Symulacja Cyfrowa Projekt

Oskar Czyżewski

numer albumu: 126142

numer zadania: D3 S2 M3

metoda symulacji: ABC

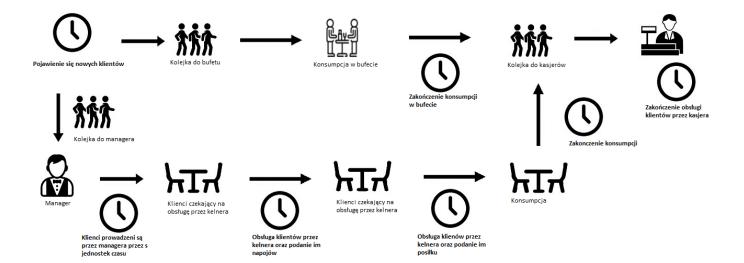
1. Treść zadania

W chińskiej restauracji pracuje k kelnerów obsługujących n_2 stolików dwuosobowych, n_3 stolików trzyosobowych oraz n_4 stolików czteroosobowych. Klienci pojawiają się w restauracji jako grupy 1-, 2, 3- lub 4-osobowe z prawdopodobieństwami odpowiednio p_1 , p_2 , p_3 oraz p_4 . Odstęp czasu rozdzielający pojawienie się kolejnych grup klientów jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią μ_a i wariancją σ_a^2 . Jeśli jest dostępny stolik odpowiadający wielkości grupy (lub większy), klienci są do niego prowadzeni przez kierownika sali (czynność ta zajmuje s jednostek czasu). W przeciwnym przypadku grupa oczekuje na stolik w kolejce. Średnio połowa klientów korzysta z samoobsługowego bufetu, przy którym może znajdować się jednocześnie b osób. Czas spędzany przy bufecie przez grupę klientów jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią μ_h i wariancją σ_h^2 . Pozostali klienci są obsługiwani przez tego z kelnerów, który jako pierwszy będzie wolny. W pierwszej kolejności klienci otrzymują napoje, a następnie serwowane jest danie główne. Czas obsługi w obu przypadkach jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym ze średnimi odpowiednio λ_n oraz λ_i (te dwie wielkości uwzględniają zarówno czas oczekiwania na zrealizowanie zamówienia jak i sam czas podania napojów i posiłku głównego) Po zakończeniu konsumpcji, której długość jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym ze średnią λ_f , klient płaci jednemu z c zatrudnionych kasjerów. Czas obsługi przez kasjera jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym ze średnią λ_p . W restauracji zamontowano nieprawidłowo system przeciwpożarowy. Co jakiś czas, bez przyczyny, rozlega się dźwięk alarmu. Część gości, świadoma nieprawidłowości, pozostaje na miejscu, natomiast reszta opuszcza restaurację. Odstęp czasu rozdzielający kolejne alarmy jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią $\mu_e = 4200$ i wariancją $\sigma_e^2 = 50^2$. Prawdopodobieństwo, że dana grupa nie opuści restauracji wynosi 70%. Zakładając, że kierownik sali zawsze wybiera stolik najlepiej pasujący do danej grupy oraz stosuje jedną z podanych niżej zasad obsługi kolejki, oszacuj za pomocą odpowiedniego eksperymentu symulacyjnego:

- a) średni czas oczekiwania na stolik,
- b) średnia długość kolejki oczekujących na stolik,
- c) średni czas oczekiwania na obsługę przez kelnera od momentu zajęcia miejsca przy stoliku,
- d) średnią długość kolejki przy kasach.

2. Opis modelu symulacyjnego

Schemat modelu symulacyjnego



Opis klas wchodzących w skład systemu i ich atrybutów

| Nazwa Klasy | Opis | Atrybuty |
|-------------|------------------------------|---|
| Restaurant | Klasa reprezentująca | -waiters zawiera liczbę kelnerów w |
| | restaurację. Zawiera | restauracji |
| | wszystkie kolejki i atrybuty | - table_two zawiera liczbę stolików |
| | potrzebne do symulacji. | dwuosobowych w restauracji |
| | | -table_three zawiera liczbę stolików |
| | | trzyosobowych w restauracji |
| | | - table_four zawiera liczbę stolików |
| | | czteroosobowych w restauracji |
| | | - buffet_seats zawiera liczbę miejsc w |
| | | bufecie |
| | | - manager flaga bool sprawdzająca czy |
| | | kierownik restauracji prowadzi klientów do |
| | | stolika |
| | | cashiers zawiera liczbę kasjerów w |
| | | restauracji |
| | | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |
| | | queue_for_table reprezentuje kolejkę |
| | | klientów do kierownika |
| | | queue_for_buffet reprezentuje kolejkę |
| | | klientów do bufetu |
| | | queue_for_cashiers reprezentuje kolejkę |
| | | klientów do kasjera |
| | | queue_for_drink reprezentuje kolejkę |
| | | klientów do kelnera po napoje |
| | | queue_for_meal reprezentuje kolejkę |
| | | klientów do kelnera po jedzenie |
| | | 1 3 |
| | | buffet_members_ - reprezentuje grupę |
| | | klientów znajdujących się w bufecie |
| | | clients_group_drinks reprezentuje grupe |
| | | klientów obsługiwanych przez kelnera (|
| | | podanie napojów) |
| | | clients_group_meals reprezentuje grupę |
| | | klientów obsługiwanych przez kelnera (|
| | | podawanie jedzenia) |
| | | members_consumption_ reprezentuje grupę |
| | | klientów konsumujących jedzenie |
| Event | Klasa po której dziedziczą | event_time reprezentuje symulacyjny czas |
| | wszystkie zdarzenia | występowania zdarzenia |
| | czasowe wykorzystywane w | flag reprezentuje zmienną bool, która jest |
| | symulacji | przypisywana do każdego zdarzenia |
| | | czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy |
| | | zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| | | system_time reprezentuje czas systemowy |

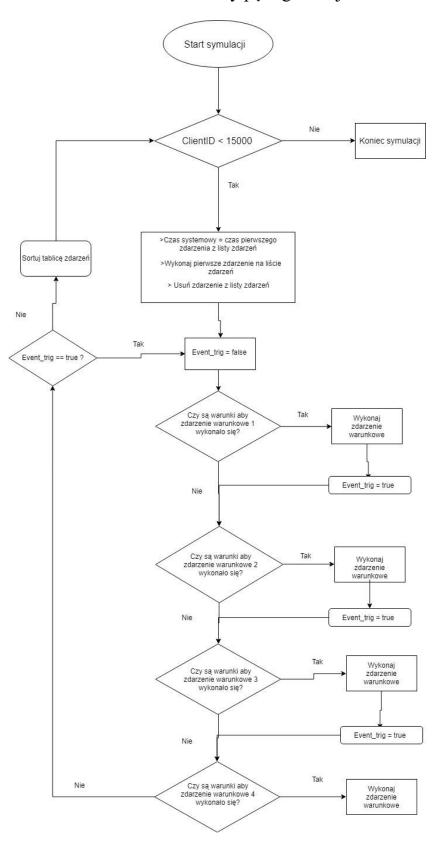
| | | id służy do ustawiania ID kolejnym wchodzącym klientom do restauracji |
|------------|---|---|
| | | manager_time reprezentuje systemowy czas prowadzenia klienta przez managera |
| Events | Klasa zawierająca metody wykonujące zdarzenia warunkowe | |
| Generators | Klasa służy do generowania | avg_a - parametr μ_a |
| | liczb pseudolosowych. Zawiera w sobie | $sigma_a$ - parametr σ_a |
| | implementację generatorów | $\mathbf{avg}_{\mathbf{b}}$ - parametr μ_{b} |
| | o rozkładzie normalnym, wykładniczym i | sigma_b_ - parametr σ_b |
| | równomiernym | lambda_n parametr λ_n |
| | · | lambda_j_ - parametr λ_j |
| | | lambda_f_ - parametr λ_f |
| | | lambda_p_ - parametr λ_p |
| | | $\mathbf{avg}_{-}\mathbf{e}_{-}$ - parametr μ_{e} |
| | | sigma_e_ - parametr σ_e |
| | | x ziarno |
| Statistic | Klasa generująca statystyki | Atrybuty do generowania: |
| | | Średniego czasu oczekiwania na stolik avg_wait_for_table_; count_wait_for_table_; n_wait_for_table_; |
| | | Średniej długości kolejki do stolików avg_queue_table_length_; count_queue_table_length_; n_queue_table_length_; |
| | | Średniego czasu oczekiwania na kelnera avg_waiter_; count_waiter_; n_waiter_; |
| | | Średniej długości kolejki do kasjera avg_queue_cashier_length_; count_queue_cashier_length_; n_queue_cashier_length_; |
| | | <pre>phase definiuje czy faza początkowa już się zakończyła</pre> |

| Client | Klasa reprezentująca grupę klientów przechodzącego przez kolejne elementy restauracji | client_id unikalny atrybut każdego klienta przypisywany przy wejściu do restauracji number_people reprezentuje ilość osób w grupie time_to_table reprezentuje czas oczekiwania klienta na stolik time_to_waiter reprezentuje czas oczekiwania klienta na kelnera aware zmienna boolowska reprezentująca czy klient ma świadomość wadliwości alarmu table reprezentuje wielkość stolika przy którym siedzi grupa klientów consumption – używana do sortowania klientów przy zdarzeniach czasowych |
|----------------|--|--|
| Alarm | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: rozleganie się dźwięku alarmu | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| CashierEvent | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: koniec obsługi klienta przez kasjera | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| EndBuffet | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: koniec konsumpcji klienta w bufecie | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| EndConsumption | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: koniec konsumpcji klienta przy stoliku | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| EndDrinks | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: koniec obsługi klientów przez kelnera | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| EndMeal | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: koniec obsługi klientów przez kelnera | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
| NewClient | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: pojawienie się nowego klienta | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |

| TakeTableSit | Klasa reprezentująca zdarzenie czasowe: pojawienie się nowego klienta | event_time reprezentuje symulacyjny czas występowania zdarzenia flag reprezentuje zmienną bool, która jest przypisywana do każdego zdarzenia czasowego. Za jej pomocą weryfikuje się czy zdarzenie ma być usunięte z listy zdarzeń |
|--------------|--|--|
|--------------|--|--|

3. Opis przydzielonej metody symulacyjnej

Schemat blokowy pętli głównej



Lista zdarzeń czasowych i warunkowych

Zdarzenia czasowe

| Zdarzenie | Opis | Algorytm |
|-------------------------|--|--|
| Pojawienie się | Zdarzenie generuje nowego klienta i | 1. Wylosuj czas z generatora |
| nowego klienta | umieszcza ich w kolejce do bufetu lub w | 2. Utwórz nowego klienta (|
| | kolejce do kierownika. | restauracja lub bufet) |
| | | 3. Umieść klienta na koniec |
| | | kolejki |
| | | 4. Zaplanuj przybycie nowego |
| | | klienta |
| Posadzenie klientów | Kierownik prowadząc klientów przez s | 1. Zwolnij kierownika |
| przy stoliku przez | czasu umieszcza ich w odpowiednim | 2. Umieść klientów na końcu |
| kierownika | stoliku. | kolejki po napoje |
| Koniec Konsumpcji | Zdarzenie wywoływane podczas | 1. Zwiększ liczbę dostępnych |
| w Bufecie | zakończenia konsumpcji w bufecie przez | miejsc w bufecie o liczbę osób |
| | określoną grupę klientów. | w grupie klientów |
| | | 2. Usuń klientów z bufetu |
| | | 3. Umieść klientów na końcu |
| | | kolejki do kasjera |
| Zakończenie obsługi | Kelner podał napoje klientom i zakończył | 1.Usuń klientów z grupy |
| przez kelnera | obsługę | obsługiwanych przez kelnera |
| (napoje) | | 2.Umieść klientów na koniec |
| | | kolejki do obsługi przez |
| | | kelnera (jedzenie) |
| | | 3. Zwiększ liczbę dostępnych |
| | | kelnerów o 1 |
| Zakończenie obsługi | Kelner podał jedzenie klientom i zakończył | 1.Usuń klientów z grupy |
| przez kelnera | obsługę | obsługiwanych przez kelnera |
| (jedzenie) | | 2.Umieść klientów do grupy |
| | | konsumpcja |
| | | 3. Zwiększ liczbę dostępnych |
| Zakończenie | Viant zalrań azwi transuma się wy stalilay i | kelnerów o 1 |
| | Klient zakończył konsumpcję w stoliku i | 1.Usuń klientów z grupy |
| konsumpcji w stoliku | udaje się do kolejki do kasy | konsumpcja 2.Zwiększ liczbę dostępnych |
| Stoliku | | stolików |
| | | 3.Umieść klientów w kolejce |
| | | do kasy |
| Zakończenie obsługi | Kasjer zakończył obsługę klienta | 1.Zwiększ liczbę dostępnych |
| przez kasjera | Kasjei zakonezyi oosiugę knema | kasjerów o 1 |
| Alarm | W restauracji zamontowano nieprawidłowo | Wylosuj czas z generatora |
| 1 11411111 | system przeciwpożarowy. Co jakiś czas, | 2. Usuń z restauracji |
| | bez przyczyny, rozlega się dźwięk alarmu. | wszystkich nieświadomych |
| | see prejugging, reelega sig aemigh anaima. | klientów i wszystkie |
| | | przypisane do nich zdarzenia |
| | | czasowe |
| | | 3. Zaplanuj czas następnego |
| | | alarmu |

Zdarzenia warunkowe

| Zdarzenie | Opis | Algorytm |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Przydzielenie stolików | Kierownik zaczyna prowadzić | 1.Usuń klientów z kolejki do |
| ManagerWork | klientów z kolejki do stolika | stolików |
| | | 2.Zmiejsz liczbę dostępnych |
| | | stolików |
| | | 3.Zaplanuj zdarzenie czasowe: |
| | | Posadzenie klientów przy |
| | | stoliku przez kierownika |
| Przydziel stanowisko w bufecie | Umieszczenie klientów z | 1.Usuń klientów z kolejki do |
| BuffetMembers | kolejki w bufecie | bufetu |
| | | 2.Zmiejsz liczbę dostępnych |
| | | miejsc w bufecie |
| | | 3.Zaplanuj czas końca |
| | | konsumpcji przez klientów |
| Zacznij obsługę klientów przez | Kelner rozpoczyna obsługę | 1.Usuń klienta z kolejki do |
| kelnera (napoje) | klientów | kelnera |
| WaiterDrink | | 2.Zmiejsz liczbę dostępnych |
| | | kelnerów o 1 |
| | | 3. Umieść klienta do grupy |
| | | obsługiwanych przez kelnerów |
| | | 4.Zaplanuj czas zakończenia |
| | | obsługi |
| Zacznij obsługę klientów przez | Kelner rozpoczyna obsługę | 1.Usuń klienta z kolejki do |
| kelnera (jedzenie) | klientów | kelnera |
| WaiterFood | | 2.Zmiejsz liczbę dostępnych |
| | | kelnerów o 1 |
| | | 3. Umieść klienta do grupy |
| | | obsługiwanych przez kelnerów |
| | | 4. Zaplanuj czas zakończenia |
| | | obsługi |
| Rozpocznij płatność u kasjera | | 1.Usuń klientów z kolejki do |
| CashierWork | | kasjera |
| | | 2. Zmniejsz liczbę dostępnych |
| | | kasjerów |
| | | 3.Zaplanuj czas zakończenia |
| | | obsługi |

4. Parametry wywołania programu

```
int Generators::avg_a_ = 420;
int Generators::sigma_a_ = 50;

int Generators::avg_b_ = 2900;
int Generators::sigma_b_ = 80;
int Generators::lambda_n_ = 830;
int Generators::lambda_j_ = 2000;
int Generators::lambda_f_ = 2020;
int Generators::lambda_p_ = 2500;
int Generators::avg_e_ = 4200;
int Generators::sigma_e_ = 50;
```

5. Generatory

Generowanie ziaren

Generowałem ziarna za pomocą funkcji:

```
h=x/q
x=a*(x-q*h)-r*h
dla danych:
a=16807,
q=127773,
r=2836.
```

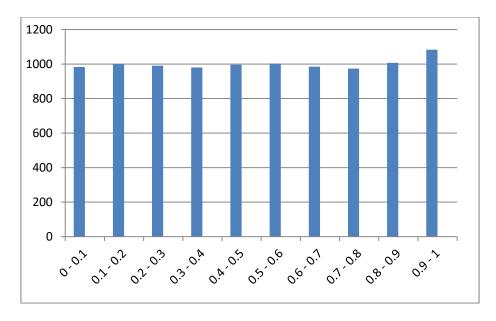
Po wygenerowaniu 10000 ziaren zapisałem do pliku seed.txt co 1000 ziarno. Wygenerowane ziarna:

```
423669749 2025999803 169051120622 1164489620 370389800 2060109426 736449719 1623301720 125633416 105704401
```

Generator liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym

Generator uzyskuje wartości w przedziale od 0 do 1

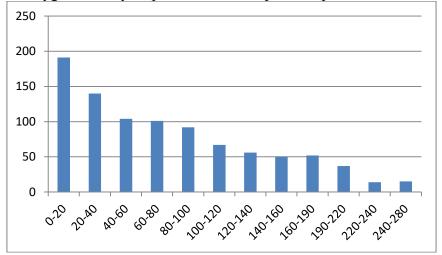
Histogram został wygenerowany na podstawie 10000 próbek



Generator licz losowych o rozkładzie wykładniczym

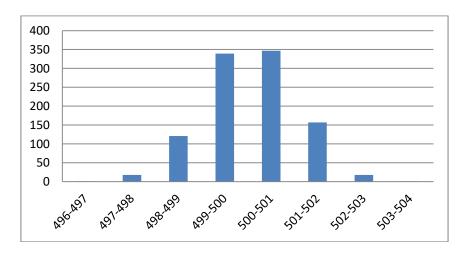
```
double Generators::Exp(double avg, int & x)
{
         double k = log(Generators::Uniform((x)));
         double const val = ((-1)*(k))*avg;
         return val;
}
```

Histogram został wygenerowany na podstawie 10000 próbek i parametru $\lambda = 200$



Generator liczb losowych o rozkładzie normalnym

Histogram został wygenerowany na podstawie 10000 próbek i parametrów: μ =500 oraz σ =1



Niezależność sekwencji losowych

Najistotniejszą metodą zapewnienia niezależności jest fakt, że każda z symulacji rozpoczyna się z innym ziarnem początkowym, którym jest czas w milisekundach.

Generator liniowy wykorzystuje wartości q=127773 i r=2836 co pozwala uzyskać 2^31-1 niepowtarzalnych wartości

6. Opis zastosowanej metody testowania i weryfikacji poprawności działania programu.

Weryfikacja poprawności działania programu polegała m.in. na krokowym przechodzeniu przez pętle symulacyjną,

W ten sposób sprawdzałem czy zdarzeniom czasowym przypisywane są odpowiednie czasy symulacyjne, czy generatory zwracają odpowiednie wartości do ich parametrów oraz czy sortowanie listy zdarzeń przebiega prawidłowo.

Pomocnym sposobem weryfikacji było także debugowanie metod zastosowanych w symulacji.

Pozwoliło to sprawdzić i udowodnić, że zastosowane algorytmy, np. wyboru z kolejki pierwszej grupy mieszczącej się w wolnych stolikach, działają prawidłowo.

7. Wyniki symulacji

Wyznaczenie długości fazy początkowej



Wykres powstał na podstawie 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt

Wykres stabilizuje się przy wartości około 5000 klientów i taką wartość przyjąłem jako koniec fazy początkowej.

Wyznaczenie parametrów symulacji Podczas testowania symulacji konieczna była zmiana kilku parametrów.

| Parametr | Wartość początkowa | Wartość końcowa |
|----------------------|---------------------|--------------------------------|
| k | 13 | 5 |
| n_2, n_3, n_4 | 8,14,4 | 8,14,4 |
| p_1, p_2, p_3, p_4 | 0.11,0.33,0.33,0.23 | 0.19,0.35,0.30,0.16 |
| $\mu_a (\sigma_a^2)$ | $1500(100^2)$ | $420(50^2)$ |
| S | 40 | 240 |
| b | 20 | 20 |
| $\mu_b (\sigma_b^2)$ | $2900(80^2)$ | $2900(80^2)$ |
| λ_n | 370 | 830 |
| λ_i | 2000 | 2000 |
| λ_f | 2020 | 2020 |
| С | 6 | 6 |
| λ_p | 220 | 2500 |
| $\mu_e (\sigma_e^2)$ | $4200(50^2)$ | 4200 (50 ²) |

Największym zmianom uległy parametry:

- Ilość kelnerów w symulacji
- Średnia i wariancja pojawiania się nowych klientów
- Średni czas obsługi przez kasjera

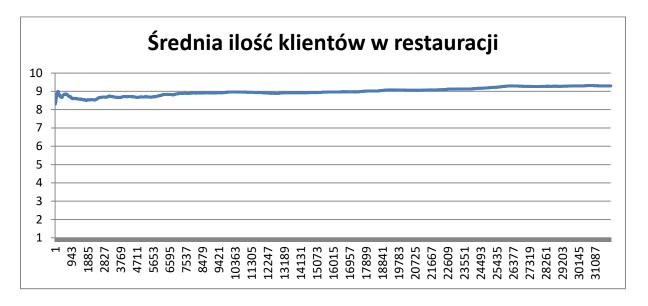
Tabela z wynikami symulacji dla każdego przebiegu symulacyjnego

| nr symulacji | średni czas oczekiwania na stolik | średnia długość kolejki oczekujących na stolik | średni czas oczekiwania na kelnera | średnia długość kolejki przy kasach |
|--------------|---|---|--|---|
| 1 | 571,2333 | 0,996202 | 8,253636 | 0,425164 |
| 2 | 1512,058 | 2,090308 | 9,058175 | 0,568700 |
| 3 | 1094,51 | 1,609844 | 14,91208 | 0,440516 |
| 4 | 131,8122 | 0,491381 | 23,15778 | 0,523892 |
| 5 | 1726,533 | 2,336981 | 5,461877 | 0,422959 |
| 6 | 94,69939 | 0,480836 | 29,50044 | 0,561609 |
| 7 | 132,9122 | 0,534596 | 20,71463 | 0,469176 |
| 8 | 203,8316 | 1,437249 | 20,4848 | 0,398151 |
| 9 | 214,9111 | 0,593854 | 23,58792 | 0,444952 |
| 10 | 131,7714 | 0,491381 | 14,91208 | 0,561609 |

Wyniki końcowe w postaci uśrednionych wyników po wszystkich przebiegach

| średni czas oczekiwania na stolik | średnia długość kolejki oczekujących na stolik | średni czas oczekiwania na kelnera | średnia długość kolejki przy kasach |
|--------------------------------------|--|--|--|
| 581,427223 | 1,106263 | 17,004312 | 0,481673 |

Wykres średniej ilości klientów w restauracji po odcięciu fazy początkowej



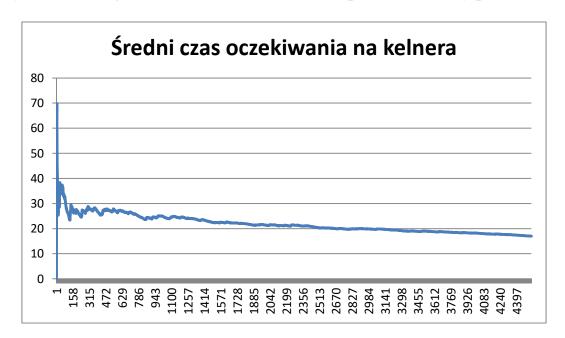
Wykres powstał na podstawie uśrednienia danych z 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt Po odcięciu fazy początkowej na wykresie od początku stabilizuje się na poziomie 9 klientów. Wykres średniego czasu oczekiwania na stolik po odcięciu fazy początkowej



Wykres powstał na podstawie uśrednienia danych z 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt

Po analizie symulacji stwierdziłem, że wartość średniego czasu oczekiwania na stolik jest mocno skorelowana z ilością grup 4 osobowych klientów w kolejce, ponieważ to ta grupa ma najmniejsze szanse na wejście do stolika.

Wykres średniego czasu oczekiwania na stolik po odcięciu fazy początkowej



Wykres powstał na podstawie uśrednienia danych z 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt Jak można zauważyć na wykresie średni czas oczekiwania na kelnera stabilizuje się na poziomie 17 czasu symulacyjnego.

Wykres średniej kolejki do kasjerów po odcięciu fazy początkowej



Wykres powstał na podstawie uśrednienia danych z 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt Po zwiększeniu czasu obsługi przez kasjera można zauważyć stabilizację ilości osób w kolejce.

Wykres średniej kolejki do kierownika po odcięciu fazy początkowej



Wykres powstał na podstawie uśrednienia danych z 10 symulacji z ziarnami z pliku seed.txt

Po odpowiednim doborze parametrów pojawiania się nowego klienta i parametru s wykres stabilizuje się na poziomie 1 klienta w kolejce.

Przedziały ufności dla parametrów z prawdopodobieństwem 95%

| Parametr | min | średnia | max |
|---------------------|----------|-------------|----------|
| średni czas | 191,6168 | 581,4272236 | 971,2376 |
| oczekiwania na | | | |
| stolik | | | |
| średnia długość | 0,663402 | 1,106263 | 1,549124 |
| kolejki | | | |
| oczekujących na | | | |
| stolik | | | |
| Średni czas | 12,18152 | 17,00434112 | 21,82717 |
| oczekiwania na | | | |
| kelnera | | | |
| średnia długość | 0,440899 | 0,481673 | 0,522447 |
| kolejki przy kasach | | | |

8.Wnioski

Otrzymane wyniki symulacyjne są zadowalające. Poprawnie wyznaczyłem parametr końca fazy początkowej co widać na wykresie średniej liczby osób w systemie po jej odcięciu. Po wielu próbach zmian parametrów symulacji jedynym parametrem, którego nie udało mi się ustabilizować jest średni czas oczekiwania na stolik. Wynika to z faktu dłuższego, w stosunku do mniej licznych grup, oczekiwania na stolik przez 4 osobowe grupy klientów, którzy mogą usiąść jedynie w stoliku 4 osobowym.

Model symulacyjny może zostać wykorzystany w rzeczywistej restauracji w celu optymalizacji jej parametrów np. ilości stolików.