FYS2140 - Kvantefysikk

Oskar Idland

Innhold

I Historisk Utvikling **2**

1 Bruddet med Klassisk Fysikk **3**

1.1 Hva er Kvantemekanikk? 3

1.1.1 Energikvantisering 3

1.1.2 Bølge-Partikkel-dualitet 3

1.1.3 Egentilstand og superposisjon 3

1.1.4 Heisenberg's uskarphetsrelasjon 4

1.1.5 Paulis eksklusjonsprinsipp 4

1.2 Enheter i Kvantefysikk 4

1.2.1 Lengde 4

1.2.2 Energi 4

1.2.3 Masse 5

1.2.4 Andre Konstanter 5

1.2.5 Coulomb-potensialet 5

1.2.6 Nyttige Tabeller 5

Del I

Historisk Utvikling

Kapittel 1

Bruddet med Klassisk Fysikk

1.1 Hva er Kvantemekanikk?

Kvantemekanikk forsøker å beskrive fysiske systemer på kvante nivå. Her står Schrödinger's likning sentralt.

1.1.1 Energikvantisering

Energi i Kvantemekanikken er ikke en kontinuerlig størrelse. Den har diskrée verdier. Dette kalles energikvantisering. Dette gjelder både fotoner og elektroner.

1.1.2 Bølge-Partikkel-dualitet

Vi vet ikke helt hva er partikkel er, men det vi vet er at de har egenskaper som minner om partikler og bølger. Dette kalles bølge-partikkel-dualiteten. Vi kan skyte ut fotoner i små energi pakker eller kvanter hvor de vil oppføre seg som partikler, men som en ser i dobbelspalteeksperimentet kan de likevel oppføre seg som bølger på samme tid. Da trenger vi Schrödinger's bølgeligning.

1.1.3 Egentilstand og superposisjon

En partikkel med kvantisert energien ϵ_n befinner seg i en tilstand som er beskrevet av bølgefunksjonen ψ_n. Dette kalles en energi-egentilstand. En partikkel kan være i flere energi-egentilstander samtidig. Dette kalles superposisjon. Vi kan tenke på Schrödinger's katt som en partikkel som er i en superposisjon av to energi-egentilstander, død og levende. Da får vi følgende:

$$\psi = c_{\text{død}} \cdot \psi_{\text{død}} + c_{\text{levende}} \cdot \psi_{\text{levende}}$$

Hvis vi måler tilstanden til katten vil vi få én av de to tilstandene. Enten død eller levende. Da ender vi opp i det som kalles *egentilstand* fra bølgefunksjonen/superposisjon. Sannsynligheten for at katten er død er da $|c_{\text{død}}|^2$ og Sannsynligheten for at katten er levende er $|c_{\text{levende}}|^2$. Det eneste Kvantemekanikken kan fortelle oss er sannsynligheten for at katten er i en tilstand, ikke om den er i den tilstanden eller ikke, før vi måler det.

1.1.4 Heisenberg's uskarphetsrelasjon

I klassisk mekanikk er foreksempel posisjon $\mathbf{x}$ og bevegelsesmengde $\mathbf{p}$ uavhengig størrelser. I Kvantemekanikken impliserer via Heisenberg's uskarphetsrelasjon at en ikke kan observerer begge til en vilkårlig presisjon. Dette uttrykkes via følgende formel

$$\Delta\mathbf{p}\Delta\mathbf{x} \geq \frac{\hbar}{2}$$

hvor $\Delta\mathbf{x}$ er usikkerheten i posisjon og $\Delta\mathbf{p}$ er usikkerheten i bevegelsesmengde. Dette er bare en merkbart på atomært nivå, men gjelder teknisk sett alltid.

1.1.5 Paulis eksklusjonsprinsipp

To fermioner (f.eks elektroner, protoner, kvarker og nøytrinoer) akn ikke befinne seg i samme tilstand (dvs. samme energi samme sted). Dette ser vi i atomer hvor elektronene fyller opp skall slik at nye elektroner må fylle opp et nytt skall.

1.2 Enheter i Kvantefysikk

1.2.1 Lengde

For å unngå ekstremt små eller store tall bruker vi litt smarte enheter. Kvantefysikken operer på størrelser fra 10^{-8} til 10^{18}m. Nanometer (nm) er 10^{-9}m, femtometer (fm) er 10^{-15}m og ångstrøm (Å) er 10^{-10}m / 0.1nm.

1.2.2 Energi

For energi brukes til vanlig Joule, men energien i kvantemekanikken er så liten som 10^{-19}J. Da bruker vi eV (elektronvolt) som er $1.602 \cdot 10^{-19}$C. Dette kommer fra at 1J er likt med 1C $\cdot$ 1V. Da er 1 eV den kinetiske energien et elektron får når den akselereres gjennom en potensialdifferensen på 1V.

1.2.3 Masse

Istedet for å bruke kg for å måle masse kan vi heller bruke MeV/c^2. Dette kommer fra likningen $E = mc^2$. Ser vi på hvileenergien til med enheten eV får vi

$$E_0^{\text{elektron}} = m_e c^2 = 5.11 \cdot 10^5 \text{eV}$$

Løser vi dette for massen m_e får vi

$$m_e = E_0^{\text{elektron}}/c^2 = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

1.2.4 Andre Konstanter

Placks konstant

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4.135 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{Js} = 6.582 \cdot 10^{-16} \text{eVs}$$

$$hc = 1240 \text{ eV nm(MeV fm)}$$

$$\hbar c = 197.3 \text{ eV nm(MeV fm)}$$

Noen ganger kan det lønne seg å gange en brøk med c oppe og nede for å få inn konstanten $\hbar c$. Utrykket under hadde medført veldig små størrelser (10^{-34} og 10^{-31}) og dermed ville det blitt vanskelig å regne med.

$$\frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{1240 \text{eV nm}}{0.511 \cdot 10^6} \approx 0.002 nm$$

1.2.5 Coulomb-potensialet

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{k_e e^2}{2}, \qquad k_e e^2 = 1.44 \text{eV nm}$$

1.2.6 Nyttige Tabeller

Tabell 1.1: Standard metrisk notasjon for tierpotenser

Potens	prefiks	symbol	Potens	prefiks	symbol
10^{-1}	desi	d	10^{1}	deka	da
10^{-2}	centi	c	10^{2}	hekto	h
10^{-3}	milli	m	10^{3}	kilo	k
10^{-6}	mikro	μ	10^{6}	mega	M
10^{-9}	nano	n	10^{9}	giga	G
10^{-12}	pico	p	10^{12}	tera	T
10^{-15}	femto	f	10^{15}	peta	P
10^{-18}	atto	a	10^{18}	exa	E

Figur 1.1

Tabell 1.2: Nyttige konstanter

Konstant	symbol	verdi
Lyshastighet	c	2.998×10^{8} m/s
Permittivitet i vakuum	ϵ_0	8.854×10^{-12} F/m
Elektronladning	e	1.602×10^{-19} C
Coulombs konstant	$k_e = 1/4\pi\epsilon_0$	8.988×10^{9} Nm^2/C^2
	$k_e e^2$	1.440 eVnm
Plancks konstant	h	6.626×10^{-34} Js =
		4.136×10^{-15} eVs
	$\hbar = h/2\pi$	1.055×10^{-34} Js =
		6.582×10^{-16} eVs
	hc	1240 eVnm
	$\hbar c$	197.3 eVnm
Finstrukturkonstant	$\alpha = k_e e^2/\hbar c$	1/137.036
Bohr-radius	$a_0 = \hbar^2/m_e k_e e^2$	0.05292 nm
Hydrogenatomets grunntilstand	$-k_e e^2/2a_0$	-13.61 eV
Elektronets gyromagnetiske faktor	g_e	2.002
Kjernemagneton	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	3.152×10^{-14} MeV/T
Gravitasjonskonstant	G_N	6.674×10^{-11} Nm^2/kg^2
Boltzmanns konstant	k_B	1.381×10^{-23} J/K =
		8.617×10^{-5} eV/K

Figur 1.2

Tabell 1.3: Masser til viktige partikler

Partikkel	**i kg**	**i MeV/c²**	**i u** $= 1.661 \times 10^{-27}$ kg
elektron	9.109×10^{-31} kg	0.511 MeV/c^2	0.000549 u
proton	1.672×10^{-27} kg	938.3 MeV/c^2	1.007277 u
nøytron	1.675×10^{-27} kg	939.6 MeV/c^2	1.008665 u
hydrogen	1.673×10^{-27} kg	938.8 MeV/c^2	1.007825 u

Figur 1.3

Tabell 1.4: Nyttige forhold for partikler.[a]

Bølgeegenskaper for frie tilstander		
For $m \geq 0$, både relativistisk og ikke-relativistisk		
Energi	$E = h\nu = \hbar\omega$	
Bevegelsesmengde og bølgetall[b]	$p = \hbar k = h/\lambda$	$k = 2\pi/\lambda$
Vinkelfrekvens og frekvens	$\omega = 2\pi\nu$	$\nu = c/\lambda$
Partikkelegenskaper for frie tilstander		
For $m = 0$, kun relativistisk		
Energi og hastighet[b]	$E = pc$	$v = c$
For $m > 0$, relativistisk		
Energi	$E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	
Bevegelsesmengde[b]	$p = \dfrac{1}{c}\sqrt{E^2 - (mc^2)^2}$	
For $m > 0$, ikke-relativistisk[c]		
Energi inkl. hvileenergi	$E = \dfrac{mv^2}{2} + mc^2$	
Bevegelsesmengde[b]	$p = mv$	

[a] Merk de lignende symbolene for hastighet v og frekvens ν.
[b] Merk at bevegelsesmengde $p = |\mathbf{p}|$, bølgetall $k = |\mathbf{k}|$, og hastighet $v = |\mathbf{v}|$ også har retning.
[c] Tommelfingerregel: Bruk relativistisk når $v/c > 1\%$.

Figur 1.4