que significa que a largura de faixa B_T da VSB está entre a largura de faixa W da SSB e a largura de faixa $2W$ da DSB-SC.

■ Filtro formador de faixa lateral

Para produzir a modulação VSB, podemos utilizar o modulador mostrado na Fig. 3.23, o qual é constituído por um modulador de produto seguido por um filtro passa-faixa. Para a modulação VSB, o filtro passa-faixa é chamado de *filtro formador de faixa lateral* (ou filtro vestigial). Assumindo que o vestígio da VSB está na faixa lateral inferior da onda modulada DSB-SC, a forma do espectro é definida pela função de transferência do filtro, representada por $H(f)$. A única condição que a formação da faixa lateral executada por $H(f)$ deve satisfazer é que o vestígio transmitido *compense* a porção espectral que falta na outra faixa lateral. Este requisito garante que a detecção coerente da onda modulada VSB recupere uma réplica do sinal de mensagem, exceto por um fator de escala.

Impondo esta condição ao processo de demodulação VSB, temos que o filtro formador de faixa lateral deve satisfazer a seguinte condição:

$$H(f + f_c) + H(f - f_c) = 1, \quad \text{para } -W \leq f \leq W \quad (3.26)$$

na qual f_c é a frequência da portadora. O termo $H(f + f_c)$ é a parte positiva de frequência da função de transferência passa-faixa $H(f)$ deslocada para a esquerda por f_c , e $H(f - f_c)$ é a parte negativa de frequência de $H(f)$ deslocada para a direita por f_c . A prova da Eq. (3.26) lidando com um sinal de mensagem arbitrário possível de ser transformado de Fourier é apresentada posteriormente nesta seção, na detecção coerente de VSB.

Duas propriedades do filtro formador de faixa lateral seguem da Eq. (3.26):

1. A *função de transferência do filtro formador de faixa lateral* *exibe simetria ímpar com relação à frequência da portadora* f_c . Para explicar esta propriedade, expressamos, primeiro, $H(f)$ como a diferença entre duas funções deslocadas no tempo, como mostrado a seguir:

$$H(f) = u(f - f_c) - H_v(f - f_c), \quad \text{para } f_c - f_v < |f| < f_c + W \quad (3.27)$$

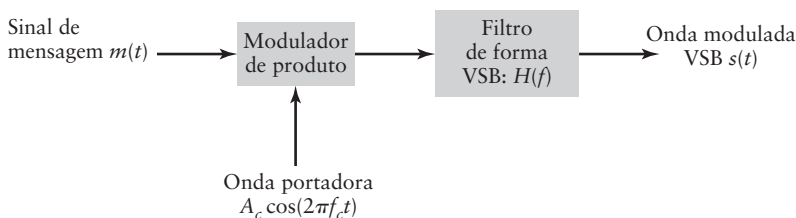


Figura 3.23 Modulador VSB utilizando discriminação em frequência.

O primeiro termo $u(f - f_c)$ representa a versão deslocada no *tempo do degrau unitário na frequência* $u(f)$, o qual é mostrado na Fig. 3.24(b). Ou seja,

$$u(f) = \begin{cases} 1, & \text{para } f > 0 \\ 0, & \text{para } f < 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

O segundo termo $H_v(f - f_c)$ representa a versão deslocada na frequência de uma nova *função de transferência passa-baixa*, $H_v(f)$, a qual, como mostrado na Fig. 3.24(c), é completamente determinada pelo vestígio da onda modulada $s(t)$. A relação definida pela Eq. (3.27) é obtida diretamente das três partes do exemplo da Fig. 3.24. O ponto importante da parte (c) da figura é que $H_v(f)$ satisfaz a propriedade de *simetria ímpar* com relação a frequência zero, mostrado por

$$H_v(-f) = -H_v(f) \quad (3.29)$$

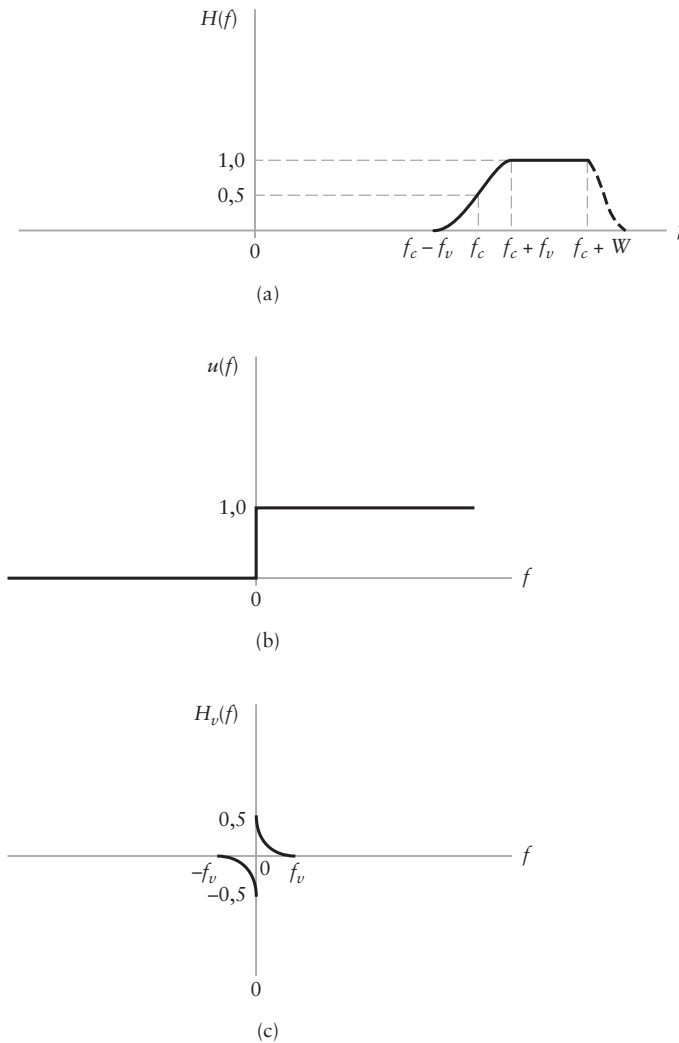


Figura 3.24 (a) Resposta em amplitude do filtro de formação de faixa lateral. Apenas a porção de frequências positivas é mostrada, a parte tracejada da resposta em amplitude é arbitrária. (b) Função degrau unitário definida no domínio da frequência. (c) Função de transferência passa-baixa $H_v(f)$.

É, portanto, neste sentido que a propriedade 1 é apresentada.

2. A função de transferência $H_v(f)$ deve satisfazer a condição da Eq. (3.26) somente para o intervalo de frequência $-W \leq f \leq W$, na qual W é a largura de faixa da mensagem. A implicação prática desta segunda propriedade é que, para o caso do VSB mostrado na Fig. 3.24(a), a função de transferência do filtro formador de faixa lateral pode ter uma especificação arbitrária para $|f| > f_c + w$. É por esta razão que a parte do espectro acima de $f_c + W$ é mostrada pontilhada na Fig. 3.24(a).

EXEMPLO 3.3 VSB senoidal

Considere o exemplo simples de modulação VSB senoidal produzida pela onda modulante senoidal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

e onda portadora

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

Seja a frequência lateral superior em $f_c + f_m$ e sua imagem em $-(f_c + f_m)$ atenuada pelo fator k . Para satisfazer as condições da Eq. (3.26), a frequência lateral inferior em $f_c - f_m$ e sua imagem $-(f_c - f_m)$ devem ser atenuadas pelo fator $(1 - k)$. O espectro VSB é, portanto,

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{1}{4} k A_c A_m [\delta(f - (f_c + f_m)) + \delta(f + (f_c + f_m))] \\ &\quad + \frac{1}{4} (1 - k) A_c A_m [\delta(f - (f_c - f_m)) + \delta(f + (f_c - f_m))] \end{aligned}$$

Desta forma, a onda modulada VSB é definida por

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{4} k A_c A_m [\exp(j2\pi(f_c + f_m)t) + \exp(-j2\pi(f_c + f_m)t)] \\ &\quad + \frac{1}{4} (1 - k) A_c A_m [\exp(j2\pi(f_c - f_m)t) + \exp(-j2\pi(f_c - f_m)t)] \\ &= \frac{1}{2} k A_c A_m \cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{1}{2} (1 - k) A_c A_m \cos(2\pi(f_c - f_m)t) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Usando identidades trigonométricas bem conhecidas para expandir os termos em cosseno $\cos(2\pi(f_c + f_m)t)$ e $\cos(2\pi(f_c - f_m)t)$, podemos reformular a Eq. (3.30) como a combinação linear de duas ondas senoidais moduladas DSB-SC.

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2} A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) \\ &\quad + \frac{1}{2} A_c A_m (1 - 2k) \sin((2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)) \end{aligned} \quad (3.31)$$

na qual o primeiro termo do lado direito da equação está em fase com a componente de $s(t)$ e o segundo termo em quadratura.

Resumindo, dependendo de como o fator de atenuação k da Eq. (3.31) é definido no intervalo $(0, 1)$, podemos identificar todas as diferentes formas senoidais das ondas moduladas lineares estudadas nas Seções 3.3, 3.6 e 3.7, como mostrado a seguir:

1. $k = 1/2$, para o qual $s(t)$ se reduz para SSB-SC
2. $k = 0$, para o qual $s(t)$ se reduz para SSB inferior
- $k = 1$, para o qual $s(t)$ se reduz para SSB superior

3. $0 < k < \frac{1}{2}$, para a qual a versão atenuada da frequência lateral superior define o vestígio de $s(t)$
 $\frac{1}{2} < k < 1$, para o qual a versão atenuada da frequência lateral inferior define o vestígio de $s(t)$

■ Detecção coerente de VSB

Para a recuperação exata do sinal de mensagem $m(t)$ da onda modulada VSB $s(t)$, exceto para algum escalonamento em amplitude, podemos utilizar o detector coerente mostrado na Fig. 3.12. Tal como a demodulação de DSB-SC e SSB estudadas anteriormente, a demodulação de VSB consiste na multiplicação de $s(t)$ por uma senóide gerada localmente e, então, pela filtragem passa-baixa do produto resultante $\nu(t)$. Assume-se que a senóide local no detector coerente da Fig. 3.12 está em perfeito sincronismo com a portadora do modulador responsável pela geração da onda modulada VSB. Então, ajustando a fase ϕ da senóide local da Fig. 3.12 para zero, podemos expressar a transformada de Fourier do sinal produto

$$\nu(t) = A'_c s(t) \cos(2\pi f_c t)$$

como

$$V(f) = \frac{1}{2} A'_c [S(f - f_c) + S(f + f_c)] \quad (3.32)$$

na qual

$$s(t) \Longleftrightarrow S(f)$$

A seguir, expressamos a transformada de Fourier da onda modulada VSB $s(t)$ por

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f - f_c) + M(f + f_c)] H(f) \quad (3.33)$$

da qual, utilizando a Fig. 3.23 que mostra o modulador VSB: $M(f)$ é o espectro da mensagem e $H(f)$ é a função de transferência do filtro formador de faixa lateral. Deslocando o espectro VSG $S(f)$ para a direita, por f_c , temos

$$S(f - f_c) = \frac{1}{2} A_c [M(f - 2f_c) + M(f)] H(f - f_c) \quad (3.34)$$

e deslocando-o para a esquerda por f_c , temos

$$S(f + f_c) = \frac{1}{2} A_c [M(f) + M(f + 2f_c)] H(f + f_c) \quad (3.35)$$

Logo, substituindo as Eqs. (3.34) e (3.35) na Eq. (3.32) e combinando os termos, obtemos

$$\begin{aligned} V(f) &= \frac{1}{4} A_c A'_c M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)] \\ &\quad + \frac{1}{4} A_c A'_c [M(f - 2f_c) H(f - f_c) + M(f + 2f_c) H(f + f_c)] \end{aligned}$$

a qual, considerando a condição imposta em $H(f)$ pela Eq. (3.26), se reduz para

$$\begin{aligned} V(f) &= \frac{1}{4} A_c A'_c M(f) \\ &\quad + \frac{1}{4} A_c A'_c [M(f - 2f_c) H(f - f_c) + M(f + 2f_c) H(f + f_c)] \end{aligned} \quad (3.36)$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (3.36) é a versão escalonada do espectro de mensagem $M(f)$. O segundo termo da Eq. (3.36) é a transformada de Fourier das compo-

nentes de alta frequência, representando uma nova onda modulada VSB com frequência de portadora $2f_c$. Desde que o filtro passa-baixa do detector coerente da Fig. 3.12 possua frequência de corte um pouco maior do que a largura de faixa da mensagem, as componentes de alta frequência de $\nu(t)$ são removidas pelo filtro. O sinal demodulado resultante é uma versão escalonada do sinal de mensagem $m(t)$ desejado.

► **PROBLEMA 3.14** Comprove a afirmativa de que as componentes de alta frequência da Eq. (3.36) representam uma onda modulada VSB com frequência de portadora $2f_c$. ◀

EXEMPLO 3.4 Detecção coerente de VSB senoidal

Lembre-se da Eq. (3.31) do Exemplo 3.3, que o sinal senoidal modulado VSB é definido por

$$s(t) = \frac{1}{2}A_cA_m \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}A_cA_m(1 - 2k) \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

A multiplicação de $s(t)$ por $A'_c \cos(2\pi f_c t)$, de acordo com a detecção coerente perfeita, resulta no sinal produto

$$\begin{aligned} \nu(t) &= A'_c s(t) \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{1}{2}A_cA'_cA_m \cos(2\pi f_m t) \cos^2(2\pi f_c t) \\ &\quad + \frac{1}{2}A_cA'_cA_m(1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

A seguir, utilizando identidades trigonométricas

$$\cos^2(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}[1 + \cos(4\pi f_c t)]$$

e

$$\sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}\sin(4\pi f_c t)$$

podemos redefinir $\nu(t)$ por

$$\begin{aligned} \nu(t) &= \frac{1}{4}A_cA'_cA_m \cos(2\pi f_m t) \\ &\quad + \frac{1}{4}A_cA'_cA_m[\cos(2\pi f_m t) \cos(4\pi f_c t) + (1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \sin(4\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (3.37)$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (3.37) é uma versão escalonada do sinal de mensagem $A_m \cos(2\pi f_m t)$. O segundo termo da equação é uma nova onda senoidal modulada VSB com frequência de portadora $2f_c$, a qual representa as componentes de alta frequência de $\nu(t)$. Este segundo termo é removido pela filtragem passa-baixa no detector da Fig. 3.12, desde que a frequência de corte do filtro seja um pouco maior do que a frequência da mensagem f_m .

EXEMPLO 3.5 Detecção de envelope de VSB mais portadora

A detecção coerente de VSB requer o sincronismo do receptor com o transmissor, o que aumenta a complexidade do sistema. Para simplificar o processo de demodulação, podemos adicionar, propositalmente, a portadora do sinal VSB (escalonada pelo fator k_a) antes da transmissão e, então, utilizar a detecção de envelope no receptor.³ Assumindo a modulação senoidal, o sinal “VSB mais portadora” é definido [veja a Eq. (3.31) do Exemplo 3.3] por

$$\begin{aligned}
 s_{\text{VSB+C}}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t) + k_a s(t), \quad k_a = \text{fator de sensibilidade a amplitude} \\
 &= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{k_a}{2} A_c A_m \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t) \\
 &\quad + \frac{k_a}{2} A_c A_m (1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t) \\
 &= A_c \left[1 + \frac{k_a}{2} A_m \cos(2\pi f_m t) \right] \cos(2\pi f_c t) \\
 &\quad + \frac{k_a}{2} A_c A_m (1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t)
 \end{aligned}$$

O envelope de $s_{\text{VSB+C}}(t)$ é, portanto,

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \left\{ A_c^2 \left[1 + \frac{k_a}{2} A_m \cos(2\pi f_m t) \right]^2 + A_c^2 \left[\frac{k_a}{2} A_m (1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \right]^2 \right\}^{1/2} \\
 &= A_c \left[1 + \frac{k_a}{2} A_m \cos(2\pi f_m t) \right] \left\{ 1 + \frac{\left[\frac{k_a}{2} A_m (1 - 2k) \sin(2\pi f_m t) \right]^2}{\left[1 + \frac{k_a}{2} A_m \cos(2\pi f_m t) \right]^2} \right\}^{1/2} \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

A Eq. (3.38) mostra que a distorção na detecção de envelope efetuada no envelope $a(t)$ é contribuída pela componente em quadratura do sinal senoidal VSB. Esta distorção pode ser reduzida usando a combinação de dois métodos:

- O fator de sensibilidade k_a é reduzido, o que resulta na redução do percentual de modulação.
- O tamanho da faixa lateral vestigial é reduzido, resultando na redução do fator $(1 - 2k)$.

Os dois métodos são intuitivos quando analisamos o termo dentro do colchete da Eq. (3.38).

3.8 REPRESENTAÇÃO BANDA BASE DE ONDAS MODULADAS E FILTROS FAIXA PASSANTE

A partir da discussão de estratégias de modulação diferentes apresentadas neste capítulo, vemos que a onda modulada utilizando uma onda senoidal é, na realidade, um *sinal faixa passante centrado na frequência da portadora*. Em função deste fato, a onda portadora está contida na estrutura da onda modulada. Em um sentido explícito, isso acontece quando a onda portadora é contida como uma componente separada no sinal transmitido. Quando a portadora é suprimida, sua presença é conhecida no receptor em

³ Outro procedimento utilizado para a detecção de uma onda modulada VSB é adicionar um piloto à onda modulada no transmissor. O piloto pode ser uma versão transladada em frequência da portadora utilizada na geração da onda modulada, mas deve estar fora da faixa de frequências ocupadas pela onda modulada. No receptor, o piloto é extraído pela filtragem passa-faixa e, então, transladado (para cima ou para baixo) para produzir uma réplica da portadora original. Com esta réplica da portadora disponível no receptor, a detecção coerente pode ser utilizada para recuperar o sinal de mensagem original. Um procedimento similar pode ser utilizado para a detecção coerente de ondas moduladas SSB.

um sentido implícito pelo posicionamento das faixas laterais do espectro transmitido ao redor da frequência da portadora de uma forma ou de outra, dependendo do tipo da modulação utilizado.

Tipicamente, a frequência da portadora é grande quando comparada com a largura de faixa da mensagem, o que torna o processamento da onda modulada em um computador digital uma tarefa difícil. Entretanto, da teoria de modulação apresentada neste capítulo, sabemos que todo o conteúdo de informação de um sinal de mensagem reside completamente nas faixas laterais da onda modulada. Desta forma, quando o objetivo é processar a onda modulada em um computador, o procedimento eficiente é processar a versão banda base da onda modulada, ao invés de processar diretamente a onda modulada. O termo “banda base” é utilizado para designar a *faixa de frequências representando o sinal original, como entregue pela fonte de informação*.

■ Representação banda base de ondas moduladas

Considere, então, uma onda genérica, modulada linearmente, definida por

$$s(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_c t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.39)$$

Seja

$$c(t) = \cos(2\pi f_c t)$$

a onda portadora com frequência f_c e

$$\hat{c}(t) = \sin(2\pi f_c t)$$

a versão em *quadratura de fase* da portadora. Por simplicidade, sem perda de generalização, fizemos a amplitude da portadora igual a um. Expressamos, agora, a onda modulada na forma compacta

$$s(t) = s_I(t)c(t) - s_Q(t)\hat{c}(t) \quad (3.40)$$

O termo $s_I(t)$ é chamado de *componente em fase* da onda modulada $s(t)$, chamado desta forma porque ele é multiplicado pela portadora $c(t)$. Pelo mesmo motivo, o termo $s_Q(t)$ é chamado de *componente em quadratura de fase* ou simplesmente, *componente em quadratura* de $s(t)$, pois ele é multiplicado pela portadora em quadratura $\hat{c}(t)$. As portadoras $c(t)$ e $\hat{c}(t)$ são ortogonais entre si.

A Eq. (3.39) ou (3.40) é chamada de *representação canônica de ondas moduladas linearmente*. Mais importante ainda, esta representação inclui todos os membros da família de modulação em amplitude discutida neste capítulo, como mostrado na Tabela 3.1.

A partir desta tabela, fica claro que o conteúdo de informação do sinal de mensagem $m(t)$ e a forma pela qual a estratégia de modulação é implementada são totalmente descritos pela componente em fase $s_I(t)$ tanto em AM quanto DSB-SC, ou pela combinação da componente em fase $s_I(t)$ e pela componente em quadratura $s_Q(t)$ em SSB e VSB. Além disso, a ortogonalidade de $s_I(t)$ e $s_Q(t)$ nos impele a introduzir um novo sinal chamado de *envelope complexo* da onda modulada $s(t)$, o qual é formalmente definido por

$$\tilde{s}(t) = s_I(t) + js_Q(t) \quad (3.41)$$

Esta definição é motivada pela forma na qual lidamos com números complexos. Em qualquer evento, o ponto importante a ser notado na Eq. (3.41) é o fato de que o envelope complexo $\tilde{s}(t)$ possui todo o conteúdo de informação de $s_I(t)$ e $s_Q(t)$. Note, entretanto, que o envelope complexo $\tilde{s}(t)$ é um sinal fictício, utilizado para simplificar as operações de processamento de sinal em sinais banda base, exemplificados pelas ondas moduladas baseadas em portadora senoidal.

TABELA 3.1 Formas diferentes de modulação linear como casos especiais da Eq. (3.39), assumindo amplitude unitária para a portadora

| Tipo de modulação | Componente em fase $s_I(t)$ | Componente em quadratura $S_Q(t)$ | Comentários |
|----------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| AM | $1 + k_a m(t)$ | 0 | k_a = sensibilidade à amplitude $m(t)$ = sinal de mensagem |
| DSB-SC | $m(t)$ | 0 | |
| SSB: | | | |
| (a) Transmissão da faixa lateral superior | $\frac{1}{2}m(t)$ | $\frac{1}{2}\hat{m}(t)$ | $\hat{m}(t)$ = transformada de Hilbert de $m(t)$ (veja a parte (i) da nota de rodapé 4) ⁴ |
| (b) Transmissão da faixa lateral inferior | $\frac{1}{2}m(t)$ | $-\frac{1}{2}\hat{m}(t)$ | |
| VSB: | | | |
| (a) Vestígio da faixa lateral inferior transmitido | $\frac{1}{2}m(t)$ | $\frac{1}{2}m'(t)$ | $m'(t)$ = resposta do filtro com função de transferência $H_Q(f)$ definido ao sinal de mensagem $m(t)$. $H_Q(f)$ é definido pela fórmula (veja parte (ii) da nota de rodapé 4) |
| (b) Vestígio da faixa lateral superior transmitido | $\frac{1}{2}m(t)$ | $-\frac{1}{2}m'(t)$ | $H_Q(f) = -j[H(f + f_c) - H(f - f_c)]$ na qual $H(f)$ é a função de transferência do filtro formador de faixa lateral VSB. |

⁴ Dois comentários adicionais sobre a Tabela 3.1:

(i) Na modulação SSB, a transformada de Hilbert

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

define a componente em quadratura da onda modulada $s(t)$, ou seja,

$$s_Q(t) = \hat{m}(t)$$

No domínio da frequência, a transformada de Hilbert é descrita por

$$\hat{M}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) M(f)$$

na qual

$$\operatorname{sgn}(f) = \begin{cases} 1, & \text{para } f > 0 \\ 0, & \text{para } f = 0 \\ -1, & \text{para } f < 0 \end{cases}$$

é a função sinal.

(ii) Na modulação VSB, a componente em quadratura $s_Q(t) = m'(t)$ é obtida passando o sinal de mensagem $m(t)$ em um filtro linear invariante no tempo cuja função de transferência é representada por $H_Q(f)$. $H_Q(f)$ é definido por,

$$H_Q(f) = -j[H(f + f_c) - H(f - f_c)]$$

na qual $H(f)$ é a função de transferência do filtro formador de faixa lateral. No limite, quando a faixa lateral vestigial f_v aproxima-se de zero, temos

$$\lim_{f_v \rightarrow 0} H_Q(f) = -j \operatorname{sgn}(f)$$

e, dessa forma, a VSB se reduz para a SSB, exatamente como deve ser.

De maneira correspondente à Eq. (3.41), podemos definir a *onda portadora complexa*

$$\begin{aligned}\tilde{c}(t) &= c(t) + j\hat{c}(t) \\ &= \cos(2\pi f_c t) + j \sin(2\pi f_c t) \\ &= \exp(j2\pi f_c t)\end{aligned}\quad (3.42)$$

Dessa forma, a onda modulada $s(t)$ é definida por

$$\begin{aligned}s(t) &= \text{Re}[\tilde{s}(t)\tilde{c}(t)] \\ &= \text{Re}[\tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_c t)]\end{aligned}\quad (3.43)$$

Na qual $\text{Re}[\cdot]$ extrai a parte real da grandeza complexa dentro dos colchetes.

Agora podemos ver a vantagem prática do envelope complexo $\tilde{s}(t)$ sobre a onda modulada de valor real $s(t)$:

1. A componente de mais alta frequência de $s(t)$ pode ser tão grande quanto $f_c + W$, na qual f_c é a frequência da portadora e W é a largura de faixa da mensagem.
2. Por outro lado, a componente de frequência mais alta de $\tilde{s}(t)$ é consideravelmente menor, sendo limitada pela largura de faixa W da mensagem.

Mesmo assim, na utilização da Eq. (3.43) como a representação da onda modulada $s(t)$, não existe nenhuma perda.

Dada uma onda modulada arbitrariamente $s(t)$. Podemos obter a componente em fase $s_I(t)$ e a componente em quadratura $s_Q(t)$ utilizando o esquema mostrado na Fig. 3.25(a). De forma alternativa, dado o par em fase $s_I(t)$ e a componente em quadratura $s_Q(t)$, podemos gerar a onda modulada $s(t)$ utilizando o esquema complementar mostrado na Fig. 3.25(b). Por motivos óbvios, estes dois esquemas são respectivamente chamados de *analisador* e *sintetizador* de ondas moduladas.

► **PROBLEMA 3.15** A obtenção do sintetizador mostrado na Fig. 3.25(b) é feita diretamente da Eq. (3.39). Entretanto, a obtenção do analisador mostrado na Fig. 3.25(a) requer uma consideração mais detalhada. Dado que $f_c > W$ e as identidades trigonométricas:

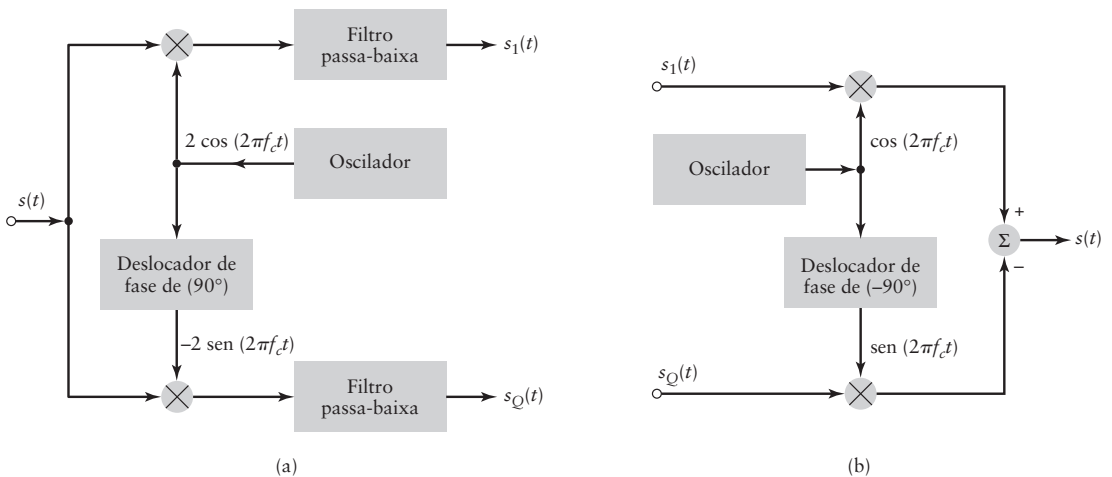


Figura 3.25 (a) Esquema para a obtenção das componentes em fase e em quadratura de um sinal modulado linearmente (isto é, passa-faixa). (b) Esquema para a reconstrução do sinal modulado de suas componentes em fase e em quadratura.

$$\cos^2(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}[1 + \cos(4\pi f_c t)],$$

$$\sin^2(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}[1 - \cos(4\pi f_c t)],$$

e

$$\sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}\sin(4\pi f_c t),$$

mostre que o analisador da Fig. 3.25(a) resulta em $s_I(t)$ e $s_Q(t)$ como suas duas saídas. ◀

■ Representação banda base de filtros passa-faixa

A representação banda base de um sinal faixa passante (exemplificado por uma onda modulada) desenvolvida nesta seção nos impele ao desenvolvimento de uma representação correspondente para filtro passa-faixa, incluindo canais de comunicação passa-faixa.

Para isto, considere o filtro passa-faixa linear cujo comportamento entrada/saída é definido pela função de transferência $H(f)$, a qual é limitada dentro das frequências $\pm B$ da frequência de meia faixa f_c . De fato, $2B$ define a largura de faixa do filtro. Suponha uma onda modulada $s(t)$ aplicada a este filtro, produzindo a saída $y(t)$, como mostrado na Fig. 3.26(a). Assumimos que a largura de faixa de transmissão da onda modulada é $2W$, centrada na frequência de portadora f_c . Em outras palavras, o espectro da onda modulada e a resposta em frequência do filtro passa-faixa são alinhados, com $B \leq W$. (A razão para ignorar o caso $B > W$ é que, em tal situação, a onda modulada $s(t)$ passa através do filtro completamente inalterada, o que, portanto, não possui importância prática.) Obviamente, podemos determinar o sinal de saída $y(t)$ calculando a transformada inversa de Fourier do produto $H(f)S(f)$. Um procedimento mais simples, entretanto, é utilizar uma transformação *passa-faixa para passa-baixa* (isto é, banda base),⁵ a qual elimina a frequência da portadora f_c da análise. Especificamente, esta transformação é definida por

$$\tilde{H}(f - f_c) = 2H(f), \quad \text{para } f > 0 \quad (3.44)$$

A nova função de frequência $\tilde{H}(f)$ é a função de transferência do filtro passa-baixa complexo, o que resulta na transformação definida na Eq. (3.44). O fator de escala 2 nesta equação é necessário para garantir que a transformação apresente o resultado exato quando calcularmos a saída $y(t)$.

De acordo com a Eq. (3.44), podemos determinar $\tilde{H}(f)$ pelo procedimento a seguir:

1. Dada a função de transferência $H(f)$ de um filtro passa-faixa, a qual é definida para frequências positivas e negativas, mantenha a parte de $H(f)$ que corresponde às frequências positivas. Seja $H_+(f)$ esta parte.

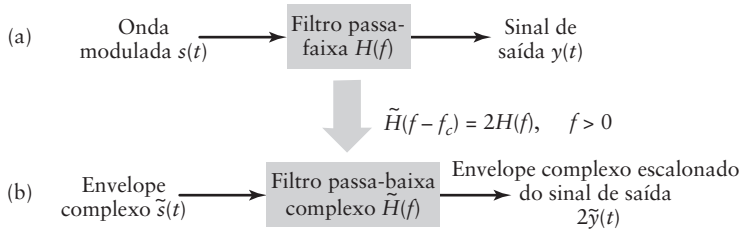


Figura 3.26 Filtro passa-faixa para a transformação complexa de sistemas passa-baixa. (a) Configuração passa-faixa de valor real e (b) configuração correspondente passa-baixa de valor complexo.

⁵ Para a obtenção da transformação definida pela Eq. (3.44), veja Haykin (2000), p. 731.

2. Desloque $H_c(f)$ para a esquerda ao longo do eixo das frequências por um total igual a f_c e escalone-o por um fator 2. O resultado obtido define $\tilde{H}(f)$ desejado.

Tendo determinado o filtro passa-baixa complexo caracterizado por $\tilde{H}(f)$, podemos, então, proceder com o próximo estágio do *processamento de sinal complexo*. Especificamente, a entrada deste filtro é o envelope complexo $\tilde{s}(t)$ da onda modulada $s(t)$. $\tilde{s}(t)$ é obtido de $s(t)$ de acordo com a Eq. (3.41). Então, aplicando $\tilde{s}(t)$ em $\tilde{H}(f)$ como mostrado na Fig. 3.26b, determinamos o envelope complexo $\tilde{y}(t)$ do sinal de saída $y(t)$. Finalmente, a saída real $y(t)$ é determinada pela fórmula

$$y(t) = \text{Re}[\tilde{y}(t) \exp(j2\pi f_c t)] \quad (3.45)$$

a qual é simplesmente a Eq. (3.43) reescrita.

- **PROBLEMA 3.16** Começando do sistema passa-baixa complexo mostrado na Fig. 3.26(b), mostre que $y(t)$ obtido da Eq. (3.45) é idêntico a saída real $y(t)$ da Fig. 3.26(a). ◀

3.9 EXEMPLOS DE TEMAS

Nesta seção iremos descrever três exemplos de temas, os quais são desenvolvidos utilizando a teoria de modulação de onda contínua descrita nas seções anteriores deste capítulo. Os exemplos enfatizam aspectos operacionais de sistema de comunicação analógicos em vez de equações matemáticas ou detalhes de projetos.

■ Receptor super heterodino

Em um sistema de broadcasting, independente se ele for baseado em modulação em amplitude ou modulação em frequência, o receptor não somente possui a tarefa de demodular o sinal modulado de entrada mas também de executar outras funções do sistema:

- *Sintonização da frequência da portadora*, com o propósito de selecionar o sinal desejado (isto é, a estação desejada de rádio ou TV).
- *Filtragem*, necessária para separar o sinal desejado de outros sinais modulados que podem ser recebidos ao longo do caminho.
- *Amplificação*, necessária para compensar a perda de potência do sinal que ocorre ao longo da transmissão.

O *receptor super heterodino* é um tipo especial de receptor que implementa todas as três funções, particularmente as duas primeiras, de forma prática e elegante. Especificamente, ele sobrepõe a dificuldade de construir um filtro variável altamente seletivo em frequência. De fato, praticamente todo receptor de rádio e TV é construído baseado no super heterodino.

Basicamente, o receptor é constituído de uma seção de rádio frequência (RF), um mixer e um oscilador local, uma seção de frequência intermediária (FI), um demodulador e um amplificador de potência. Parâmetros típicos de receptores de rádio AM comerciais são listados na Tabela 3.2. (A tabela também inclui parâmetros de frequência correspondentes de receptores FM comerciais, para efeito de comparação. A teoria de modulação em frequência (FM) é apresentada no Capítulo 4.) A Fig. 3.27 mostra o diagrama em blocos de um receptor super heterodino para modulação em amplitude utilizando um detector de envelope para a demodulação.

A onda modulada em amplitude de entrada é recebida pela antena do receptor e amplificada na seção RF, sintonizada na frequência da portadora da onda de entrada. A combinação do mixer e do oscilador local (de frequência ajustável) fornece a função *heteródina*, pela qual o sinal de entrada é convertido para uma *frequência intermediária* previamente determinada, usualmente menor do que a frequência da portadora de entrada. Essa translação de frequência é obtida sem perturbar a relação das frequências laterais com a portadora. O resultado é a produção de uma portadora de frequência intermediária definida por

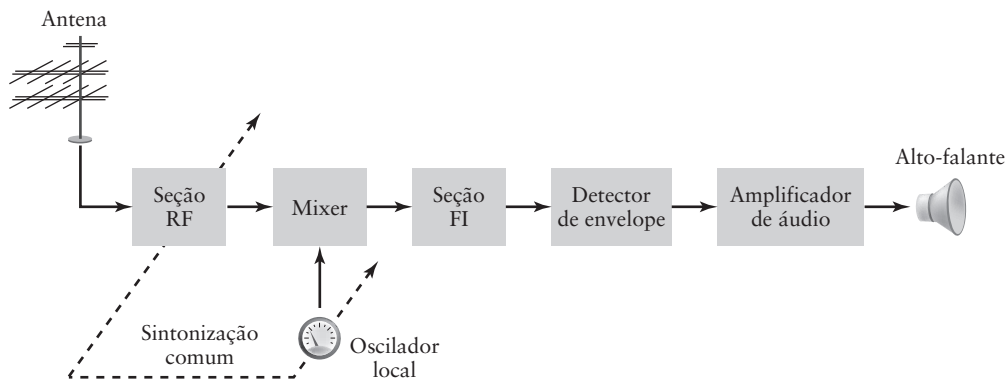


Figura 3.27 Elementos básicos de um rádio receptor AM do tipo superheterodino.

$$f_{FI} = f_{RF} - f_{LO} \tag{3.46}$$

na qual f_{LO} é a frequência do oscilador local e f_{RF} é a frequência da portadora do sinal RF de entrada. Referimos à f_{FI} como frequência intermediária (FI) porque o sinal não está nem na frequência de entrada original nem na frequência final banda base. A combinação do mixer com o oscilador local algumas vezes é chamada de *primeiro detector* e, nesse caso, o demodulador (detector de envelope da Fig. 3.27) é chamado de *segundo detector*.

A seção FI consiste de um ou mais estágios de amplificação sintonizada, com a largura de faixa necessária para o tipo particular de sinal que o receptor deve trabalhar. Esta seção fornece grande parte da amplificação e seletividade do receptor. A saída da seção FI é aplicada ao demodulador, com o propósito de recuperar o sinal banda base. Se a detecção coerente for utilizada, então a fonte do sinal coerente deve ser fornecida no receptor. A operação final no receptor é a amplificação de potência do sinal de mensagem recuperado.

Em um receptor super heterodino, o mixer irá desenvolver uma saída de frequência intermediária quando a frequência do sinal de entrada for maior ou menor do que a frequência do oscilador local, por um total igual à frequência intermediária. Ou seja, existem duas frequências de entrada – $|f_{LO} \pm f_{RF}|$, que resultarão na f_{LO} na saída do mixer. Isso introduz a possibilidade de recepção simultânea de dois sinais diferindo em frequência por duas vezes a frequência intermediária. Por exemplo, um receptor sintonizado para 1 MHz e tendo FI de 0,455 MHz é sujeito a uma interferência de imagem em 1,910 MHz. De fato, qualquer receptor com este valor de FI, quando sintonizado em qualquer estação, está sujeito a interferência de imagem para uma frequência de 0,910MHz maior do que a estação desejada. Como a função do mixer é produzir a diferença entre duas frequências aplicadas, ele é incapaz de distinguir entre o sinal desejado e sua imagem enquanto ele produz a saída FI de qualquer uma delas. A única solução prática para a supressão da interferência de imagem é construir estágios altamente seletivos na seção RF (isto é, entre a antena e o mixer), para favorecer o sinal desejado e discriminar o sinal de imagem indesejado. A efetividade da supressão da imagem de sinal indesejada aumenta quando o número de estágios seletivos na seção de rádio frequência aumenta e quando a relação do sinal intermediário de frequência aumenta.

TABELA 3.2 Parâmetros de frequência típicos de receptores de rádio AM e FM

| | Rádio AM | Rádio FM |
|--------------------------------------|-----------------|------------|
| Faixa da portadora RF | 0,535–1,605 MHz | 88–108 MHz |
| Frequência de meia-faixa da seção FI | 0,455 MHz | 10,7 MHz |
| Largura da faixa FI | 10 kHz | 200 kHz |

■ Sinais de televisão

A modulação de faixa lateral vestigial, discutida na Seção 3.7, possui um importante papel na televisão comercial. Os detalhes exatos do formato de modulação utilizados para transmitir o sinal de vídeo que caracterizam o sistema de TV são influenciados por dois fatores:

1. O sinal de vídeo exibe uma grande largura de faixa e um pequeno conteúdo de baixa frequência, o que sugere o uso de modulação de faixa lateral vestigial.
2. O circuito utilizado para a demodulação no receptor deve ser simples e, portanto, barato. Isto sugere o uso de detecção de envelope, o que requer a adição da portadora na onda modulada VSB.

Com relação ao ponto 1, entretanto, deve ser ressaltado que realmente existe o desejo básico de conservar a largura de faixa, na transmissão broadcasting de TV comercial, o sinal transmitido não é, exatamente, modulado em VSB. A razão é que os níveis de potência de transmissão são altos, o que significa que seria muito caro controlar rigidamente a filtragem das faixas laterais. Ao invés disso, um *filtro VSB* é inserido em cada receptor nos quais os níveis de potência são baixos. A performance total é a mesma de uma modulação de faixa lateral vestigial, exceto por alguma potência e largura de faixa desperdiçadas. Estas considerações são ilustradas na Fig. 3.28. Em particular, a Fig. 3.28(a) mostra o espectro idealizado de um sinal de TV transmitidos. A faixa lateral superior, 25% da faixa lateral inferior, e a portadora de vídeo são transmitidas. A resposta em frequência do filtro VSB utilizado para a formação do espectro necessário no receptor é mostrada na Fig. 3.28(b).

A largura de faixa do canal utilizado para a transmissão broadcasting de TV na América do Norte é de 6 MHz, como indicado na Fig. 3.28(b). Esta largura de faixa de canal não acomoda somente os requisitos de largura de faixa do sinal de vídeo modulado VSB, mas também o sinal de som que modula uma portadora própria. Os valores apresentados no eixo de frequências das Figs. 3.28(a) e 3.28(b) pertencem a um canal de TV específico. De acordo com a figura, a frequência da portadora de vídeo está em 55,25 MHz e a frequência da portadora de som está em 59,75 MHz. Note, entretanto, que o conteúdo de informação do sinal de TV está no espectro banda base, estendendo-se de 1,25 MHz abaixo da portadora de vídeo até 4,5 MHz acima dela.

Com relação ao ponto 2, a utilização da detecção de envelope (aplicada à onda modulada VSB acrescida pela portadora) produz uma *distorção da forma de onda* no sinal de vídeo recuperado na saída do detector. Como discutido no Exemplo 3.5, a distorção de forma de onda é produzida pela componente em quadratura da onda modulada VSB. Como ressaltado no exemplo, podemos reduzir a extensão da distorção da forma de onda reduzindo o percentual de modulação e minimizando a largura da faixa lateral vestigial.

■ Multiplexação por divisão em frequência

Outra importante operação de processamento de sinal em comunicações analógicas é a multiplexação, pela qual um número de sinais independentes pode ser combinado em um sinal composto adequado para a transmissão em um canal comum. Frequências de voz transmitidas em sistemas telefônicos, por exemplo, na faixa de 300 a 3100 Hz. Para transmitir um número destes sinais em um mesmo canal (isto é, cabo), os sinais devem ser mantidos separados, de tal forma que eles não interfiram uns com os outros e, portanto, possam ser separados no lado do receptor. Isto é feito separando os sinais na frequência ou no tempo. A técnica de separação dos sinais na frequência é chamada de *multiplexação por divisão na frequência* (FDM, do termo em inglês), enquanto que a técnica de separação dos sinais no tempo é chamada de *multiplexação por divisão no tempo* (TDM, do termo em inglês). Nesta seção iremos discutir a FDM. A discussão da TDM é deixada para o Capítulo 5.

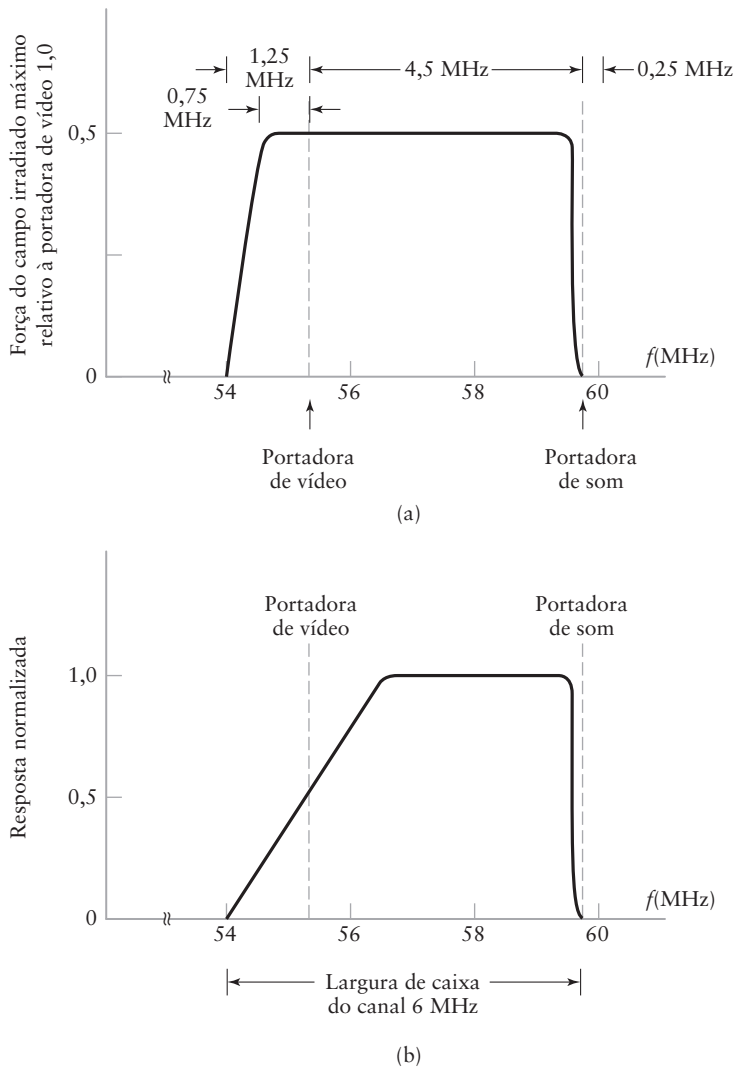


Figura 3.28 (a) Espectro em amplitude idealizado de um sinal de TV transmitido. (b) Resposta em amplitude de um filtro de formação VSB no receptor.

O diagrama em blocos do sistema FDM é mostrado na Fig. 3.29. Os sinais de mensagem de entrada são considerados como sendo do tipo passa-baixa, mas seus espectros não necessariamente possuem valores não nulos em todas as frequências até a frequência zero. Seguindo cada sinal de entrada, mostramos um filtro passa-baixa, o qual é projetado para remover componentes de alta frequência que não contribuem significativamente para a representação do sinal, mas que são capazes de perturbar outros sinais de mensagem que partilham o canal comum. Estes filtros passa-baixa são omitidos somente se os sinais de entrada são, inicialmente, suficientemente limitados em faixa. Os sinais de entrada são aplicados a moduladores que deslocam as faixas de frequência dos sinais, de forma a ocuparem intervalos de frequência mutuamente exclusivos. As frequências de portadora necessárias para executar estas translações de frequência são obtidas de uma fornecedora de portadora. Para a modulação, podemos utilizar qualquer um dos métodos descritos nas seções anteriores deste capítulo. Entretanto, em telefonia, o método mais amplamente utilizado de modulação na multiplexação por divisão em frequência é a modulação de faixa lateral úni-

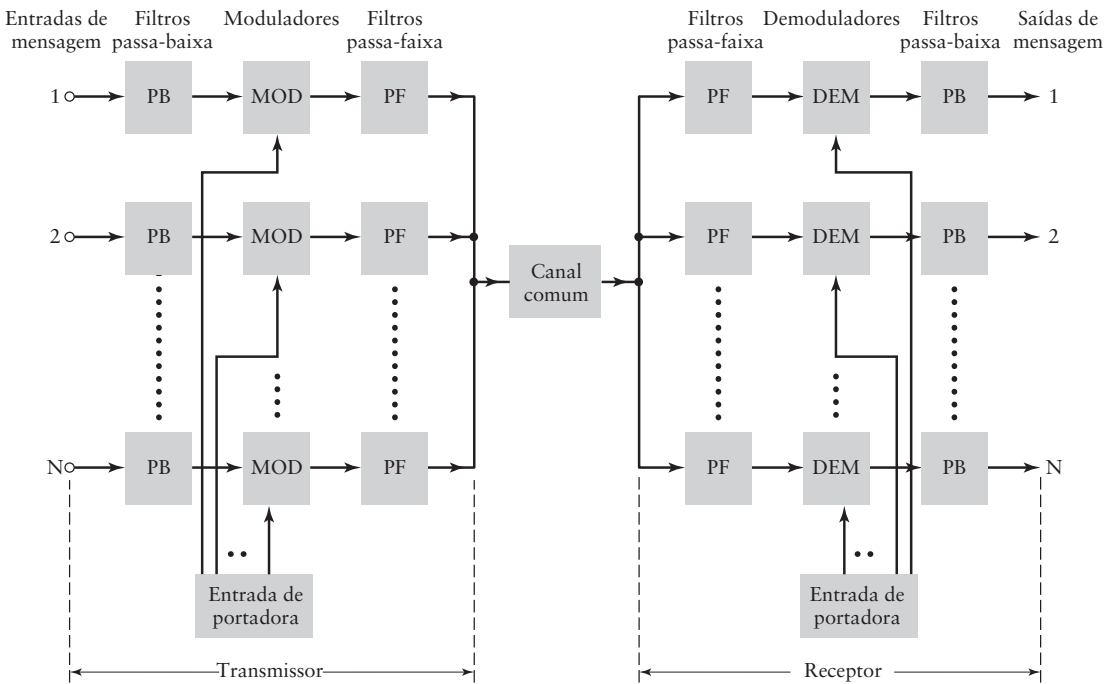


Figura 3.29 Diagrama em blocos de um sistema de multiplexação por divisão na frequência (FDM).

ca, o que, no caso dos sinais de voz, requer uma largura de faixa aproximadamente igual à do sinal de voz original. Na prática, para cada sinal de voz é geralmente associado uma largura de faixa de 4 kHz. Os filtros passa-faixa seguindo os moduladores são utilizados para restringir a faixa de cada onda modulada para sua faixa especificada. Os resultados da saída dos filtros passa-faixa são combinados em paralelo para formar a entrada do canal comum. No terminal receptor, um banco de filtros passa-faixa, com suas entradas conectadas em paralelo, é utilizado para separar os sinais de mensagem com base na ocupação de frequência. Note que o sistema FDM mostrado na Fig. 3.29 opera de forma unidirecional apenas. Para fornecer uma transmissão bidirecional, como no exemplo de telefonia, precisamos duplicar completamente o sistema de multiplexação, com os componentes conectados na ordem inversa e com as ondas de sinal indo da direita para a esquerda.

EXEMPLO 3.6 Passos de modulação em um sistema FGM de 60 canais

A implementação prática de um sistema FMG geralmente envolve vários passos de modulação e demodulação, como ilustrado na Fig. 3.30. O primeiro passo de multiplexação combina 12 entradas de voz em um *grupo básico*, o qual é formado tendo a *n-ésima* entrada modulada por uma portadora com frequência $f_c = 60 + 4n$ KHz, na qual $n = 1, 2, \dots, 12$. As faixas laterais inferiores são, então, selecionadas pela filtragem passa-faixa e combinadas para formar um grupo de 12 faixas laterais inferiores (uma para cada entrada de voz). Então, o grupo básico ocupa a faixa de frequência de 60-108 kHz. O passo seguinte na hierarquia FDM envolve a combinação de cinco grupos básicos em um *supergrupo*. Isto é realizado usando o *n-ésimo* grupo para modular a frequência de portadora $f_c = 372 + 48n$ kHz, na qual $n = 1, 2, \dots, 5$. Novamente, as faixas laterais são selecionadas pela filtragem e combinadas para formar o supergrupo na faixa de 312-552 kHz. Portanto, um supergrupo é projetado para acomodar 60 entradas de voz independentes. A razão para a formação do supergrupo desta forma é que filtros econômicos com as características desejadas são disponíveis somente para uma faixa limitada de frequência. De forma similar, supergrupos são combinados em *grupos masters* e grupos masters são combinados em *grupos muito grandes*.

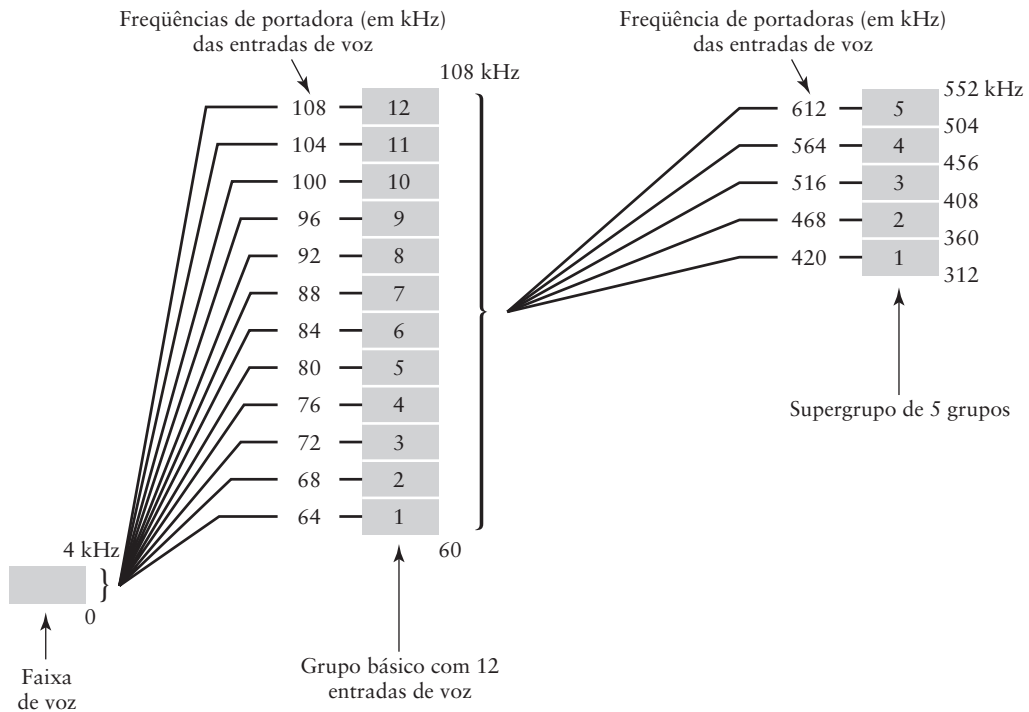


Figura 3.30 Ilustração dos passos de modulação em um sistema FDM.

3.10 RESUMO E DISCUSSÃO

Neste capítulo estudamos a família de amplitude em modulação, na qual a portadora é uma onda senoidal cuja amplitude é variada de acordo com o sinal de mensagem. O formato desta família de modulação analógica é generalizada pelo exemplo de onda modulada

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \quad (3.47)$$

na qual $m(t)$ é o sinal de mensagem e $A_c \cos(2\pi f_c t)$ é a portadora. A família de modulação em amplitude engloba quatro tipos de modulação de onda contínua, dependendo do conteúdo espectral da onda modulada. Os quatro tipos de modulação e seus méritos práticos são resumidos a seguir:

1. Modulação em amplitude (AM), na qual as faixas laterais superior e inferior são completamente transmitidas, acompanhadas pela onda portadora. A geração da onda AM pode ser realizada simplesmente utilizando um dispositivo não linear (por exemplo, um diodo) em um modulador de lei quadrática, por exemplo. Pelo mesmo motivo, a demodulação da onda AM é realizada de forma igualmente simples no receptor usando um detector de envelope, por exemplo. É por estas duas razões, geração simples e detecção simples, que a modulação em amplitude é amplamente utilizada na transmissão broadcasting de rádio AM, o que envolve um transmissor simples potente e vários receptores que são relativamente baratos de serem construídos.
2. Modulação por faixa lateral dupla – portadora suprimida (DSB-SC), definida pela Eq. (3.47), na qual apenas as faixas laterais superior e inferior são transmitidas. A supressão da onda portadora pela modulação DSB-SC requer menos potência do que o AM para transmitir o mesmo sinal de mensagem. Esta vantagem da modulação DSB-SC sobre a AM é, entretanto, paga pelo aumento da complexidade do receptor. A modulação DSB-SC é, portanto, adequada para a *comunicação ponto-*

a-ponto, envolvendo um transmissor e um receptor. Nesta forma de comunicação analógica, a potência transmitida é o prêmio e a utilização de um receptor complexo é, pois, justificável.

3. Modulação por faixa lateral única (SSB), na qual apenas a faixa lateral superior ou inferior é transmitida. Ela é ótima no sentido de requerer o mínimo de potência transmitida e o mínimo de largura de faixa de canal para o envio de um sinal de mensagem de um ponto a outro. Entretanto, a implementação do transmissor SSB impõe várias restrições ao conteúdo espectral do sinal de mensagem de entrada. Especificamente, ela requer a presença de um gap de baixa frequência ao redor da frequência zero, o que, por exemplo, é satisfeito por sinais de voz em comunicações telefônicas.
4. Modulação de faixa lateral vestigial, na qual uma faixa lateral é transmitida “quase” na totalidade além de um vestígio da outra faixa lateral, de forma complementar. A modulação VSB requer um canal com largura de faixa intermediária entre o requerido pelos sistemas SSB e DSB-SC, e a economia na largura de faixa pode ser significativa se os sinais modulantes tiverem larguras de faixa grandes, tal como no caso de sinais de televisão e dados digitais de alta velocidade.

Um comentário final é necessário. Apesar do desenvolvimento da família de modulação em amplitude ter sido motivado pela sua relevância direta em comunicações analógicas, vários aspectos da teoria desse ramo de modulação são aplicáveis às comunicações digitais. Por exemplo, o sinal de mensagem da Eq. (3.47) para a onda modulada $s(t)$ é restrito aos níveis -1 ou $+1$, representando o binário “0” e “1”, respectivamente. Então temos a forma básica de modulação digital chamada de chaveamento binário de fase (BPSK*), a ser discutido no Capítulo 7.

Problemas adicionais

3.17 Ao longo deste capítulo focamos em

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

como onda portadora senoidal. Suponha que escolhemos

$$c(t) = A_c \sin(2\pi f_c t)$$

como onda portadora senoidal. Para sermos consistentes, suponha que definimos, também,

$$m(t) = A_c \sin(2\pi f_m t)$$

(a) Calcule o espectro da nova definição de AM:

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)] \sin(2\pi f_c t)$$

na qual k_a é a sensibilidade de amplitude.

(b) Compare o resultado obtido na parte (a) com o estudado no Exemplo 3.1.

(c) Qual a diferença que a formulação neste problema resulta na formulação da teoria de modulação ilustrado no Exemplo 3.1?

3.18 Considere o sinal de mensagem

$$m(t) = 20 \cos(2\pi t) \text{ volts}$$

e onda portadora

$$c(t) = 50 \cos(100\pi t) \text{ volts}$$

(a) Trace a onda AM resultante para 75% de modulação.

(b) Determine a potência desenvolvida em uma carga de 100 ohms devido a esta onda AM.

* N. de T.: Do inglês, *binary phase-shift-keying*.

3.19 Usando o sinal de mensagem

$$m(t) = \frac{t}{1 + t^2}$$

determine e trace a onda modulação para modulação em amplitude cujos percentuais de modulação sejam:

- (a) 50%
- (b) 100%
- (c) 125%

3.20 Suponha que um dispositivo não linear está disponível, para o qual a corrente de saída i_o e a tensão de entrada v_i estão relacionados por:

$$i_o = a_1 v_i + a_3 v_i^3$$

na qual a_1 e a_3 são constantes. Explique como este dispositivo pode ser utilizado para fornecer a modulação em amplitude. Este dispositivo também pode ser utilizado para a demodulação? Justifique sua resposta.

3.21 Considere a onda modulada DSB-SC obtida pela utilização da onda modulante senoidal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

e onda portadora

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

O ângulo de fase ϕ , representando a diferença de fase entre $c(t)$ e $m(t)$ no tempo $t = 0$ é variável. Trace esta onda modulada para os seguintes valores de ϕ :

- (a) $\phi = 0$
- (b) $\phi = 45^\circ$
- (c) $\phi = 90^\circ$
- (d) $\phi = 135^\circ$

Comente seus resultados.

3.22 Dado o dispositivo não linear descrito no Problema 3.20, explique como ele pode ser utilizado para criar um modulador de produto.

3.23 Considere um sinal de mensagem $m(t)$ com o espectro mostrado na Fig. 3.31. A largura de faixa da mensagem é $W = 1\text{ kHz}$. Este sinal é aplicado a um modulador de produto, juntamente com a onda portadora $A_c \cos(2\pi f_c t)$, produzindo a onda modulada DSB-SC $s(t)$. Esta onda modulada é, a seguir, aplicada a um detector coerente. Assumindo sincronismo perfeito entre as ondas portadoras no transmissor e detector, determine o espectro da saída do detector quando: (a) a frequência da portadora é $f_c = 1,25\text{ kHz}$ e (b) a frequência da portadora é $f_c = 0,75\text{ kHz}$. Qual é a menor frequência da portadora para a qual cada componente da onda modulada $s(t)$ é unicamente determinada de $m(t)$?

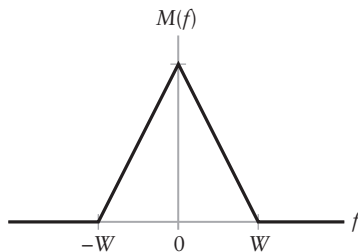


Figura 3.31 Problema 3.23.

3.24 Considere uma onda composta obtida pela adição de uma portadora não coerente $A_c \cos(2\pi f_c t + \phi)$ para a onda DSB-SC $\cos(2\pi f_c t)m(t)$. Esta onda composta é aplicada a um detector de envelope ideal. Determine a saída resultante do detector para

- (a) $\phi = 0$
- (b) $\phi \neq 0$ e $|m(t)| \ll A_c/2$

- 3.25 Uma onda DSB-SC é demodulada pela sua aplicação em um detector coerente.
- Calcule o efeito de um erro de frequência Δf na frequência portadora local do detector, medida com relação a frequência da portadora do sinal DSB-SC de entrada.
 - Para o caso de uma onda modulante senoidal, mostre que, devido a este erro de frequência, a onda demodulada exibe um batimento na frequência do erro. Ilustre sua resposta com o rascunho desta onda demodulada. (Um batimento se refere a um sinal cuja frequência é a diferença entre as frequências de dois sinais de entrada.)
- 3.26 Considere um pulso de amplitude A e duração T . Este pulso é aplicado a um modulador SSB, produzindo a onda modulada $s(t)$. Determine o envelope de $s(t)$ e mostre que este envelope exibe picos no começo e fim do pulso.
- 3.27 (a) Considere um sinal de mensagem $m(t)$ contendo componentes de frequência em 100, 200 e 400 Hz. Este sinal é aplicado a um modulador SSB juntamente com a portadora em 100 kHz, com apenas a faixa lateral superior transmitida. Em um detector coerente utilizado para recuperar $m(t)$, o oscilador local fornece a onda senoidal de frequência 100,02 kHz. Determine as componentes de frequência da saída do detector.
- (b) Repita sua análise assumindo que apenas a faixa lateral inferior é transmitida.
- 3.28 Ao longo deste capítulo, expressamos a onda portadora senoidal na forma

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

na qual A_c é a amplitude da portadora e f_c é a frequência da portadora. No Capítulo 7, trabalhando com técnicas de modulação passa-faixa digital, iremos descobrir uma forma mais conveniente de expressar a portadora na forma

$$c(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t)$$

na qual T_b é a duração alocada para a transmissão do símbolo 1 ou símbolo 0. Determine o valor da amplitude A_c da portadora para a energia em $c(t)$ por símbolo ser unitária.

Problemas avançados

- 3.29 Para um diodo de junção p-n, a corrente i e a tensão v ao longo do diodo são relacionadas por

$$i = I_0 \left[\exp\left(-\frac{v}{V_T}\right) - 1 \right]$$

na qual I_0 é a corrente de saturação reversa e V_T é a tensão térmica definida por

$$V_T = \frac{kT}{e}$$

na qual k é a constante de Boltzmann em joules por grau Kelvin, T é a temperatura absoluta em graus kelvin e e é a carga de um elétron. À temperatura ambiente, $V_T = 0,026$ volts.

- Expanda i como uma série de potência em v , mantendo os termos até v^3 .
- Seja

$$v = 0,01 \cos(2\pi f_m t) + 0,01 \cos(2\pi f_c t) \text{ volts}$$

na qual $f_m = 1$ kHz e $f_c = 100$ kHz. Determine o espectro da corrente i resultante no diodo.

- Especifique o filtro passa-faixa necessário para extrair da corrente do diodo uma onda AM com frequência de portadora f_c .
 - Qual é o percentual de modulação desta onda AM?
- 3.30 Considere o sistema multiplexado por portadora em quadratura da Fig. 3.17. O sinal multiplexado $s(t)$ produzido na saída do transmissor da parte $a(t)$ desta figura é aplicado a um canal de comunicação com função de transferência $H(f)$. A saída deste canal é, por sua vez, aplicada à entrada do receptor da parte (b) da Fig. 3.17. Prove que a condição

$$H(f_c + f) = H^*(f_c - f), \quad \text{para } 0 \leq f \leq W$$

é necessária para a recuperação dos sinais de mensagem $m_1(t)$ e $m_2(t)$ na saída do receptor. f_c é a frequência da portadora, W é a largura de faixa da mensagem. O asterisco em $H^*(f_c - f)$ representa o conjugado complexo.

Dica: Calcule o espectro das duas saídas do receptor.

- 3.31 (a) Seja $s_u(t)$ a onda SSB obtida pela transmissão da faixa lateral superior e $\hat{s}_u(t)$ sua transformada de Hilbert. Mostre que

$$m(t) = \frac{2}{A_c} [s_u(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_u(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

e

$$\hat{m}(t) = \frac{2}{A_c} [\hat{s}_u(t) \cos(2\pi f_c t) - s_u(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

na qual $m(t)$ é o sinal de mensagem, $\hat{m}(t)$ é sua transformada de Hilbert, f_c é a frequência da portadora e A_c é a amplitude da portadora.

- (b) Mostre que as equações correspondentes aos termos da onda SSB $s_l(t)$ obtida pela transmissão somente da faixa lateral inferior são

$$m(t) = \frac{2}{A_c} [s_l(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_l(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

e

$$\hat{m}(t) = \frac{2}{A_c} [s_l(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{s}_l(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

- (c) Utilizando os resultados de (a) e (b), construa um diagrama de blocos de um receptor para demodulação da onda SSB.

Dica: A transformada de Hilbert é definida no Problema 2.52, veja a nota de rodapé 4 desse capítulo.

- 3.32 Neste problema, iremos continuar a discussão da modulação VSB para o caso quando o vestígio da faixa lateral inferior é transmitido. A Fig. 3.24 mostra a resposta em frequência $H(f)$ do filtro formador de faixa lateral utilizado para gerar esta onda modulada. Em particular, queremos examinar a representação complexa deste filtro, representada por $\tilde{H}(f)$.

Sejam $H_I(f)$ e $H_Q(f)$ as componentes em fase e em quadratura de $\tilde{H}(f)$, respectivamente. Mostre que para todo o intervalo $-W \leq f \leq W$, temos

- (a) $H_I(f)$ representa todos os filtros passa-tudo, ou seja, a resposta em frequência do filtro é constante como mostrado por

$$H(f) = 1, \quad \text{para } -W \leq f \leq W$$

onde W é a largura de faixa da mensagem.

- (b) $H_Q(f)$ representa um filtro passa-baixa com resposta em frequência com simetria ímpar, descrito pelas três relações a seguir:

$$1. H_Q(-f) = -H_Q(f), \quad -W \leq f \leq W$$

$$2. H_Q(0) = 0$$

$$3. H_Q(f) = 1 \quad \text{para } f_v \leq f \leq W$$

onde f_v é a largura da faixa lateral vestigial.