

UPPSALA
UNIVERSITET

Beräkningsvetenskap I/KF

Institutionen för
informationsteknologi
Beräkningsvetenskap

Besöksadress:
ITC hus 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postadress:
Box 337
751 05 Uppsala

Telefon:
018-471 0000 (växel)

Telefax:
018-51 19 25

Hemsida:
<http://www.it.uu.se>

Department of
Information Technology
Division of Scientific Computing

Visiting address:
ITC bldg 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postal address:
Box 337
SE-751 05 Uppsala
SWEDEN

Telephone:
+46 18-471 0000 (switch)

Telefax:
+46 18-51 19 25

Web page:
<http://www.it.uu.se>

Miniprojekt: Dammen vid Newton's Mill

Du tillbringar ett sabbatsår i England och kommer då i kontakt med The Newton's Mill Restoration Project. Du blir så intresserad av den gamla kvarnen med rötter i 1600-talet att du engagerar dig som volontär i projektet.

Del 1

Dammen vid Newton's Mill är just nu fylld med vatten upp till nivån 20 fot. Vattnet i dammen utövar ett så kallat hydrostatiskt tryck på fördämningen. Din första uppgift i projektet blir att beräkna hur stort det trycket är.

Låt y vara den koordinat som går från dammens botten, $y = 0$, och uppåt. Dammen är vattenfylld upp till $y = 20$. Dammens bredd på nivå y är $w(y)$.

Det hydrostatiska trycket kan då uttryckas

$$\int_0^{20} p \cdot (20 - y) \cdot w(y) dy, \text{ där } p = 62.5 \text{ lb/ft}^3.$$

Följande värden på $w(y)$ har uppmätts:

y	0	5	10	15	20
$w(y)$	20.00	20.05	20.25	20.51	21.18

Skriv ett Matlab-program för att beräkna det hydrostatiska trycket med användning av dessa mätvärden. Du kan använda Matlabs inbyggda funktioner för integrering (välj lämplig funktion).

Del 2

Dammen vid Newton's Mill är i stort behov av renovering. Tanken är att förstärka dammens väggar. Detta kommer att göras på så vis att dammen får en mycket regelbunden form, så att bredden $w(y)$ ges av formeln

$$w(y) = 40 - 20e^{-(0.01y)^2} \text{ fot}$$

För att bedöma hur fördämningen ska dimensioneras ur säkerhetssynpunkt vill ni i restaureringsprojektet beräkna hur stort det hydrostatiska trycket kommer att bli när dammen fått sin nya, regelbundna form.

Detta beror i sin tur på vattennivån i dammen, som varierar under året. Vattennivån D är vanligen mycket låg under sensommaren, medan den under våren kan komma upp till nära 100 fot.

Det motsvarande hydrostatiska trycket betecknar vi med $F(D)$:

$$F(D) = \int_0^D p \cdot (D - y) \cdot w(y) dy, \text{ fortfarande med } p = 62.5 \text{ lb/ft}^3.$$



Din uppgift är nu att numeriskt beräkna $F(D)$ för ett givet värde på D . Du kan använda någon lämplig integreringsfunktioner som finns inbyggda i Matlab för att lösa problemet. Gör sedan en plot över $F(D)$ för alla värden på D från och med 10 fot till och med 100 fot med steget 0.5, dvs. för $D = 10, 10.5 \dots 99.5, 100$. Denna figur blir underlag för bedömning av dimensioneringen av fördämningen.

Del 3: numeriska experiment och egen programmering

För att undersöka hur de numeriska metoderna för integrering fungerar och för att lära dig mer i programmering ska du här lösa samma problem som i del 2 ovan genom egen programmering. Det är alltså samma formel för bredden $w(y)$ som kan användas här, men här ska göra ett eget program som diskretiserar $w(y)$ och utför integrering. Du ska sedan studera vilken diskretisering som krävs för att uppnå en viss noggrannhet. Det går inte att använda exempelvis `quad` eftersom den funktionen diskretiserar automatiskt.

- (a) Först ska du hitta på en algoritm som *automatiskt* ställer in diskretiseringsparametern h så att $F(D)$ beräknas med minst cirka fyra korrekta decimaler. Det räcker om det är ekvidistant indelning, dvs ett och samma h över hela integreringsområdet. Givet ett visst h är det tillåtet att använda Matlabs inbyggda funktion `trapz` för att beräkna integralen, men du får givetvis exempelvis implementera Simpsons metod om du vill.

När du har formulerat algoritmen ska du implementera den i Matlab. Testkör sedan programmet.

- (b) Nu när du kan beräkna $F(D)$ med önskad noggrannhet, så går du vidare och gör en plot över $F(D)$ för alla värden på D från och med 10 fot till och med 100 fot med steg 0.5 på samma sätt som i uppgift 2. Ur beräkningsvetenskaplig synpunkt är det intressant att se hur h -värdena varierar med D . Använd kommandot `subplot` för att rakt under grafen över $F(D)$ lägga in en plot över det använda h -värdet som funktion av D samt därunder en tredje plot som visar det uppskattade felet som funktion av D .

Redovisning

Miniprojektet redovisas i en fullständig rapport, se separat rapportmall på kurs-hemsidan.