



Institutionen för
informationsteknologi
Beräkningsvetenskap

Besöksadress:
ITC hus 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postadress:
Box 337
751 05 Uppsala

Telefon:
018-471 0000 (växel)

Telefax:
018-51 19 25

Hemsida:
<http://www.it.uu.se>

Department of
Information Technology
Division of Scientific Computing

Visiting address:
ITC bldg 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postal address:
Box 337
SE-751 05 Uppsala
SWEDEN

Telephone:
+46 18-471 0000 (switch)

Telefax:
+46 18-51 19 25

Web page:
<http://www.it.uu.se>

Miniprojekt: Bungee Jumping

Ni har fått i uppgift att sätta upp ett bungee-rep för bungee jumping men för att ingen ska skada sig måste ni kontrollera säkerhetsmarginalerna. Uppgiften blir således att räkna på ett hopp och hur långt repet sträcks innan det fjädrar tillbaka.

1 Inledning

En bungee-hoppare ska hoppa från en bro mha ett 150 meter långt bungee-rep. Han vill uppskatta sin maximala acceleration, hastighet samt hur långt han faller så att han kan vara säker på att inte utsättas för för höga G-krafter och att längden på repet är kort nog. Ekvationen han använder för analysen är Newtons andra lag:

$$F = ma \quad (1)$$

där F är summan av gravitationskraften, luftmotståndet och bungee-kraften som verkar på honom. Vidare är m hans massa (70kg) och a är hans acceleration. Han börjar med att definiera sträckan han faller som x (vilken är en funktion av tiden $x(t)$). Hans hastighet och accelerationen representeras av derivatan $x'(t)$ respektive av andra derivatan $x''(t)$. Han omordnar Newtons ekvation för att lösa ut accelerationen:

$$x''(t) = F/m \quad (2)$$

Sedan bestämmer han krafterna som utgör F . Gravitationskraften är hans vikt:

$$W = mg = (70[kg] \times (9.8[m/s^2])) = 686[N] \quad (3)$$

Han vet att luftmotståndet, D , kommer att vara proportionell mot kvadraten på hans hastighet, $D = c \cdot x'(t)^2$, men han vet inte proportionalitetskonstanten c . Genom en googlesökning på fritt fall hittar han att den maximala hastigheten som uppnås är ca 55m/s. I den hastigheten är luftmotståndet lika med hans vikt, så han bestämmer c mha:

$$c = \frac{D}{x'(t)^2} = \frac{mg}{x'(t)^2} \approx \frac{686}{55^2} = 0.227[kg/m] \quad (4)$$

Efter att ha fallit i 150 meter så är bungee-repet sträckt och kommer att påverka hopparen med en kraft B om 10[N] för varje meter som repet sträcks utöver 150 meter. Därför kommer det att finnas två regioner för att beräkna accelerationen. Den första används när sträckan $x(t)$ är mindre än 150 meter:

$$x''(t) = \frac{F}{m} = \frac{W - D}{m} \approx \frac{686 - 0.227 \cdot x'(t)^2}{70} [m/s^2] \quad (5)$$

Den andra ekvationen för accelerationen används när sträckan $x(t)$ överstiger 150 meter:

$$x''(t) = \frac{F}{m} = \frac{W - D - B}{m} \approx \frac{686 - 0.227 \cdot x'(t)^2 - 10(x(t) - 150)}{70} [m/s^2] \quad (6)$$



2 Uppgifter

2.1 System och Euler framåt

Skriv om ekvationerna (5) och (6) till system av första ordningens differentialekvationer och lös ekvationerna mha Euler framåt för en tillräckligt lång tidsrymd så att tre svängningar hinner inträffa. Hur ska man välja tidssteget så att lösningen blir stabil? Visualisera beräkningen av svängningarna i en graf.

2.2 Noggrannare beräkningar och maxvärden

Implementera antingen klassiska Runge-Kutta eller använd Matlabs lösare ode45. Hur skiljer sig lösningen jämfört med Euler framåt? Bestäm med hjälp av de experimentella resultaten maxvärdena för (beloppet av) acceleration, hastighet och avstånd. Hur högt upp måste bron vara för att ett säkerhetsavstånd på 10 meter skall gälla?

2.3 Inställning av replängd

Eftersom vi i praktiken inte kan välja en höjd på bron får vi istället justera repetets längd. Antag att bron har höjden 200 meter, vilken längd ska repet ha för att en person med vikten 70 kg får ett säkerhetsavstånd på 10 meter? Prova er fram genom att välja en längd på repet och beräkna det maximala avståndet $x(t)$ tills ni hittar rätt längd på repet. Observera att ekvationerna nu måste omformuleras.

2.4 Säkerhetsgräns för vikt

Man är intresserad av att ta reda på maximal massa (vikt) för en person som hoppar bungee från bron med längden på repet som beräknades fram i uppgift 2.3 ovan, *men med ett säkerhetsavstånd på 5 meter*. Formulera problemet med att hitta maximal massa som en icke linjär ekvation $f(m) = 0$ och lös problemet automatiskt med en lämplig metod så att m får två korrekta decimaler. Hur mycket får personen maximalt väga? Vilken är den kritiska vikten då personen skulle slå i backen?

2.5 Korrekthetsanalys

Till sist ska ni presentera era beräkningar för er chef och övertyga henne om att resultaten är tillförlitliga. Resonera vilka fel som finns i den fysikaliska modellen, den matematiska beskrivningen, de numeriska approximationerna, i datorimplementationen och i representationen av lösningen. Ni behöver inte bestämma dessa fel utan det räcker med att ni i en löpande text beskriver vilka dessa är och hur man kan säkerställa att dessa inte inverkar så mycket på lösningen att en olycka kan ske, dvs att ni har kontroll på felens storlek och att er chef blir övertygad om resultatens korrekthet.

3 Redovisning

En informell rapport med redovisning av resultaten med kommentarer och svar på frågorna, korrekthetsanalys enligt ovan och programkoder ni skrivit själva.