

# Lab Rapport - Masse

Oskar Idland  
University of Oslo  
(Dated:)

I dette eksperimentet prøvde vi forskjellige måter å måle masse og små masseendringer. Vi gjorde dette via en bladfjær med måleur, en harmonisk oscillator og bladfjær med en laser. Resultatene variert og bladfjær med måleur var en klar vinner.

## I. INTRODUKSJON

Masse er en ekstremt viktig størrelse i fysikken ettersom det er en grunnstørrelse og grunnenhet i SI systemet. Det betyr at vi bruker masse til å bygge opp andre fysiske størrelser. Dette gjør det vesentlig å ha en felles forståelse for hva for eksempel et kilogram er. Vi må også klare å måle dette på en måte som er nøyaktig reproducerebar. I denne rapporten skal vi utforske forskjellige måter å måle masse på, og se på hvor nøyaktig disse målingene er og hvor små endringer i vekt  $\Delta m$  (følsomhet), vi kan detektere. Vi bruker elastisk deformasjon i en bladfjær med et måleur, en harmonisk oscillator og bladfjær med refleksjon av laser stråle. Objektet som skal veies er et aluminiums lodd.

## II. TEORI

### A. Numerisk Lineær Regresjon

Ved bruk av Python kan vi gjøre en numerisk lineær regresjon basert på dataen vi samler iløpet av eksperimentet. Dette gjør vi ved å bruke biblioteket `scipy.stats.linregress` som tar inn to lister med x og y verdier. Denne funksjonen gir oss en modell vi kan hente ut stigningstallet  $a$ , konstanten  $b$ , standardavviket til stigningstallet  $\Delta a$  og standardavviket til konstanten  $\Delta b$ . Dette vil brukes til å finne en lineær funksjon som kan brukes til å beregne massen til et objekt og vil være på formen

$$m(l) = a \cdot l + b. \quad (1)$$

### B. Usikkerhet

Når vi regner på usikkerheter er de mest relevante i form av menneskelige feil (avlesning av instrumenter eller forskjell i oppsett), og usikkerheten i instrumentene brukt. Ofte er det en kombinasjon av usikkerheter fra instrumentene og menneskelige feil som gir den totale usikkerheten. Den totale usikkerheten  $\Delta Z$  kan vi beregne ut fra de uavhengige usikkerhetene  $\Delta A$  og  $\Delta B$ .

$$\Delta Z = \sqrt{\Delta A^2 + \Delta B^2}. \quad (2)$$

For å redusere usikkerheten i målingene gjør vi dette flere ganger, tar gjennomsnittet av målingene og regner ut standardavviket til gjennomsnittet, også kjent som standard error in the mean (SE).

### C. Standardavvik til midlere verdi

Ved en måling  $x$  vil vi få den usikkerhet  $\Delta x$  som er gitt av standardavviket til målingen. Gjør vi flere målinger må vi regne på hvert enkelt standardavvik for å finne standardavviket til gjennomsnittsverdien  $SE(\langle x \rangle)$  gitt ved

$$SE(\langle x \rangle) = \frac{\Delta x}{\sqrt{n}} = \Delta \langle x \rangle. \quad (3)$$

### D. Måleur

Måleuret har en liten nål i bunn som kan bevege seg opp og ned. Selve uret lar oss lese av dette i 0.01 mm. Dette har en usikkerhet som vi skal ta med i beregningene. Den totale usikkerheten  $\Delta l$  i lengden avlest er gitt av usikkerheten i instrumentet  $\Delta l_i$ , avlesning  $\Delta l_a$  og standard error in the mean  $SE(\langle l \rangle)$ , der  $\langle l \rangle$  er gjennomsnittslengden målt. Måleuret brukt (nr. B1232) har en usikkerhet vi leser av i databladet i figur 6

Dette gir en total usikkerhet  $\Delta l_t$  på

$$\Delta l = \sqrt{\underbrace{\Delta l_i^2}_{\text{Riktighet}} + \underbrace{\Delta l_a^2}_{\text{Presisjon}} + SE(\langle l \rangle)^2}. \quad (4)$$

Når vi skal finne den minste massen vi kan måle  $\Delta m$  tar vi også hensyn til riktigheten og presisjonen. Her er  $a$  stigningstallet til linjen produsert av den numeriske lineær regresjonen av dataen og  $\Delta a$  dets tilhørende usikkerhet. Samme gjelder for  $b$  og  $\Delta b$  som er konstanten i lineær regresjonen som definert i seksjon II A.  $\Delta l$  er den totale usikkerheten i lengden som vi fant via likning (4).

$$\Delta m = \sqrt{\underbrace{(\langle l \rangle \cdot \Delta a)^2 + (\Delta b)^2}_{\text{Riktighet}} + \underbrace{(a \cdot \Delta l_t)^2}_{\text{presisjon}}} \quad (5)$$

Vi har også en alternativ formel som kan brukes for å finne den minste massen vi kan måle i en harmonisk

oscillator. Denne formelen er gitt ved

$$\Delta m = \frac{2m\Delta\tau}{\tau} \quad (6)$$

hvor  $\tau$  er svingeperioden og  $\Delta\tau$  dets usikkerhet.

### E. Dynamisk Område

Det dynamiske området til et instrument er det området hvor instrumentet vil gi en nøyaktig måling. Dette er gitt av en kombinasjon av usikkerhetene i instrumentet, hvilket område det er kalibrert for og våre krav til dets presisjon. Ta for eksempel en vekt som er kalibrert mellom 0 og 100 g, men som har en usikkerhet på 5 g. Hvis vi ønsker oss en presisjon på 5 g vil vekten duge akkurat i intervallet fra 5 til 95 g eller to størrelsesordener. Hvis vi ønsker oss en presisjon på 10% ville vekten hatt dynamisk område på 55 til 95 g. Dynamisk område er altså avhengig av både instrumentet og kravene til presisjonen.

## III. METODE

### A. Bladfjær og Måleur

#### 1. Oppsett



Figur 1: Oppsett av bladfjær og måleur

Bladfjæren er festet med to skruer, horisontalt til en blokk med aluminium, slik at den får svinge vertikalt. I et hull i ytterst på bladfjæren festes en tråd med en kurv i enden (se figur 1). På aluminiums blokken er det festet en stang som holder måleuret. Ettersom bladfjæren vil bli trukket nedover mot vekten må måleuret sin nål være betydelig sammentrukket for å forsikre oss om at den har nok lengde til å ha kontakt med bladfjæren. Vi

fester måleuret så langt ute på fjæren som mulig slik at vi får størst mulig spenn i målt lengde. For å forsikre oss om at vi har nok lengde å spille på setter vi aluminiums loddet, som vi vet er circa det tyngste vi skal veie, og ser at nålen til uret har nok lengde til å nå bladfjæren.

a. **Intensjon:** Når vi legger på vekt vil bladfjæren bli trukket nedover sammen med nålen på måleuret. Dette vil la oss lage en lineærtilpassing av målt lengde mot vekt.

#### 2. Måling

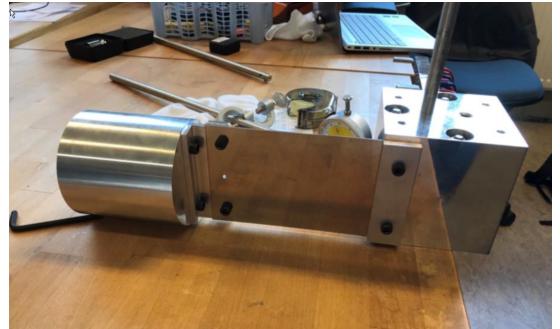
For å kunne bruke deformasjonene i bladfjærer samtidig med måleuret til å måle massen til et objekt må vi først kalibrere vekten vår. Dette gjør vi ved å legge en rekke kombinasjoner av 4 typer kalibrerings lodd på 500 g, 100 g, 10 g og 1 g. Vi legger disse loddene i kurven i enden av bladfjæren og noterer både masse og utslag  $l$  på måleuret som en ser i tabell I. Vi banker i bordet for å passe på at uret ikke setter seg fast slik at avlesningen blir mer presis. Dette gjøres i et spenn fra 0 til 2131 g. Videre veier vi selve aluminiums loddet. Vi gjentar målingen 5 ganger og tar gjennomsnittet av utslaget og usikkerheten gitt ved likning (3). Vi finner usikkerheten til måleuret via databladet i figur 6 hvor vi det står oppgitt en usikkerhet på 0.001 mm eller 0.000001 m.

#### 3. Beregninger

I databladet til måleuret (se figur 6) ser vi at  $\Delta l_i = 0.001$  mm. Selv anslår vi en usikkerhet i avlesning  $\Delta l_a = 0.01$  mm. Vi bruker målingene notert i tabell I til å lage en lineær regresjon for masse. Her setter vi inn gjennomsnittsutslaget  $\langle l \rangle$  av de 5 målingene notert i tabell II for å beregne massen til aluminiums loddet. Vi finner deretter følsomheten  $\Delta m$  ved likning (5).

### B. Harmonisk Oscillator

#### 1. Oppsett



Figur 2: Oppsett av harmonisk oscillator

Vi spenner opp bladfjæren, men denne gangen vertikalt på aluminiums blokken, slik at den får svinge horisontalt (se figur 2). Vi finner massen til klossen ved å veie den på en balansevekt. Balansevekten har en usikkerhet på 0.1 g (se figur 7).

a. **Intensjon:** Måle hvor små masseendringer vi kan detektere ved å måle svingeperioden til klossen før og etter vi legger til en liten masse.

## 2. Måling

Ved bruk av stoppeklokke tok vi tiden  $t$  det tok for klossen å svinge 5 ganger. Usikkerheten i bruk av stoppeklokke anslo vi til å være på 0.2 sekunder. Vi gjennomførte dette 10 ganger og noterte tiden for hver gang (se tabell III).

## 3. Beregninger

Svingeperioden  $\langle \tau \rangle$  fant vi ved bruk av formelen i likning (7). Vi brukte usikkerhetene i  $\langle t \rangle$  til å finne usikkerheten i  $\langle \tau \rangle$ , gitt ved likning (8).

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle t \rangle}{5} \quad (7)$$

$$\Delta \langle \tau \rangle = \frac{\Delta \langle t \rangle}{5} \quad (8)$$

Videre bruker finner vi minste masseendring vi kan måle ved bruk av formelen i likning (6). Deretter tester vi om dette stemmer med en bunke med binders med masse tilnærmet lik som  $\Delta m$  og ser om vi klarer å detektere endring i svingetiden og hvorvidt denne endringen er større enn usikkerheten vår. Vi bruker samme metode med 5 svingninger målt 10 ganger som notert i tabell III. Til slutt finner vi dynamisk område.

## C. Bladfjær og Laser

### 1. Oppsett

I denne metoden er oppsettet for bladfjæren og kurven identisk som ved bruk av måleur i seksjon III A 1. Forskjellen er at vi ikke bruker måleur, men har festet en laser på den vertikale stangen i aluminiums klossen som sett i figur 3. Vi legger på aluminiums blokken med litt ekstra vekt og peker laseren så langt ute på bladfjæren som mulig. Da sikrer vi oss at alle målinger kan gjennomføres og at vi får størst mulig spenn i posisjonen til laseren. Videre henger vi opp ark på veggen der laseren vil treffe slik at vi kan markere treffpunkt for laser og senere måle avstanden.



Figur 3: Oppsett av bladfjær og laser

a. **Intensjon:** Laseren som peker på bladfjæren vil reflekteres av flaten og lyse på veggen noen meter unna. Når vi legger på mer vekt vil bladfjæreren trekkes nedover og laseren vil reflekteres lavere på veggen, jo mer vekt vi har på. Dette lar oss gjøre en lineærtilpassingen mellom avstand fra nullpunkt, til punktet laseren peker  $\delta l$  når vi har på  $x$  antall kg

## 2. Måling

Før vi begynner målingene må vi igjen kalibrere vekten vår. Vi bruker samme metode som sist vi brukte bladfjæren i III A 2. Vi noterer vekt og  $\delta l$  i tabell I.

## 3. Beregninger

Vi merker oss at prikk til laseren har en diameter på ca. 1 cm som legger til en avlesning usikkerhet  $\Delta l_a$  på 5 mm i vår evne til å måle  $\delta l$ . Ettersom laseren peker ganske langt ute på bladfjæren vipper den også litt når vi legger på vekt. Dette gir en instrumentell usikkerhet  $\Delta l_i$  på 5 mm. Vi legger derfor til disse usikkerhetene i vår beregning av  $\delta l$ . Videre finner vi følsomheten  $\Delta m$  ved likning (5).

## IV. RESULTATER

### A. Tabeller

$m$ [g]	$l$ [mm]	$\delta l$ [cm]	Måling	$l$ [mm]	$\delta l$ [cm]
0	9,28	0	1	0,18	95.7
1	9,26	0,2	2	0,15	95.7
10	9,22	0,5	3	0,14	95.7
100	8,84	4,4	4	0,14	-
500	7,15	23,2	5	0,13	-
600	6,72	27,8			
700	6,26	32,4			
1000	4,99	46,0			
1100	4,57	50,3			
1200	4,12	54,8			
1500	2,87	67,7			
1600	2,45	72,1			
1700	2,01	76,1			
2000	0,79	89,0			
2100	0,37	92,9			
2110	0,30	93,3			
2120	0,25	93,7			
2130	0,20	98,2			
2131	0,20	94,3			

Tabell I: Masse og resultater fra målingene med måleur og laser.

$t_n$	tid [s]	$t_n$	tid [s]
$t_1$	2,10	$t_1$	2,04
$t_2$	1,94	$t_2$	2,04
$t_3$	1,99	$t_3$	2,03
$t_4$	1,96	$t_4$	2,05
$t_5$	2,02	$t_5$	2,11
$t_6$	2,07	$t_6$	2,11
$t_7$	2,06	$t_7$	1,97
$t_8$	2,12	$t_8$	2,03
$t_9$	2,03	$t_9$	1,88
$t_{10}$	2,04	$t_{10}$	2,01

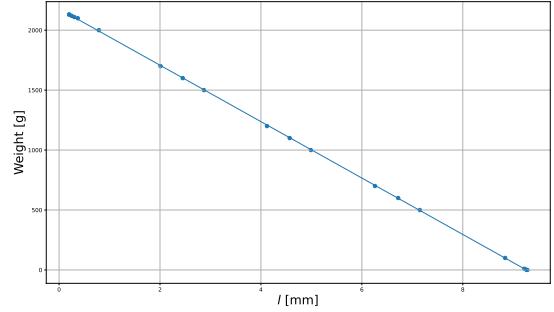
Tabell III: Tid for 5 svinginger for harmonisk oscillator  
Tabell IV: Tid for 5 svinginger for harmonisk oscillator med ekstra vekt

Koeffisient	Verdi	Koeffisient	Verdi
a	-235	a	22.65
b	2178	b	-17.66
$\sigma_a$	0.32	$\sigma_a$	0.1086
$\sigma_b$	1.7	$\sigma_b$	6.929
$\Delta l$	0.013 mm	$\Delta l$	0.707 mm
m	2143 g	m	2150 g
$\Delta m$	3.6 g	$\Delta m$	20 g

Tabell V: Koeffisienter og dets usikkerheter for lineær regresjon ved veiling av aluminiums lodd ved et måling med måleur

Tabell VI: Koeffisienter og dets usikkerheter for lineær regresjon ved veiling av aluminiums lodd ved et måling med laser

### B. Bladfjær og Måleur



Figur 4: Lineær regresjon av måledata for bladfjær og måleur.

Se tabell V for numerisk beregnede verdier. Vi regner vi ut  $\Delta l$  ved likning (4) og setter inn verdiene anslått og beregnet i avsnitt III A 3

$$\Delta l = 0.013 \text{ mm} \quad (9)$$

### C. Harmonisk Oscillator

Etter å ha veid aluminiums loddet på balansevekten leser vi av en masse  $m = 2143,4$  g. Vi regner også ut periodetiden  $\langle \tau_1 \rangle$  ved formelen likning (7). Vi finner standardavviket numerisk og får følgende resultat:

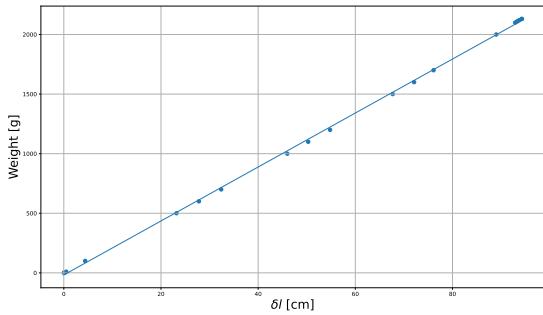
$$\langle \tau_1 \rangle = 0.407 \pm 0.004 \text{ s.} \quad (10)$$

Dette bruker vi videre til å finne  $\Delta m$  via formel likning (6) som gir følgende resultat:

$$\Delta m = 39 \text{ g.} \quad (11)$$

Vi samlet deretter en bunke med binders som vi veide på en digital vekt med en lesbarhet på 0,1 g (se figur 7) som ga oss en ny  $\langle \tau_2 \rangle = 0.405 \pm 0.004$ .

#### D. Bladfjær og Laser



Figur 5: Lineær regresjon av måledata for bladfjær og laser.

Måledataen som sett i tabell II, numeriske beregnede verdier i tabell VI og formelen likning (4) gir oss følgende resultat for  $\Delta l$ :

$$\Delta l = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2 + 0^2} = 0.707 \text{ mm} \quad (12)$$

Den numeriske lineærtipassing hadde usikkerheter som sett i tabell VI. Ved likning (5) beregner vi  $\Delta m$ .

$$\Delta m = 26.00 \text{ g} \quad (13)$$

Etter å ha veid aluminiums loddet på nytt etter å ha lagt til ekstra vekt på 10 g fikk vi et utslag 0.22 cm ekstra. Ved å bruke  $\delta l$  målt ved veiing av aluminiums loddet, regnet vi numerisk en masse  $m = 2140 \pm 26\text{g}$ .

## V. DISKUSJON

### A. Bladfjær og Måleur

Det første vi merket oss var den permanente deformasjonen i bladfjæren. Vi målte utslag ved 0 g og fant det til ha blitt redusert fra 9.28 til 9.22. Dette vil naturligvis gjøre lineærtipassing mindre presis. Dette kan en tenke har påvirket aluminiums loddet ettersom vi ser i tabell II at utslaget minker for hver måling. Ettersom dette var det første forsøket for å måle masse, har det størst potensialet til å permanent deformere bladfjæren. Da er det naturlig det er her vi ser størst effekt.

Likevel var det relativt nøyaktig resultater, i forhold til de andre metodene, som ble produsert. Hvis vi ønsker oss en presisjon på 1% får vi et dynamisk område på tre størrelses fra 36 g til 2100.

### B. Harmonisk Oscillator

Det første vi legger merke til er at endringen i perioden er ca. det samme som usikkerheten i  $\langle \tau_2 \rangle$ . Da er

vår kalkulerte  $\Delta m$  veldig nære følsomheten vi ser eksperimentelt. Her burde vi hatt flere målinger for å få en mer nøyaktig verdi. Likevel tyder dette på at vår teoretiske  $\Delta m$  er i nærheten av den faktiske. Ettersom vi ikke har et friksjonsfritt system og permanent deformasjon av bladfjæren kan oppstå vil ikke periodetiden  $\tau$  være helt nøyaktig og vil endre seg over tid. Det er vanskelig å forutsi hvor mye dette påvirker lineærtipassingen. Dette var grunnen til at vi valgte å bare ha 5 svingninger og flere målinger for å gjøre periodetiden mer konsekvent.

En følsomhet på 39 g er relativt dårlig etter moderne standarder. Hvis vi ønsker oss en presisjon på 1% får vi et dynamisk område på to størrelsesordener fra 360 g til 1800 g. For å forbedre eksperimentet kunne vi ha brukt et måleur med lengre nål samt lengre bladfjær av materiale som letter går tilbake til gammel form.

### C. Bladfjær og Laser

En følsomhet på 26 g er ikke særlig mye bedre enn det vi fikk ved bruk av en harmonisk oscillator. Det er ca. 50 % forbedring, men likevel relativt lite brukbart i en moderne verden, med tanke på at vårt dynamiske område. Eksperimentelt klarte vi å se forskjell på ned til 10 g, men dette var også innenfor standardavviket vårt. Vi ser i etterkant at det kunne lønt seg å ha laseren peke litt lengre unna enden på bladfjæren, ettersom laseren ville vært mer stabil. Dette observerte vi hos andre grupper. Enda en stor feilkilde er den permanente deformasjonen i bladfjæren som er ekstremt vanskelig å ta hensyn til. Ved høyere vekt vil bladfjæren deformeres mer og mer helt til utslaget ved 0 g blir større.

Vi har antatt et lineært forhold mellom deformasjon og laserens posisjon på veggen. Dette må ikke nødvendigvis stemme ettersom dreiemomentet vekten har på bladfjæren vil reduseres jo mer vekt som legges på. Hvis vi ønsker oss en presisjon på 1% får vi et dynamisk område på to størrelsesordener fra 260 g til 1900 g. For å forbedre eksperimentet kunne vi ha brukt en laser med enda skarpere fokus slik at den ikke vippet så mye opp og ned. Her kunne en også brukt en bladfjær av materiale som lettere går tilbake til gammel form.

## VI. KONKLUSJON

Det er en klar vinner av alle metodene vi har brukt i disse eksperimentene. Bladfjær med måleur ga definitivt best resultater med en hel størrelsesorden. Dette kan virke logisk ettersom måleur er laget får høy presisjon ved små avstander.

## VII. APPENDIX

### A. Datablader

CERTIFICATE OF CALIBRATION											QA/ 29 / 00.00	
BAKER			Range : 10 mm			Graduation : 0 - 100			Gauge Serial No : B 1232			
Type : J02    Reading : 0.01 mm									Certificate No. : 6131			
Tested in accordance to : DIN-878			0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0.000	0.000	-0.002	-	-	-	-	-	0.002	0.001	-0.001	-
1	-	-	0.001	0.002	0.001	-	-	-	-	0.001	0.001	0.001
2	0.002	-	-	-	-0.001	0.001	-	0.002	-	-	-	-
3	0.001	0.000	0.002	-	-	-	-	0.003	0.003	0.001	-	-
4	-	-	0.000	0.002	0.003	-	-	-	-	-0.001	0.000	-
5	0.000	-	-	-	-0.001	0.001	-	0.002	-	-	-	-
6	-0.001	0.000	0.000	-	-	-	-	0.002	0.001	0.002	-	-
7	-	-	0.000	0.000	0.001	-	-	-	-	-0.001	-0.001	-
8	0.001	-	-	-	0.003	0.004	-	0.004	-	-	-	-
9	0.003	0.001	0.003	-	-	-	-	0.005	0.003	0.004	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

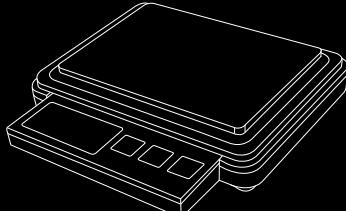
Calibration Equipment used is traceable to National Length Standards vide NPL certificate no. 1038/07/664/98.  
 Errors in units of : mm  
 Uncertainty of measurement : 0.001 mm

AN ISO9001 COMPANY


 Q.A.

Figur 6: Datablad for måleur B1232



## USER MANUAL

Thank you for purchasing a PROSCALE™ XC digital scale. Please read all operating instructions carefully before use. This electronic scale is a precision instrument. With normal care and proper treatment, it will provide years of reliable service.

Never load the scale with more than the maximum capacity. Overloading will permanently damage it! Avoiding any exposure to extreme heat or cold, your scale works better when operated at normal room temperature. Always allow the scale to acclimate to normal room temperature for at least one hour before use. Give your scale sufficient warm up time. Usually 30-60 seconds before calibration to give the internal components a chance to stabilize. Keep your scale in a clean environment. Dust, dirt, moisture, vibration, air currents and a close distance to other electronic equipment can all cause an adverse effect on the reliability and accuracy of your scale. Handle with care. Gently apply all items to be weighed onto tray top. Although this scale is designed to be quite durable, try to avoid rough treatment as this may permanently damage the internal sensor. Avoid shaking, dropping or otherwise shocking the scale. This is a precision instrument and must be handled with extreme care.

**ONLY OPERATE THE SCALE ON A STABLE, VIBRATION FREE SURFACE.**

**OPERATION**

- Place scale on a horizontal flat surface, press [ON/OFF] key to turn on the scale.
- Wait until "0.0" is displayed
- Put the object(s) on the weighing platform
- Using the [MODE] key, you can change the weighing units.

**TARE SETTING**

- Turn on scale as described above
- Place the "tare item" on the platform
- Press [TARE] and wait until "0.0" is displayed
- Add the "net-weight-item"

**CALIBRATION**

- Place the scale on a stable surface and turn on the scale.
- Press and hold [MODE] button and release when the display shows "CAL".
- Press [MODE] again, the LCD display will show the required calibration weight "500.0" or "2000.0".
- Gently place the required weight on the scale and wait 3 seconds.
- The display will show "PASS" when calibration is complete and return to the normal weighing mode

**PLEASE CHECK THE AVAILABILITY OF WEIGHTS AT THE STORE YOU BOUGHT YOUR SCALE FROM.**

**SPECIFICATIONS**

Tare Range	Full capacity
Auto Off	60 seconds off
Op. Temp	15 to 30 degrees C
Display	LCD 5 digits
Power	2 x AAA
Scale Dim.	113 x 88 x 25 mm
Tray	95 mm x 68 mm

**Proscale XC 500 / XC 2000**

Capacity	500g / 2000g
Readability	0.01g / 0.1g
Modes	g/oz/gn/ct/dwt/ozt/lb
Calibration	500g / 2000g

**DISPLAY ERROR MESSAGES**

[Lo]	Change the batteries.
[O-LD]	You are overloading the scale. Remove the excessive load immediately.
[UnSt]	Use the scale in a more stable position.

Figur 8: Datablad for digital vekt

**B. Python filer**