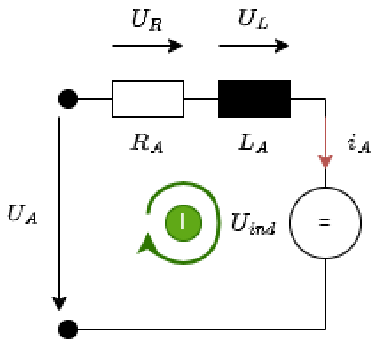
Hausübung 23- Motor mit IR-Kompensation

Aufgabe a)

Herleitung der Differentialgleichung für die Motorwinkelgeschwindigkeit ohne IR-Kompensation, aber für zeitlich veränderliches Lastmoment:



Maschen- / Ankerkreisgleichung

$$(I)\ U_A = U_R + U_L + U_{ind}$$

es gilt:

$$U_R = R_A \cdot i_A$$
$$U_L = L_A \cdot \frac{di_A(t)}{dt}$$

und gemäß (2) @ p.35

$$U_{ind} = \psi \cdot \omega$$

somit gilt für (I):

$$U_A = R_A \cdot i_A + L_A \cdot \frac{di_A(t)}{dt} + \psi \cdot \omega$$

gemäß (3) @ p.35

$$i_A = \frac{M_M}{\psi}$$

Zusammenhang Motormoment und Last- & Trägheitsmoment gemäß Kap 3.3.0 (p.46)

$$M_M = M_L + M_T = M_L(t) + J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

somit gilt für i_A

$$i_A = \frac{M_L(t)}{\psi} + \frac{J}{\psi} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

somit gilt für (I):

$$U_A = R_A \cdot \left(\frac{M_L(t)}{\psi} + \frac{J}{\psi} \cdot \frac{d\omega}{dt}\right) + L_A \cdot \frac{d\left(\frac{M_L(t)}{\psi} + \frac{J}{\psi} \cdot \frac{d\omega}{dt}\right)(t)}{dt} + \psi \cdot \omega$$

umformen

$$(10)\ U_A = \frac{L_A}{\psi} \cdot \frac{dM_L(t)}{dt} + \frac{L_A \cdot J}{\psi} \cdot \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_A}{\psi} \cdot M_L(t) + \frac{R_A \cdot J}{\psi} \cdot \frac{d\omega}{dt} + \psi \cdot \omega$$

Abbildung 1: Herleitung der Differentialgleichung für Motorwinkelgeschwindigkeit ohne IR-Kompensation, aber für zeitlich veränderliches Lastmoment

Aufgabe b)

Darstellung der Differentialgleichung für die IR-Kompensation in Normal-Form:

$$(I)\ U_A = \frac{L_A}{\psi}\cdot\frac{dM_L(t)}{dt} + \frac{L_A\cdot J}{\psi}\cdot\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_A}{\psi}\cdot M_L(t) + \frac{R_A\cdot J}{\psi}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \psi\cdot\omega$$

für die IR-Kompensation gilt:

$$U_A = U_{A0} + k\cdot i_A$$

und für i_A gilt

$$i_A = \frac{M_L(t)}{\psi} + \frac{J}{\psi}\cdot\frac{d\omega}{dt}$$

somit gilt für (I):

$$U_{A0} + k\cdot\left(\frac{M_L(t)}{\psi} + \frac{J}{\psi}\cdot\frac{d\omega}{dt}\right) = \frac{L_A}{\psi}\cdot\frac{dM_L(t)}{dt} + \frac{L_A\cdot J}{\psi}\cdot\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_A}{\psi}\cdot M_L(t) + \frac{R_A\cdot J}{\psi}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \psi\cdot\omega$$

mit $\cdot\frac{\psi}{L_A\cdot J}$ um $\frac{d^2\omega}{dt^2}$ vorfaktorfrei zu bekommen

$$\frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot U_{A0} + k\cdot\frac{\cancel{\psi}}{L_A\cdot J}\cdot\frac{M_L(t)}{\cancel{\psi}} + k\cdot\frac{\cancel{\psi}}{L_A\cdot\cancel{J}}\cdot\frac{\cancel{J}}{\cancel{\psi}}\cdot\frac{d\omega}{dt} = \frac{\cancel{\psi}}{\cancel{L_A}\cdot J}\cdot\frac{\cancel{L_A}}{\cancel{\psi}}\cdot\frac{dM_L(t)}{dt} + \frac{\cancel{\psi}}{\cancel{L_A\cdot J}}\cdot\frac{\cancel{L_A\cdot J}}{\cancel{\psi}}\cdot\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{\cancel{\psi}}{L_A\cdot J}\cdot\frac{R_A}{\cancel{\psi}}\cdot M_L(t) + \frac{\cancel{\psi}}{L_A\cdot\cancel{J}}\cdot\frac{R_A\cdot\cancel{J}}{\cancel{\psi}}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot\psi\cdot\omega$$

$$\frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot U_{A0} + k\cdot\frac{M_L(t)}{L_A\cdot J} + k\cdot\frac{1}{L_A}\cdot\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\cdot\frac{dM_L(t)}{dt} + \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_A}{L_A\cdot J}\cdot M_L(t) + \frac{R_A}{L_A}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{\psi^2}{L_A\cdot J}\cdot\omega$$

umformen

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_A}{L_A}\cdot\frac{d\omega}{dt} - k\cdot\frac{1}{L_A}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{\psi^2}{L_A\cdot J}\cdot\omega = \frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot U_{A0} - \frac{R_A}{L_A\cdot J}\cdot M_L(t) + k\cdot\frac{M_L(t)}{L_A\cdot J} - \frac{1}{J}\cdot\frac{dM_L(t)}{dt}$$

mit $\frac{d^2\omega}{dt^2} = \ddot{\omega}$ & $\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$

$$(12.1)\ \ddot{\omega} + \frac{R_A - k}{L_A}\cdot\dot{\omega} + \frac{\psi^2}{L_A\cdot J}\cdot\omega = \frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot U_{A0} - \left(\frac{(R_A - k)}{L_A\cdot J}\cdot M_L + \frac{1}{J}\cdot\frac{dM_L}{dt}\right)$$

Abbildung 2: Darstellung der Differentialgleichung für die IR-Kompensation in Normal-Form

Aufgabe c)

Welches System stellt die linke Seite der DGL dar:

Störfunktion

$$(12.1)\ \ddot{\omega} + \frac{R_A - k}{L_A}\cdot\dot{\omega} + \frac{\psi^2}{L_A\cdot J}\cdot\omega = \frac{\psi}{L_A\cdot J}\cdot U_{A0} - \left(\frac{(R_A - k)}{L_A\cdot J}\cdot M_L + \frac{1}{J}\cdot\frac{dM_L}{dt}\right)$$

$\updownarrow$

homogene lineare gewöhnliche DGL
$\downarrow$
linear gedämpfte Schwingung

$\longleftrightarrow$

$$\ddot{x} + 2\cdot\delta\cdot\dot{x} + \omega_0^2\cdot x = 0$$

Systemeigenschaft

Verhalten Winkelgeschwindigkeit ω

$\downarrow$

$\rightarrow$ Verhalten Ankerspannung U_A
(aufgrund Verhältnis $\omega = \frac{U_A}{\psi} - \frac{R_A}{\psi^2}\cdot M_M$)

$\rightarrow$ Verhalten Drehzahl n
(aufgrund Verhältnis $n = \frac{60}{2\cdot\pi}\cdot\omega$)

Abbildung 3: Linke Seite der DGL

Aufgabe d)

Welcher Größe entspricht dem Faktor k1:

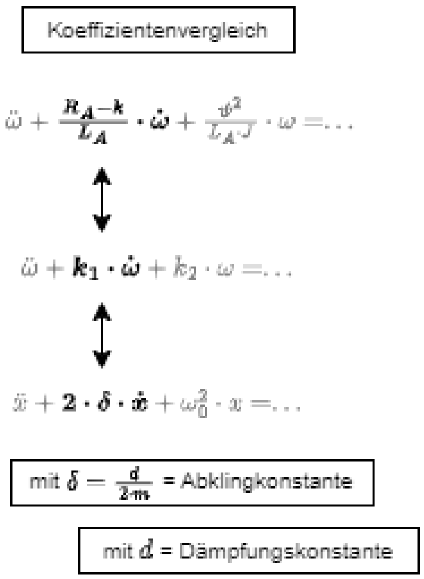


Abbildung 4: Größe Faktor k1

Aufgabe e)

Mit k = R_A wird k1 = 0. Was bedeutet das für das Systemverhalten:

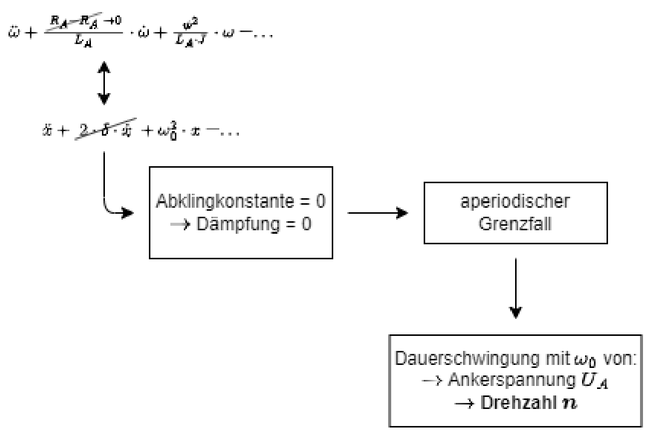


Abbildung 5: Systemverhalten bei k1 = 0

Aufgabe f)

Welcher Größe entspricht dem Faktor k2:

Koeffizientenvergleich

$$\ddot{\omega} + \frac{R_A - k}{L_A} \cdot \dot{\omega} + \frac{\psi^2}{L_A \cdot J} \cdot \omega = \ldots$$

$$\updownarrow$$

$$\ddot{\omega} + k_1 \cdot \dot{\omega} + k_2 \cdot \omega = \ldots$$

$$\updownarrow$$

$$\ddot{x} + 2 \cdot \delta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = \ldots$$

mit ω_0 = ungedämpfte Eigenkreisfrequenz

Abbildung 6: Größe Faktor k2

Aufgabe g)

Überführung der Differentialgleichung 2. Ordnung in zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$(12.1)\ \ddot{\omega} + \frac{R_A - k}{L_A} \cdot \dot{\omega} + \frac{\psi^2}{L_A \cdot J} \cdot \omega = \frac{\psi}{L_A \cdot J} \cdot U_{A0} - \left(\frac{(R_A - k)}{L_A \cdot J} \cdot M_L + \frac{1}{J} \cdot \frac{dM_L}{dt}\right)$$

Substitution:
$\ddot{\omega} = \dot{\alpha} \rightarrow \dot{\omega} = \alpha$

$$\dot{\alpha} + \frac{R_A - k}{L_A} \cdot \alpha + \frac{\psi^2}{L_A \cdot J} \cdot \omega = \frac{\psi}{L_A \cdot J} \cdot U_{A0} - \left(\frac{(R_A - k)}{L_A \cdot J} \cdot M_L + \frac{1}{J} \cdot \frac{dM_L}{dt}\right)$$

es folgt:

$$(I)\ \dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \underbrace{-\frac{R_A - k}{L_A}}_{k_1} \cdot \alpha \underbrace{- \frac{\psi^2}{L_A \cdot J}}_{k_2} \cdot \omega + \underbrace{\frac{\psi}{L_A \cdot J} \cdot U_{A0} - \left(\frac{(R_A - k)}{L_A \cdot J} \cdot M_L + \frac{1}{J} \cdot \frac{dM_L}{dt}\right)}_{R}$$

$$(II)\ \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \alpha$$

Abbildung 7: Überführung DGL 2. Ordnung in 2x DGL 1. Ordnung

Aufgabe h)

m-File IR_Comp.m:

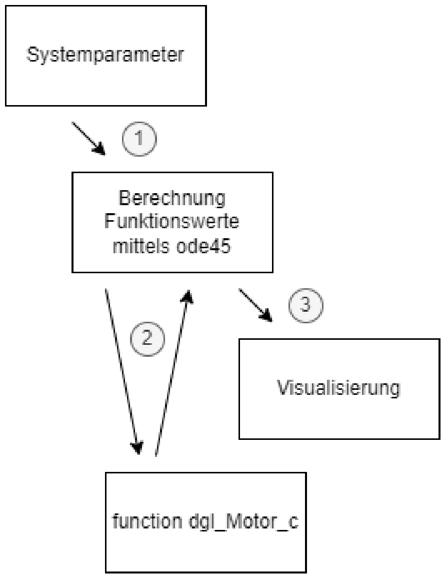


Abbildung 8: IR_Comp.m High-Level-Architektur

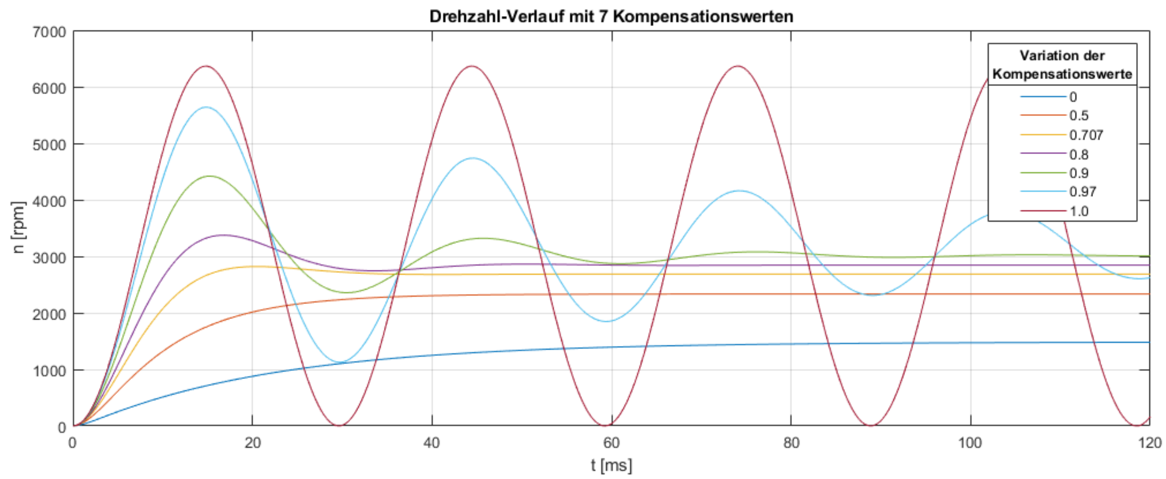


Abbildung 9: Drehzahl-Verlauf mit 7 Kompensationswerten

Aufgabe i)

Entspricht das Verhalten der Interpretation unter 3:

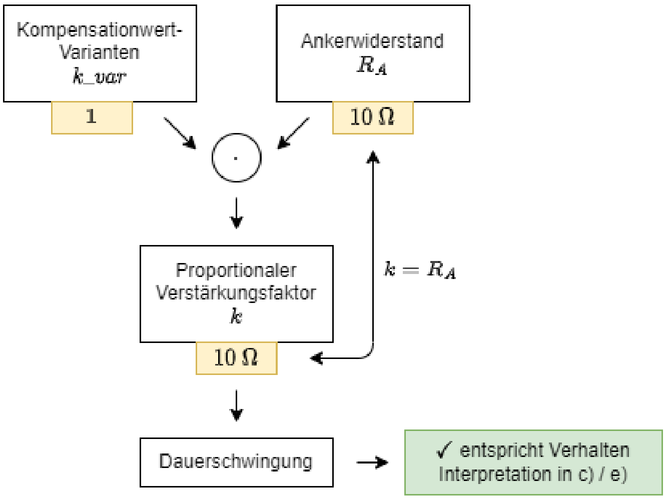


Abbildung 10: Verhalten gemäß Interpretation

GitHub Repository: https://github.com/Osingar/se-et-systemsimulation/tree/main/5273308/H3