Eksamen 2021 Vår

Oskar Idland

Oppgave 1

a)

En egenfunskjon, er en funksjon som når opereres på av en operator, returnerer seg selv, multiplisert med en konstant. De er skarpt bestemt

b)

Stasjonære tilstander er funksjoner hvis sannsynlighetsfordeling ikke endrer seg over tid. Alle fysiske observable er konstante over tid.

Oppgave 2

a)

En normalisert bølgefunksjon betyr at integralet til sannsynlighetstettheten over intervallet partikkelen kan befinne seg i, er lik 1.

b)

For å finne $\langle V \rangle$ setter vi det inn i integralet. Dirac-deltaen gjør at vi kun får bidrag fra $x = 0$, som gjør integralet lik $-\alpha\frac{\sqrt{m\alpha}}{\hbar}$. Videre vet vi at $\langle E \rangle = \langle V \rangle + \langle K \rangle$. Vi finner først $\langle E \rangle$ i grunntilstanden som vi vet er gitt ved $E = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}$.

$$\langle V \rangle = \langle E \rangle - \langle K \rangle = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2} + \alpha\frac{\sqrt{m\alpha}}{\hbar}$$

Videre løser vi får $\langle K \rangle$

$$\langle K \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{K}\ \mathrm{d}x = \frac{1}{2m}\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{p}\psi)^*(\hat{p}\psi)\ \mathrm{d}x$$

Vi vet at $\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ og skriver om integralet for å ta hensyn til absolutt verdi.

$$\langle K \rangle = \frac{1}{2m}\sqrt{\frac{m\alpha}{\hbar}}\left(\int_0^{\infty} e^{-m\alpha x/\hbar^2}\ \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{0} e^{m\alpha x/\hbar^2}\ \mathrm{d}x\right)$$

c)

Vi finner forventningsverdien til $\langle x \rangle$

$$\langle x \rangle = \frac{m\alpha}{\hbar^2}\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-2|x|/\hbar^2}\ \mathrm{d}x$$

$$\frac{m\alpha}{\hbar^2}\left(\int_0^{\infty} x e^{-2x/\hbar^2}\ \mathrm{d}x + \int_{-\infty}^{0} x e^{2x/\hbar^2}\ \mathrm{d}x\right)$$

Vi gjør dette for $\left\langle x^2 \right\rangle$ også regner vi ut $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ for å finne standardavviket.
Vi gjentar dette for $\langle p \rangle$ og $\left\langle p^2 \right\rangle$.