



Universidade Federal do Pará  
Campus Universitário de Tucuruí  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
Disciplina de Laboratório de controle - 2023.2  
Turma: T03

Coordenador: Cleison Silva

Alunos:

Andrez Muller Miranda Barreto  
Matrícula: 201833940007

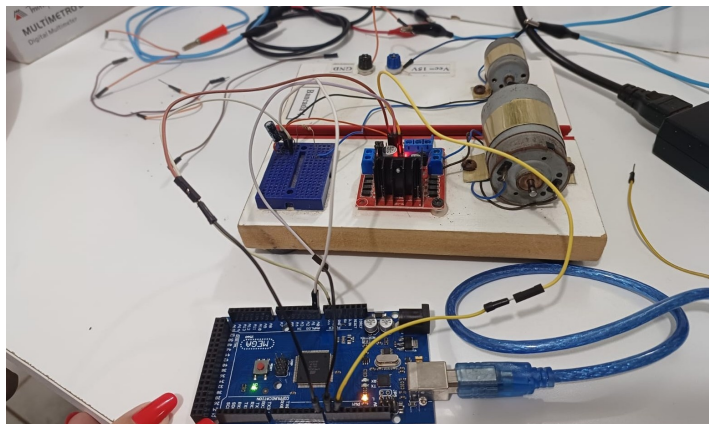
Oséias Dias de Farias  
Matrícula: 201733940002

Thalia Damasceno Barroso  
Matrícula: 201633940040

---

## Projeto de controladores P e PI para Planta (Motor Gerador) de primeira ordem em torno de um ponto de operação

Figura 1 - Bancada Motor/Gerador.



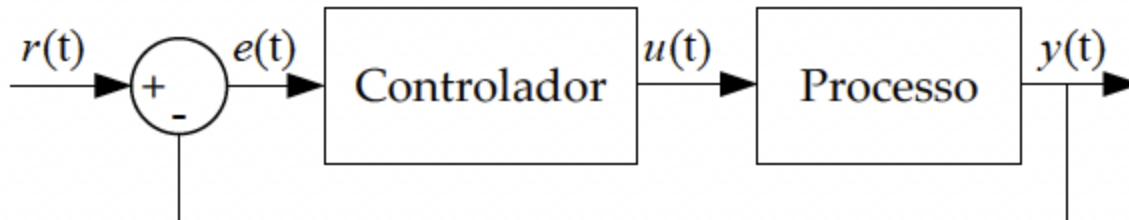
Fonte - Autor.

## Sistema de Controle em Malha Fechada

O diagrama de blocos abaixo, ilustra o esquema básico de sistemas de controle em malha fechada com realimentação negativa. No esquema, destaca-se 4 sinais principais: o sinal de referência  $r(t)$ , o sinal de erro de controle  $e(t)$ , o sinal de controle  $u(t)$  e o sinal de saída  $y(t)$ .

Tem-se também, dois sistemas em destaque, o **processo**, representando a dinâmica a ser controlada e o **controlador**.

Nesse experimento, o objetivo é realizar o projeto, simulação e implementação dos controladores Proporcional (P) e Proporcional-Integral (PI) para a bancada Motor-gerador.



## Projeto Controlador Proporcional

Considera-se que o processo a ser controlado pode ser aproximado por uma sistema de primeira ordem. Ainda que saibamos que a bancada é formada de pelo menos três dinâmicas de primeira ordem em cascata (Motor + Gerador + Filtro RC).

A Função de Transferência de Malha Aberta ("Processo") do sistema Motor-Gerador sendo de primeira ordem:

$$G(s) = \frac{K_m}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Admita que  $G_c(s)$  representa a função de transferência do controlador. Em malha fechada, representado por,  $H(s)$ , é

$$H(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \quad (2)$$

Considerando  $G_c(s) = K_p$ , a Função de Transferência de Malha Fechada, com controlador proporcional, é:

$$H(s) = \frac{K_p G(s)}{1 + K_p G(s)} \quad (3)$$

Substituindo  $G(s)$  em  $H(s)$ , ou seja, (1) em (2):

$$H(s) = \frac{\frac{K_p K_m}{1 + K_p K_m}}{\frac{\tau}{1 + K_p K_m} s + 1} \quad (4)$$

Observa-se que, tanto o ganho quanto a constante de tempo do sistema em malha fechada são funções do ganho proporcional do controlador. Isso permite projetar o ganho do controlador ( $K_p$ ) de tal forma que o sistema em MF responda a fim de atender critérios de desempenho especificados.

[A biblioteca em python de sistemas de controle pode ser acessa aqui!](#)

Por exemplo, é possível projetar o ganho do controlador ( $K_p$ ) com o objetivo de tornar a resposta do sistema em MF "mais" rápida. No entanto, considere as seguintes observações:

1. Resposta mais rápida, implica que a constante de tempo do sistema em MF deve ser menor do que a constante de tempo em MA. O quanto menor ?

**\*Deve ser menor levando em consideração o que se deseja, ou seja é o projetista quem define, no entanto, deve-se levar em consideração que sistemas reais saturam, logo, haverá um limite para o quanto menor será a constante de tempo em Malha Fechada em relação ao Malha Aberta.\***

2. O  $K_p$  também altera o ganho DC do sistema em MF.

**\*Sim, isso pode ser observado pela equação (4), em que o ganho em MF é dependente do ganho do controlador assim como sua constante de tempo  $\tau$ .\***

3. O controlador proporcional não altera o tipo do sistema. Se o sistema em MA for do tipo 0, o sistema em malha fechada com controlador proporcional permanece sendo do tipo ZERO. Explique.

**\*O controlador Proporcional não possui polos ou zeros, assim sendo, o sistema não se modifica em relação a sua estrutura.\***

4. O erro em regime permanente para sistema do Tipo 0, com controlador proporcional, é não nulo. Explique.

**\*Sistemas tipo 0 tem por característica possuir erro não nulo em regime permanente, é como explicado no item anterior, o controlador proporcional não afeta a estrutura da planta, sendo assim, o erro do sistema com o controlador Proporcional nunca será nulo \***

Para fins de simulação, vamos considerar os seguintes parâmetros para o sistema em MA:  $K_m = 0.2$  e  $\tau = 0.3$ .

Desse forma, vamos adotar como especificações de desempenho de MF, os seguintes critérios:

1. Constante de tempo de MF ser 70% da constante de malha aberta.

$$\tau_{MF} = 0,7\tau$$

Substituindo em (4), tem-se:

$$\frac{7}{10} = \frac{1}{1 + K_p K_m}$$

$$K_p = \frac{\left(\frac{10}{7} - 1\right)}{K_m} = 2.1428$$

Ganho DC do sistema em Malha fechada com controlador proporcional

$$\text{Ganho DC:} = \frac{K_p K_m}{1 + K_p K_m}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{0.090833}{1 + K_p \cdot 0.18666}$$

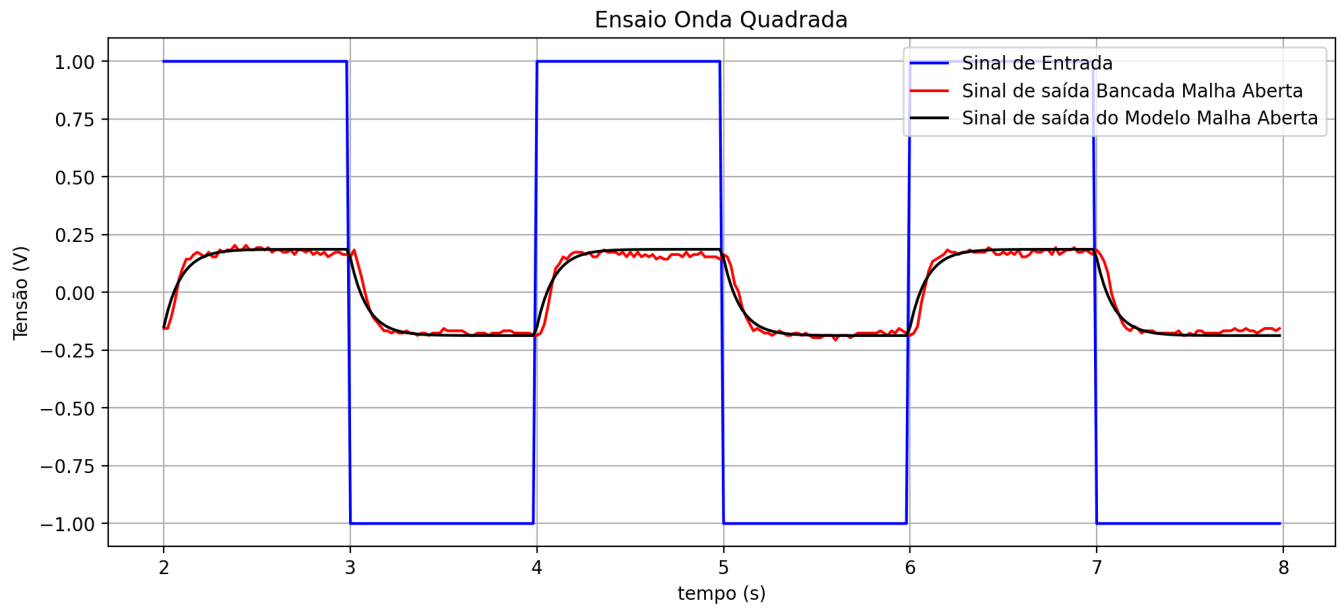
Ganho Proporcional: 2.296000367360059

Ganho DC: 0.3

## Simulação do Sistema em Malha Fechada

Dados do ensaio

```
array([[0.   , 8.5 , 0.   ],
       [0.02, 8.5 , 0.   ],
       [0.04, 8.5 , 0.   ],
       ...,
       [7.94, 6.5 , 2.11],
       [7.96, 6.5 , 2.1 ],
       [7.98, 6.5 , 2.11]])
```

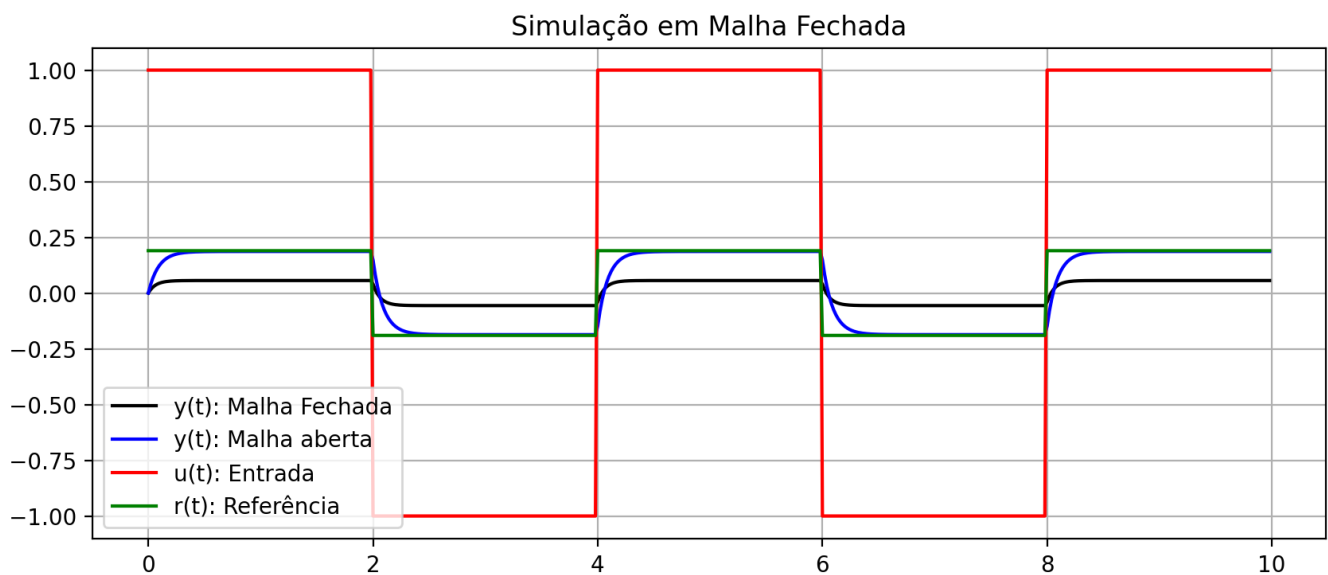


Sistema em Malha Aberta:

$$\frac{0.1867}{0.09083 s + 1}$$

Sistema em Malha Fechada:

$$\frac{0.42}{0.09083 s + 1.42}$$



## Exercício de Fixação

Analise a resposta do sistema em malha fechada com o controlador proporcional e responda:

1. A resposta do sistema em malha fechada é mais rápida do que a resposta em malha aberta? Explique.

**\*Sim, já que o ganho do controlador Proporcional influencia tanto o ganho do sistema em malha fechada quanto a constante de tempo em malha fechada, isso é observado na equação (4).\***

2. A medida que o ganho  $K_p$  assume valores elevados, o polo de malha fechada se afasta do eixo imaginário, no plano complexo. Verdadeiro ou Falso? Explique.

**\*Sim, ao analisar o LGR do sistema, podemos observar que o polo em malha fechada pode assumir valores desde o polo em malha aberta até  $-\infty$ .\***

3. O erro em regime permanente está elevado. Sem substituir o tipo de controlador, o que poderia ser alterado (e como) a fim de reduzir o erro em regime permanente? Explique quais consequências são esperadas com essa medida.

**\*Usando o controlador Proporcional, pode-se alterar, aumentando, o valor do ganho do controlador para a fim de reduzir o erro em regime do sistema\***

## Sinal de Controle

Em simulação, pode-se admitir valores elevados para o ganho do controlador, com a finalidade de reduzir o erro em regime permanente. No entanto, quanto maior o valor de  $K_p$ , maior será a magnitude do sinal de controle.

Deve-se lembrar que a bancada é alimentada por uma fonte de tensão finita. Logo a magnitude do sinal de controle não deve ser superior a tensão de alimentação da bancada Motor-Gerador.

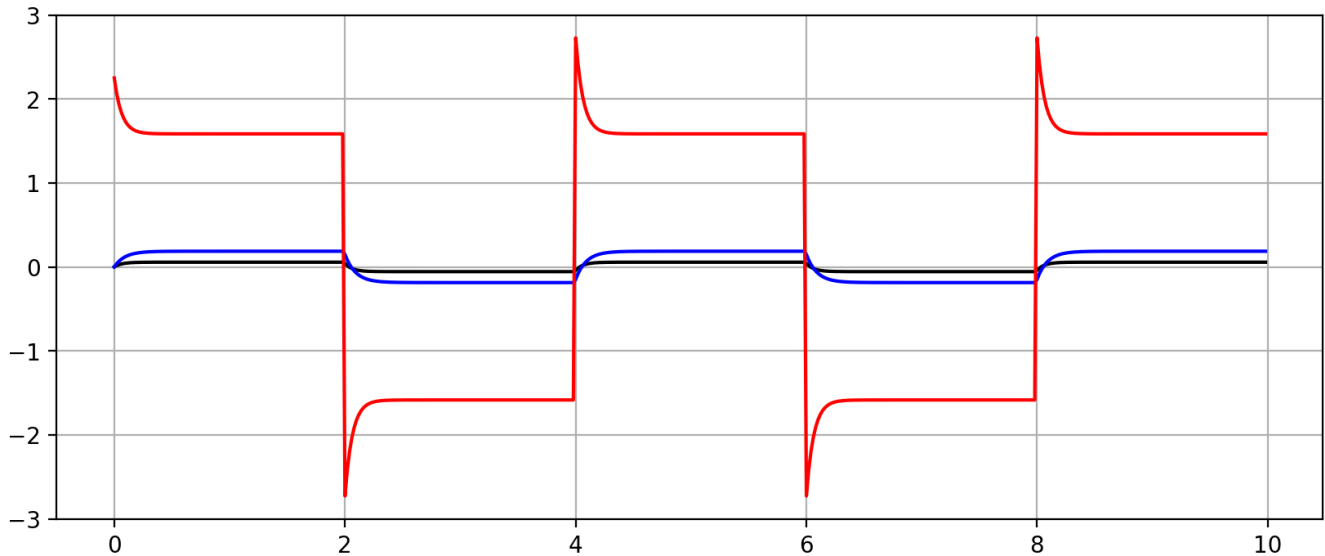
Para simular o sistema em MF e obter na saída o sinal de controle, deve-se criar um sistema com essa finalidade.

A função *feedback* (*sys1*, *sys2*, *sign* = -1) admite:

1. O *sys1* função de transferencia de Malha Direta;
2. O *sys2* função de transferencia de Realimentação;
3. O *sign* sinal da realimentação, para controle deve ser *sign* = -1.

Sendo assim, faz-se:

1. *sys1* igual a  $G_c(s)$
2. *sys2* igual a  $G(s)$



## Lugar Geométrico das Raízes - LGR

Considere  $G(s)$  a função de transferência de malha direta em cascata com o controlador  $K$ , com realimentação unitária e negativa. Em malha fechada, tem-se:

$$H(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

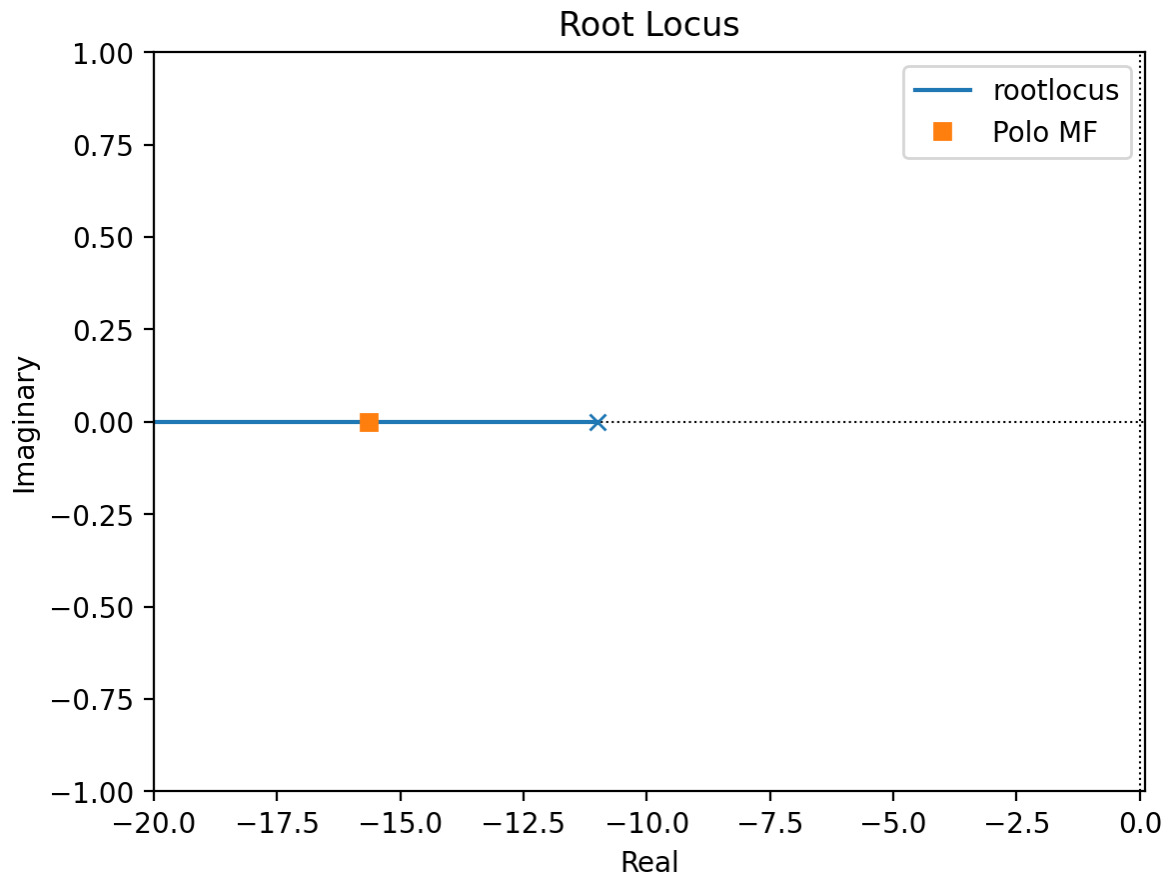
O LGR corresponde a todos os pontos no plano complexo que as raízes do polinômio do denominador de  $H(s)$  pode assumir quando o ganho  $K$  varia de zero a infinito. Sendo assim, tem-se:

$$1 + KG(s) = 0. \quad (A)$$

Para valores de  $K$  positivos, a equação (A) impõe duas restrições sobre o LGR, são elas:

1.  $\angle G(s) = (2\ell + 1)180^\circ$ , para  $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

2. O ganho  $K = \frac{1}{|G(s)|}$



## Projeto do Controlador PI

Função de Transferência de malha aberta:

$$G(s) = \frac{K_m}{\tau s + 1} = \frac{Kb}{s + b} \quad (A)$$

Em que,  $K = K_m$  e  $b = \frac{1}{\tau}$

Função de Transferência de Controlador PI:

$$G_c(s) = \frac{K_c(s + a)}{s} \quad (B)$$

Em malha fechada:

$$H(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \quad (C)$$

Substituindo (A) e (B) e (C), tem-se



$$\frac{\frac{K_c(s+a)}{s} \frac{Kb}{s+b}}{1 + \frac{K_c(s+a)}{s} \frac{Kb}{s+b}}$$

Resulta em,

$$H(s) = \frac{K_c Kb(s+a)}{s(s+b) + K_c Kb(s+a)}$$

$$H(s) = \frac{K_c Kb(s+a)}{s^2 + (b + K_c Kb)s + K_c Kba} \quad (D)$$

Com o controlador PI na malha, o tipo do sistema passa a ser Tipo 1 (erro em regime permanente nulo para entrada degrau).

Os parâmetros  $K$  e  $b$  são conhecidos a partir do modelo do sistema em malha aberta.

Um abordagem para o projeto do controlador PI consiste em comparar a função de transferência em (D) com uma função de transferência padronizada de referência.

$$H_{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (E)$$

em que os polos são parametrizados por  $\zeta$  e  $\omega_n$ .

Assim, as especificações de desempenho do sistema em malha fechada podem ser traduzidas em valores de  $\zeta$  e  $\omega_n$ . Tal que,

1. **Ultrapassagem percentual (%UP):**

$$\%UP = 100 \times e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \zeta = \frac{-\ln(\%UP/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%UP/100)}}$$

2. **Instante de pico:**

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

em que  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ .

3. **Tempo de assentamento:** Instante em que a resposta do sistema alcança e permanece dentro da faixa de 2% em torno do valor de regime permanente.

$$T_s = \frac{4}{\sigma}$$

Para o critério de 1%, considere,

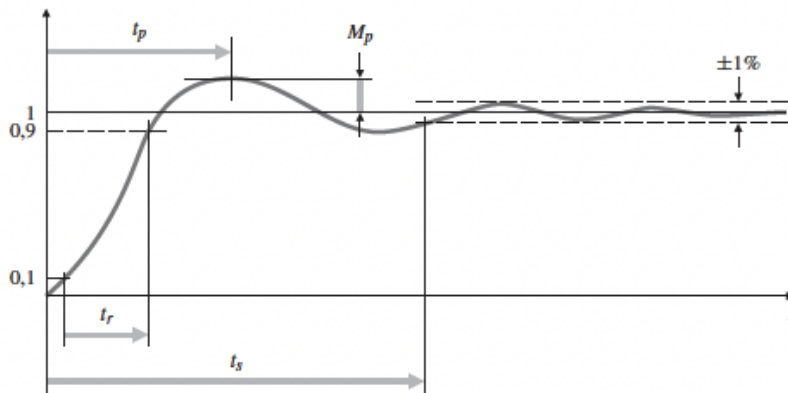
$$T_s = \frac{4,6}{\sigma}$$

em que  $\sigma = \zeta\omega_n$ .

1. **Tempo de subida:** tempo necessário para que a forma de onda vá de 0.1 a 0.9 do valor final.

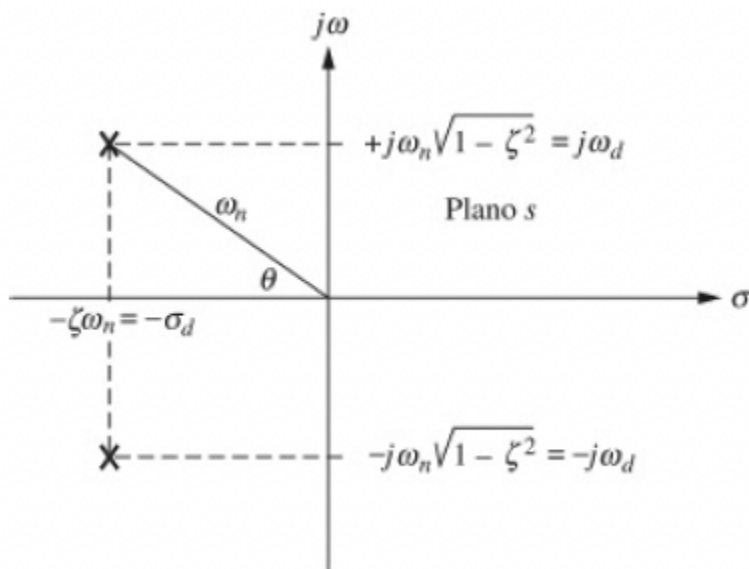
$$T_r \approx \frac{1,8}{\omega_n}$$

A Figura (retirado do Franklin and Powell) ilustra a resposta de um sistema de segunda ordem subamortecido. Com destaque para as especificações de desempenho.



**Figura 3.22** Definição do tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$  e sobressinal  $M_p$ .

Plano Complexo, com destaque para a localização de um par de polos complexos conjugados, parametrizados por  $\zeta$  e  $\omega_n$ .



Fator de amortecimento: 0.6901067305598217

Frequencia natural: 10.53855432887542

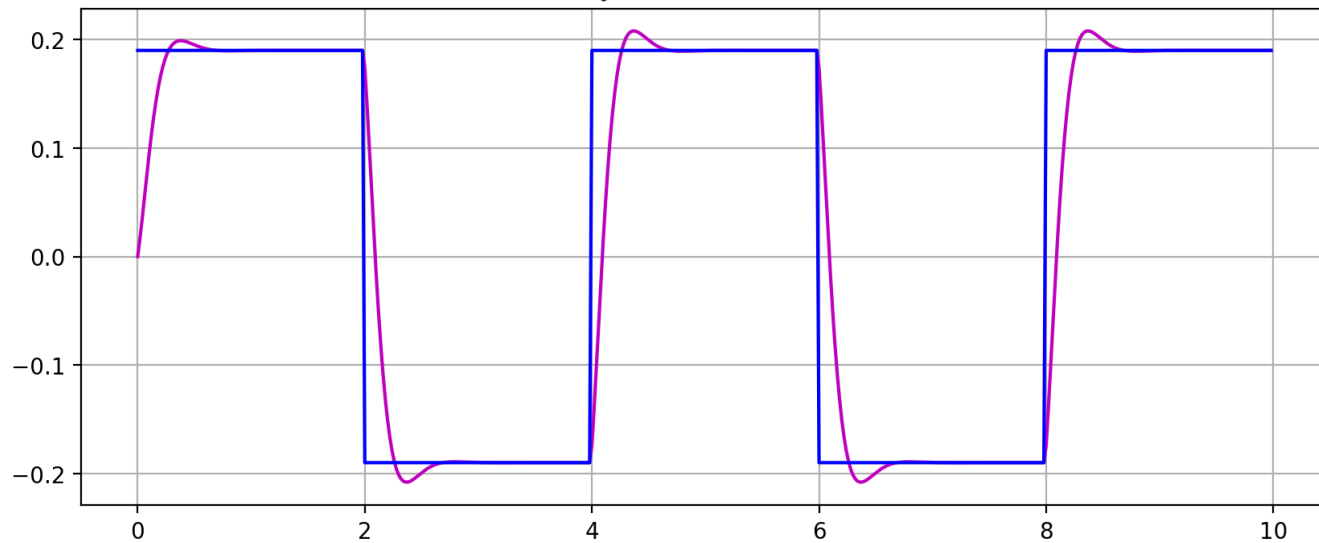
Ganho do Controlador PI:

1.8675535786992399

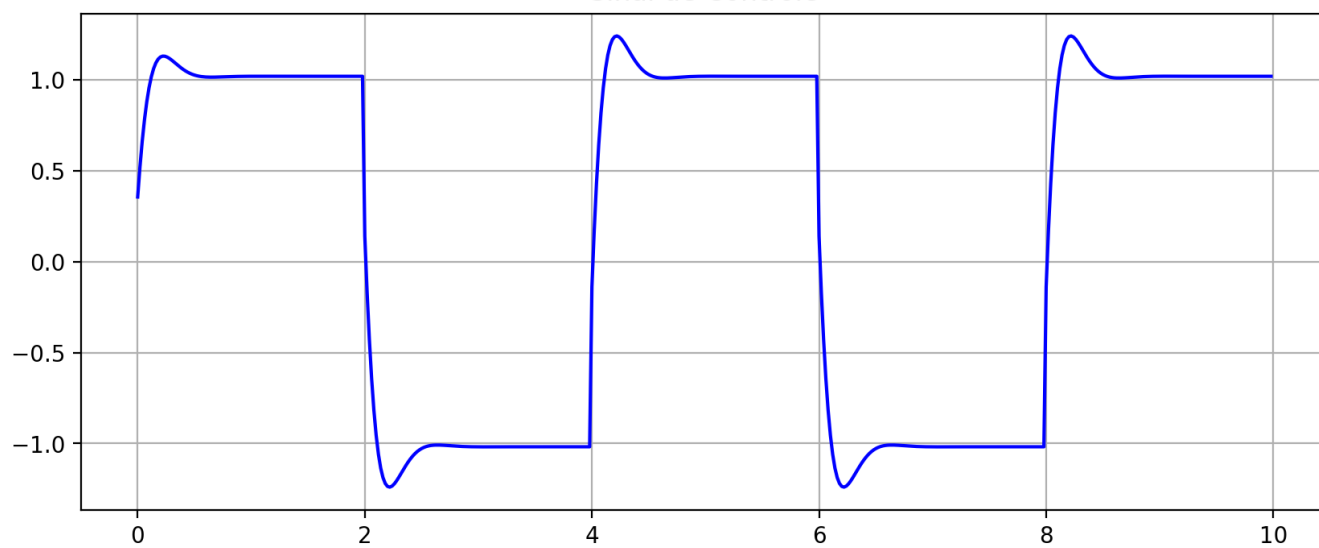
Zero do PI:

28.72750603460205

Simulação em Malha Fechada

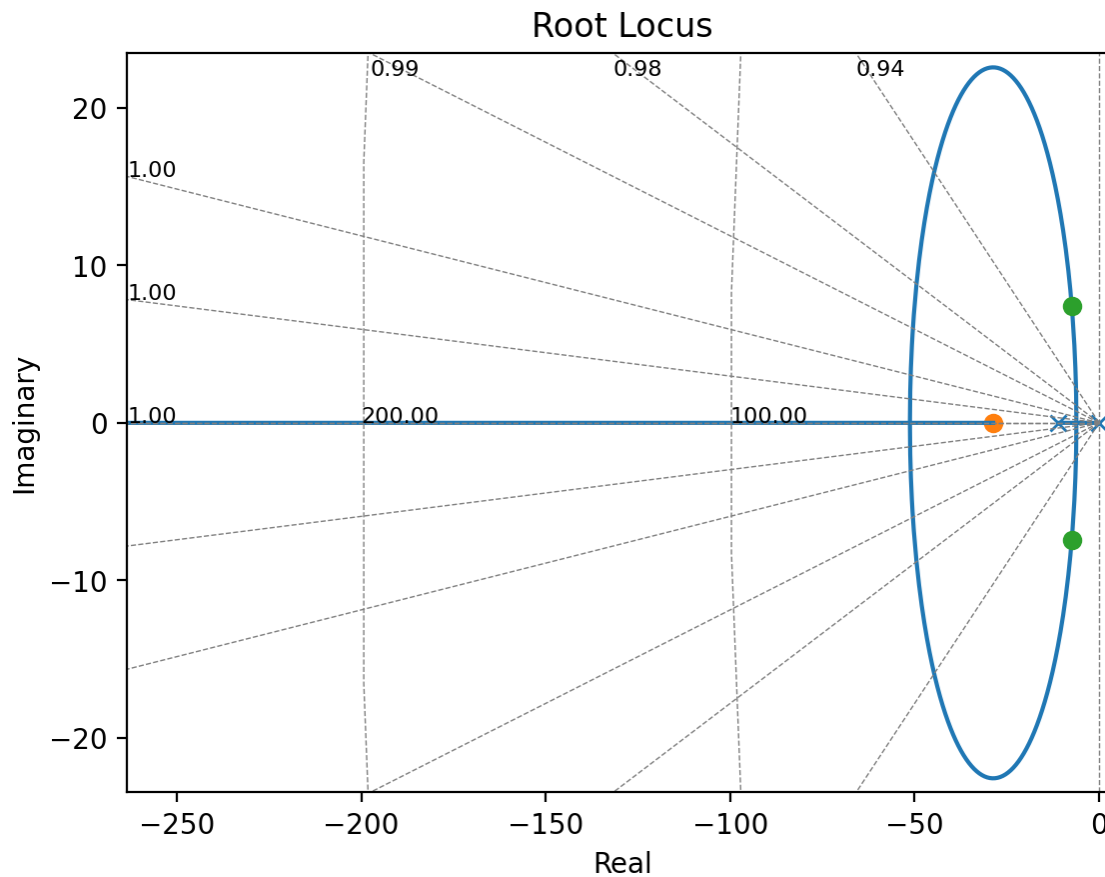


Sinal de Controle



Polos de MF:

$[-7.4235 + 7.42574224j \quad -7.4235 - 7.42574224j]$



Freq Natural:

[10.5 10.5]

Fator de Amortecimento:

[0.707 0.707]

Função de Transferência:

2.404 z - 1.331

-----

z - 1

dt = 0.02

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{b_0 z + b_1}{z - 1} \frac{z^{-1}}{z^{-1}}$$

Equação de Diferenças:

$$u(k) = u(k - 1) + b_0 e(k) + b_1 e(k - 1)$$

$$u(k) = u(k - 1) + 2,404e(k) - 1,331e(k - 1)$$

Implementação em Python

16.828  
24.339  
31.85  
39.361  
46.87199999999999  
54.38299999999999  
61.893999999999984  
69.40499999999997  
76.91599999999997  
84.42699999999996  
91.93799999999996  
99.44899999999996  
106.95999999999995  
114.47099999999995  
121.98199999999994  
129.49299999999994  
137.00399999999993  
144.51499999999993  
152.02599999999993  
159.53699999999992

## Conclusão

Portanto, foi possível projetar os controladores Proporcional e Proporcional Integral para a planta identificada, além disso, plotou-se os gráficos do sinal de saída e de controle para ambos os controladores, a resposta do sistema em malha fechada para o controlador Proporcional manteve as características do sistema, alterando apenas a constante de tempo e o ganho, sem zerar o erro em regime permanente, já a resposta do controlador PI zerou o erro em regime permanente além de alterar o  $K$  e o  $\tau$  do sistema.