

Санкт-Петербург 2023

Цель работы:

- а) освоение методов численного интегрирования;
- б) совершенствование навыков по алгоритмизации и программированию вычислительных задач.

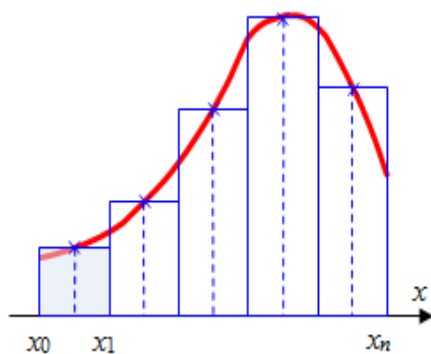
Задание:

3	$\int_a^b \frac{\operatorname{tg}(x^2) dx}{x+1}$	Средних прямоугольников	$a = 0.5; b = 1.2; n = 8$
---	--	----------------------------	---------------------------

Математическая часть:

2.2. Метод прямоугольников

Разделим отрезок $[a, b]$ на n равных частей, т.е. на n элементарных отрезков. Длина каждого элементарного отрезка $h = (b - a)/n$. Точки деления будут: $x_0 = a$, $x_1 = a + h$, $x_2 = a + 2h$, ..., $x_{n-1} = a + (n - 1)h$, $x_n = b$. Эти числа будем называть узлами. Вычислим значения функции $f(x)$ в узлах, обозначим их $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$. Стало быть, $y_0 = f(a)$, $y_1 = f(x_1)$, ..., $y_n = f(b)$. Числа $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ суть ординаты точек графика функции, соответствующих абсциссам $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ (рис.2.2). Из рис.2.2 следует, что площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью многоугольника, составленного из n прямоугольников. Таким образом вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы n элементарных прямоугольников.



Геометрическая иллюстрация метода средних прямоугольников.

$S \approx h \sum y(x_i + h/2)$ – формула средних прямоугольников.

Аналитические расчёты:

Метод средних прямоугольников численного интегрирования

tg(x^2)/(x+1)

0.5

1.2

8

Решение

- Примеры - ▾

Расчетное значение

0.4794241164396851

Применяемая формула

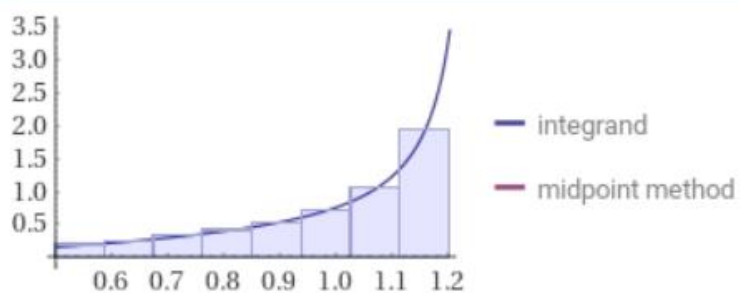
$$\int_{0.5}^{1.2} \frac{\tan(x^2)}{1+x} dx \approx 0.0875 \sum_{n=0}^7 \frac{11.4286 \tan(0.00765625 (6.21429+n)^2)}{17.6429+n}$$

$$\int_{0.5}^{1.2} f(x) dx \approx h \sum_{n=0}^7 f(0.5 + h (\frac{1}{2} + n))$$

where $f(x) = \frac{\tan(x^2)}{x+1}$

$$h = (1.2 - 0.5)/8 = 0.0875$$

Графическая интерпретация



Точное значение интеграла

0.494359

Зависимость погрешности от числа разбиений отрезка

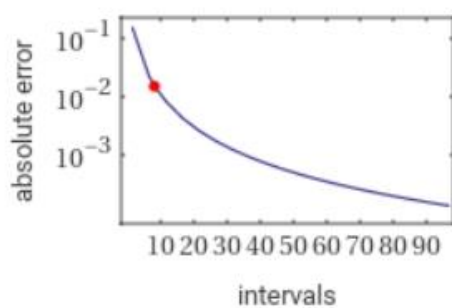
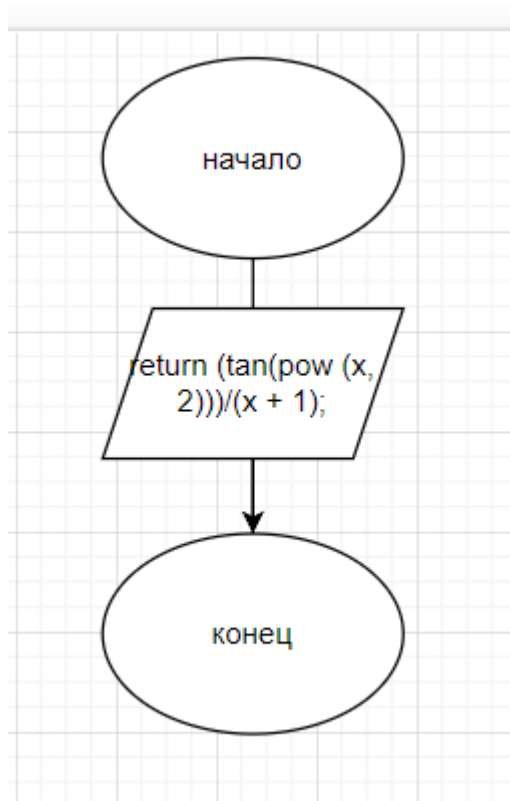


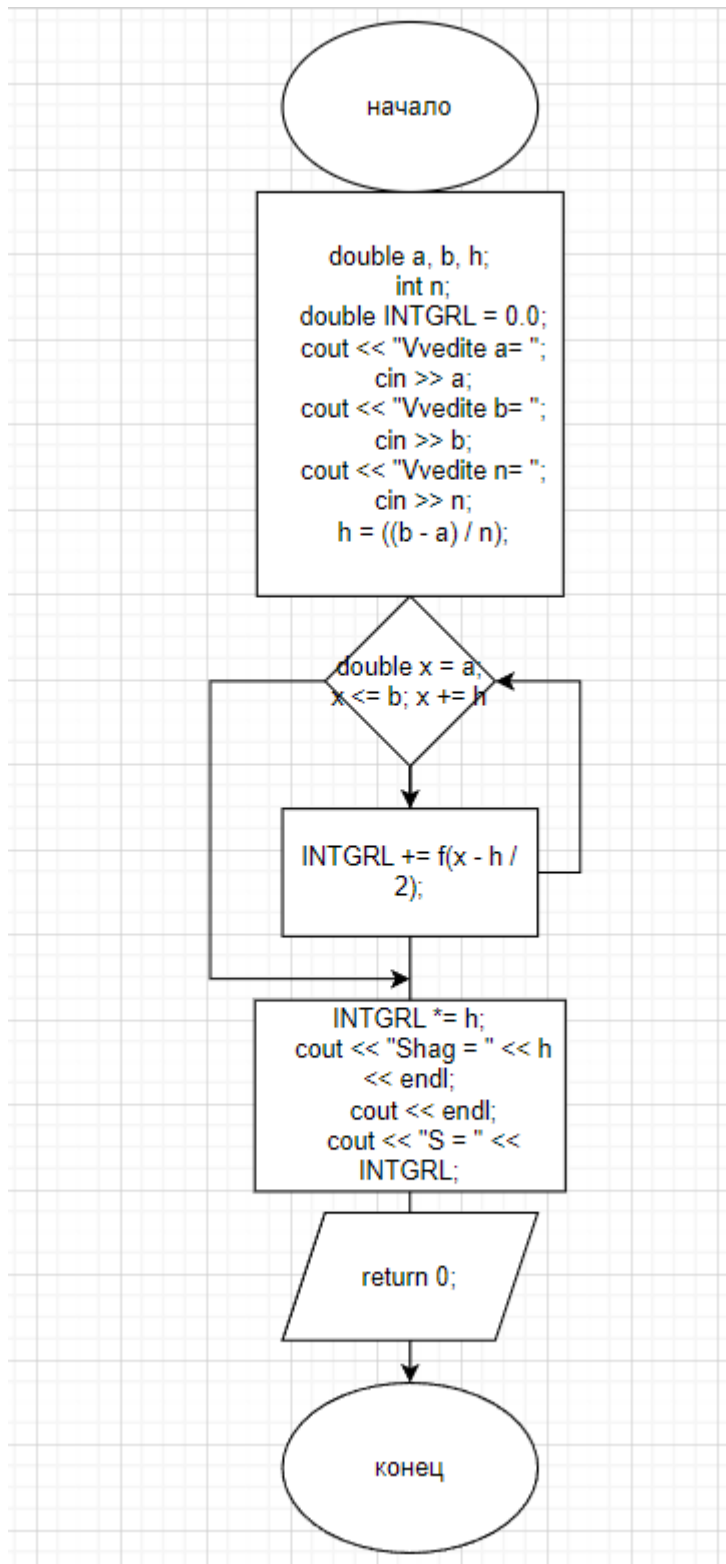
Схема алгоритма:

Class newton:

f:



main:



Листинг кода программы:

```
#include <iostream>
```

```
#include <cmath>
```

```
using namespace std;
```

```

double f(double x)
{
    return (tan(pow (x, 2)))/(x + 1);
}

int main()
{
    double a, b, h;
    int n;
    double INTGRL = 0.0;

    cout << "Vvedite a= ";
    cin >> a;

    cout << "Vvedite b= ";
    cin >> b;

    cout << "Vvedite n= ";
    cin >> n;

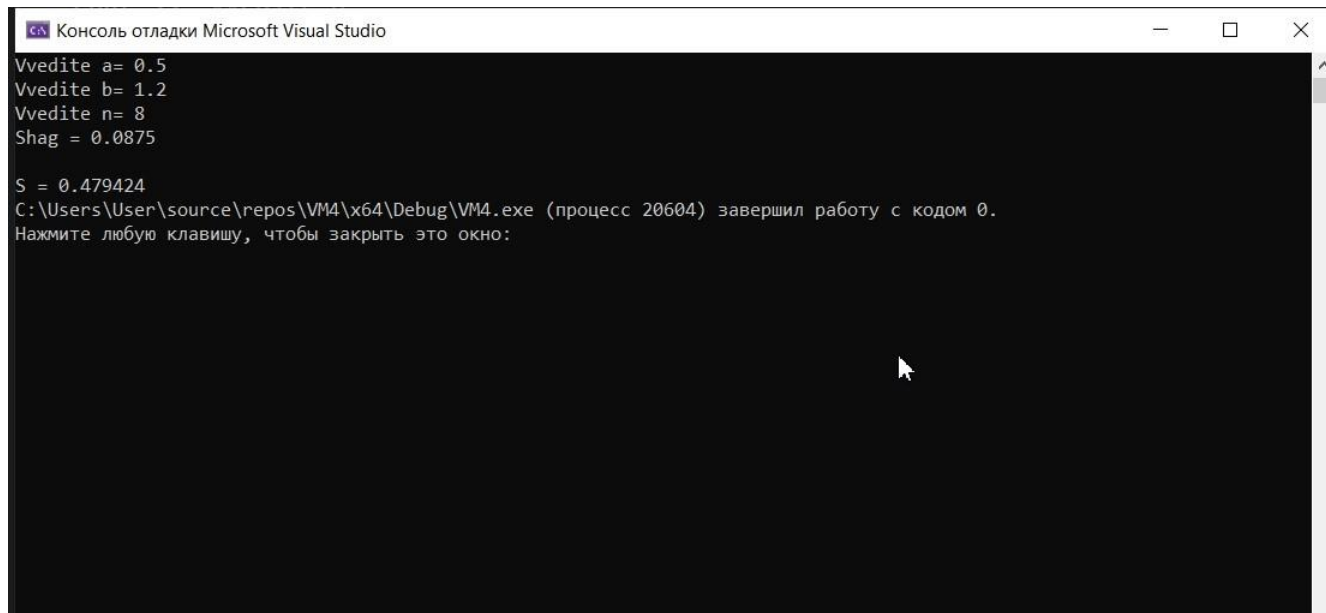
    h = ((b - a) / n);

    for (double x = a; x < b; x += h)
        INTGRL += f(x + h / 2);
    INTGRL *= h;

    cout << "Shag = " << h << endl;
    cout << endl;
    cout << "S = " << INTGRL;
    return 0;
}

```

Результаты программных расчетов:



```
Консоль отладки Microsoft Visual Studio
Vvedite a= 0.5
Vvedite b= 1.2
Vvedite n= 8
Shag = 0.0875

S = 0.479424
C:\Users\User\source\repos\VM4\x64\Debug\VM4.exe (процесс 20604) завершил работу с кодом 0.
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно:
```

Сравнение результатов программных и аналитических расчетов:

Исходя из результатов мы видим, что результаты сходятся с допустимой разницей.

Вывод

В ходе выполнения практической работы №4 было освоено численное интегрирование методом средних прямоугольников. Также были улучшены навыки по программированию задачи на языке C++ в программе Microsoft Visual Studio.