

FYS2140 - Kvantefysikk

Oskar Idland

Innhold

I	Historisk Utvikling	3
1	Bruddet med Klassisk Fysikk	4
1.1	Hva er Kvantemekanikk?	4
1.1.1	Energikvantisering	4
1.1.2	Bølge-Partikkel-dualitet	4
1.1.3	Egentilstand og superposisjon	4
1.1.4	Heisenberg's uskarphetsrelasjon	5
1.1.5	Paulis eksklusjonsprinsipp	5
1.2	Enheter i Kvantefysikk	5
1.2.1	Lengde	5
1.2.2	Energi	5
1.2.3	Masse	6
1.2.4	Andre Konstanter	6
1.2.5	Coulomb-potensialet	6
1.2.6	Nyttige Tabeller	6
1.3	Planck's Kvantiseringshypotese	8
1.3.1	Utleddning av Wiens Forskyvningslov	12
2	Lysets Partikkelegenskaper	13
2.1	Fotoelektrisk Effekt	13
2.2	Röntgen-Stråling	13
II	Forelesning Notater	14
3	Lysets Partikkelegenskaper	15
3.1	02 Forelesnings Notater	16
3.1.1	Definisjoner	16
3.2	03 Forelesning Notater	17
3.2.1	Fotoelektrisk Effekt	17

3.3	04 Forelesnings Notater	21
3.3.1	Compton-Spredning	21
4	Bohr's Atommodell	25
4.1	05 Forelesnings Notater	26
4.1.1	Bohr's Atommodell	26
4.1.2	Franck-Hertz eksperimentet	28
4.2	06 Forelesnings Notater	30

Del I

Historisk Utvikling

Kapittel 1

Bruddet med Klassisk Fysikk

1.1 Hva er Kvantemekanikk?

Kvantemekanikk forsøker å beskrive fysiske systemer på kvante nivå. Her står Schrödinger's likning sentralt.

1.1.1 Energikvantisering

Energi i Kvantemekanikken er ikke en kontinuerlig størrelse. Den har diskrete verdier. Dette kalles energikvantisering. Dette gjelder både fotoner og elektroner.

1.1.2 Bølge-Partikkel-dualitet

Vi vet ikke helt hva er partikkel er, men det vi vet er at de har egenskaper som minner om partikler og bølger. Dette kalles bølge-partikkel-dualiteten. Vi kan skyte ut fotoner i små energi pakker eller kvanter hvor de vil oppføre seg som partikler, men som en ser i dobbelspalteeksperimentet kan de likevel oppføre seg som bølger på samme tid. Da trenger vi Schrödinger's bølgeligning.

1.1.3 Egentilstand og superposisjon

En partikkel med kvantisert energien ϵ_n befinner seg i en tilstand som er beskrevet av bølgefunksjonen ψ_n . Dette kalles en energi-egentilstand. En partikkel kan være i flere energi-egentilstander samtidig. Dette kalles superposisjon. Vi kan tenke på Schrödinger's katt som en partikkel som er i en superposisjon av to energi-egentilstander, død og levende. Da får vi følgende:

$$\psi = c_{\text{død}} \cdot \psi_{\text{død}} + c_{\text{levende}} \cdot \psi_{\text{levende}} \quad (1.1)$$

Hvis vi måler tilstanden til katten vil vi få én av de to tilstandene. Enten død eller levende. Da ender vi opp i det som kalles *egentilstand* fra bølgefunksjonen/superposisjon. Sannsynligheten for at katten er død er da $|c_{\text{død}}|^2$ og Sannsynligheten for at katten er levende er $|c_{\text{levende}}|^2$. Det eneste Kvantemekanikken kan fortelle oss er sannsynligheten for at katten er i en tilstand, ikke om den er i den tilstanden eller ikke, før vi måler det.

1.1.4 Heisenberg's uskarphetsrelasjon

I klassisk mekanikk er foreksempel posisjon \mathbf{x} og bevegelsesmengde \mathbf{p} uavhengig størrelser. I Kvantemekanikken impliserer via Heisenberg's uskarphetsrelasjon at en ikke kan observere begge til en vilkårlig presisjon. Dette uttrykkes via følgende formel

$$\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{x} \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1.2)$$

hvor $\Delta \mathbf{x}$ er usikkerheten i posisjon og $\Delta \mathbf{p}$ er usikkerheten i bevegelsesmengde. Dette er bare en merkbart på atomært nivå, men gjelder teknisk sett alltid.

1.1.5 Paulis eksklusjonsprinsipp

To fermioner (f.eks elektroner, protoner, kvarker og nøytrinoer) kan ikke finne seg i samme tilstand (dvs. samme energi samme sted). Dette ser vi i atomer hvor elektronene fyller opp skall slik at nye elektroner må fylle opp et nytt skall.

1.2 Enheter i Kvantefysikk

1.2.1 Lengde

For å unngå ekstremt små eller store tall bruker vi litt smarte enheter. Kvantefysikken operer på størrelser fra 10^{-8} til 10^{18} m. Nanometer (nm) er 10^{-9} m, femtometer (fm) er 10^{-15} m og ångstrøm (Å) er 10^{-10} m / 0.1nm.

1.2.2 Energi

For energi brukes til vanlig Joule, men energien i kvantemekanikken er så liten som 10^{-19} J. Da bruker vi eV (elektronvolt) som er $1.602 \cdot 10^{-19}$ C. Dette kommer fra at 1J er likt med 1C · 1V. Da er 1 eV den kinetiske energien et elektron får når den akselereres gjennom en potensialdifferensen på 1V.

1.2.3 Masse

Istedet for å bruke kg for å måle masse kan vi heller bruke MeV/c^2 . Dette kommer fra likningen $E = mc^2$. Ser vi på hvileenergien til med enheten eV får vi

$$E_0^{\text{elektron}} = m_e c^2 = 5.11 \cdot 10^5 \text{ eV} \quad (1.3)$$

Løser vi dette for massen m_e får vi

$$m_e = E_0^{\text{elektron}}/c^2 = 0.511 \text{ MeV}/c^2 \quad (1.4)$$

1.2.4 Andre Konstanter

Placks konstant

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4.135 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \quad (1.5)$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 6.582 \cdot 10^{-16} \text{ eVs} \quad (1.6)$$

$$hc = 1240 \text{ eV nm} (\text{MeV fm}) \quad (1.7)$$

$$\hbar c = 197.3 \text{ eV nm} (\text{MeV fm}) \quad (1.8)$$

Noen ganger kan det lønne seg å gange en brøk med c oppe og nede for å få inn konstanten $\hbar c$. Utrykket under hadde medført veldig små størrelser (10^{-34} og 10^{-31}) og dermed ville det blitt vanskelig å regne med.

$$\frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{1240 \text{ eV nm}}{0.511 \cdot 10^6} \approx 0.002 \text{ nm} \quad (1.9)$$

1.2.5 Coulomb-potensialet

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{k_e e^2}{2}, \quad k_e e^2 = 1.44 \text{ eV nm} \quad (1.10)$$

1.2.6 Nyttige Tabeller

Tabell 1.1: Standard metrisk notasjon for tierpotenser

Potens	prefiks	symbol	Potens	prefiks	symbol
10^{-1}	desi	d	10^1	deka	da
10^{-2}	centi	c	10^2	hekto	h
10^{-3}	milli	m	10^3	kilo	k
10^{-6}	mikro	μ	10^6	mega	M
10^{-9}	nano	n	10^9	giga	G
10^{-12}	pico	p	10^{12}	tera	T
10^{-15}	femto	f	10^{15}	peta	P
10^{-18}	atto	a	10^{18}	exa	E

Figur 1.1

Tabell 1.2: Nyttige konstanter

Konstant	symbol	verdi
Lyshastighet	c	2.998×10^8 m/s
Permittivitet i vakuum	ϵ_0	8.854×10^{-12} F/m
Elektronladning	e	1.602×10^{-19} C
Coulombs konstant	$k_e = 1/4\pi\epsilon_0$	8.988×10^9 Nm ² /C ²
	$k_e e^2$	1.440 eVnm
Plancks konstant	h	6.626×10^{-34} Js = 4.136×10^{-15} eVs
	$\hbar = h/2\pi$	1.055×10^{-34} Js = 6.582×10^{-16} eVs
	hc	1240 eVnm
	$\hbar c$	197.3 eVnm
Finstrukturkonstant	$\alpha = k_e e^2 / \hbar c$	1/137.036
Bohr-radius	$a_0 = \hbar^2 / m_e k_e e^2$	0.05292 nm
Hydrogenatomets grunntilstand	$-k_e e^2 / 2a_0$	-13.61 eV
Elektronets gyromagnetiske faktor	g_e	2.002
Kjernemagneton	$\mu_N = eh/2m_p$	3.152×10^{-14} MeV/T
Gravitasjonskonstant	G_N	6.674×10^{-11} Nm ² /kg ²
Boltzmanns konstant	k_B	1.381×10^{-23} J/K = 8.617×10^{-5} eV/K

Figur 1.2

Tabell 1.3: Masser til viktige partikler			
Partikkel	i kg	i MeV/c ²	i u = 1.661 × 10 ⁻²⁷ kg
elektron	9.109 × 10 ⁻³¹ kg	0.511 MeV/c ²	0.000549 u
proton	1.672 × 10 ⁻²⁷ kg	938.3 MeV/c ²	1.007277 u
nøytron	1.675 × 10 ⁻²⁷ kg	939.6 MeV/c ²	1.008665 u
hydrogen	1.673 × 10 ⁻²⁷ kg	938.8 MeV/c ²	1.007825 u

Figur 1.3

Tabell 1.4: Nyttige forhold for partikler. ^a			
Bølgeegenskaper for frie tilstander			
For $m \geq 0$, både relativistisk og ikke-relativistisk			
Energi	$E = h\nu = \hbar\omega$		
Bevegelsesmengde og bølgetall ^b	$p = \hbar k = h/\lambda$	$k = 2\pi/\lambda$	
Vinkelfrekvens og frekvens	$\omega = 2\pi\nu$	$\nu = c/\lambda$	
Partikkelegenskaper for frie tilstander			
For $m = 0$, kun relativistisk			
Energi og hastighet ^b	$E = pc$	$v = c$	
For $m > 0$, relativistisk			
Energi	$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$		
Bevegelsesmengde ^b	$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - (mc^2)^2}$		
For $m > 0$, ikke-relativistisk ^c			
Energi inkl. hvileenergi	$E = \frac{mv^2}{2} + mc^2$		
Bevegelsesmengde ^b	$p = mv$		

^a Merk de lignende symbolene for hastighet v og frekvens ν .

^b Merk at bevegelsesmengde $p = |\mathbf{p}|$, bølgetall $k = |\mathbf{k}|$, og hastighet $v = |\mathbf{v}|$ også har retning.

^c Tommelfingerregel: Bruk relativistisk når $v/c > 1\%$.

Figur 1.4

1.3 Planck's Kvantiseringshypotese

Kvantisering betyr i kvantefysikken at en fysisk størrelse bare antar diskrete verdier. Eksempler på dette er elektrisk ladning, hvor fri ladning er et heltallig N multiplum av antall frie elektroner. Energi kan også kvantifiseres og var definerende for bruddet med klassisk fysikk. Klassisk fysikk klarer ikke å forklare frekvensfordelingen til elektromagnetisk stråling fra et legeme ved en gitt temperatur. Dette kan være sola eller en vanlig stekeplate.

Definisjoner

- **Termisk stråling:** Elektromagnetisk stråling sendt ut av et materiale ved en temperatur T . Alle legemer emitterer og absorber denne strålingen
- Ved en gitt temperatur T er vi interessert i å finne fordelingen av emittert stråling som funksjon av den elektromagnetiske strålingen sin frekvens ν eller bølgelengde λ . Forholdet mellom frekvens ν og bølgelengde λ er gitt ved

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.11)$$

- **Frekvensfordeling**

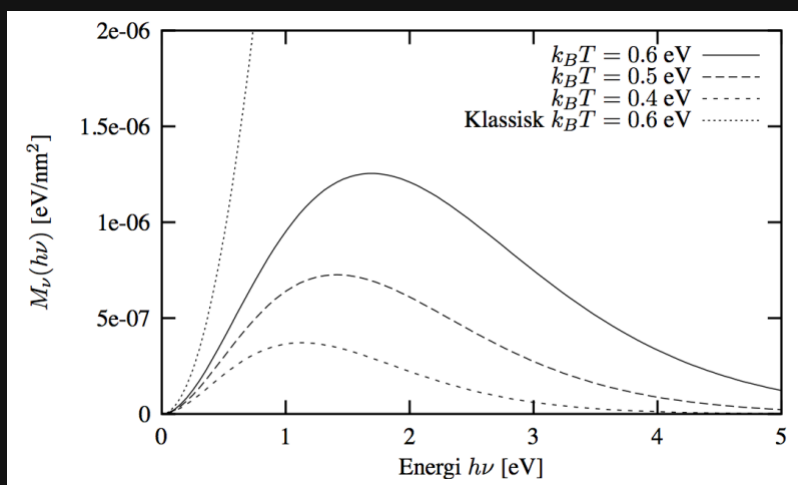
$$M_\nu(T) \quad (1.12)$$

Kalles spektralfordelingen eller fordelingsfunksjonen for frekvensspektret beskriver mengden utstrålt energi fra en gjenstand ved temperatur T per areal per tid per frekvensenhet.

- Integrert over alle frekvenser

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu \quad (1.13)$$

får vi totalt utstrålt energi per sekund per areal ved en gitt temperatur T . Enhetene bli følgende: $M(T) = J/m^2s = W/m^2$. Dette kalles radians.



Figur 1.5: Frekvensfordelingen fra Planck's kvantiseringspostulat. Merk den klassiske kurven som øker alt for mye ikke matcher observert frekvens

- Vår utfordring er å finne frem til en forklaring for den eksperimentell formen til $M_\nu(T)$

Den klassiske versjonen å se på dette var via et sort legeme som er tenkt til å ikke reflektere noe av strålingen den mottar, alt blir absorbert. Dette ble det eksperimentert og resultatet ser man i figur 1.5. Basert på måledata kom en fram til at radiansen til et sort legeme kan skrives som

$$M(T) = \sigma T^4 \quad (1.14)$$

hvor σ er en konstant. Dette kalles Stefan-Boltzmanns lov. Wiens forskyvningslov beskriver sammenhengen mellom temperaturer og bølgelengden λ_{\max} .

$$\lambda_{\max} T = 2.897 \cdot 10^{-3} \text{ mK} \quad (1.15)$$

Nå skal vi se hva som skjer når vi bruker resultatene fra klassisk fysikk.

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle E \rangle \quad (1.16)$$

hvor $\langle E \rangle$ er gjennomsnittsennergien per svingemode til det elektromagnetiske feltet i hulrommet til det sorte legeme.

$$\langle E \rangle = k_B T \quad (1.17)$$

hvor k_B er Boltzmanns konstant. For å finne radiansen setter vi inn uttrykket for $\langle E \rangle$ og integrerer.

$$M(T) = \int_0^\infty \frac{2\pi\nu^2}{c^2} k_B T \, d\nu \quad (1.18)$$

Dette er lett å se at energien går mot uendelig og matcher ikke med de eksperimentelle resultatene. En formel som matcher bedre kan ikke divergere. Feilen er at $\langle E \rangle$ er ikke stemmer. Hvis en ser på strålingen som et stort antall kvantiserte enheter med energi ϵ_n

$$\epsilon_n = n h \nu \quad (1.19)$$

der h er Planck's konstant og n er et heltall. Planck utledet et alternativt uttrykk for $\langle E \rangle$.

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.20)$$

Som gir

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.21)$$

Som samsvarer med eksperiment. Viktig å få med seg er at $\langle E \rangle \rightarrow k_B T$ når $T \rightarrow \infty$ eller $\lambda \rightarrow \infty$ aka $\nu \rightarrow 0$ som er hvor klassisk mekanikk er gyldig. For å få litt mer elegante uttrykk å unngå store eller små tall ganger vi inn h .

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi}{h^2 c^2} \frac{(h\nu)^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.22)$$

Vi setter in $x = h\nu$

$$M_x(T) = \frac{2\pi}{h^2 c^2} \frac{x^3}{e^{x/k_B T} - 1} \quad (1.23)$$

Vi vet at $hc = 1240 \text{ eV nm}$

$$M_x(T) = \frac{2\pi}{1240^2} \frac{x^3}{e^{x/k_B T} - 1} \quad (1.24)$$

Hvor M_x har enheter eV / nm^2 . For å utlede Stefan-Boltzmanns lov via Planck's uttrykk bruker vi den originale formelen og setter in x vi fant tidligere.

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu \quad (1.25)$$

$$M(T) = \frac{2\pi k_B^4}{c^2 h^3} T^4 \underbrace{\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx}_{\frac{\pi^4}{15}} \quad (1.26)$$

$$M(T) = \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} = 5.676 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \quad (1.27)$$

Den viktigste forskjellen var at Planck regnet ut den midlere verdien $\langle E \rangle$ med diskrete verdier for energi og ikke kontinuerlige verdier. Han hadde dataen foran seg og prøvde å finne en modell som passet.

Plank's Hypotese

Enhver fysisk størrelse som utviser enkle harmoniske svingninger har energier som tilfredsstille

$$E_n(\nu) = nh\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.28)$$

hvor ν er frekvensen til svingningene og h er en universell konstant.

Kvantefysikken gjelder alltid, men klassisk fysikk kan brukes når energiskalaen er stor nok ettersom det ikke er merkbart.

1.3.1 Utledning av Wiens Forskyvningslov

Kapittel 2

Lysets Partikkelegenskaper

2.1 Fotoelektrisk Effekt

2.2 Röntgen-Stråling

Del II

Forelesning Notater

Kapittel 3

Lysets Partikkelegenskaper

3.1 02 Forelesnings Notater

3.1.1 Definisjoner

Sort legeme

Et sort legemet absorberer alt av stråling og vil ved lave temperaturer se helt sort ut. Ved høyere temperaturer vil den gløde.

Frekvensfordeling $M_\nu(T)$

Funksjonen som viser fordelingen av forskjellige temperaturer i et sort legeme.

Radians $M(T)$

Total mengde energi et sort legemet stråler ut.

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T) \, d\nu \quad (3.1)$$

Stående bølge

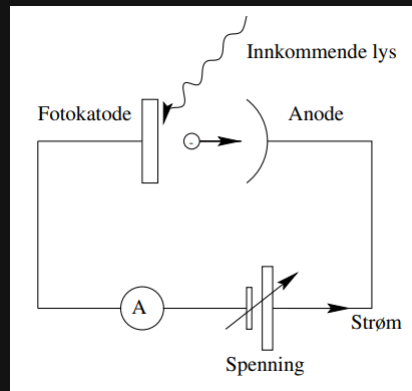
En stående bølge er en bølge som ikke beveger seg.

3.2 03 Forelesning Notater

Sentrale Kunnskaper

- Beskrive den fotoelektriske effekten og
- Hvordan Einsteins teori forklarer de tre ekps. observasjonene. Forstå hva det betyr at et materialet har arbeidsfunksjon w_0 . Håndtere og beregne $K_{\max} = h\nu - w_0$
- Beskrive hvordan Röntgen-stråling-eksp. støtter Einsteins teori.

3.2.1 Fotoelektrisk Effekt



Figur 3.1: Oppsett av den fotoelektriske effekten

Spenningen V fra Anoden til Fotokatoden skaper et elektrisk felt fra Anoden til Fotokatoden. Her går det ikke noe strøm. Hvis vi sender elektromagnetisk stråling på Fotokatoden får vi en fotostrøm strøm gjennom kretsen. Dette må bety at strålingen frigjør elektroner i materialet.

Intensiteten til lyset defineres som $I = \frac{E}{As}$ hvor E er energi, s er tid og A er areal. Intensitet måles i W/m^2

Den kinetiske energien K til et elektron er definert ved overflaten til materialet til Fotokatoden.

Det elektriske feltet vil akselererer elektronene som fører til en økning i kinetisk energi gitt ved

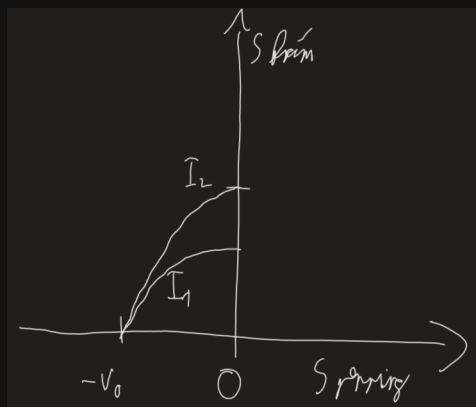
$$K + eV.$$

Illustrert i figur 3.1, har vi en positiv spenning ved Anoden. Hvis vi snur dette til en negativ spenning $-V$. Da vil elektronene ha en kinetisk energi

$K_{\text{overflate}}$, som motvirkes av det elektriske feltet. Elektronene vil da gå tilbake til materialet. Hvis den kinetiske energien er høy nok kan elektronene nå frem til Anoden i andre enden. Da blir den kinetiske energien $K = K_{\text{overflate}} - |eV|$. Da må naturligvis $K_{\text{overflate}} \geq eV$. Dette fenomenet ble avdekket tre observasjoner.

Observasjon 1

For å undersøke strømmen som funksjon av spenningen setter vi en konstant intensitet og frekvens på lyset. Når vi minker spenningen vil strømmen også minke ettersom elektronene krever mer kinetisk energi for å nå Anoden. Til slutt vil strømmen ta fullstendig slutt når vi setter på en spenning $-V_0$. Ved denne spenningen er $K < |eV_0|$. Vi setter da $K_{\text{maks}} = |eV_0|$. Strømmen med dette oppsette er notert ved I_1 sett i figur 3.2

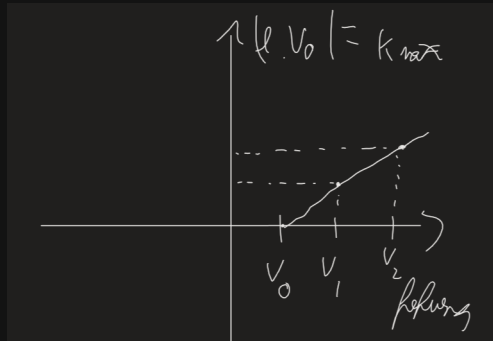


Figur 3.2: Eksperimentelle resultater av fotoelektrisk effekt

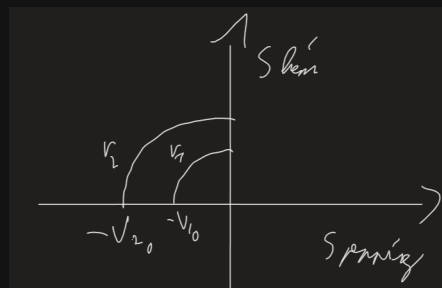
Nå kommer det som kræsjer med klassisk fysikk. Hvis vi øker intensiteten på strålingen forventer vi at elektronene får høyere kinetisk energi, og flere elektroner blir en del av fotostrømmen. Det stemmer at en får mer strøm I_2 , men strømmen stopper ved samme spenning $-V_0$ som sett i figur 3.2.

Observasjon 2

Neste forsøk som sett i figur 3.3 valgte man å holde intensitet konstant og varierer spenningen ν . Da ser man at max kinetisk energi øker lineært med frekvensen på lyset. K_{max} går mot null når frekvensen går mot $\nu_0 > 0$. Frekvensen dikterer hva som er den maksimale kinetiske energien til elektronene, og dermed størrelsen på spenningen V_0 som sett i figur 3.4.



Figur 3.3: Eksperimentelle resultater av fotoelektrisk effekt med varierende frekvens ν



Figur 3.4: Strøm som en funksjon av spenning

Observasjon 3

En la merke til at fotostrømmen skjer nesten øyeblikkelig. Det betyr at det elektronene ikke krever mye tid for å få en kinetisk energi $K = |eV_0|$. Dette er uavhengig av intensiteten på strålingen.

Oppsummert 1a. Det eksisterer en stoppepotensial V_0 , og ingen elektroner har $K \geq |eV_0|$.

1b. $K_{\text{maks}} = |eV_0|$ uavhengig av intensiteten på strålingen.

2a. K_{maks} øker lineært med frekvensen på strålingen.

2b. K_{maks} går mot null når frekvensen går mot $\nu_0 > 0$

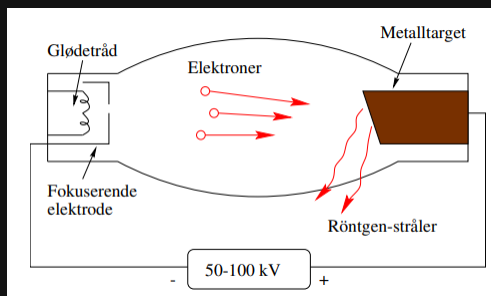
3. Fotostrømmen skjer nesten øyeblikkelig.

Einsteins Forklaring

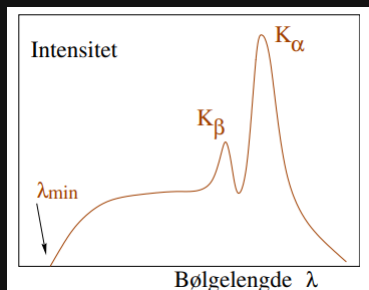
Einstein så på lyset som små energi pakker i stedet for et kontinuerlig bølgefelt. Hvert foton vil da ha en energi $E = h\nu$. Fotonene vil frigjøre elektronene i materialet. Dette vil da gi elektronene en energi $E = h\nu$, som kan være nok

til å komme på utsiden av materialet. Det krever litt energi så elektronet vil ha en kinetisk energi $K = h\nu - \omega$, der ω er energien tapt på vei til overflaten. Da vil $K_{\text{maks}} = h\nu - \omega_0$ ettersom ω_0 er den minste energien som kreves for å løsribe det svakest bunnende elektronet. ω_0 er arbeidsfunksjonen. Dette er i et ideelt tilfelle hvor elektronene ikke kolliderer med hverandre eller går i andre retninger enn rett mot Anoden. Det viktigste å få med seg er hvordan Einstein forklarer at K_{maks} er uavhengig av intensiteten på strålingen, bare frekvensen.

Röntgen-Stråling



Figur 3.5: Oppsett av röntgenstråling eksperimentet



Figur 3.6: Intensitet fordeling ved Röntgenstråling

Dette er det motsatte av fotoelektrisk effekt. Her skytes elektroner på et materialet som skyter ut fotoner. Den maksimale energien et utstrålt foton kan ha er gitt ved

$$E_{\text{maks}} = \frac{hc}{\lambda} = h\nu$$

3.3 04 Forelesnings Notater

3.3.1 Compton-Spredning

Sentrale kunnskaper

- Beskrive de fysiske modellene
- Vite at fotoner har bevegelsesmengde
- fotoner kolliderer med frie elektroner, eller med tunge atomer
- Brakk-diffraksjon
- Utlede formel for compton-bølgelengde λ_c
- Beskrive hvordan fotonet tilordnes både partikkel- og bølge-egenskaper.
- Formler for energi og bevegelsesmengde

Oblig 1 denne uken

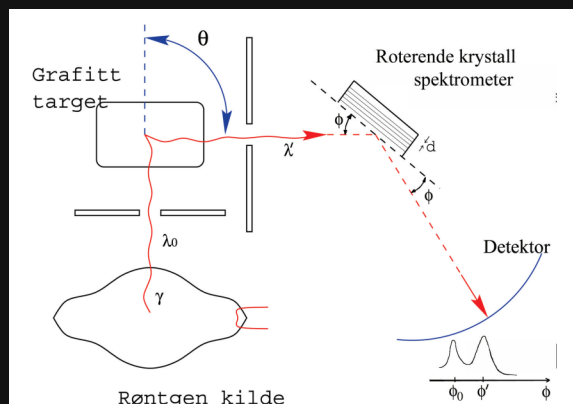
$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \epsilon f(x)$$

Repetisjon

- Elektromagnetiske bølger består av energipakker (fotoner)
- Et foton:
- Har en bølgelengde $\lambda = \frac{c}{\nu}$ og energi $E = h\nu$
- Oppfører seg også som en partikkel

Oppsett

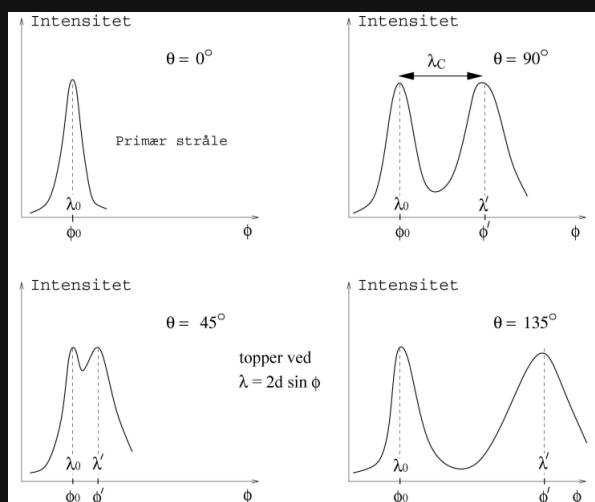
Vi sender Röntgenstråling med energi $E_0 = h\nu = hc/\lambda_0$ en hvis bølgelengde, på et mål laget av grafitt. Det kolliderer med elektronene i materialet, og skyter ut et nytt foton med ca. samme bølgelengde og energi. Dette fotonet kolliderer i krystall spektrometeret. Krystallen har flere lag som fotonet kan kollidere med. Flere fotoner kan da ha konstruktiv interferens med hverandre gitt ved $n\lambda = 2d \sin \phi$, der d er tykkelsen på krystallen, n er et heltall og at ϕ er innfallsvinkelen. Noen ganger kommer det et fotonet med større bølgelengde og dermed mindre energi. Denne spredningen av fotonene sin energi som sett



Figur 3.7: Oppsett av forsøk for Compton spredning

nederst til høyre i figur 3.7 kalles Compton spredning. En fant også ut at hvis en endrer vinkelen θ fra 90 grader til 45 grader skaper en større spredning som sett i 3.8.

Forklaring



Figur 3.8: Resultat ved compton eksperiment

Einstein forstod at hvis energien til fotonet var redusert måtte det også bety en reduksjon i bevegelsesmengde HVIS en er på fotonet som en partikkel. Han mente fotoner har følgende egenskaper:

1. $E = h\nu = hc/\lambda$

$$2. E = mc^2 \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow v = c, \quad m = 0$$

$$3. E = \sqrt{p^2 c^2 + (mc^2)^2} \Rightarrow p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

Einstein tenkte da at energi og bevegelsesmengde må være bevart. Hvis en tenker at elektronene står stille vil da fotonet ha bevegelsesmengde p_{γ_x} og p_{γ_y} og elektronet bevegelsesmengde $p_e = 0$

Før Foton:

- $E_\gamma = hc/\lambda_0$
- $p_{\gamma_x} = h/\lambda_0$
- $p_{\gamma_y} = 0$

Elektron

- $E_e = m_e c^2$
- $p_e = 0$

Etter Foton:

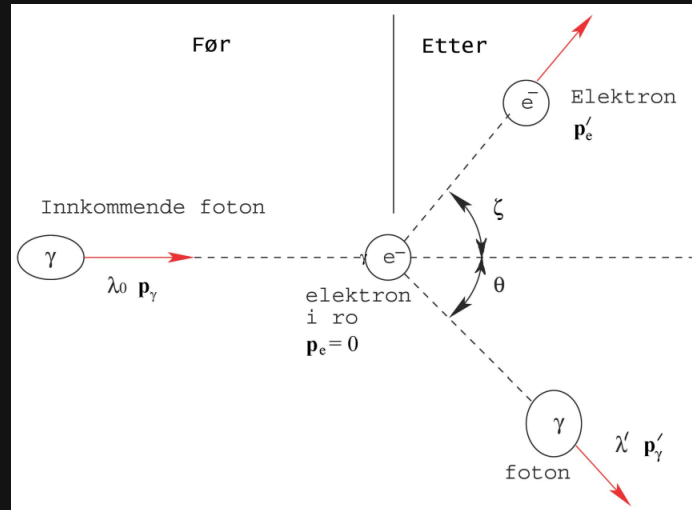
- $E'_\gamma = hc/\lambda'$
- $p'_{\gamma_x} = h/\lambda' \cos \theta$
- $p'_{\gamma_y} = -h/\lambda' \sin \theta$

Elektron:

- $E'_e = \sqrt{p'^2 c^2 + m_e^2 c^4}$
- $p'_{e_x} = p'_e \cos \zeta$
- $p'_{e_y} = p'_e \sin \zeta$

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_e c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + \frac{hc}{\lambda'}$$

$$\left(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'} + m_e c^2 \right)^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4$$



Figur 3.9: Kollisjon mellom elektron og foton

$$\frac{h^2 c^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2 c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{h^2 c^2}{\lambda_0 \lambda'} + \cancel{m_e^2 c^4} + 2 m_e c^2 \left(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'} \right) = p^2 c^2 + \cancel{m_e^2 c^4}$$

$$\Delta \lambda = (\lambda' - \lambda_0) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Som en konsekvens av ligningen over ser vi at maksimal spredning kommer av en vinkel $\theta = 180^\circ$.

Compton's Bølgelengde defineres som:

$$\lambda_c = \frac{hc}{m_e c^2} = 0.00243 \text{ nm}$$

$$\Delta \lambda_{\max} = 2\lambda_c = 0.0048 \text{ nm}$$

Som vi ser i figur 3.8 ser vi at uavhengig av spredning vil vi få samme λ_0 som tilsvarer en ϕ_0 . Dette er fordi at fotonet også kan treffe store atomer som beveger seg ekstremt lite. Hvilken av toppene tilsvarer hvilken type kollisjon ?

Kapittel 4

Bohr's Atommodell

4.1 05 Forelesnings Notater

4.1.1 Bohr's Atommodell

Balmer's empiriske parametrisering

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 2^2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad B = 3.64.6$$

Rydberg's generaliserte parametrisering

$$\frac{1}{\lambda} = R_h \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 2, 3, \dots = \text{initial tilstand} \quad n_f = 1 \dots n_i - 1 = \text{final tilstand}$$

$$\lambda = \underbrace{\frac{4}{R_h}}_B \left(\frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right)$$

Thomson's Atommodell

Atomet er en kule med en positiv kjerne og negative ladninger fordelt jevnt rundt kula. Ladningene er like store og har en ladning på $-e$.

Rutherford's Atommodell

Han testet med å skyte α -partikler og målte hvor den endte opp. Hadde atomet vært slik Thomson mente, ville det vært en jevn fordeling av lading i atomet. Det som skjedde var at noen α -partikler endret skarpt retning som hinner til at den positive ladningen er sentrert i midten av atomet. Hvis dette skal stemme kan ikke elektronene være så nære hverandre som først anstatt. Ettersom elektronene vil bli tiltrukket av den positive kjernen må de ha en hastighet for å motvirke de magnetiske kreftene. En ladning som akselerer vil sende ut lyst. Elektronene vil ha sentripetal akselerasjon som vil minke etter som den mister energi i form av lys. Dette var under antagelsen at elektronene sender ut en kontinuerlig mengde lys.

Bohr's Atommodell

Bor mente vi har en positiv kjerne med lading $Q = +e$ og et elektron i bane rundt med lading $-e$.

Antagelser

1. Elektronet beveger seg i sirkulære baner om kjernen. Kraften mellom e^- og kjernen er Coulomb Kraften.
Potensialet til elektronet er $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$.
2. Bare visse elektron baner er stabile.
3. Elektromagnetisk stråling sendes ut dersom elektronets tilstand endres fra en bane til en annen.
4. Elektronbanene er bestemt av angulært momentum som er kvantisert. Elektronene har en sirkulær bane med en hastighet og akselerasjon.

Kraften $F = -\frac{dU_e}{dr}$ hvor U_e er elektronets potensielle energi. Videre blir

$$-\frac{dU_e}{dr} = k_e \frac{e^2}{r^2}.$$

Ettersom kraften F er sentripetalakselerasjonen kan vi finne hastigheten.

$$k_e \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Den kinetiske energien E blir da

$$K_e + U_e = \frac{mv^2}{2} - k_e \frac{e^2}{r}$$

Klassisk fysikk Coulomb-vekselvirkning

Potensiell energi

$$U_e = -k_e \frac{e^2}{r}$$

Kraft

$$F_e = k_e \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

Energi

$$E = K_e + U_e = -k_e \frac{e^2}{2r}$$

Spin

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = r \times m\vec{v} = rmv = n\hbar.$$

Observerer at $mv^2 = m \frac{n^2 \hbar^2}{r^2 m^2} = k_e \frac{e^2}{r}.$

$$mv^2 = \frac{1}{r} = k_e \frac{e^2 m}{n^2 \hbar^2}.$$

$$E = -k_e e^2 \frac{e^4 m c^2}{2 \hbar^2 c^2 n^2}$$

. Setter in verdier for hydrogen atom $E_n = -\frac{(1.44 \text{ eVnm})^2 0.511 \text{ MeV}}{2 (197.3 \text{ eVnm})^2} \frac{1}{n} = -13.61 \frac{1}{n^2} \text{ eV}$

som gir energien til et elektron i et hydrogen atom avhengig av skallet $n = 1, 2, 3 \dots$

$$E_f - E_i = -13.6 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV} = E_\gamma = h\nu = hc/\lambda$$

$$\frac{1}{\lambda} = \underbrace{\frac{-13.5}{hc}}_{R_h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Denne modellen viser at lysets sender ut diskrete energier.

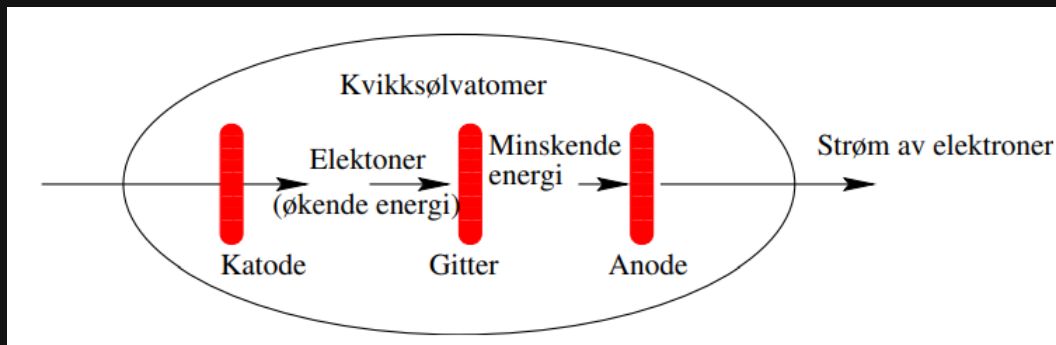
En observerte at atomene i atmosfæren absorberte lys med en bestemt frekvens. Dette var i samsvar med Bohr's atommodell.

4.1.2 Franck-Hertz eksperimentet

Ved gitteret er det positivt potensialet som blir negativt mot katoden og anoden. Den totale spenning V er gitt ved

$$V = V_{KG} - IV_{GA}I$$

Elektronene Reiser fra Katoden og mister litt energi over gitteret. Mister de for mye energi vil de ikke kunne komme seg til anoden. Hvis spenningen øktes vil kollisjonen i gitteret ha mindre effekt og det øker sjansen for å komme seg til anoden. Dette varer frem til spesifikke spenninger hvor vi ser en dip i



Figur 4.1: Franck Hertz eksperimentet

antall elektroner som når frem til anoden. Dette er fordi at elektronene får nok energi til å eksitere elektronene i atomene i gitteret, og mister dermed ekstremt mye mer energi enn vanlig. Noen elektroner vil likevel kunne både eksitere og komme seg til anoden. Ved å øke spenningen enda mer vil vi på nytt se en reduksjon av strøm ettersom elektronene eksiterer enda et elektron i et nytt atom i gitteret. De eksiterte elektronene vil falle ned til sin grunntilstand i et lavere skall og vil sende ut energien i form av lys.

Oppsummering

- Antar eksistensen av stasjonære tilstander
- Antar at elektronet i de sirkulære banene, og da er angulærmomentum kvantisert med $L = mvr = n\hbar$
- Lyktes spektakulært med å forutsi atomspekteret og de kjemiske egenskapene til enkle atomer
- Idéen om elektronbaner blir modifisert av kvantemekanikken

4.2 06 Forelesnings Notater

Sentrale Kunnskaper

- Beskrive de Broglies hypotese og forstå hvordan de Broglies teori bidrar til Bohr's atommodell
- Beskrive resultatene fra dobbelspalte-eksperimentet
- Beskrive hvordan eksperiment viser på partikkel- og bølge-egenskaper til materien
- Forstå sannsynligheten til treff, og interferensmønster på skjermen bak.
- Beskrive interferensfenomenet i Davisson-Germer eksperimentet og Thomson-diffraksjon.

de Broglies hyptotese og atom

Hypotese Hvis lys/fotoner oppfører seg som både bølge og partikkel må det samme gjelde materie.

Da må materie ha en energi E og en bevegelsesmengde p . Vi ser på dette i kontekst av elektroner

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \omega = 2\pi\nu \text{ (vinkelfrekvens)}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (bølgetall)}$$

$$n\lambda = \underbrace{2\pi r}_{\text{omkrets}}$$

Det betyr at omkretsen til sirkelen er en multippel av bølgelengden λ .

Vi slår sammen bølgeversjonen av bevegelsesmengde og partikkel versjonen av bevegelsesmengde.

Bølge

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k = \frac{h}{2\pi r} n = \hbar n = mv \Rightarrow \hbar n = \underbrace{rmv}_{\text{Ang. momentum}} = L = \hbar n$$

Da er angulært moment også kvantisert.

Vi vet fortsatt ikke nøyaktig *hva* en partikkel er, men bare dets tilstand.

Oppsummering

- Elektronet tilordnes både partikkel- og bølgeegenskaper.
- Forklarer Bohr's kvantisering av angulærmomentum.
- Bølgeegenskapen er en fundamental forskjell mot Bohr's partikkel-lignende elektron.
- Kvantisering av bølgelengden er det som gjør kvantisering av energien mulig.

Dobbeltspalte-eksperimentet

Fenomenet kan bare forklares, ikke begrunnes. Kort oppsummert vil vi se et interferens mønster uavhengig av om vi sender ut bølger, eller kvantiserte energi pakker (fotoner) av elektromagnetisk stråling. Det har ikke noe å si hvor stort mellomrom mellom utskytningen av fotoner. Vi får uansett det samme mønsteret. Hvor hver partikkelen treffer på skjermen bak, er uavhengig av hverandre og helt tilfeldig. Hvorfor dette skjer? Vi vet ikke. Dette kan gjennomføres med vannbølger, lydbølger, elektromagnetisk stråling, eller atomer. Hvis vi setter en sensor foran bare én av spaltene vil partiklene passere ca. halvparten av gangene, men interferens mønstre opphører.

- Enkelt-partikler må dermed *interferere* med seg selv. Som om det passerer gjennom begge spalter samtidig.
- Hver partikkel har en eget innebygd sannsynlighet.
- Vi vet ikke hvilken vei det passerer gjennom spaltene, eller om det er begge samtidig.
- Etter treff, vet vi heller ikke hvilken vei det tok.
- Målingen av banen til partikkelen \Rightarrow interferens opphører.
- Måling endrer sannsynligheten.
- Partikkelen vet ikke selv hvilken vei det skal ta.

Hidden variables - teorien Partikkelen må selv vite hvilken spalte den skal gjennom, og den er da underkastet en deterministisk oppførsel. Vi kjenner bare ikke den underliggende fysikken.

"Gud spiller ikke terning"
- Albert Einstein.

"Slutt å fortelle Gud hva han skal gjøre"
- Niels Bohr.

Sanssynlighetstettheten

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = E \cdot \Psi(x)$$

