# 9-10 класс

# Общая информация по задачам первого тура

Задача	Тип задачи	Ограничения
1. Урок физкультуры	стандартная	1 c, 512 MB
2. Оптимизация закупок	стандартная	1 c, 512 MB
3. Интересные выходные	стандартная	2 c, 512 MB
4. Прожекторы	стандартная	1 c, 512 MB

Необходимо считывать данные из стандартного потока ввода. Выходные данные необходимо выводить в стандартный поток вывода.

Баллы за подзадачу, если в условии не указано иное, начисляются только если все тесты этой подзадачи пройдены. Решение запускается на тестах для определенной подзадачи, если все тесты всех необходимых подзадач пройдены.

Для некоторых подзадач может также требоваться, чтобы были пройдены все тесты из условия. Для таких подзадач указана дополнительно буква У.

## Задача А. Урок физкультуры

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Перед уроком физкультуры класс из n учеников построился в одну шеренгу. Все ученики в классе имеют разный рост. На i-м слева месте в шеренге стоит ученик с ростом  $p_i$  ( $i=1,2,\ldots,n,1\leqslant p_i\leqslant n$ ).

Учитель физкультуры в начале урока может захотеть изменить порядок учеников в шеренге. Для этого он может ровно один раз выполнить следующую операцию: выбрать отрезок шеренги с l-й по r-ю позицию ( $1 \le l \le r \le n$ ), и отсортировать учеников на этом отрезке по возрастанию роста слева направо. Например, если n=5 и изначально ученики стояли в порядке [5,2,4,1,3], а учитель выбрал l=1 и r=4, то после сортировки ученики будут стоять в порядке [1,2,4,5,3].

Используя эту операцию, учитель может постараться добиться того, чтобы два определенных ученика оказались как можно дальше друг от друга. Расстояние между учениками равно разности номеров позиций, на которых они стоят. Для каждой пары учеников учитель вычисляет максимальное расстояние, на котором они могут оказаться после выполнения одной операции сортировки отрезка. Помогите учителю найти сумму этих значений.

Более формально, рассмотрим учеников, которые исходно расположены на позициях i и j. Обозначим за d(i,j) максимальное расстояние между ними, которого учитель может добиться, выбрав отрезок и выполнив сортировку. Необходимо вычислить:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} d(i,j).$$

### Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число n — количество учеников в классе  $(2 \leqslant n \leqslant 3\,000)$ .

Во второй строке даны n целых чисел  $p_1, \ldots, p_n$  — рост каждого ученика в шеренге  $(1 \leqslant p_i \leqslant n)$ . Гарантируется, что все  $p_i$  различны.

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число — ответ на задачу.

## Система оценки

Полостоно	Farrer	Ограничения	Необх.	Информация о	
Подзадача	Баллы	n	подзадачи	проверке	
1	16	$n \leqslant 10$	У	первая ошибка	
2	28	$n \leqslant 50$	У, 1	первая ошибка	
3	15	$n \leqslant 100$	У, 1, 2	первая ошибка	
4	23	$n \leqslant 600$	У, 1–3	первая ошибка	
5	18	$n \leqslant 3000$	У, 1–4	первая ошибка	

## Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5	35
5 2 4 1 3	
10	256
2 1 6 8 3 5 9 10 7 4	
2	1
2 1	

Тридцать четвертая всероссийская олимпиада школьников по информатике, первый тур, 9-10 класс Заключительный этап, Сириус, 26 марта 2022 года

### Замечание

В первом примере ответ равен сумме следующих чисел:

- d(1,2) = 3

- d(1,4) = 4 d(2,3) = 3 d(2,5) = 4 d(3,5) = 3

- d(1,3) = 4 d(1,5) = 4 d(2,4) = 3 d(3,4) = 3 d(4,5) = 4

Например, чтобы ученики, которые исходно стоят на позициях 4 и 5 и имеют рост 1 и 3, соответственно, оказались на расстоянии 4, учитель может выбрать отрезок с l=1 и r=4. Тогда последовательность учеников изменится следующим образом  $[5,2,4,1,3] \rightarrow [1,2,4,5,3]$ . Выбранный отрезок подчеркнут.

# Задача В. Оптимизация закупок

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Сеть пунктов проката горнолыжного оборудования представляет собой корневое дерево, состоящее из n вершин, пронумерованных от 1 до n с корнем в вершине номер 1. В каждой вершине имеется пункт проката. Пункт, расположенный в i-й вершине, закупает оборудование по цене  $c_i$  рублей за комплект.

Пусть  $a_i$  — суммарное количество комплектов горнолыжного оборудования, которое будет закуплено во всех пунктах проката, находящихся в поддереве вершины номер i. Согласно маркетинговым исследованиям для каждого i эта величина должна находиться в диапазоне:  $l_i \leq a_i \leq r_i$ .

Необходимо определить, какое количество комплектов нужно закупить к началу сезона каждому из пунктов проката, чтобы для поддерева любой вершины сети общее количество комплектов находилось в указанном маркетологами диапазоне, а суммарная стоимость всех купленных комплектов была как можно меньше. Либо определить, что выполнить все условия маркетологов невозможно.

Напомним, что граф называется деревом, если он связный и не содержит циклов. Между любыми двумя вершинами в дереве существует ровно один простой путь. Корневым деревом называется дерево, в котором есть одна выделенная вершина — корень. Поддеревом вершины v называют множество всех вершин, для которых вершина v лежит на пути от соответствующей вершины до корня. Обратите внимание, что сама вершина v тоже входит в это множество. Родителем вершины v называется такая вершина  $p_v$ , что v и  $p_v$  соединены ребром, и  $p_v$  лежит на пути от v до корня.

### Формат входных данных

Каждый тест состоит из нескольких наборов входных данных. В первой строке дано одно целое число t — количество наборов входных данных. Далее следует описание наборов входных данных.

В первой строке каждого набора входных данных дано одно целое число  $n\ (1\leqslant n\leqslant 100\,000)$  — количество вершин в дереве.

Во второй строке даны n-1 целых чисел  $p_2, p_3, \ldots, p_n$   $(1 \le p_i < i)$ , обозначающих, что родителем вершины i является вершина  $p_i$ .

В следующей строке даны n целых чисел  $c_1, \ldots, c_n$  ( $1 \le c_i \le 10^9$ ), где  $c_i$  — цена закупки одного комплекта оборудования пунктом проката номер i.

В следующих n строках даны по два целых числа  $l_i$  и  $r_i$  ( $0 \leqslant l_i \leqslant r_i \leqslant 10^9$ ) — ограничения на общее количество комплектов горнолыжного оборудования в пунктах проката, находящихся в поддереве вершины номер i, к началу сезона.

Гарантируется, что сумма n по всем наборам входных данных не превышает  $100\,000$ .

### Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите ответ в следующем формате.

Если невозможно выполнить все условия маркетологов, в единственной строке выведите -1.

Иначе, в первой строке выведите минимальное количество рублей, которое необходимо потратить на закупку горнолыжного оборудования всем пунктам сети суммарно. Во второй строке выведите n целых чисел  $b_i$ , где  $b_i$  равно количеству комплектов, которое необходимо закупить пункту проката номер i. Если существует несколько способов выполнить все условия маркетологов, потратив минимальное возможное количество рублей, вы можете вывести любой из них.

## Система оценки

Обозначим суммарное количество вершин во всех наборах входных данных за  $\sum n$ . Обозначим количество вершин в поддереве вершины номер i за  $s_i$ .

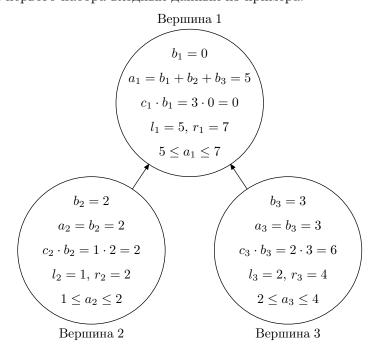
Подрадана	Голиг	Ограничения		Необх.	Информация о
Подзадача	Баллы	$\sum n$	дополнительно	подзадачи	проверке
1	24	$\sum n \leqslant 500$	$r_i \leqslant 1000$ для всех $i$	У	первая ошибка
2	22	$\sum n \leqslant 5000$	$r_i \leqslant s_i$ для всех $i$		первая ошибка
3	18	$\sum n \leqslant 100000$	$l_i \leqslant 100 \cdot s_i,  r_i = 10^9$ для всех $i$		первая ошибка
4	21	$\sum n \leqslant 5000$	_	У, 1, 2	первая ошибка
5	15	$\sum n \leqslant 100000$	_	У, 1–4	первая ошибка

## Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	8
3	0 2 3
1 1	-1
3 1 2	
5 7	
1 2	
2 4	
2	
1	
5 5	
0 1	
2 2	

#### Замечание

Иллюстрация для первого набора входных данных из примера:



Суммарное потраченное количество рублей равно  $c_1 \cdot b_1 + c_2 \cdot b_2 + c_3 \cdot b_3 = 0 + 2 + 6 = 8$ .

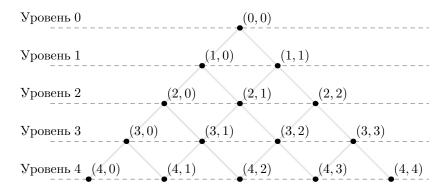
# Задача С. Интересные выходные

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Петя и его младший брат Коля пришли в аквапарк. Коля любит кататься с горки, которую можно схематически изобразить как часть треугольной сетки, вершины которой — узлы горки. В каждом узле можно выбрать, по какой трубе ехать дальше — влево-вниз или вправо-вниз.

Уровни горки нумеруются сверху вниз, начиная с 0. На нулевом уровне у горки один узел— начало поездки, на первом уровне — два узла, . . . , на i-м уровне — i+1 узлов. Всего у горки n+1 уровней. Каждая поездка сверху вниз проходит ровно по n трубам. У каждого узла есть координаты: два числа (r,c) задают c-й слева узел на уровне r ( $0 \le c \le r \le n$ ). Обратите внимание, что и уровни, и узлы на каждом уровне нумеруются с 0. Если Коля находится в узле (r,c) и поедет влево-вниз, он попадет в узел (r+1,c), а если он поедет вправо-вниз, он попадет в узел (r+1,c+1).

Пример горки в аквапарке с 5 уровнями:



Коля хочет скатиться с горки ровно n+1 раз. Перед каждым спуском Петя будет выдавать ему инструкцию, как надо спуститься по горке. Каждая инструкция состоит ровно из n команд «влево-вниз» или «вправо-вниз» — куда Коля должен ехать из очередного узла.

Первая инструкция состоит только из команд «вправо-вниз». Пете лень придумывать новые инструкции, поэтому инструкции для двух соседних спусков отличаются только одной командой: чтобы получить инструкцию i+1 из инструкции i, надо изменить  $a_i$ -ю команду с «вправо-вниз» на «влево-вниз» ( $1 \le a_i \le n$ ). Заметим, что каждая команда будет изменена таким образом ровно один раз. В результате, (n+1)-я инструкция будет состоять только из команд «влево-вниз». Можно показать, что каждый узел будет посещен Колей хотя бы в одном из спусков.

На обратном пути из аквапарка у Коли возникло несколько вопросов следующего вида. Рассмотрим множество всех труб, по которым он проехал хотя бы один раз. Коля называет координаты двух узлов:  $(r_1, c_1)$  и  $(r_2, c_2)$ . Вы должны определить координаты такого узла  $(r_3, c_3)$ , что из него по рассматриваемым трубам достижимы узлы  $(r_1, c_1)$  и  $(r_2, c_2)$ , и среди всех таких узел  $(r_3, c_3)$  является наиболее низким, то есть с максимальным возможным значением  $r_3$ . Можно показать, что такой узел всегда существует и единственен.

Ответьте на все его вопросы!

## Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число  $n\ (1 \le n \le 500\,000)$ .

В следующей строке даны n целых чисел  $a_1, a_2, \dots a_n$   $(1 \le a_i \le n)$ , где  $a_i$  — номер команды, которая изменится после i-го спуска. Гарантируется, что все  $a_i$  различны.

В следующей строке дано одно целое число q ( $1 \le q \le 500\,000$ ) — количество вопросов Коли.

В каждой из следующих q строк даны четыре целых числа  $r_{i,1}, c_{i,1}, r_{i,2}$  и  $c_{i,2}$  ( $0 \leqslant r_{i,1}, r_{i,2} \leqslant n$ ;  $0 \leqslant c_{i,1} \leqslant r_{i,1}$ ;  $0 \leqslant c_{i,2} \leqslant r_{i,2}$ ) — координаты первого и второго узлов из i-го вопроса.

#### Формат выходных данных

Выведите q строк, в i-й строке выведите два целых числа  $r_{i,3}$  и  $c_{i,3}$  — координаты узла, являющегося ответом на i-й вопрос.

## Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения		Необх.	Информация о	
Подзадача	Баллы	n	q	дополнительно	подзадачи	проверке
1	14	$n \leqslant 300$	$q \leqslant 300$		У	первая ошибка
2	23	$n \leqslant 3000$	$q \leqslant 3000$		У, 1	первая ошибка
3	10	$n \leqslant 100000$	$q \leqslant 100000$	$a_i = i$ для всех $i$		первая ошибка
4	13	$n \leqslant 100000$	$q\leqslant 100000$	массив <i>а</i> имеет особый вид, см. ниже		первая ошибка
5	15	$n \leqslant 100000$	$q \leqslant 100000$		У, 1–4	первая ошибка
6	14	$n \leqslant 300000$	$q \leqslant 300000$		У, 1–5	первая ошибка
7	11	$n \leqslant 500000$	$q \leqslant 500000$		У, 1–6	первая ошибка

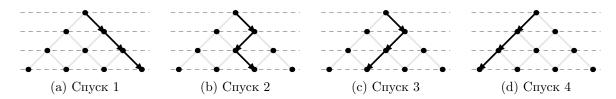
В подзадаче 4 массив a имеет вид 1, 2, ..., k, n, n-1, ..., k+1 для  $0 \leqslant k \leqslant n$ .

## Пример

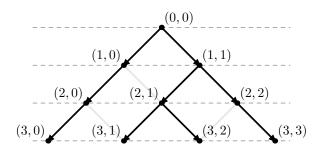
стандартный ввод	стандартный вывод		
3	0 0		
2 3 1	1 1		
5	0 0		
3 3 3 0	2 1		
2 2 2 1	2 2		
1 0 3 1			
3 1 3 2			
2 2 2 2			

#### Замечание

В первом примере спуски Коли выглядят следующим образом:



Если отметить все трубы, по которым проехал Коля в первом примере, то получится следующее:

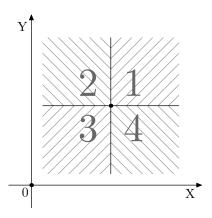


## Задача D. Прожекторы

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 512 мегабайт

На координатной плоскости расположено прямоугольное поле с углами в точках (0,0), (w,0), (w,h) и (0,h). На поле расположены n прожекторов, i-й прожектор находится в точке с координатами  $(x_i,y_i)$ .

Каждый из прожекторов освещает угол в  $90^{\circ}$ , со сторонами параллельными осям координат, с вершиной в своей позиции. Таким образом, есть четыре возможных направления угла, который может освещать прожектор:



Дано множество разрешенных направлений углов — одинаковое для всех прожекторов. Для каждого прожектора вы можете выбрать одно из разрешенных направлений. Требуется осветить прожекторами наибольшую возможную часть поля. Точка считается освещённой, если ее освещает хотя бы один прожектор.

Вычислите максимальную возможную площадь части поля, которую можно осветить прожекторами, установив каждый из них в одном из разрешенных направлений.

## Формат входных данных

Каждый тест состоит из нескольких наборов входных данных.

В первой строке дано одно целое число k ( $1 \le k \le 4$ ) — число разрешённых направлений углов прожекторов для всех наборов входных данных теста. Во второй строке даны k целых чисел — номера разрешённых направлений. Все k чисел различны и перечислены в порядке возрастания.

Во третьей строке дано одно целое число t ( $1 \le t \le 10\,000$ ) — количество наборов входных данных. Далее следуют описания наборов входных данных.

В первой строке каждого набора даны три целых числа n, w и h ( $1 \le n \le 100\,000;$   $1 \le w, h \le 10^9$ ) — количество прожекторов на поле и размеры поля.

В следующих n строках даны по два целых числа  $x_i$  и  $y_i$  ( $0 \leqslant x_i \leqslant w$ ,  $0 \leqslant y_i \leqslant h$ ) — координаты точки, в которой расположен i-й прожектор. Гарантируется, что никакие два прожектора не находятся в одной точке.

#### Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите одно целое число — максимальную площадь части поля, которую можно осветить прожекторами.

## Система оценки

Обозначим суммарное количество прожекторов во всех наборах входных данных за  $\sum n$ .

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необх.	Информация о	
Подзадача	Daylylbl	Разрешенные направления	$\sum n$	подзадачи	проверке
1	13	Разрешено только направление 1	$\sum n \leqslant 10^5$		первая ошибка
2	11	Разрешены направления 1 и 2	$\sum n \leqslant 5000$		первая ошибка
3	14	т аэрешены направления т и 2	$\sum n \leqslant 10^5$	2	первая ошибка
4	10		$\sum n \leqslant 100$		первая ошибка
5	12	Разрешены направления 1 и 3	$\sum n \leqslant 5000$	4	первая ошибка
6	14		$\sum n \leqslant 10^5$	4, 5	первая ошибка
7	7	Разрешены направления 1, 2 и 3	$\sum n \leqslant 100$		первая ошибка
8	8	т аэрешены направления 1, 2 и 3	$\sum n \leqslant 2000$	7	первая ошибка
9	11	Разрешены направления 1, 2, 3 и 4	$\sum n \leqslant 10^5$		первая ошибка

# Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод	иллюстрация
1 1 1 4 6 4 3 3 1 2 4 1 5 0	13	
2 1 2 1 4 9 7 3 0 0 5 4 4 1 2	55	
2 1 3 1 5 6 11 4 2 2 7 1 10 3 8 5 4	57	
3 1 2 3 1 5 7 10 1 9 5 5 3 4 2 6 4 3	63	
4 1 2 3 4 1 3 8 6 2 2 4 5 6 1	44	