Prueba de Hipótesis

Oscar Centeno Mora

Problema de estudio

- Usted es dueño de un Hospital, y desea reestructurar los gastos referentes a los pacientes que permanecen diversos días en el centro de salud, específicamente en el área de rehabilitación.

- Usted y un grupo de asesores maneja tres tipos de suposiciones:

a) Los pacientes **<u>no</u>** suelen permanecer 15 días internados.

b) Los pacientes permanecen más de 15 días internados.

c) Los pacientes permanecen menos de 15 días internados.

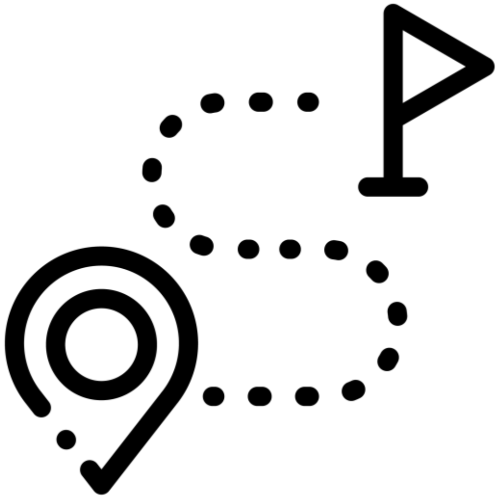
Problema de estudio

- A partir de lo anterior (establecimiento de las suposiciones), se obtiene una muestra (n) de 210 pacientes, en donde usted y su equipo asesor estuvieron interesados en conocer el tiempo medio ($\bar{x}$) de permanencia, el cual fue de 19 días, con una desviación estándar de 25 días (σ).

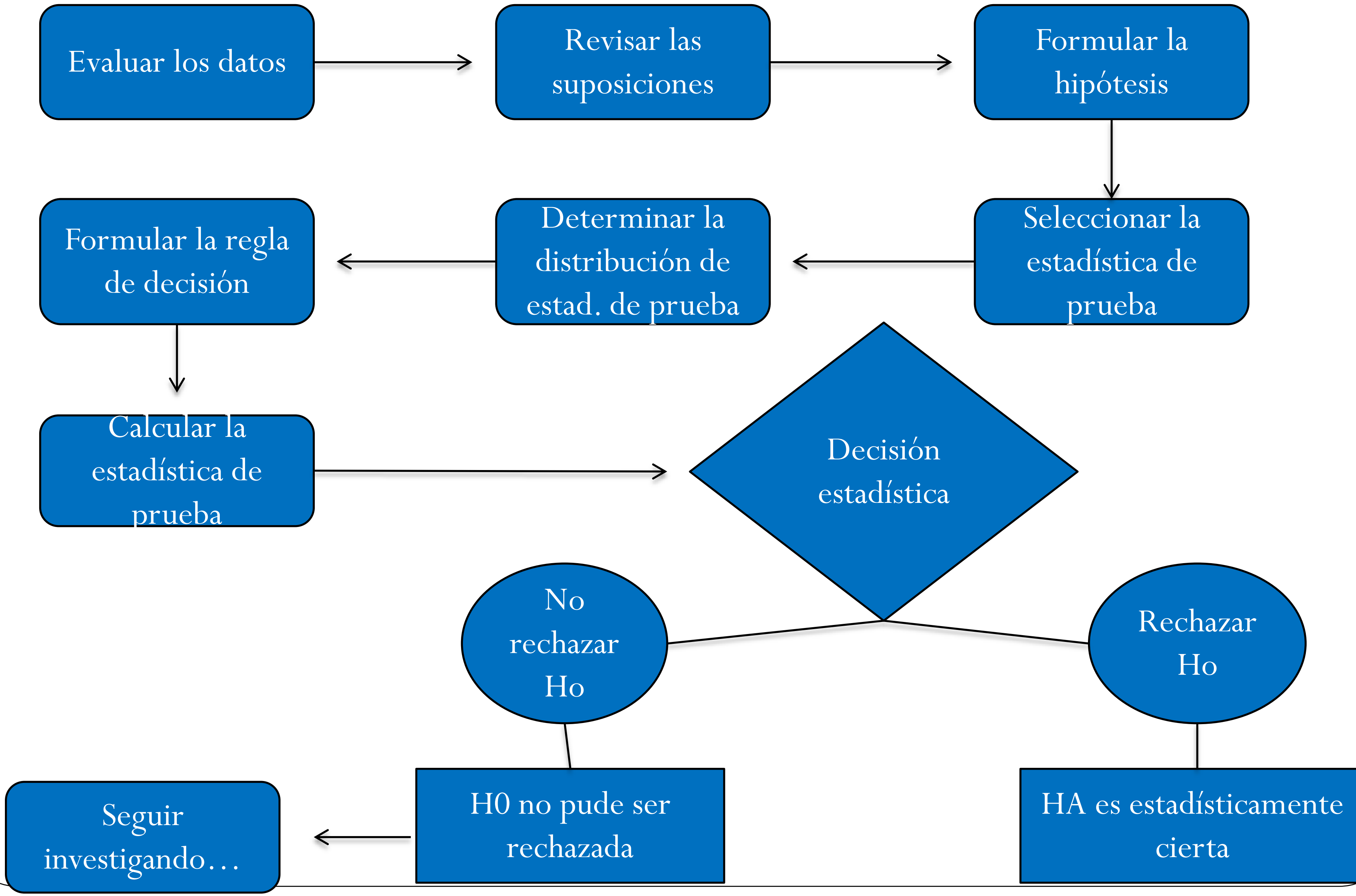
- Usted sabe que está enfrentando un problema de Inferencia Estadística, donde interesa contrastar, *a priori* (desde antes), una suposición o conjetura sobre la estadía media de las personas en su centro de salud. Para esto, sabe que debe proceder mediante una prueba de hipótesis (con una *significancia* (o "α") de 0.05). Para su resolución, debe proceder según los siguientes 9 pasos:

Problema de estudio

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
9. Conclusión.
    a. Conclusión estadística.
    b. Conclusión del problema .



Pasos de una prueba de hipótesis: resumen



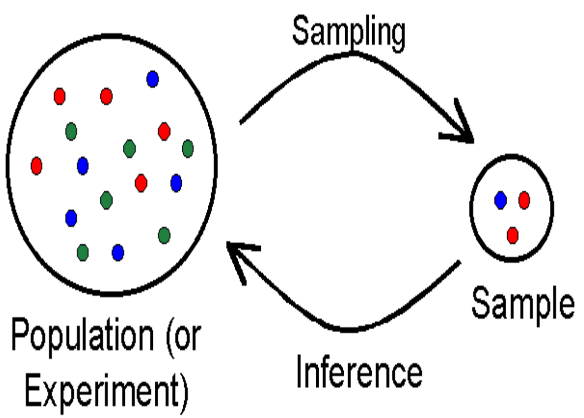
Introducción

- En el capítulo anterior se estudió la **estimación**, el cual es un método de la Estadística Inferencial (EI).

- El presente se enfoque en la técnica complementaria para el análisis de la EI: la Prueba de Hipótesis (PH).

- El suponer cierto valor para el parámetro se traducirá por la aplicación de una PH .

- Cualquier análisis computacional posee siempre por rutina alguna PH y los intervalos de confianza (IC).



Introducción

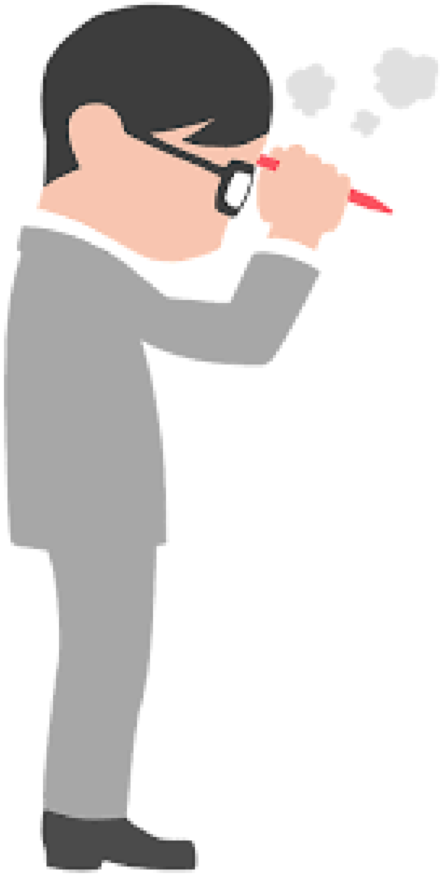
- La importancia de entender la prueba de hipótesis se evidencia en el desarrollo de cualquier investigación o resolución para la toma de decisiones.

- No existe un proceso, para cualquier área o campo del saber, que no utilice la PH.

- Tener alguna suposición de algún hecho, conduce a poseer una hipótesis.

- La estimación y la prueba de hipótesis y son dos técnicas de IE que permiten llegar al mismo resultado, pero bajo un enfoque muy distinto…

Introducción



Diferencia: estimación y prueba de hipótesis

- Estimación: es un pensamiento o un resultado *post datos*.

- Prueba de hipótesis: es un pensamiento *pre datos*.

- Mientras que la estimación supone conocer un determinado resultado a partir de la información, la prueba de hipótesis busca corroborar la suposición de cierto hecho, utilizando datos.

- La estimación no supone una suposición previa del evento, la prueba de hipótesis sí.

Introducción

¿Dónde radica la diferencia de forma práctica?

R/ En el costo tanto monetario y temporal de la aplicación…

Índice

Índice

Significado de una hipótesis

¿Qué se entiende por una hipótesis?

Significado de una hipótesis

- Una hipótesis se define como una proposición o suposición acerca de algún evento relacionado con la población de estudio.

- Ejemplos:

-El administrador de un hospital puede suponer que el periodo promedio de permanencia de los pacientes internados en el hospital es de cinco días.

-Un medico puede suponer que cierto medicamento será eficaz en 90 % de los casos en que se utilice.

-Un investigador cree que las hombres recurren más a los servicios médicos en comparación con las mujeres.

Índice

Significado de una hipótesis

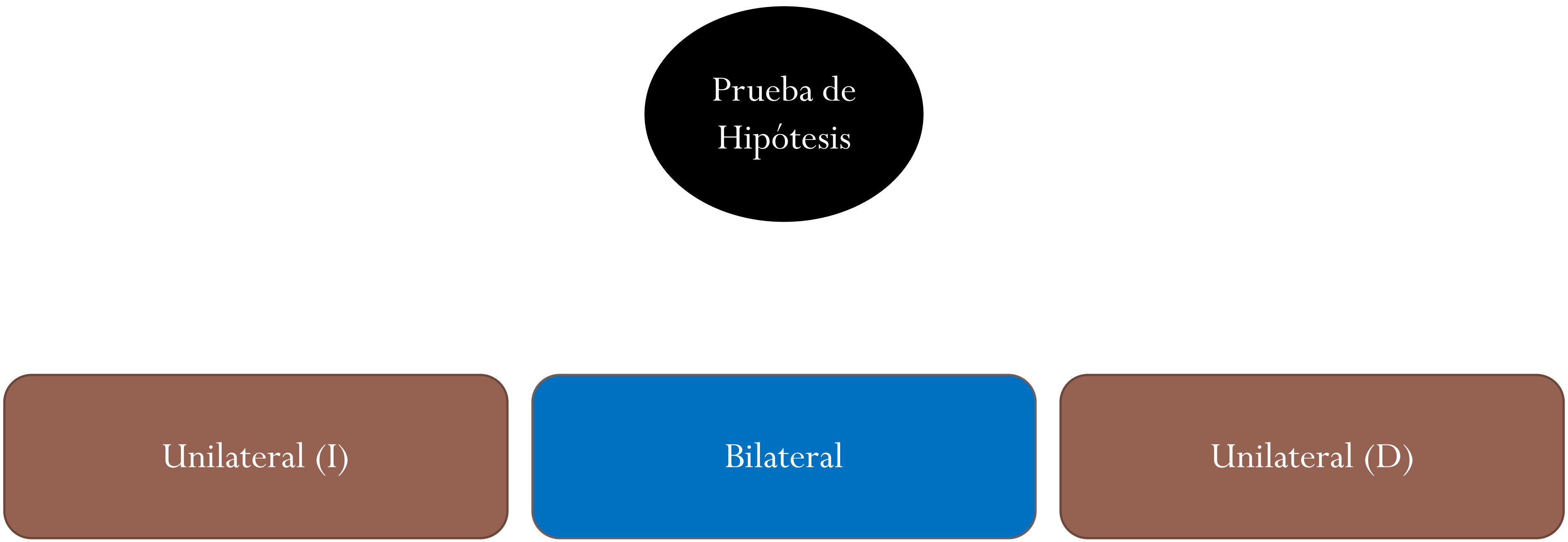
- En general, los investigadores o los tomadores de decisiones se interesan en dos tipos de hipótesis: de investigación y la estadísticas.

- **Hipótesis de investigación.** La hipótesis de investigación es la conjetura o suposición que motiva la investigación.

- **Hipótesis estadística**. Es el contraste empírico. Se establece de tal forma que pueden ser evaluadas por medio de la utilización de datos y técnicas estadísticas adecuadas.

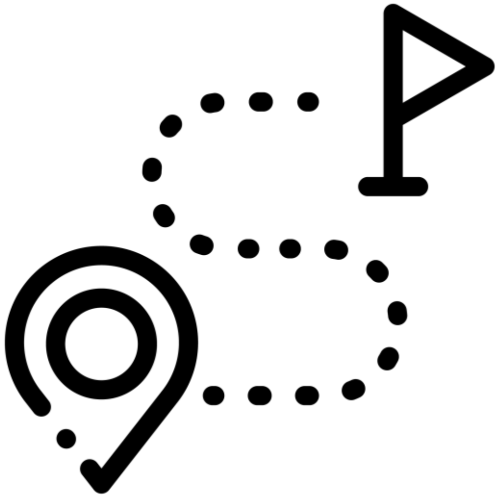
Tipos de PH

En la PH, hay de dos tipos: la bilateral y la(s) unilateral(es). Estas igual deben aplicar los 9 pasos para su correcta resolución.



Problema de estudio

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
9. Conclusión.
    a. Conclusión estadística.
    b. Conclusión del problema .

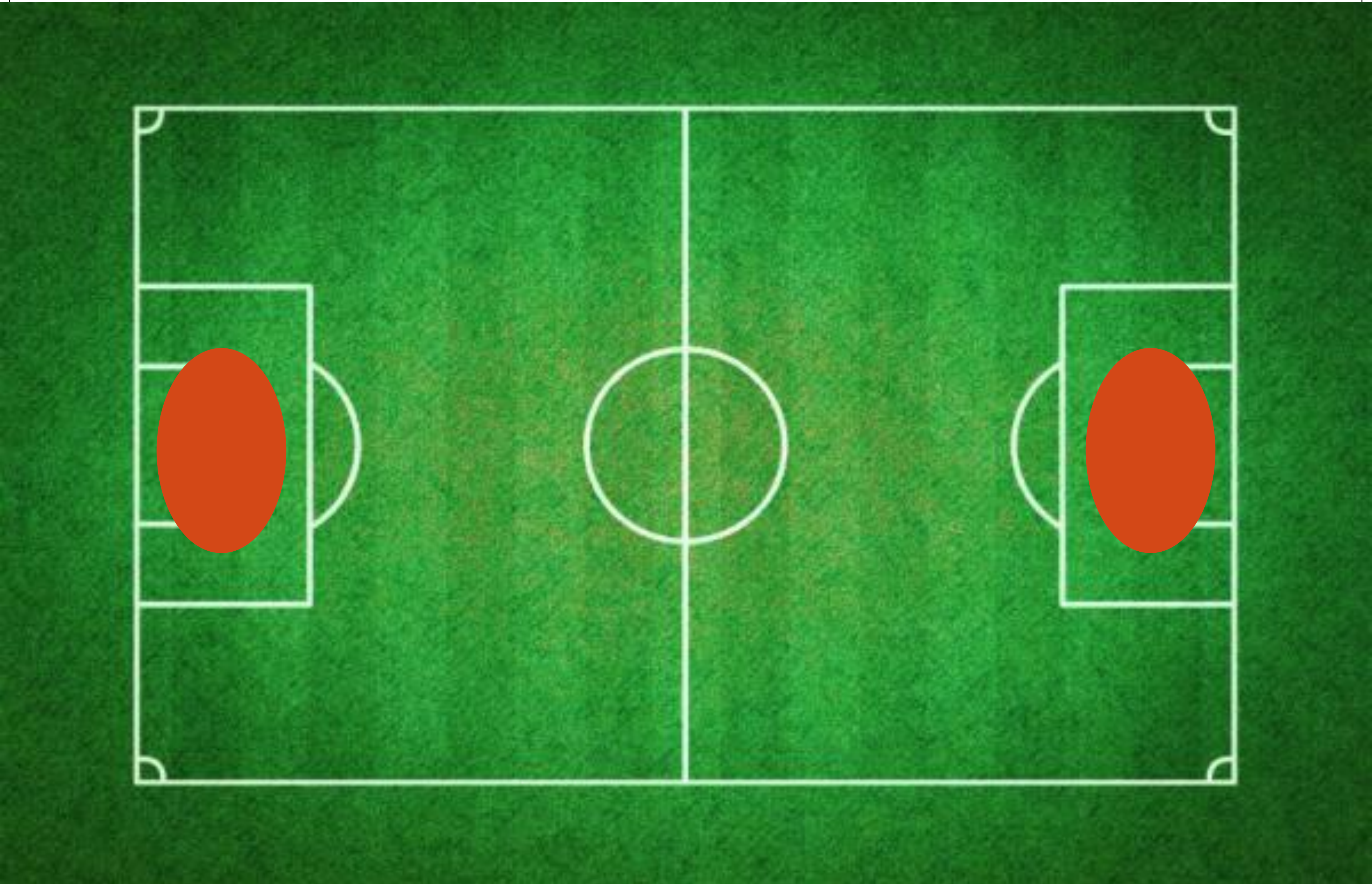


Índice

Hipótesis bilateral

a) Los pacientes no suelen permanecer 15 días internados.

Prueba de Hipótesis: bilateral



Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: ¿con qué datos? ¿Qué nos interesa saber?

Prueba de Hipótesis: los datos

- Es necesario comprender la naturaleza de los datos.

- Los datos, además de ser la materia prima para llevar a cabo cualquier análisis, forman la base de los procedimientos de prueba, ya que estos determinan la prueba particular que se ha de utilizar.

- Para lo anterior, si los datos provienen de conteos, proporciones, promedios, variaciones, etc., la prueba a realizarse debe contemplar ante todo el tipo de datos.

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, y se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: ¿cuál o cuáles son los supuestos que realizamos en este tipo de PH?

Prueba de Hipótesis: supuestos

- Diferentes suposiciones conducen a modificar él análisis de la prueba de hipótesis (lo mismo ocurre con el análisis de la estimación y los intervalos de confianza).

- En los análisis de datos, un procedimiento general se modifica de acuerdo a las suposiciones.

- Algunos ejemplos de suposiciones podrían se la distribución de los datos respecto a la normalidad, la igualdad de variancias, independencia de la muestra cuando son pruebas conjuntas, etc. (los últimos ejemplos no son cubiertas en el presente curso…).

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: a partir de un muestreo probabilístico, los datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.

Prueba de Hipótesis: bilateral

! IMPORTANTE!

Según criterio, muy personal, considero que el nivel de significancia (α), debe ser considerado como un supuesto de la PH.

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: ¿cómo debemos establecer las pruebas de hipótesis?

Prueba de Hipótesis: bilateral

- Para el punto de las hipótesis, vamos a explayarnos un poco…

Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

- Una prueba de hipótesis (PH) responde primero a una suposición establecida previamente.

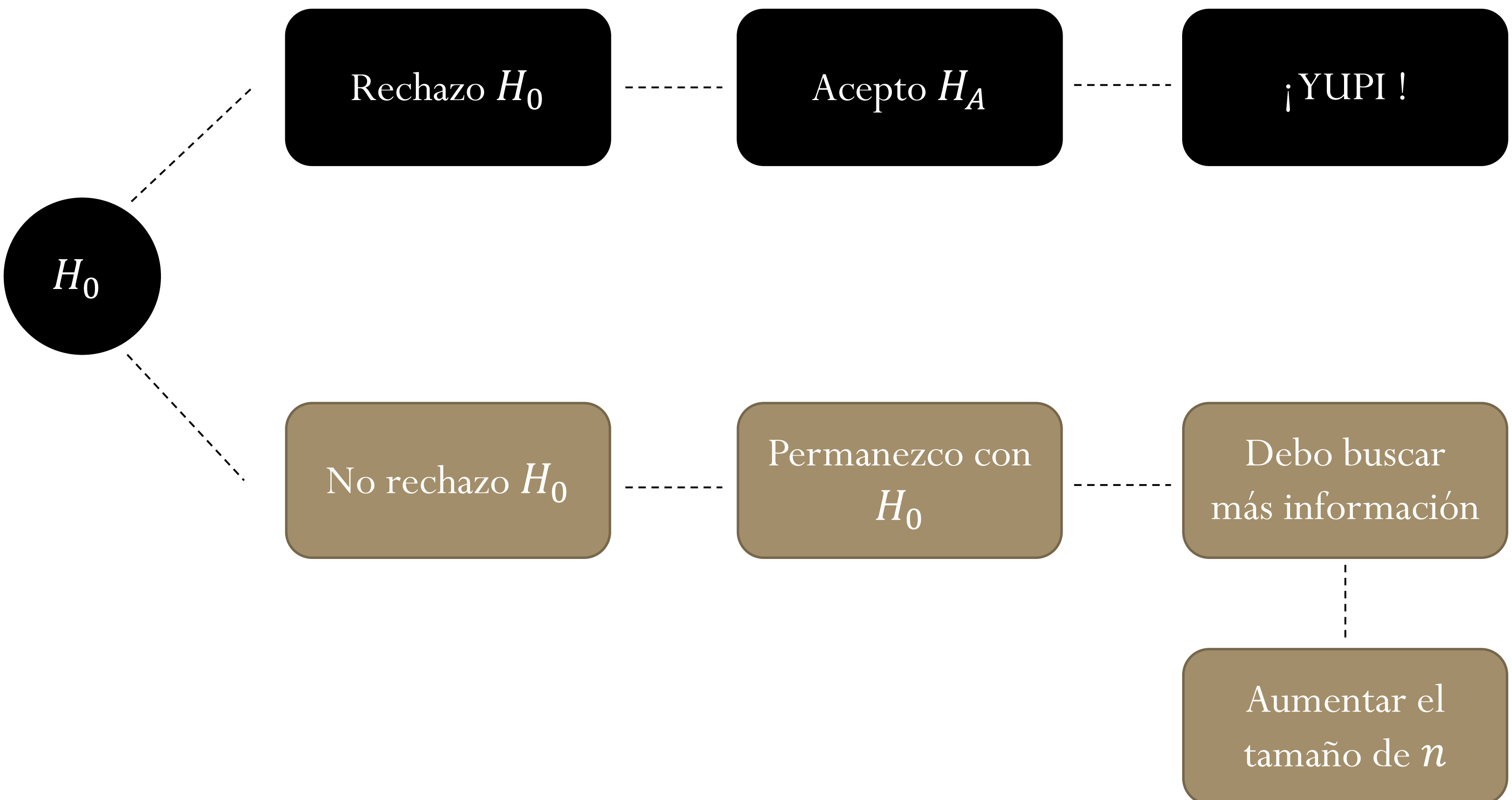
- La PH se constituye de una Hipótesis Alternativa (H_A) y una Hipótesis Nula (H_0) : $\begin{cases} H_0: \\ H_A: \end{cases}$

- En la PH, la Hipótesis Alternativa (H_A) siempre responde o va de la mano con la suposición planteada en el problema.

- Realizamos la PH para probar mejoras o diferencias. No gastamos tiempo y recursos para saber si es igual a cierto elemento, circunstancia, etc. Siempre buscamos el rechazo….

Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

- Aunque en la PH, la suposición está ligada a la H_A, el cálculo y el procedimiento matemático lo realizamos a través de la H_0. Los dos posibles resultados de la PH serían:



Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

- Una prueba de hipótesis, sin importar la modalidad, es exhaustiva y cubre todos los posibles valores del dominio de $\mathbb{R}$.

- Antes las diversas pruebas, siempre se contemplaran todos los posibles casos. De ahí que decimos que la prueba es exhaustiva y completa.

- Además, decimos para la PH, la H_A es diferenciada, y la H_0 es no diferenciada. ¿Qué entendemos por esto?

Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

- Para plantear las hipótesis, la hipótesis nula posee los signos de $=$, $\geq$ y $\leq$, y la alternativa los siguientes de $\neq$, $<$ y $>$.

- De igual forma, toda prueba de hipótesis se plantea de acuerdo a un parámetro.
- Algunos ejemplos:

$H_0: \mu = c_1$	$H_0: \mu \leq c_1$	$H_0: \mu \geq c_1$
$H_A: \mu \neq c_1$	$H_A: \mu > c_1$	$H_0: \mu < c_1$

Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

¿Se puede concluir que la media de una población es diferente de 50?

$$H_0: \mu = 50$$

$$H_A: \mu \neq 50$$

Suponga que se desea saber si puede concluirse que la media de la población es mayor que 50. Se tienen las hipótesis:

$$H_0: \mu \leq 50$$

$$H_A: \mu > 50$$

Si se quiere saber si es posible concluir que la media de la población es menor que 50, las hipótesis son

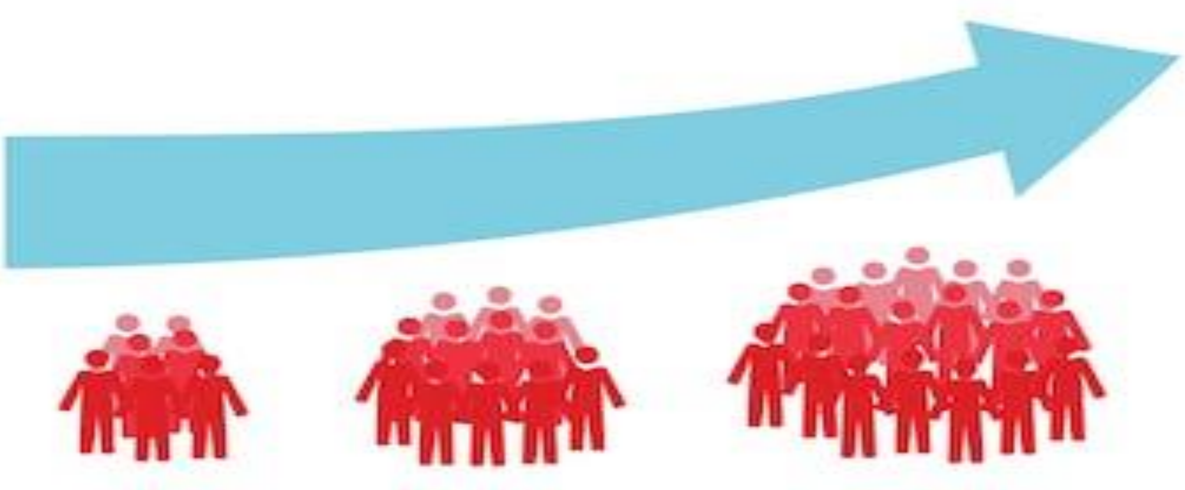
$$H_0: \mu \geq 50$$

$$H_0: \mu < 50$$

Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

- Finalmente, ¿por qué al no rechazar H_0 , postulamos que permanecemos momentáneamente con H_0, y no solemos decir que aceptamos H_0 ?

R/ Esto es porque, en la Estadística Clásica, siempre podemos llegar a rechazar la PH si aumentamos el tamaño de n… ilustremos esto con un ejemplo:



Prueba de Hipótesis: bilateral -- 3. Hipótesis

Sea un PH, donde tenemos los valores y el estadístico de prueba. Además estamos trabajando con una confianza del 95%, en una prueba bilateral (luego quedará más claro).

Estadísticos	**Valores**
μ	42
$\bar{x}$	42,05
n	es variable
$z = \frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ (estadístico de prueba)	es variable

No debe superar el 1.96

n	$z = \frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$	**Rechazo**
10	0.0158	No
100	0.05	No
1000	0.1581	No
10000	0.5	No
100000	1.581	No
10000000	15.811	Si

Al aumentar el tamaño de *n*, en un momento llegaremos a rechazar H_0...

Prueba de Hipótesis: bilateral

Fin del paréntesis…

Prueba de Hipótesis: bilateral

- <u>1. Datos</u>: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- <u>2. Supuestos</u>: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la varianza o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- <u>3. Hipótesis</u>: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la varianza o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: ¿Qué deberíamos utilizar?

Prueba de Hipótesis: bilateral

- La estadística de prueba es alguna estadístico (expresión matemática) que se calcula a partir de los datos de la muestra. Esta es el núcleo para comprobar la hipótesis estadística.

- Como se vera más adelante, la estadística de prueba sirve como un productor de decisiones, ya que la decisión de rechazar o no la hipótesis nula depende de la magnitud de la estadística de prueba.

$$d(XY) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$midpoint(X,Y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

- Todo esto queda mejor explicado mediante la expresión matemática de la siguiente filmina.

Prueba de Hipótesis: bilateral

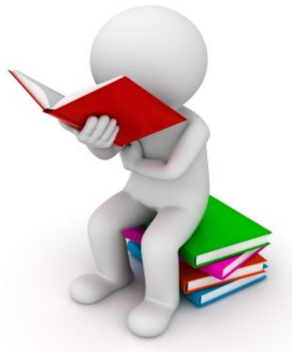
- En este capítulo solo se analizará la prueba de hipótesis para una media.
- Nótese que, cualquier otro tipo de análisis SIEMPRE utilizará una prueba de hipótesis.
- La prueba de hipótesis busca saber si para cierta población, esta se comporta de acuerdo a cierta suposición para uno a varios parámetros (para el promedio, por ejemplo).
- Por ahora, se utilizará el siguiente estadístico de prueba: $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

Pasos de una prueba de hipótesis: estadística de prueba

- La siguiente es la ***formula general*** para una estadística de prueba que se aplica en muchas de las pruebas de hipótesis que se podría llegar a estudiar:

$$estadística\ de\ prueba = \frac{estimador(es) - parámetro(s)}{error\ estándar\ muestral}$$

- De lo anterior, un ejemplo sería la estadística de prueba para la media, la es la que nos concierne:

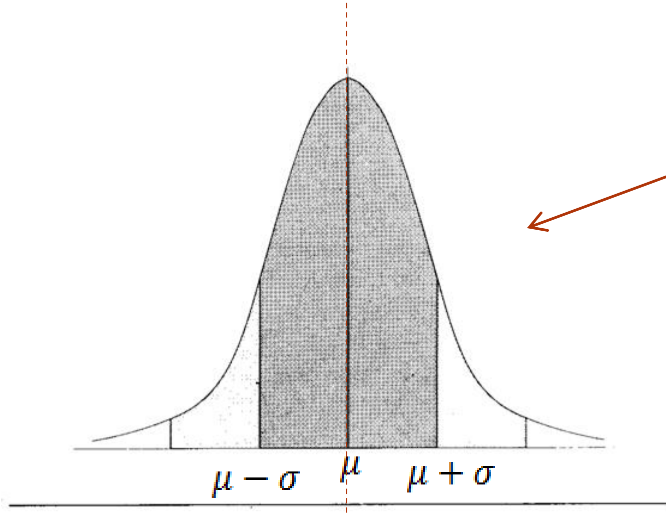


$$z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

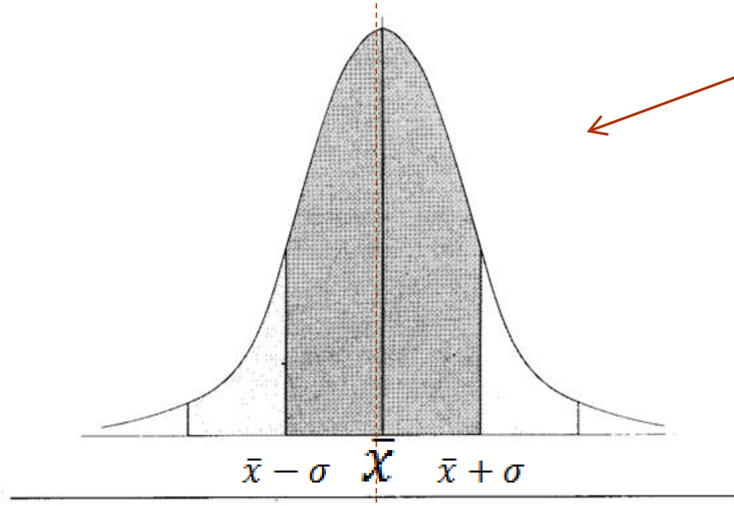
Prueba de hipótesis para una media

Distribución de la población

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



$$\frac{1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2}$$

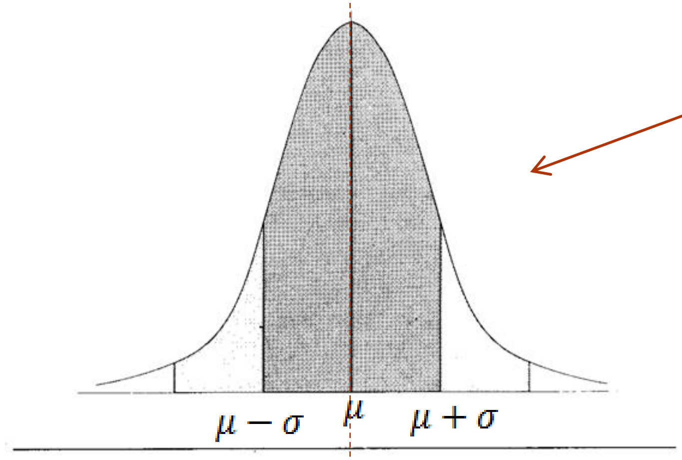


Distribución de la muestra

Bajo la hipótesis de igualdad, la distribución poblacional es igual al valor del estimador

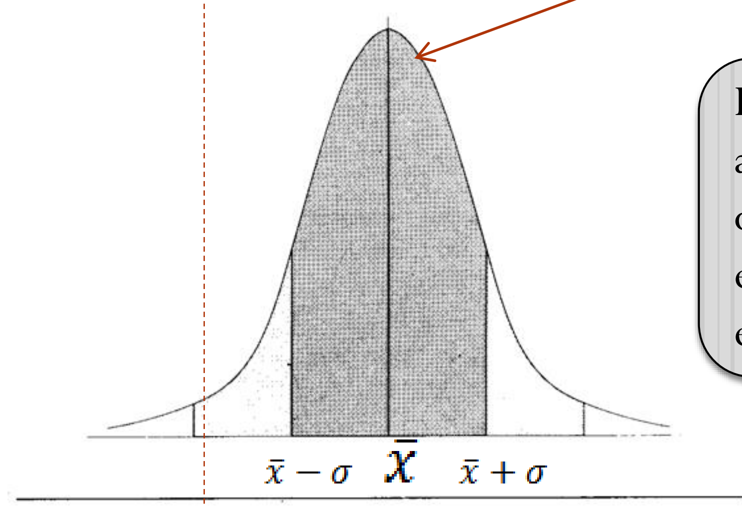
Prueba de hipótesis para una media

Distribución de la población



$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\frac{1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2}$$



Bajo la hipótesis alternativa, la distribución poblacional es diferente al valor del estimador.

Distribución de la muestra

Prueba de Hipótesis: bilateral

- <u>1. Datos</u>: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- <u>2. Supuestos</u>: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- <u>3. Hipótesis</u>: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- <u>4. Estadística de prueba</u>: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
- 5. Distribución de la Estadística de prueba: ¿cuál sería la distribución de probabilidad asociada?

Prueba de Hipótesis: distribución de la EDP

- La clave para la inferencia estadística es la distribución de datos y las conjeturas relacionadas con la muestra. Es necesario recordar esto en los casos en que sea necesario especificar la distribución de probabilidad de la estadística de prueba. Por ejemplo, la distribución de la estadística de prueba:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

sigue una distribución normal estándar si la hipótesis nula es verdadera y si satisface las suposiciones. Esto sería, una curva $N(0,1)$, la cual estudiamos en temas anteriores.

Prueba de Hipótesis: distribución de la EDP

- ¿Cuál proceso es el que nos indica que estamos en presencia de una distribución normal estándar $N(0,1)$?

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
- 5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Prueba de Hipótesis: bilateral

- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0\colon \mu = 15 \\ H_A\colon \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
- 5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

- 6. Regla de decisión → ¿Qué establecemos en este punto?

Prueba de Hipótesis: bilateral

Prueba de Hipótesis: bilateral

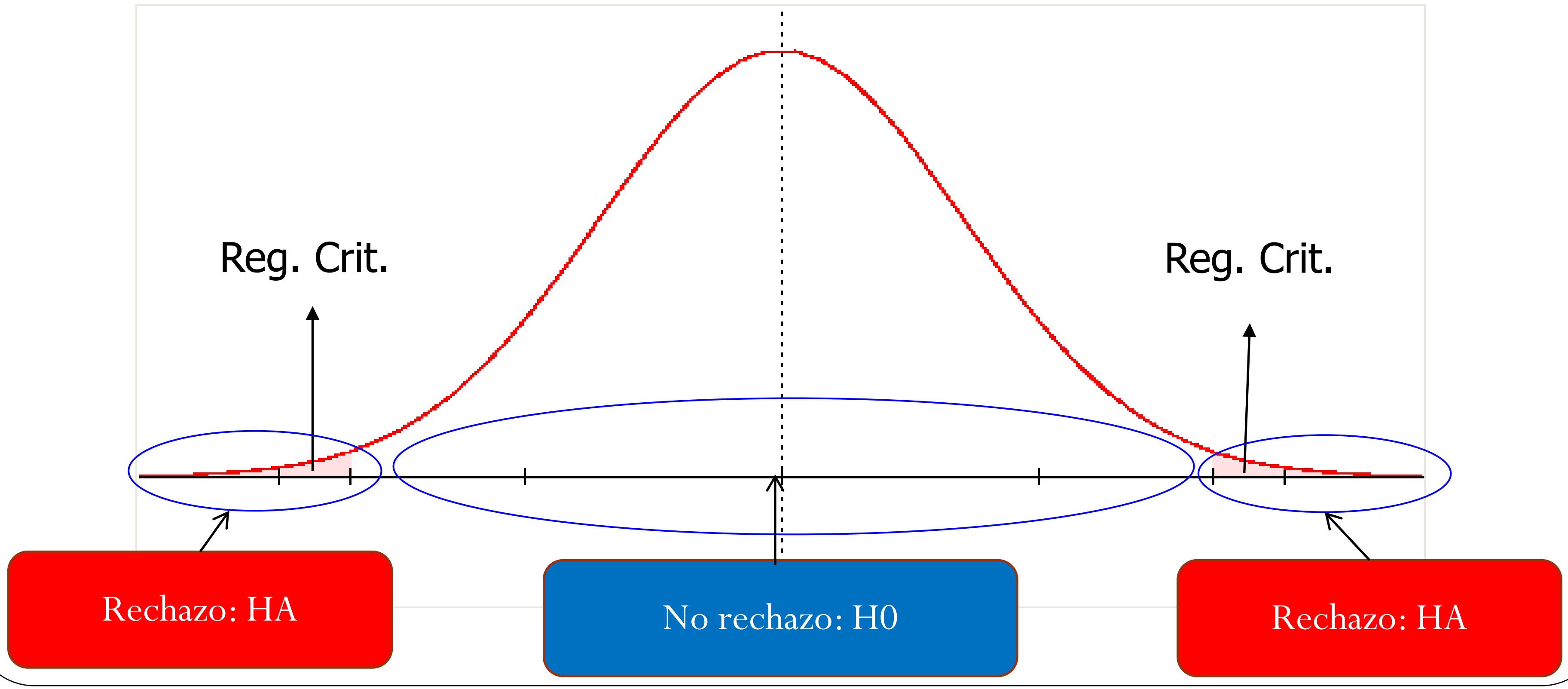
- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0:\ \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
- 5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

- 6. Regla de decisión → ¿Qué establecemos en este punto?
  - Valor calculado vs. valor teórico de la distribución .

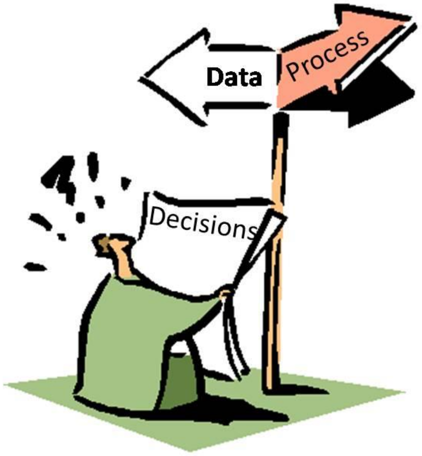
Prueba de Hipótesis: bilateral

- Los valores posibles de la estadística de prueba que podría asumir esta prueba bilateral son dos puntos sobre el eje horizontal de la grafica de la distribución. Para esta estadística, se dividen en dos grupos: región de rechazo y región de no rechazo.



Prueba de Hipótesis: bilateral

- Los valores de la estadística de prueba que forman la región de rechazo son aquellos que tienen la menor probabilidad de ocurrir.

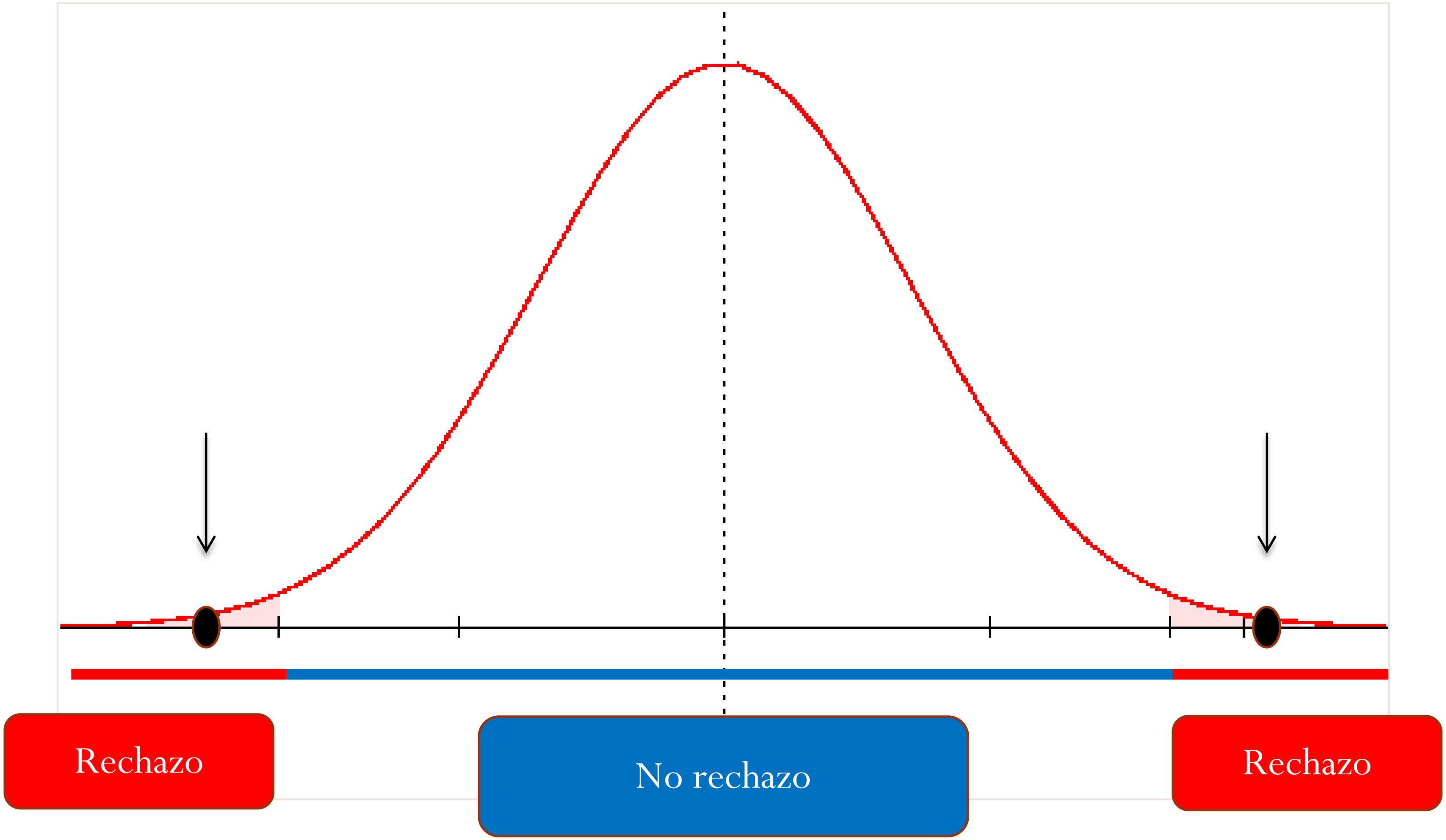


- Los que forman la región de no rechazo tienen la mayor probabilidad de ocurrir, si la hipótesis nula es verdadera para ambas regiones.

- La región de decisión señala que se debe rechazar la hipótesis nula si el valor de la estadística de prueba que se calcula a partir de la muestra es uno de los valores de la región de rechazo, y que no se debe rechazar la hipótesis nula si el valor calculado de la estadística de prueba es uno de los valores de la región de no rechazo.

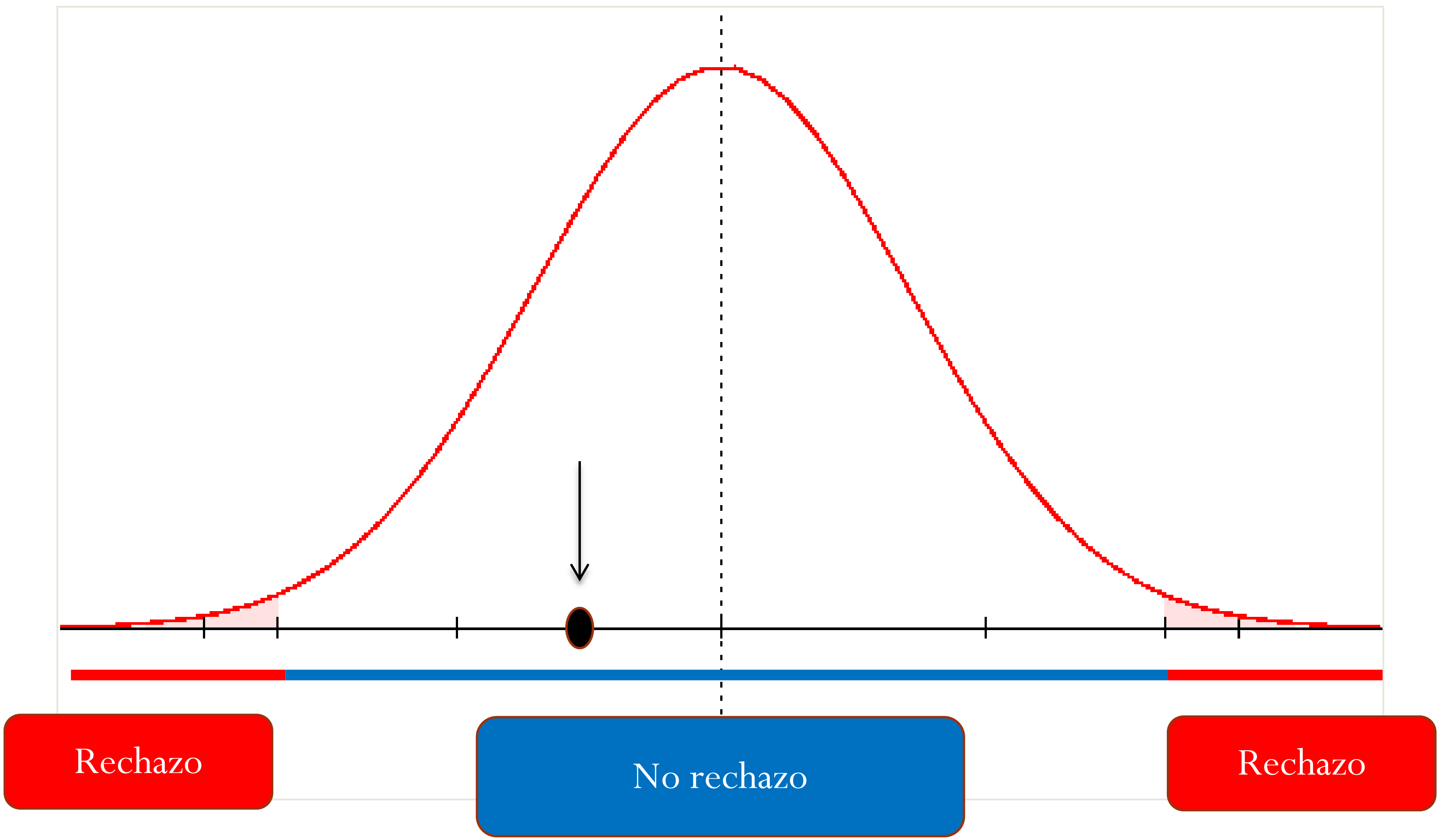
Prueba de Hipótesis: bilateral

- Zona de rechazo.

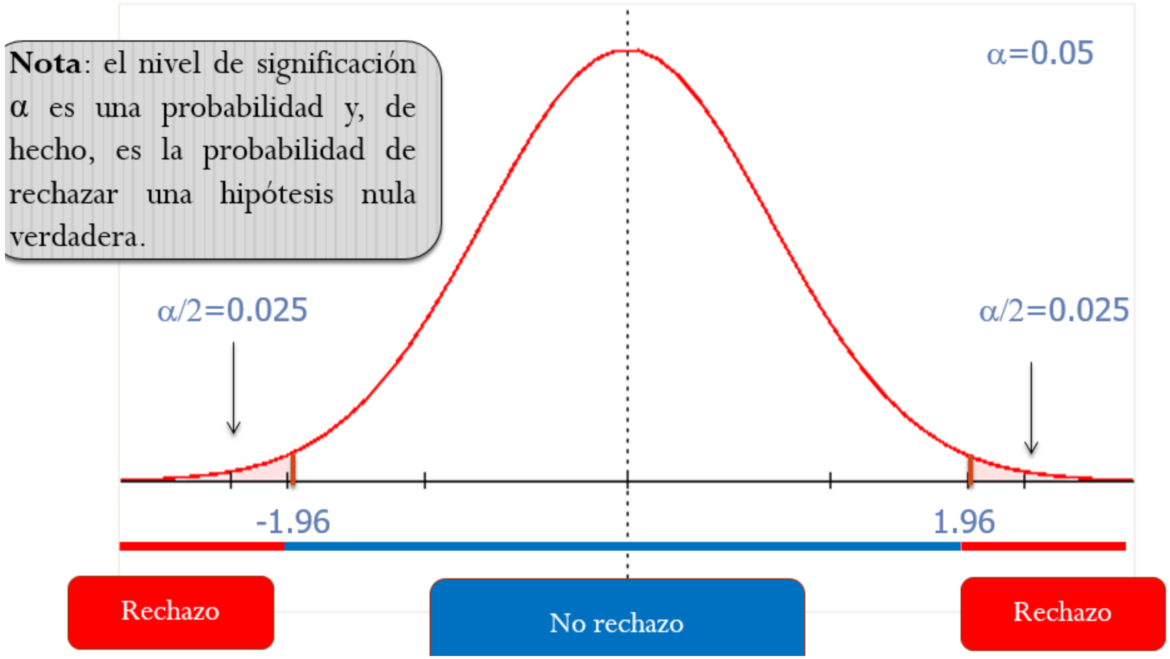


Prueba de Hipótesis: bilateral

- Zona de no rechazo



Prueba de Hipótesis: bilateral



Si la estadística z_c se ubica entre $[-1.96; 1.96]$, entonces caemos en la zona de **NO rechazo**, y no podemos rechazar H_0 , y permanecemos momentáneamente con H_0. Caso contrario, si la estadística z_c se ubica entre $]-\infty; -1.96]$ o $[1.96; +\infty[$, entonces rechazamos la H_0 y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: bilateral

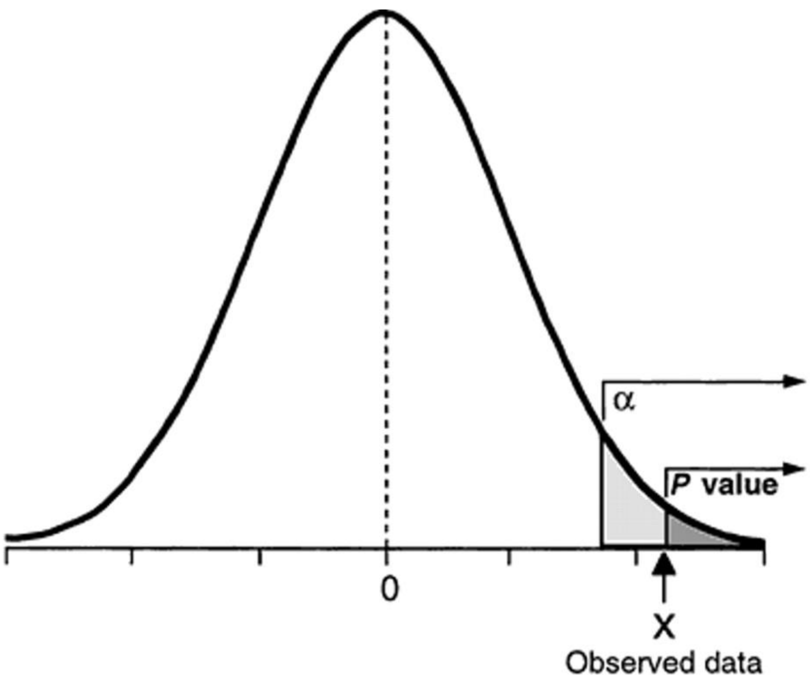
- 1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).
- 2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.
- 3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$
- 4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
- 5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

- 6. Regla de decisión → ¿Qué establecemos en este punto?
  - Valor calculado vs. valor teórico de la distribución
  - Significancia.

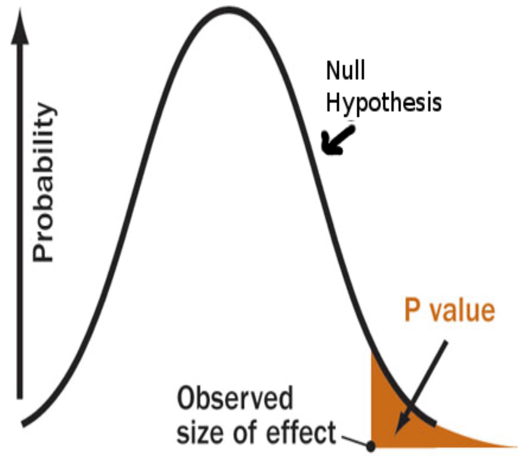
Prueba de Hipótesis: bilateral

Otra alternativa para llevar a cabo la decisión en un prueba de hipótesis, es mediante el valor de *p* o la significancia (*p-value* en inglés).



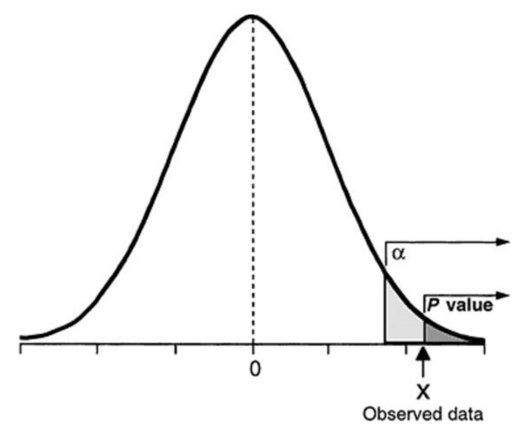
Prueba de Hipótesis: bilateral

- El valor de *p* (o la significancia) es un cantidad que indica qué tan insólitos son los resultados de la muestra, considerando que la hipótesis nula sea verdadera.



- Un valor de *p* indica que no es muy probable que los resultados de la muestra hayan ocurrido; ofrece la justificación para dudar de la certeza de la hipótesis nula, si esta es verdadera.

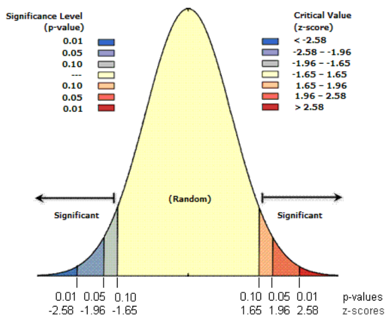
- El valor de *p* también se puede ver como un indicador para no tener que comprar siempre un valor calculado y otro esperado o tabular…



- Su calculo es diferente para pruebas bilaterales como unilaterales.

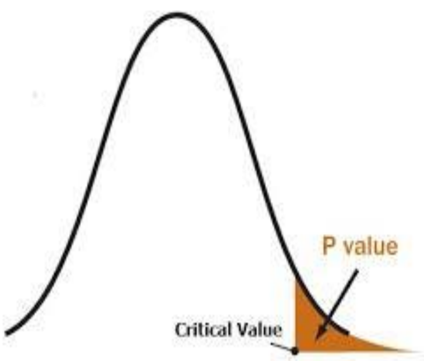
Prueba de Hipótesis: bilateral

- El valor de p nos va a indicar si rechazamos o no la prueba de hipótesis. El valor de p puede verse como un indicador…



- Esto se hace comparando el nivel de significancia "α" con el valor de "p".

- La decisión será la siguiente:



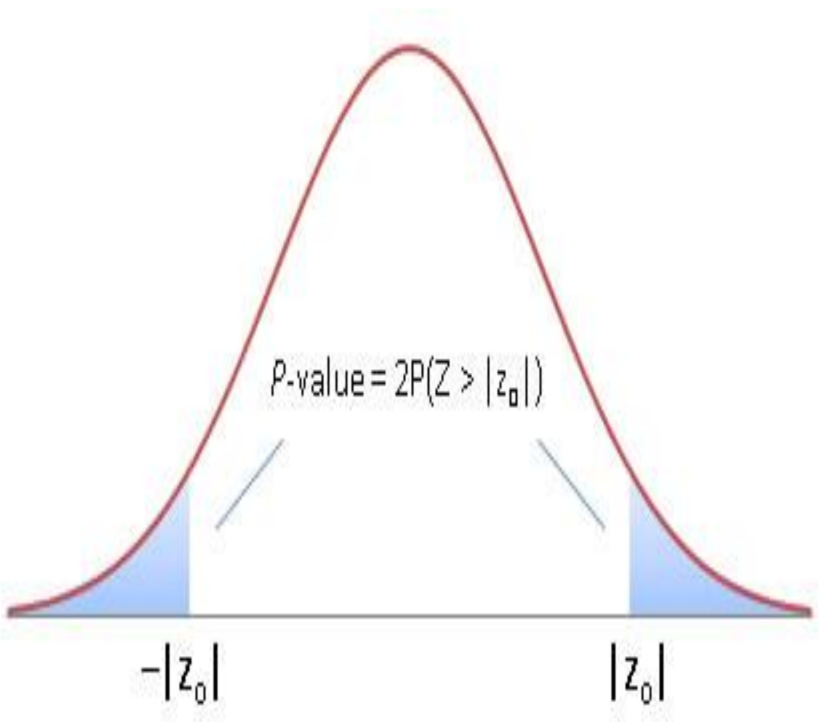
➢ Si $p > \alpha$, no se rechaza H_0

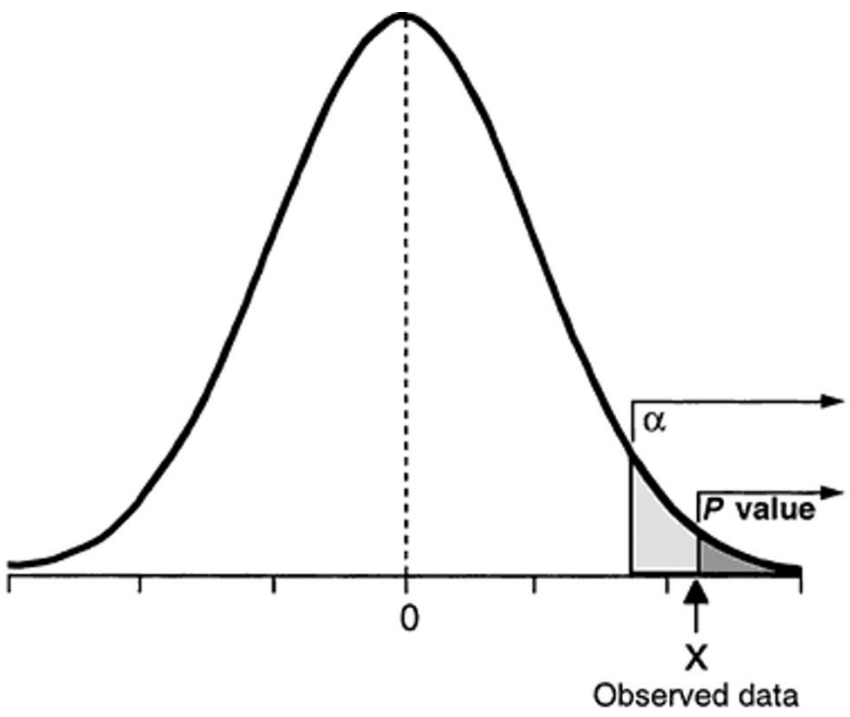
➢ Si $p < \alpha$, se rechaza la H_0

Prueba de Hipótesis: bilateral

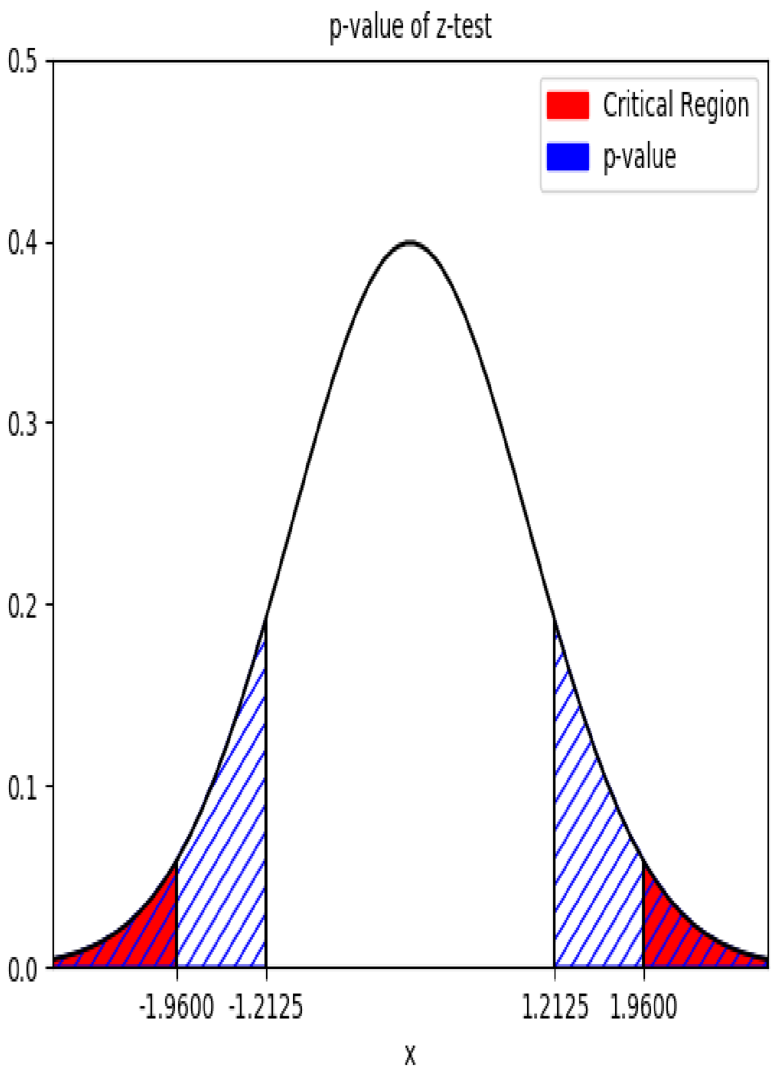
Bilateral

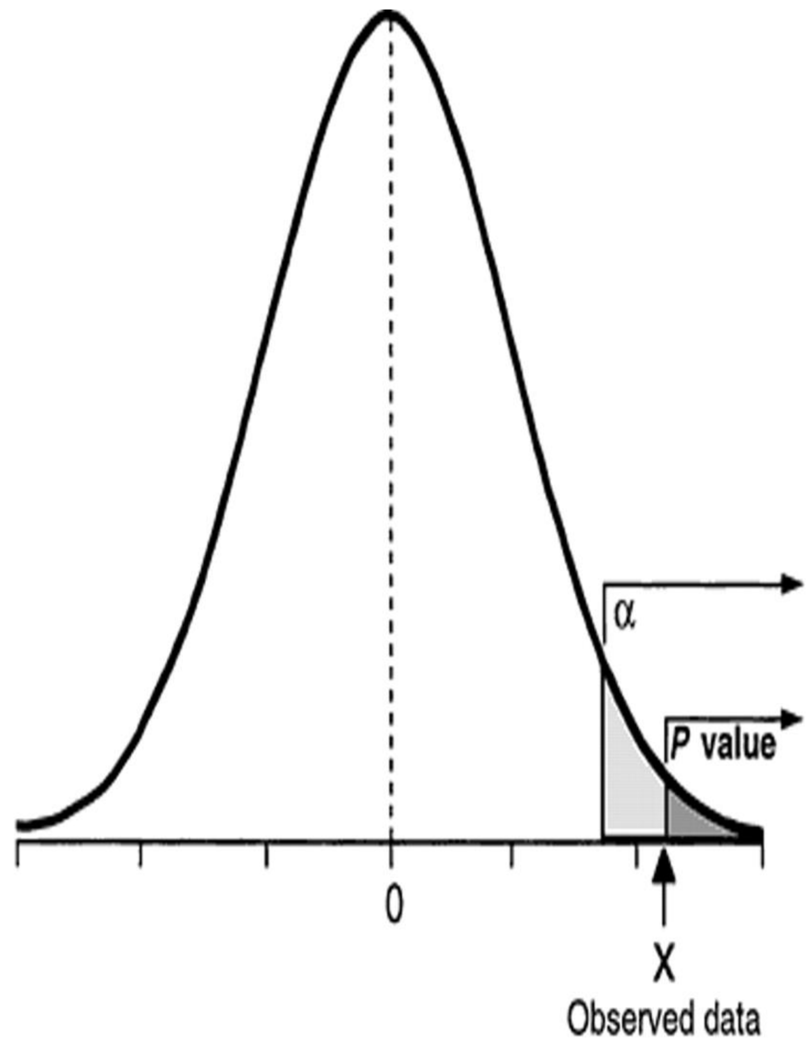
Unilateral





Prueba de Hipótesis: bilateral





Reportar el valor de *p*

¿Cómo es que solemos reportar el valor de *p*?

Reportar el valor de *p*

<u>No rechazamos</u>

No podemos rechazar la prueba. En este caso lo escribimos de forma exacta y con el signo de igualdad. Ejemplo: "$p - value = 0.256$".

<u>Rechazamos, pero el valor de Zc lo podemos ubicar en la tabla N(0,1)</u>

Se rechaza la prueba para un cierto α $(Ej: \alpha = 0.05)$. En este caso escribimos mediante $p - value < \alpha$. Ejemplo: "$p - value < 0.05$.

<u>Rechazamos, y el valor de Zc no lo podemos ubicar en la tabla N(0,1)</u>

Se rechaza la prueba para un cierto α, y no podemos determiner el valor por ser una probablidad muy pequeña. En este caso escribimos $p - value < 0.01$.

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

START

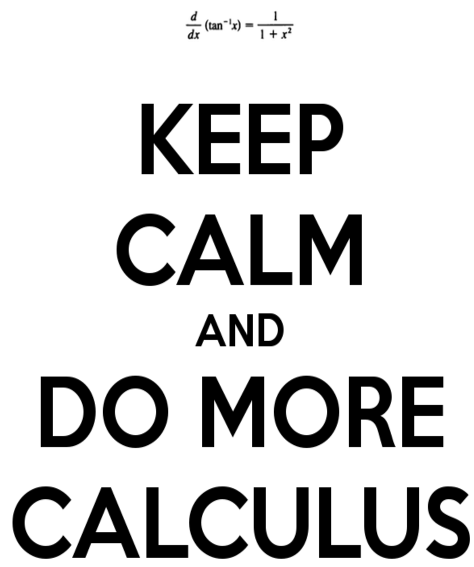
Prueba de Hipótesis: bilateral

- Recolectada y analizada la información de la muestra, se procede a calcular la estadística de prueba que determinara el resultado de la hipótesis estadística.

- Recordar que la estadística de prueba está en función de objeto de estudio, el tipo de prueba, y la información de la muestra.

- En nuestro caso, la estadística de prueba es el resultado de saber el tamaño de muestra, el estimador del promedio, el error de muestreo y la conjetura sobre la población (¿algo más?).

- A partir del cálculo de la estadística de prueba, se procede a tomar una decisión.



$$z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Prueba de Hipótesis: bilateral

A partir de este punto, utilizamos la información procedente de la muestra n.

7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19 - 15}{25/\sqrt{210}} = 2.32$$

Prueba de Hipótesis: bilateral

- A partir de este punto, utilizamos la información procedente de la muestra n…

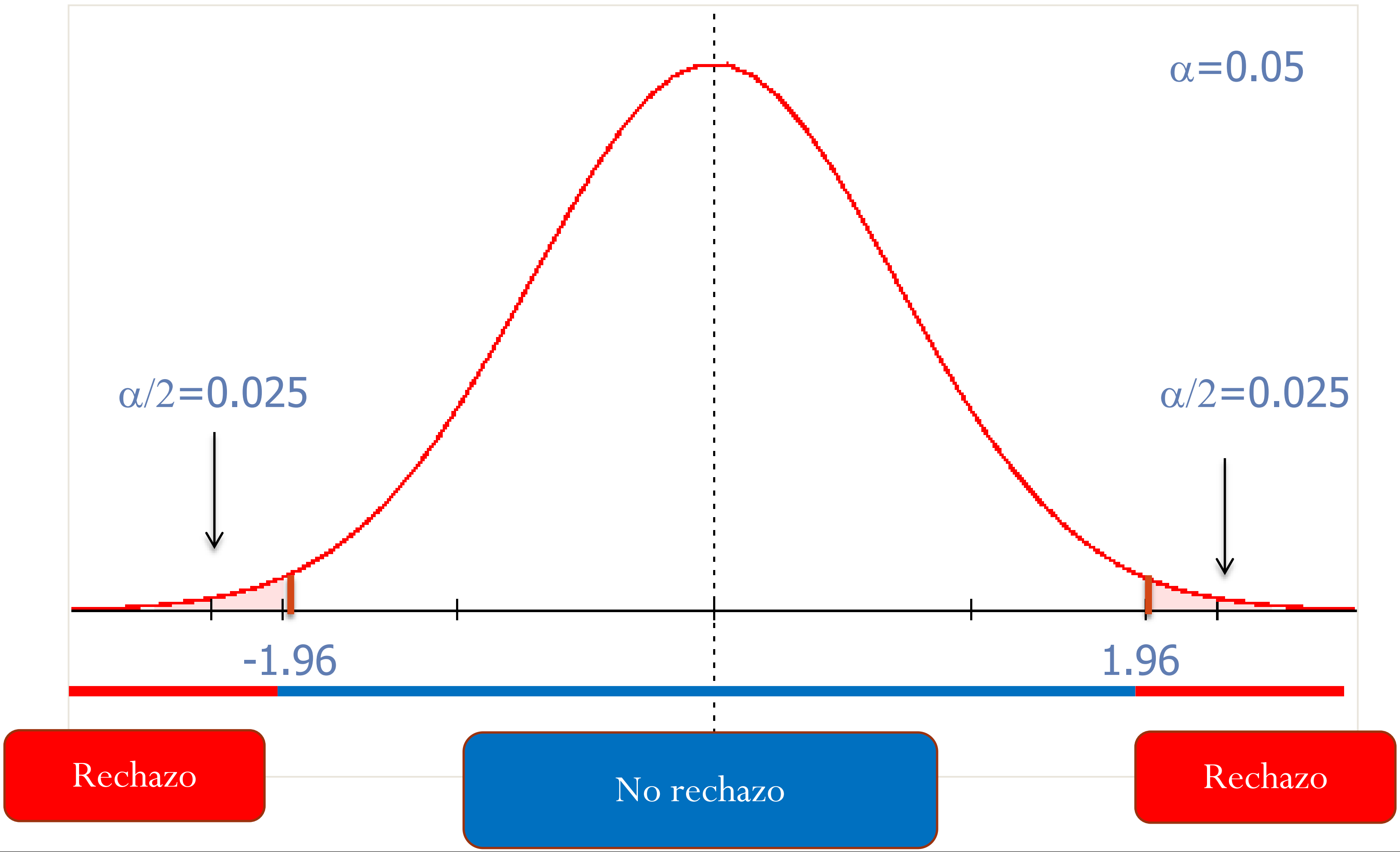
7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19 - 15}{25/\sqrt{210}} = 2.32$$

8. Decisión estadística
   - Valor calculado vs. valor teórico de la distribución

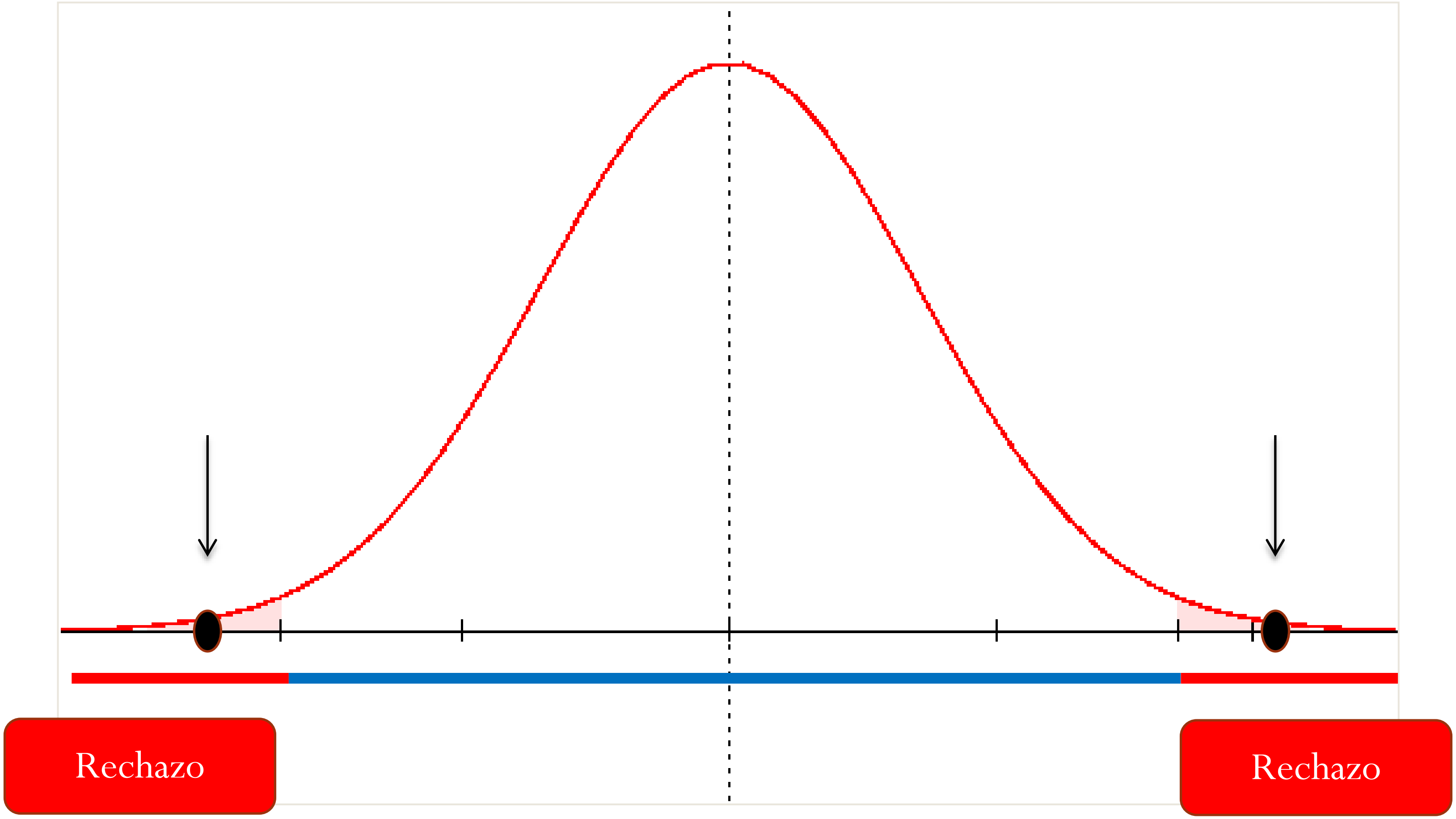
Prueba de Hipótesis: bilateral

- Para un nivel de significancia de α=0.05



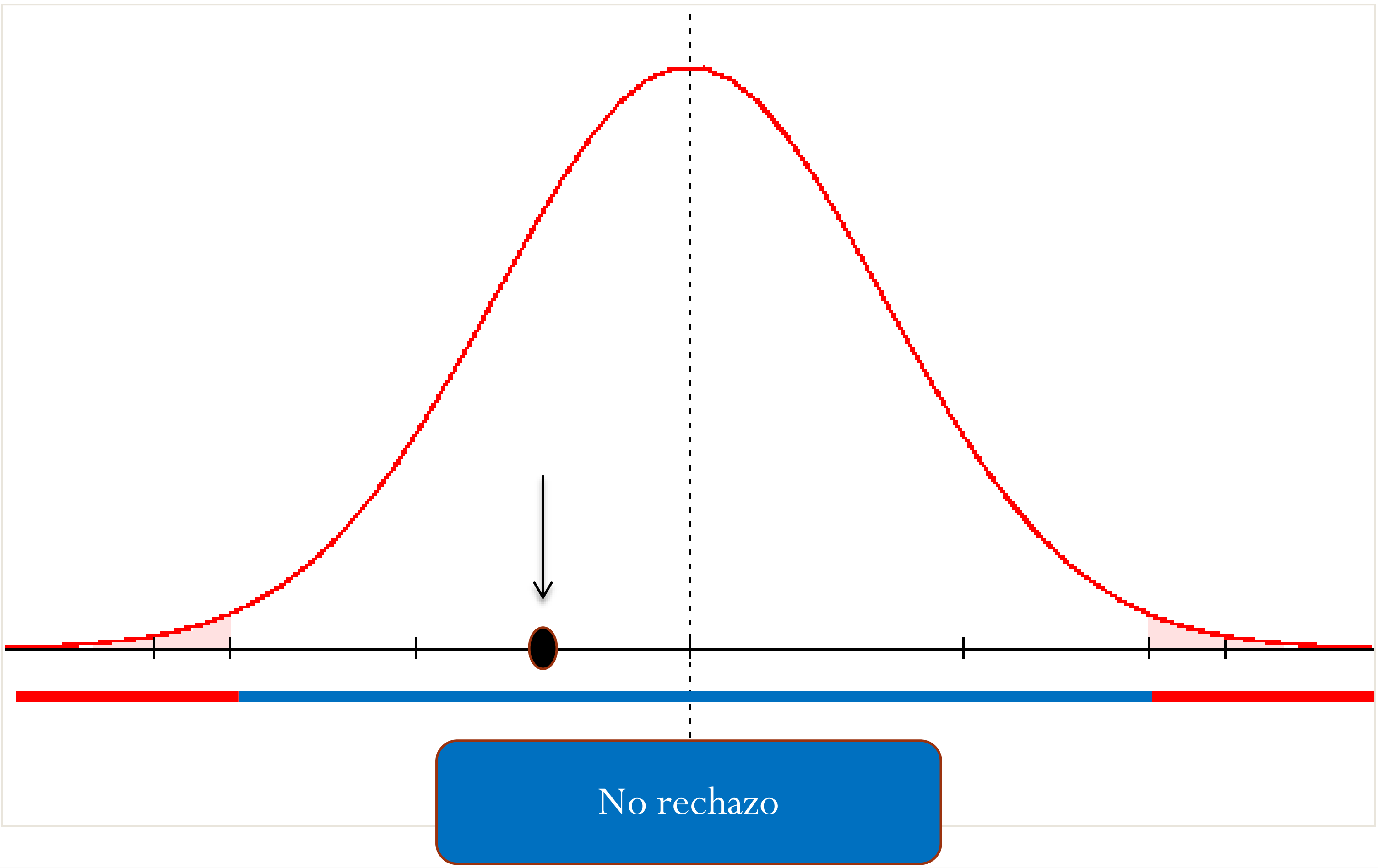
Prueba de Hipótesis: bilateral

- Si al calcular la estadística de prueba, el estadística cae en la zona de rechazo, la hipótesis nula se rechaza.

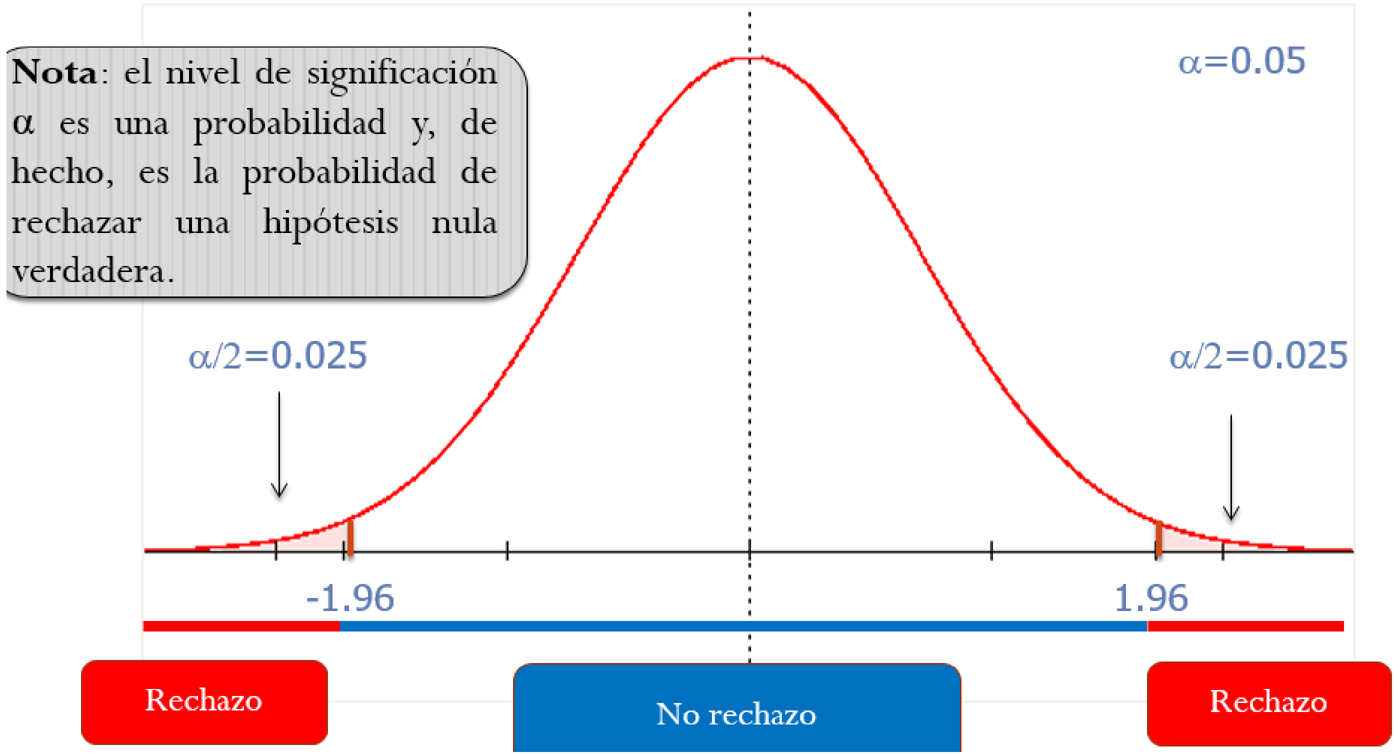


Prueba de Hipótesis: bilateral

- Si al calcular la estadística de prueba, el estadística cae en la zona de no rechazo, la hipótesis nula no se puede rechazar.



Prueba de Hipótesis: bilateral



- Como z_c (2.32) se ubica entre $[1.96; +\infty[$, entonces, rechazamos la H_0 y aceptamos H_A (¡YUPI!).

Prueba de Hipótesis: bilateral

- A partir de este punto, utilizamos la información procedente de la muestra n...

7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19 - 15}{25/\sqrt{210}} = 2.32$$

8. Decisión estadística
   - Valor calculado vs. valor teórico de la distribución
   - Significancia.

Prueba de Hipótesis: bilateral

En el cálculo del valor de p, al tratarse de una ***hipótesis bilateral***, debemos "perseguir" o calcular dos probabilidades, en busca de la región de rechazo.

Para el estadístico de prueba calculado, debemos calcular las probabilidades en valor negativo y positivo, persiguiendo la región de rechazo.

El valor de p o la significancia (*p-value*) estaría dado por:

$$p - value = P(z < -2.32) + P(z > 2.32)$$
$$p - value = 0.01017 + 0.01017$$
$$p - value = 0.02034$$

Como "$p - value = 0{,}02034 < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A (¡YUPI!).

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: bilateral

9. Conclusión → llegamos hasta el final…

Prueba de Hipótesis: bilateral

- Según la decisión estadística, se debe de concluir tanto sobre la hipótesis estadística como la hipótesis de estudio.

- Si Ho se rechaza, se concluye que HA es verdadera. Si Ho no se rechaza, se concluye que Ho no puede ser rechazada, y que por lo tanto se necesita mayor evidencia.

- Se corrobora la hipótesis de investigación. De acuerdo a los resultados estadísticos, estos se deben traducir al lenguaje de la situación de interés.

Prueba de Hipótesis: bilateral

9. Conclusión

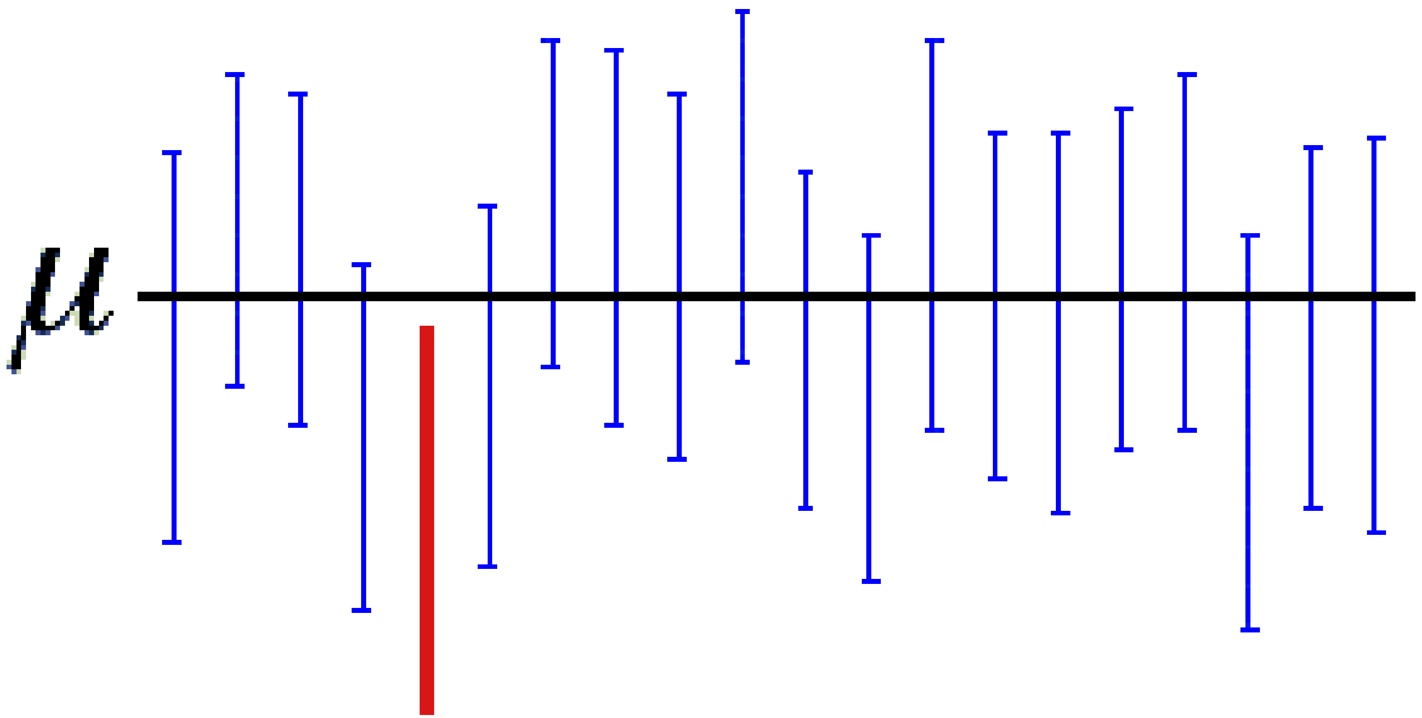
a. Conclusión estadística: como el z_c (2.32) es superior al z_t (1.96), rechazamos H_0, y por lo tanto aceptamos H_A.De forma análoga, como $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

b. Conclusión del problema: de acuerdo a la prueba de hipótesis estadística, corroboramos que efectivamente los pacientes no suelen permanecer 15 días internados en el centro de salud.

Nótese que este resultado es favorable, dado que la pregunta o la suposición fue corroborada.

Prueba de Hipótesis: bilateral

Para las **<u>PH bilaterales</u>**, podemos probar la PH mediante la construcción de intervalos de confianza.



Prueba de Hipótesis: bilateral

- ***Cuando la prueba de hipótesis se plantea como "bilateral",*** es posible utilizar intervalos de confianza para probar la PH.

- *Bajo el planteamiento de la hipótesis:* $\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_A: \mu \neq 15 \end{cases}$

- Se comprobó que la hipótesis fue rechazada.

- Para la comprobación por medio de intervalos de confianza, se debe definir cuál es él valor del parámetro de la hipótesis nula, el estimador, el nivel de confianza y el error de muestreo.

Prueba de Hipótesis: bilateral

- Bajo los requerimientos anteriores, se dan las siguientes características:

Valor del parámetro: $\mu = 15$

Estimador: $\bar{x} = 19$

Nivel de confianza: Confianza del 95% o Error de $\alpha = 0.05$

Error de muestreo: $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{25}{\sqrt{210}}$

Prueba de Hipótesis: bilateral

- A continuación se muestra cómo se hubiera llegado a los mismos resultados mediante los intervalos de confianza, para un intervalo del 95%:

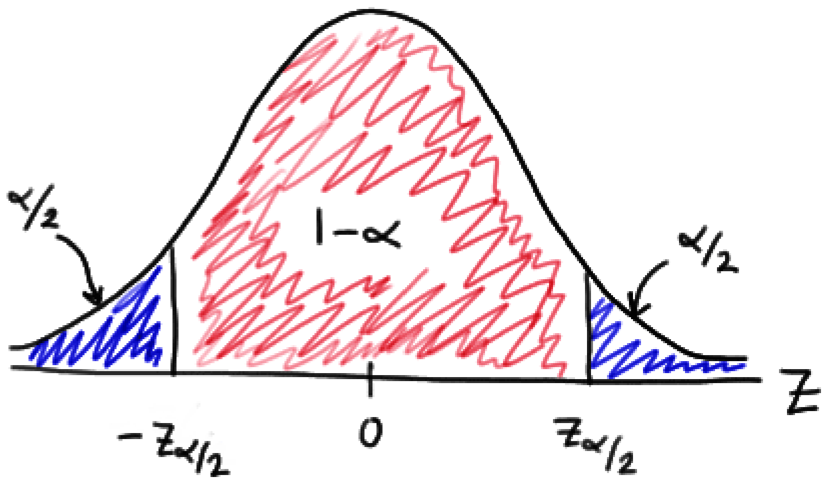
$$IC: \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$IC: 19 \pm 1.96 * \frac{25}{\sqrt{210}}$$

$$IC: 19 \pm 1.96 * (1{,}7251)$$

$$IC: 19 \pm 3.72$$

$$IC: \quad [\,15{,}618 \;;\; 22{,}381\,]$$



¿Cómo verificar la prueba de hipótesis mediante la estimación de los intervalos de confianza?

Prueba de Hipótesis: bilateral

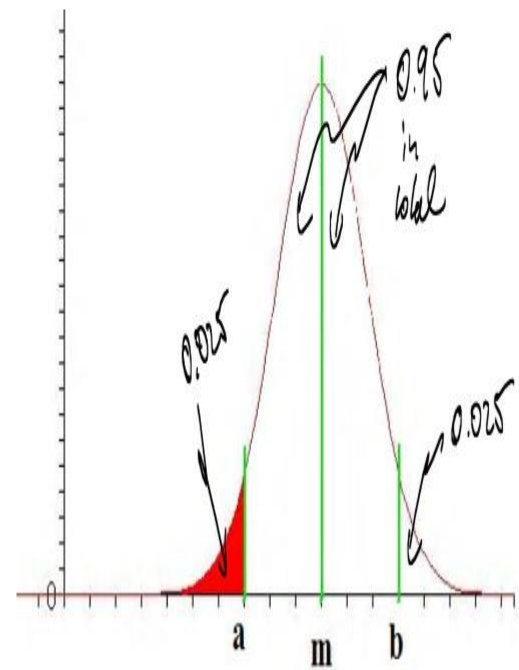
- El intervalo no incluye al 15, se dice que 15 no es un candidato para la media que se está estimando.

- µ no es igual a 15, por lo que se rechaza la hipótesis nula. Es la misma conclusión a la que se llegó mediante el procedimiento de prueba de hipótesis

- Si el parámetro supuesto, µ=15, se hubiera incluido en el intervalo de confianza del 95%, se habría dicho que H_0 no se rechaza en el nivel $\alpha = 0.05$.

- Cuando se prueba una hipótesis nula por media de un intervalo de confianza bilateral, se rechaza a H_0 si el parámetro supuesto no está contenido dentro del intervalo de confianza de 100(1-α)% . Si el parámetro supuesto está contenido dentro de dicho intervalo, no es posible rechazar la Ho.

$$\bar{X} \pm 1.96\,\sigma/\sqrt{n}$$



Índice

Prueba de Hipótesis: unilateral

- Una prueba de hipótesis puede ser *unilateral*. En cuyo caso toda la región de rechazo está en una u otra cola de la distribución.

- El que se utilice una prueba unilateral o bilateral depende de la naturaleza de la conjetura o suposición planteada por el investigador.

- Por ejemplo, supóngase que no se tenía interés por la igualdad del parámetro, sino si los valores podían ser mayores o menores.

- En este caso, se deberá pasar de una prueba de hipótesis bilateral a unilateral .

Prueba de Hipótesis: unilateral

- En el ejemplo anterior se analizó el siguiente planteamiento de prueba de hipótesis:

$$H_0: \mu = c_1$$

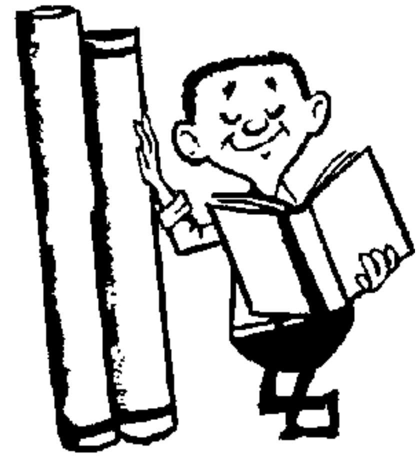
$$H_A: \mu \neq c_1$$

- Ahora, el investigador pudo también plantear la siguiente:

$$H_0: \mu \leq c_1 \qquad H_0: \mu \geq c_1$$

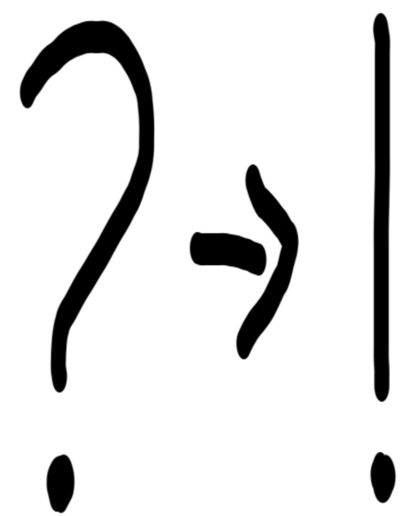
$$H_A: \mu > c_1 \qquad H_0: \mu < c_1$$

Prueba de Hipótesis: unilateral



- Para el caso en que la prueba de hipótesis se refiere a no una igualdad, sino a una cantidad menor o mayor, la única diferencia es a nivel del planteamiento de la PH, y por ende de la definición de las regiones de rechazo y no rechazo.

- En estos caso, en vez de tomar dos zonas de rechazo, se tomaría únicamente una región.

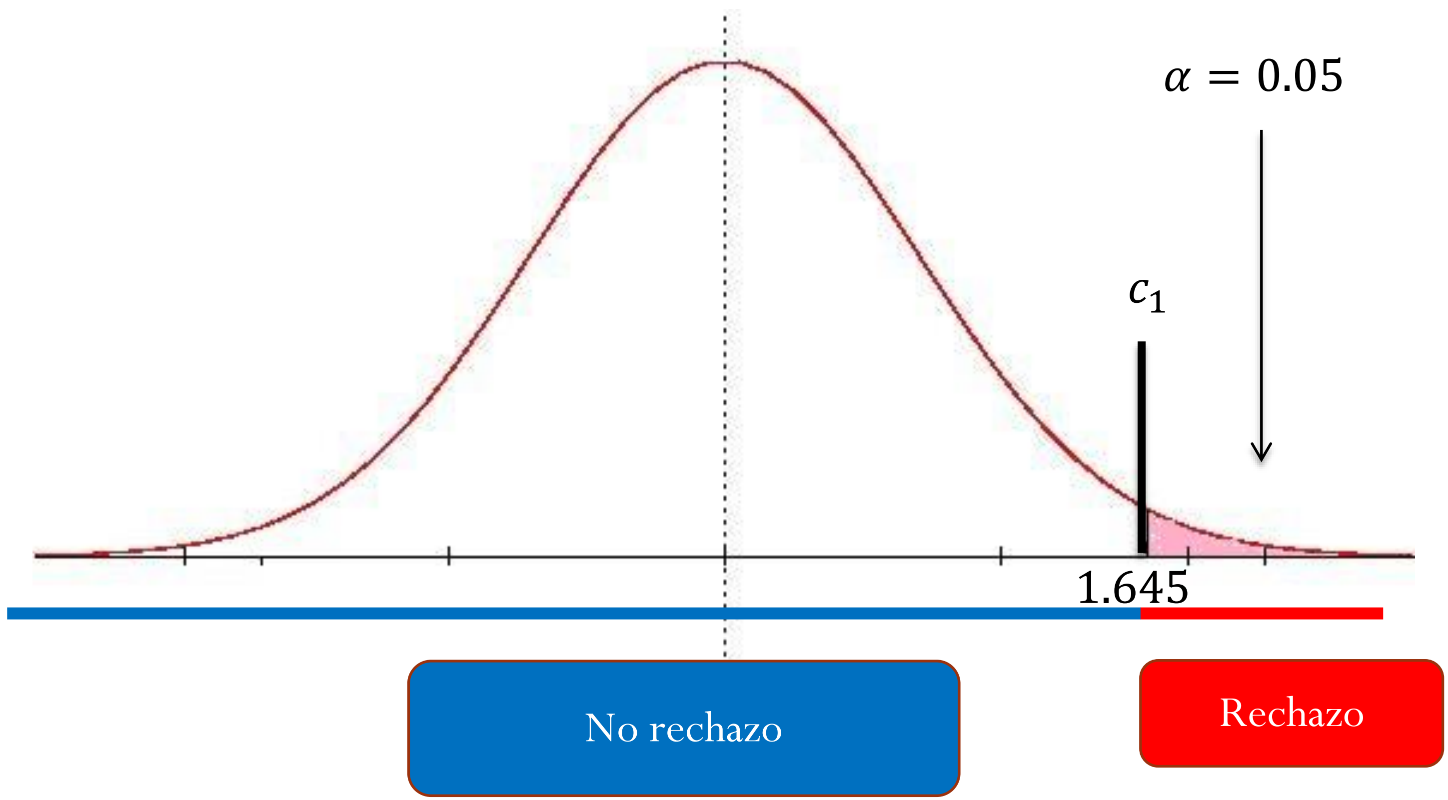


- Si la prueba o la conjetura indica la superioridad, se tomaría la parte derecha como región de rechazo. Si se indicada la inferioridad, se tomaría la parte izquierda en la zona de rechazo.

- Ejemplifiquemos lo anterior:

Prueba de Hipótesis: unilateral

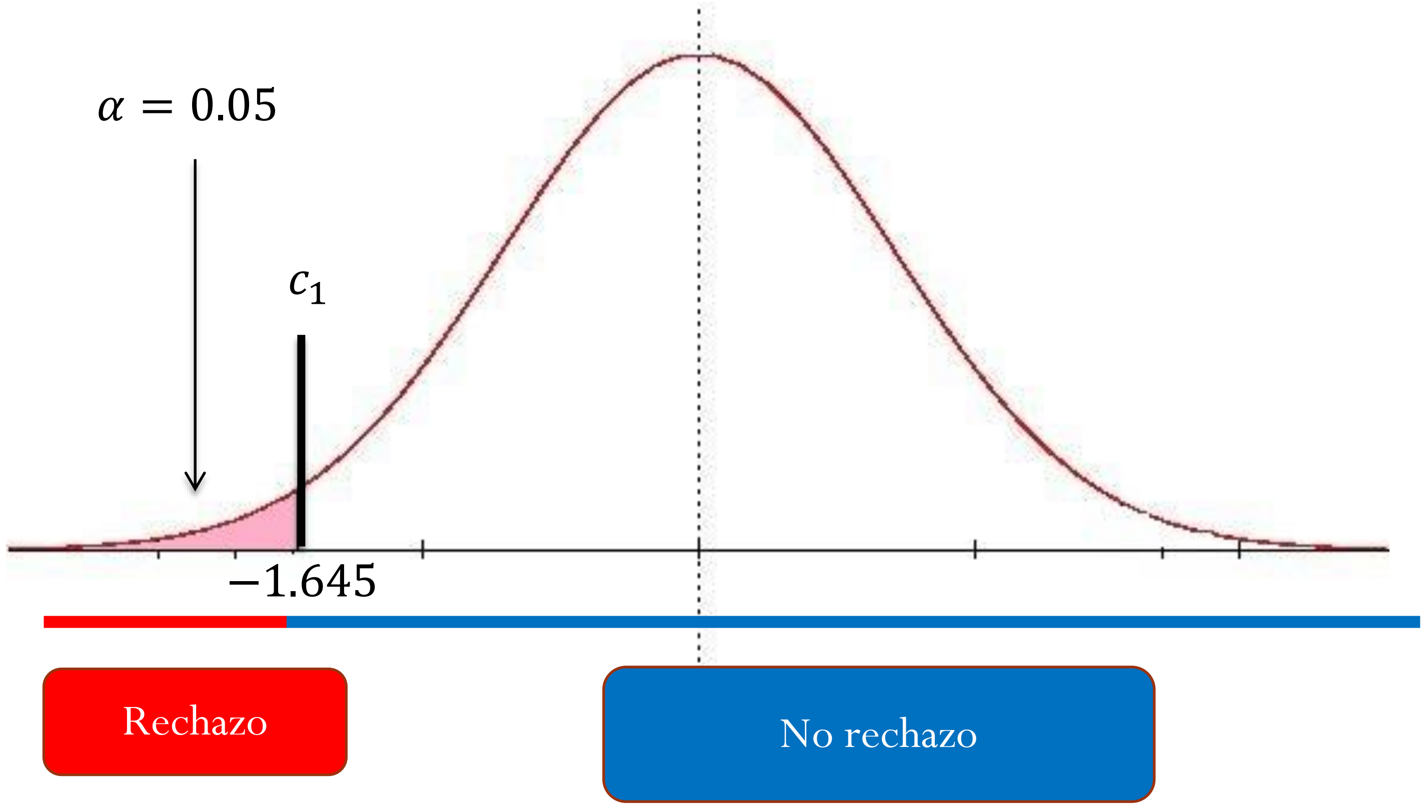
- Para el siguiente caso, $H_0: \mu \leq c_1$ $H_A: \mu > c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.



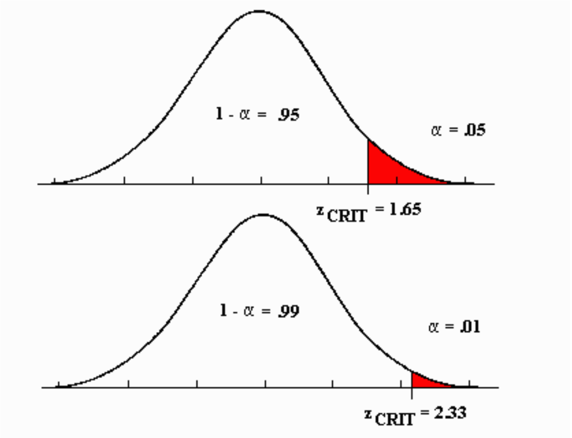
Prueba de Hipótesis: unilateral

- Para el siguiente caso, $H_0: \mu \geq c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.

$$H_0: \mu < c_1$$



Prueba de Hipótesis: unilateral



- Para la prueba bilateral, elegimos un nivel de confianza del 95% (o un error del 5%).

- Según el nivel de significancia, para la prueba bilateral, eso correspondería a los valores de la curva normal estándar de [-1.96 ; 1.96].

- Para las pruebas unilaterales, para un nivel de confianza del 95%, los valores críticos serían:

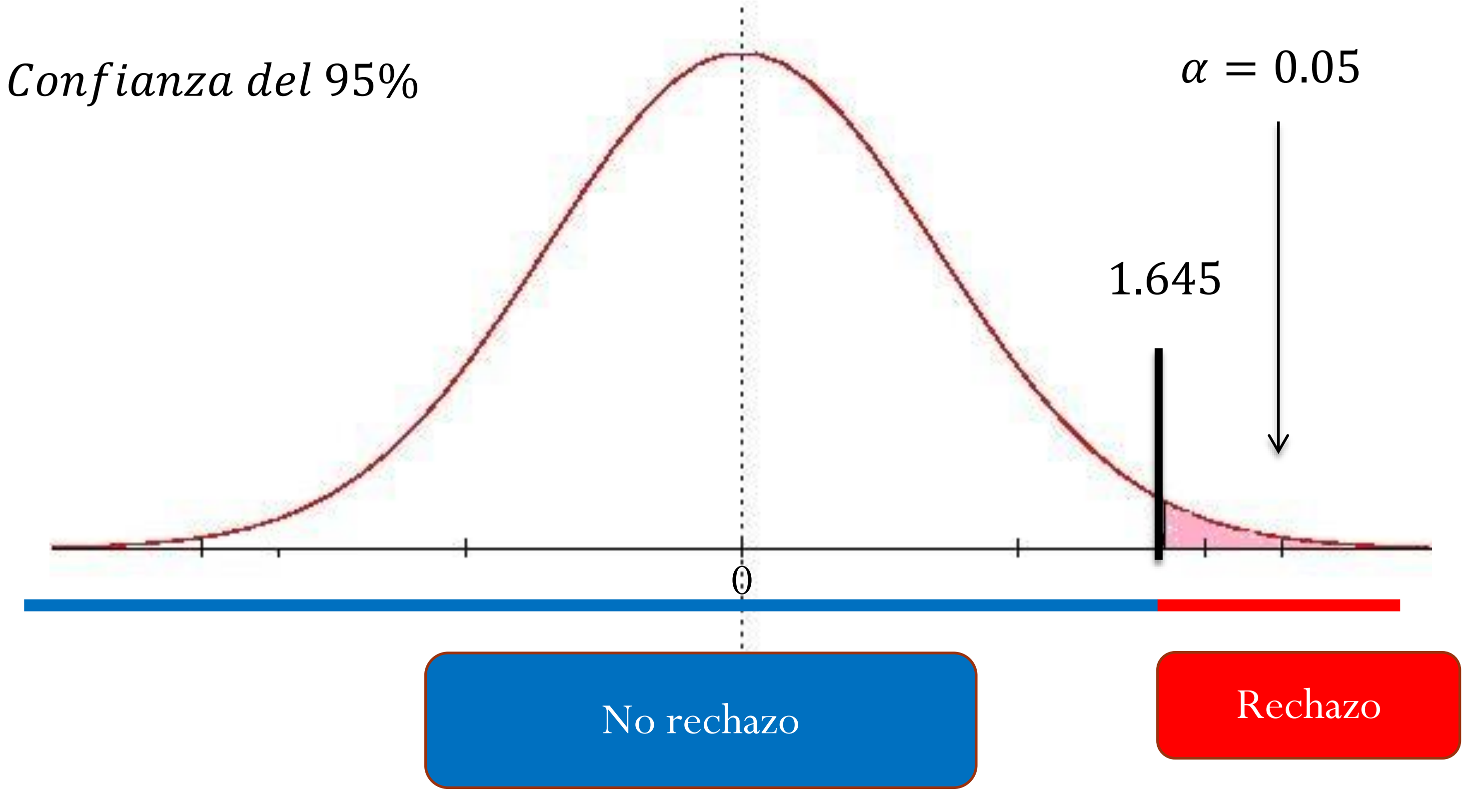
-H_A de valores menores, sería de -1.65 (-1,645)

-H_A de valores mayores, sería de 1.65 (1,645)

→ La forma exacta sería $\pm$ 1,645

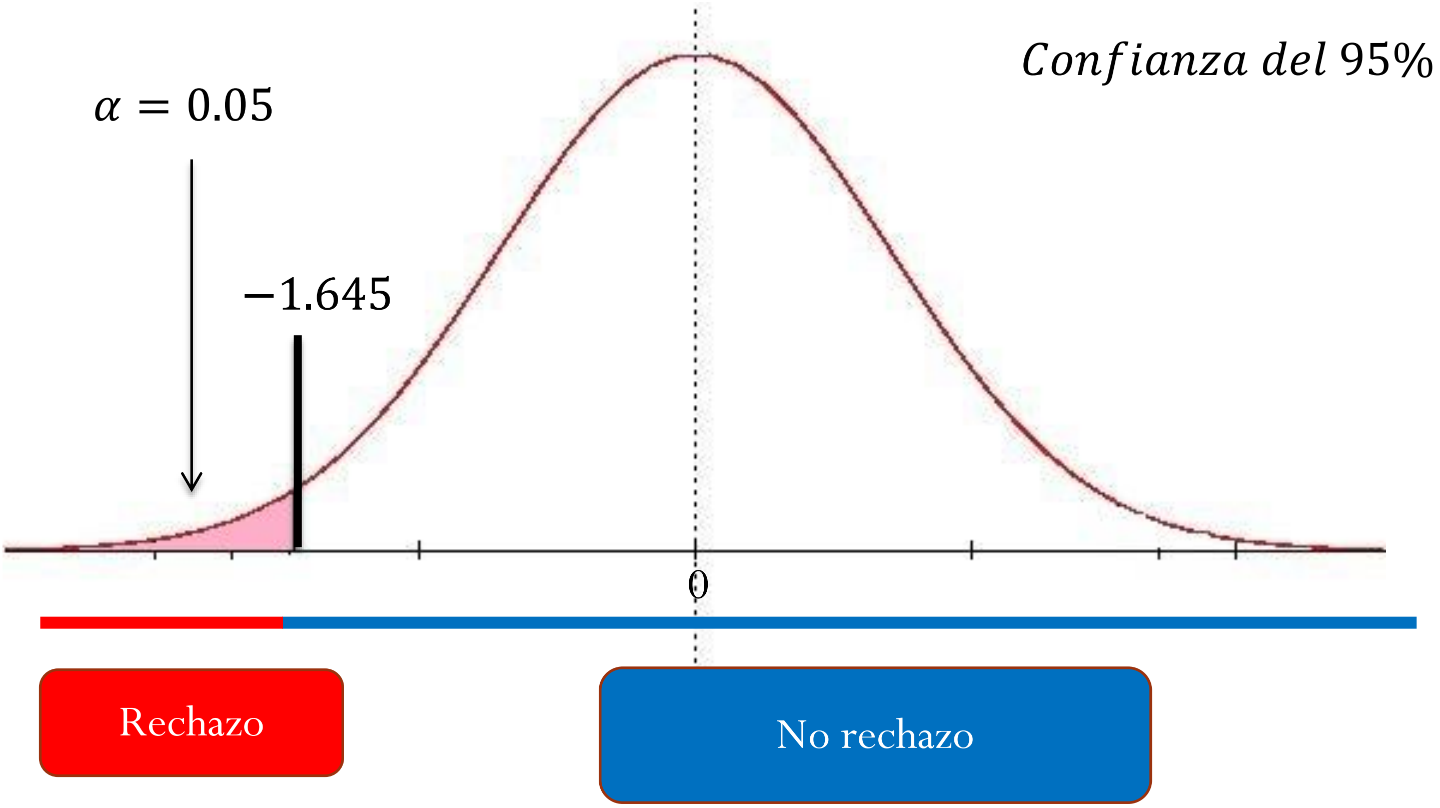
Prueba de Hipótesis: unilateral

- Para el siguiente caso, $H_0: \mu \leq c_1$ $H_A: \mu > c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.



Prueba de Hipótesis: unilateral

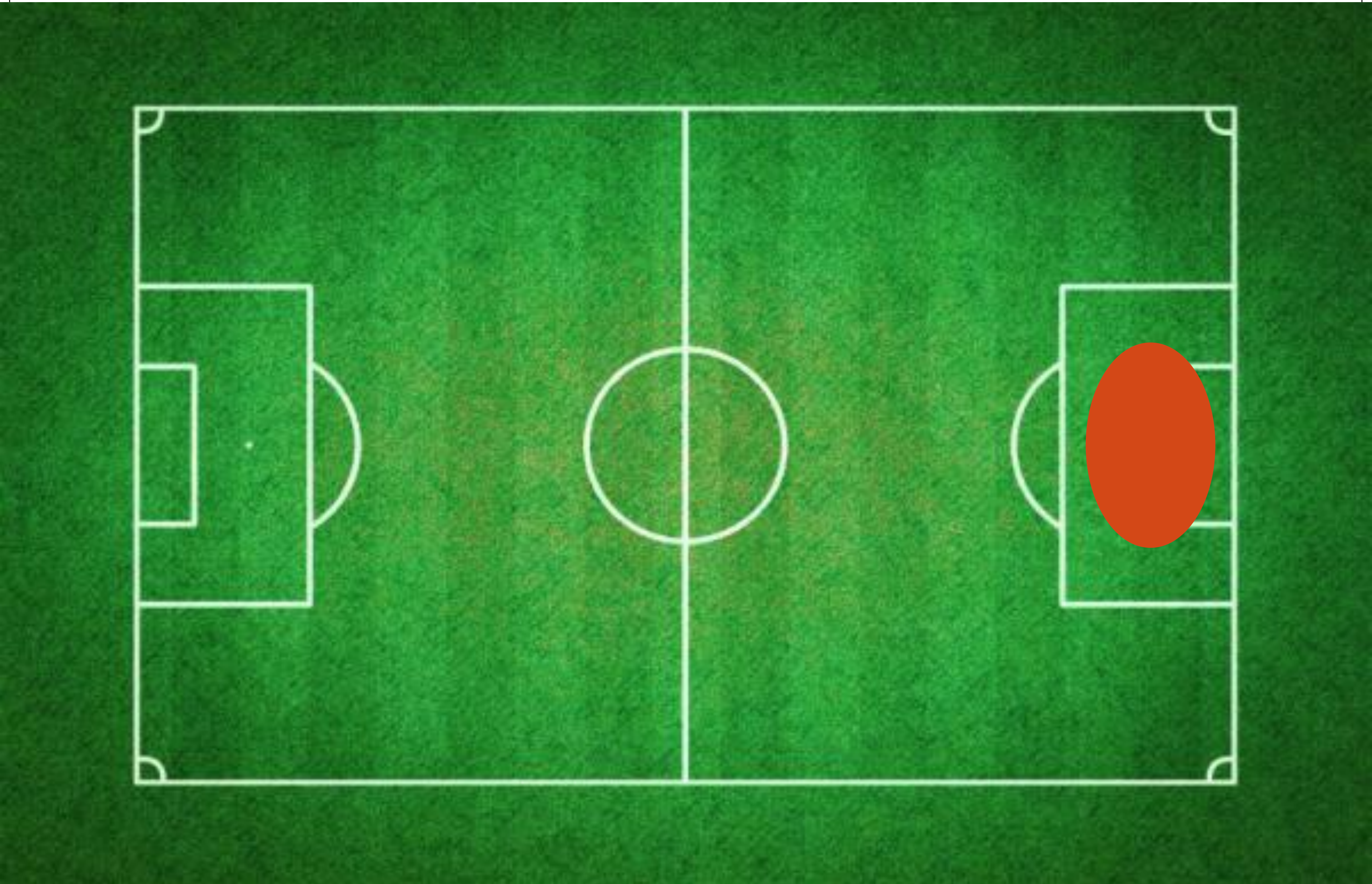
- Para el siguiente caso, $H_0: \mu \geq c_1$ $H_0: \mu < c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.



Hipótesis unilateral

b) Los pacientes permanecer más de 15 días internados.

Prueba de Hipótesis: unilateral



Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).

2. Supuestos: a partir de un muestreo probabilístico, los datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.

3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0\colon \mu \leq 15 \\ H_A\colon \mu > 15 \end{cases}$

4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

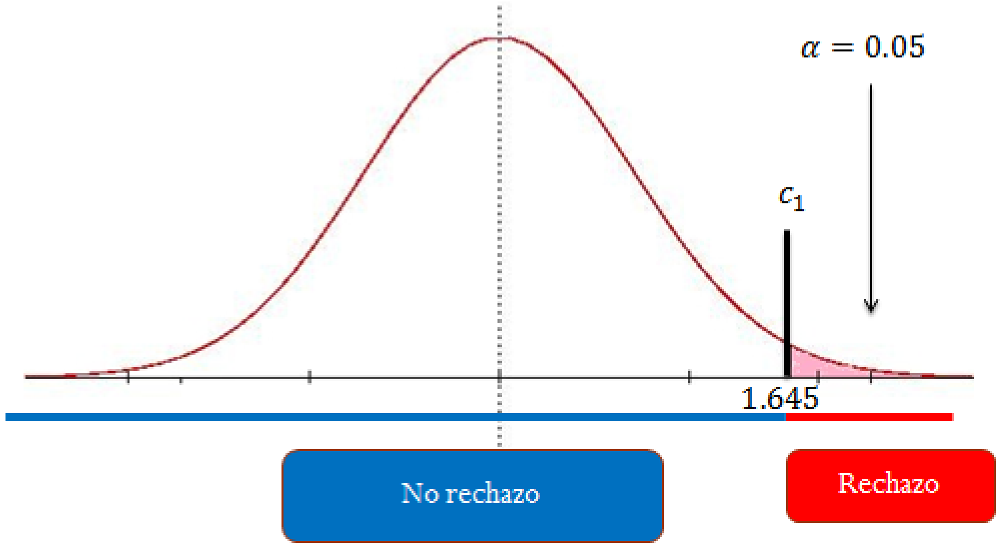
5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

6. Regla de decisión:

a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución



Si la estadística z_c se ubica entre $]-\infty; 1.645]$, entonces caemos en la zona de No rechazo, y no podemos rechazar H_0, y permanecemos momentáneamente con H_0. Caso contrario, si la estadística z_c se ubica entre $[1.645; +\infty[$, entonces rechazamos la H_0 y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

b. Valor de p o la significancia (*p-value*)

Si: $p - value > 0.05$, no rechazamos H_0, y permanecemos momentáneamente con H_0 hasta obtener más imporación

Si: $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

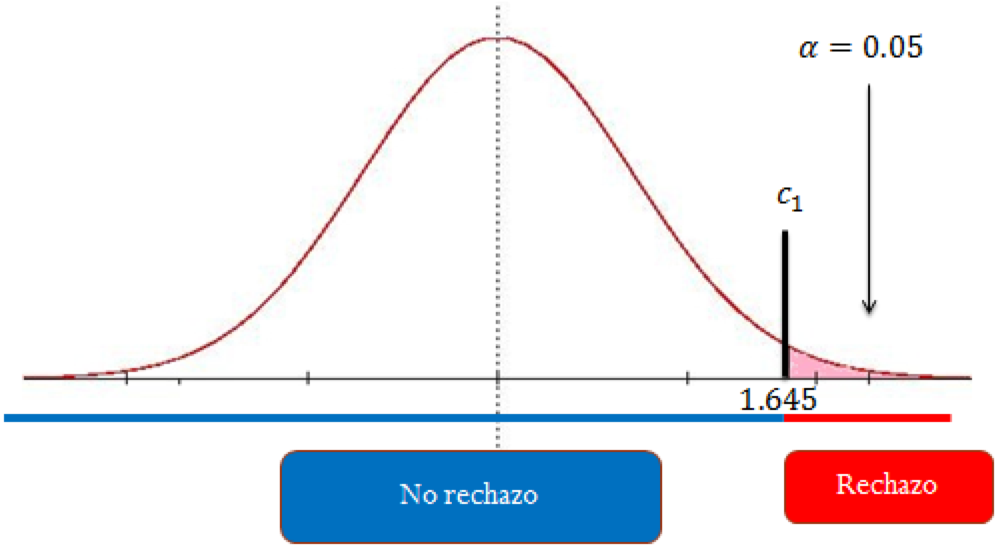
Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19 - 15}{25/\sqrt{210}} = 2.32$$

8. Decisión estadística:

- Valor calculado vs. valor teórico de la distribución



Como z_c se ubica entre $[1.645; +\infty[$, entonces rechazamos la H_0 y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

b. Valor de p o la significancia (*p-value*)

$$p - value = P(z > 2.32)$$

$$p - value = 0.01017$$

$p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: unilateral (D)

9. Conclusión:

a. **Conclusión estadística**: como el z_c (2.32) es superior al z_t (1.645), rechazamos H_0, y por lo tanto aceptamos H_A.De forma análoga, como $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

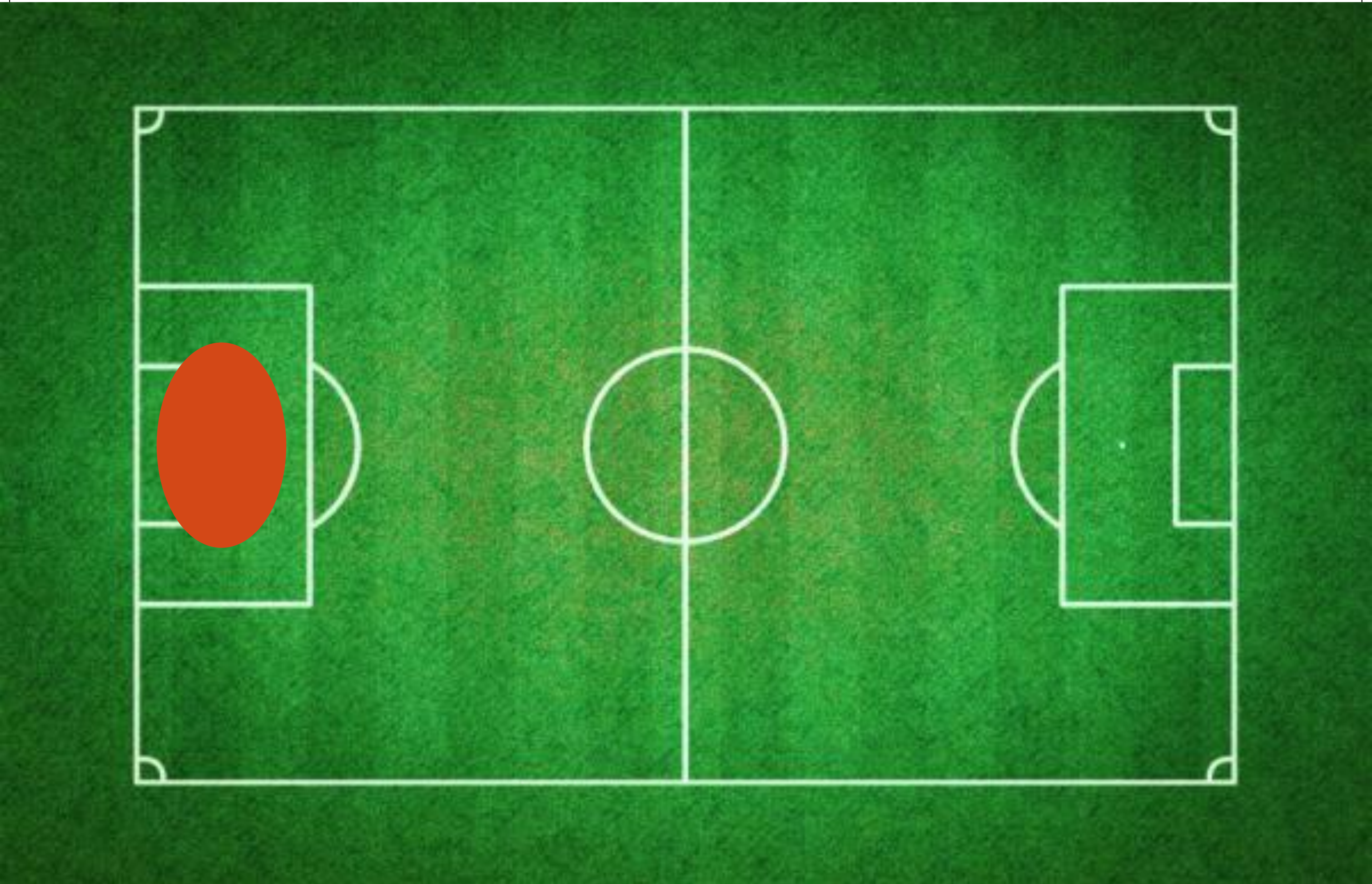
b. **Conclusión del problema**: de acuerdo a la prueba de hipótesis estadística, corroboramos que efectivamente los pacientes permanecer más de 15 días internados en el centro de salud.

Nótese que este resultado es favorable, dado que la pregunta o la suposición fue corroborada.

Hipótesis unilateral

c) Los pacientes permanecer menos de 15 días internados.

Prueba de Hipótesis: bilateral



Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
    a. Conclusión estadística.
    b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
    a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
    b. Valor de p o la significancia (*p-value*).
9. Conclusión.
    a. Conclusión estadística.
    b. Conclusión del problema.

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).

2. Supuestos: a partir de un muestreo probabilístico, los datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la varianza o el parámetro de variabilidad σ es conocido.

3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0\colon \mu \geq 15 \\ H_A\colon \mu < 15 \end{cases}$

4. Estadística de prueba: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

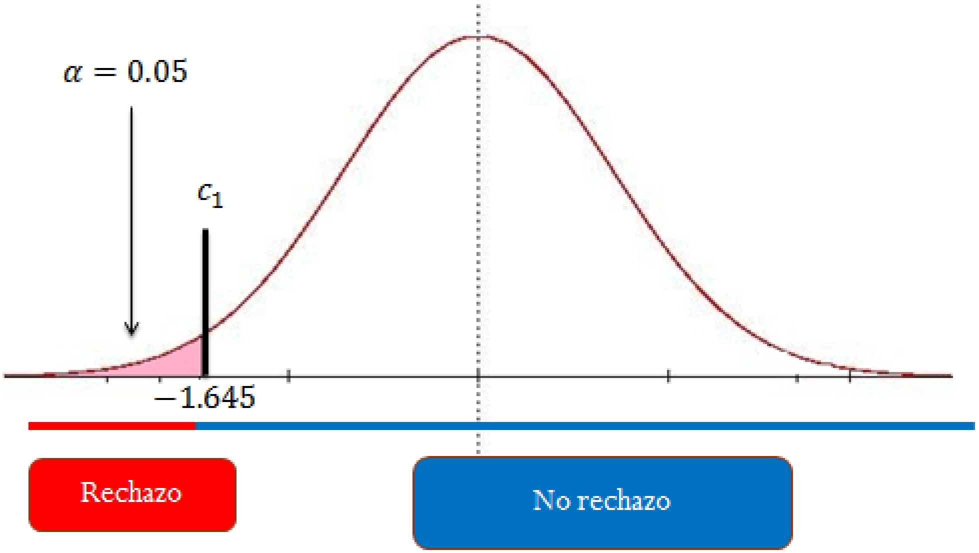
5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

6. Regla de decisión:

a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución



Si la estadística z_c se ubica entre $]-\infty; -1.645]$, entonces caemos en la zona de rechazo y rechazamos la H_0 y aceptamos H_A. Caso contrario, si la estadística z_c se ubica entre $[-1.645; +\infty[$, entonces NO rechazamos la H_0 y permanecemos momentáneamente con H_0.

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

b. Valor de p o la significancia (*p-value*)

- Si: $p - value > 0.05$, no rechazamos H_0, y permanecemos momentáneamente con H_0 hasta obtener más información.
- Si: $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

A partir de este punto, utilizamos la información procedente de la muestra n.

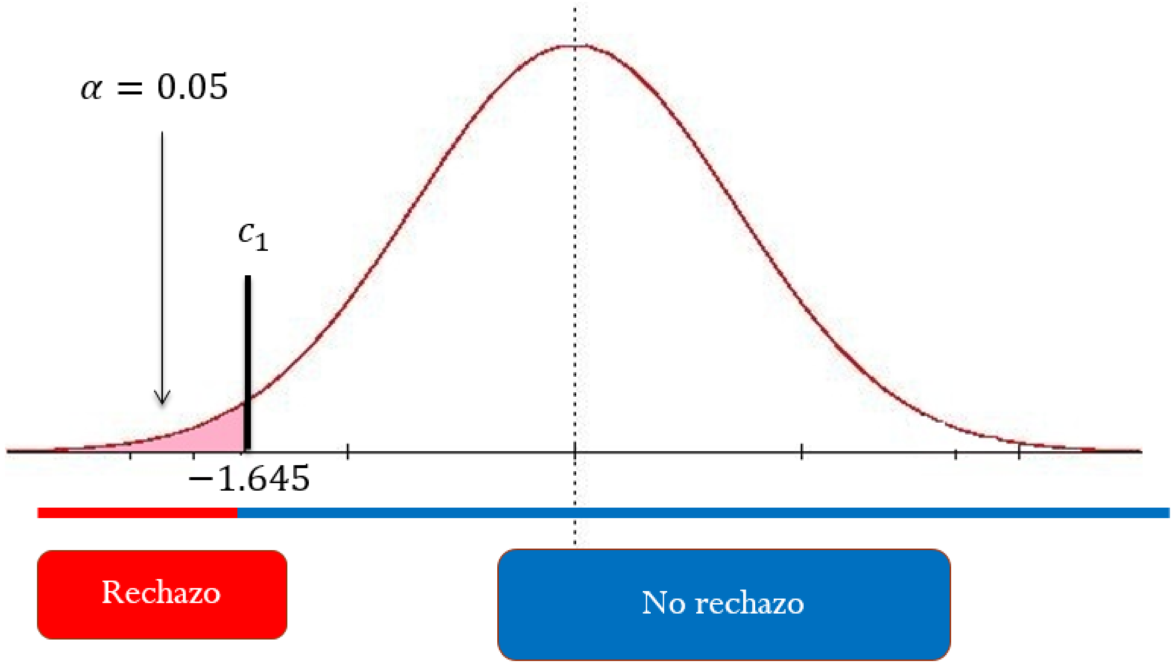
7. <u>Cálculo de la estadística de prueba</u>:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19 - 15}{25/\sqrt{210}} = 2.32$$

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

8. Decisión estadística:

a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución



Como z_c se ubica entre $[-1.645; +\infty[$, entonces NO rechazamos la H_0, lo que nos conduce a permanecer momentáneamente con H_0.

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

b. Valor de p o la significancia (*p-value*)

$$p - value = P(z \leq 2.32)$$

$$p - value = 0.98983$$

$p - value > 0.05$, no rechazamos H_0, lo que nos conduce a permanecer momentáneamente con H_0.

No yupi…

Prueba de Hipótesis: bilateral

1. Datos.
2. Supuestos.
3. Hipótesis.
4. Estadística de prueba.
5. Distribución de la Estadística de prueba.
6. Regla de decisión.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Delimitación de la PH

7. Cálculo de la estadística de prueba.
8. Decisión estadística.
   a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución.
   b. Valor de p o la significancia (*p-value*).

Resolución de la PH

9. Conclusión.
   a. Conclusión estadística.
   b. Conclusión del problema.

Conclusión de la PH

Prueba de Hipótesis: unilateral (I)

9. Conclusión:

a. Conclusión estadística: como el z_c (2.32) es superior al z_t (-1.645), no rechazamos H_0, por lo que debemos permanecer con H_0 hasta obtener más información. De forma análoga, como $p - value > 0.05$, no rechazamos H_0, por lo que debemos permanecer con H_0.

b. Conclusión del problema: de acuerdo a la prueba de hipótesis estadística, no tenemos pruebas aún para corroborar que lo pacientes permanecen menos de 15 días en el centro de salud, por lo que debemos, por ahora, argumentar que estos podrían realmente permanecer más de 15 o más días en el centro de salud.

Nótese que este resultado no es el que se andaba buscando, y obliga a ir por más información (aumentar el tamaño de muestra n) dada la contrariedad de la suposición puesta en causa.

Índice

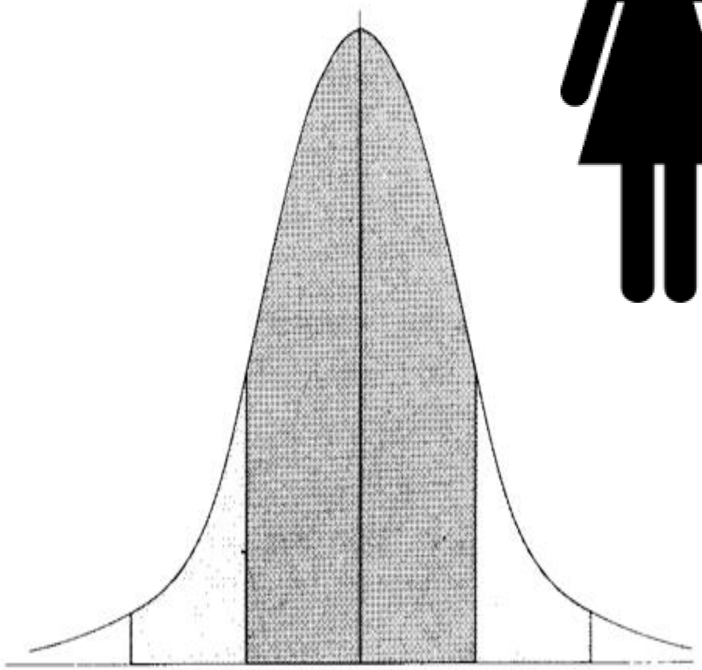
Otro tipo de comparaciones

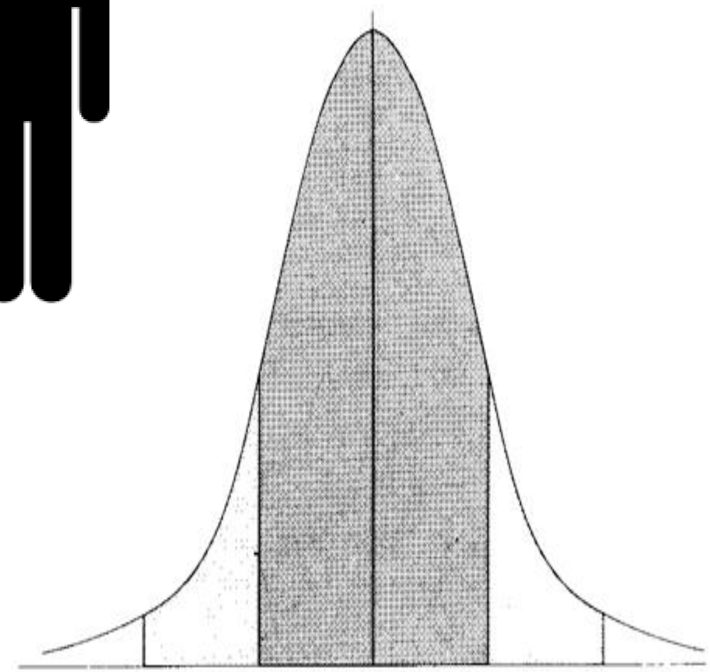
- Nos podría interesaría saber si hay diferencias estadísticas entre hombres y mujeres, o entre dos tipos de clases de animales, entre la pierna derecha y la izquierda, y si el porcentaje difiere para dos tipos de poblaciones, entre otros.

- A las diferencias anteriores se les conoce como comparación de medias, y se suelen trabajar bajo el enfoque de pruebas de hipótesis, cambiando tanto la forma de plantear la hipótesis como los estadísticas de prueba.

- El tema de comparación de medias presentaría las diferencias de medias para dos poblaciones independientes, dependientes y para la comparación cuando se trabaja con proporciones o porcentajes.

Otro tipo de comparaciones





μ_1 μ_2

¿ $\mu_1 \neq \mu_2$?

Cuadro resumen de valores críticos

Curva normal estándar

	Bilateral	**Unilateral inferior**	**Unilateral superior**
Confianza del 80% ($\alpha = 0.20$)	-1.28 ; 1.28	-0.85	0.85
Confianza del 90% ($\alpha = 0.10$)	-1.65 ; 1.65	-1.28	1.28
Confianza del 95% ($\alpha = 0.05$)	-1.96 ; 1.96	-1.65 (-1,645)	1.65 (1,645)
Confianza del 99% ($\alpha = 0.01$)	-2.58 ; 2.58	-2.33	2.33

Prueba de hipótesis: ejemplo

- Se desea saber si es posible concluir que el consumo medio diario de calorías de la población rural de un país en desarrollo es de menos de 2000. Una muestra de 500 individuos produjo un consumo medio de 1985 y una desviación estándar de 210. Sea $\alpha = 0.05$.

- Después de seguir un programa de capacitación en supervisión de hospitales durante una semana, 16 administradores de hospital obtuvieron una calificación media de 77 en una prueba llevada a cabo como parte de la evaluación del programa de capacitación. La desviación estándar de la muestra fue de 12. ¿Es posible concluir a partir de estos datos que la media de la población es mayor que 70? Sea $\alpha = 0.05$. ¿Cuales son los supuestos que se deben cumplir?

Prueba de hipótesis: ejemplo

- En una muestra de 49 adolescentes que se prestaron como sujetos para un estudio inmunológico, una variable de interés fue la prueba del diámetro de reacción de la piel a un antígeno. La media de la muestra y la desviación estándar fueron de 21 y 11 mm, respectivamente. Es posible conducir a partir de estos datos que la media de la población es menor que 30 ? Sea el nivel de significancia de α =0.05.

- Se hizo un estudio de una muestra de 25 expedientes de enfermos crónicos atendidos como pacientes externos. El número medio de consultas por paciente fue de 4.8 y la desviación estándar de la muestra fue de 2. ¿Es posible concluir a partir de estos datos que la media de la población es diferente de 5 visitas por paciente? Suponga una significancia de α =0.05. ¿Cuáles son los supuestos que se deben cumplir?

Prueba de hipótesis: ejemplo --- R/ Ej: 4 ...

1. Datos: ¿?
2. Supuestos: ¿?
3. Hipótesis: ¿?
4. Estadística: ¿?
5. Distribución de la Estadística de prueba: ¿?
6. Regla de decisión:¿?

7. Cálculo de la estadística de prueba: ¿?
8. Decisión estadística: ¿?

9. Conclusión: ¿?

Prueba de hipótesis: ejemplo --- R/ Ej: 4 …

1. Datos: cuantitativos, con escala de razón, se trabaja con el promedio ($\bar{x}$).

2. Supuestos: datos se distribuyen como una normal de parámetros $N(\mu, \sigma)$, y además suponemos la variancia o el parámetro de variabilidad σ es conocido.

3. Hipótesis: $\begin{cases} H_0\colon \mu \leq 70 \\ H_A\colon \mu > 70 \end{cases}$

4. Estadística: $z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

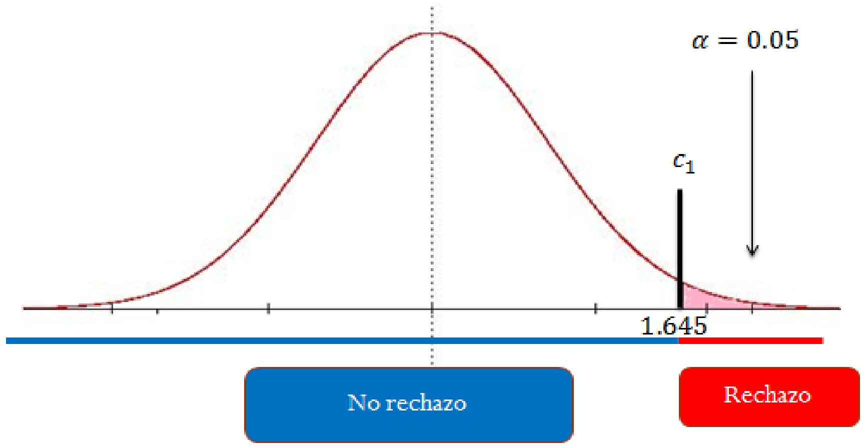
5. Distribución de la Estadística de prueba: la distribución asociada a la estadística de prueba sigue una función normal estándar:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Prueba de hipótesis: ejemplo --- R/ Ej: 4 …

6. Regla de decisión:

a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución:



Si z_c se ubica entre $[1.645; +\infty[$, rechazamos la H_0, caso contrario no podemos rechazar H_A, y permanecemos momentáneamente con esta.

b. Valor de p o la significancia (*p-value*)

- Si: $p - value > 0.05$, no rechazamos H_0, y permanecemos momentáneamente con H_0 hasta obtener más información.
- Si: $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

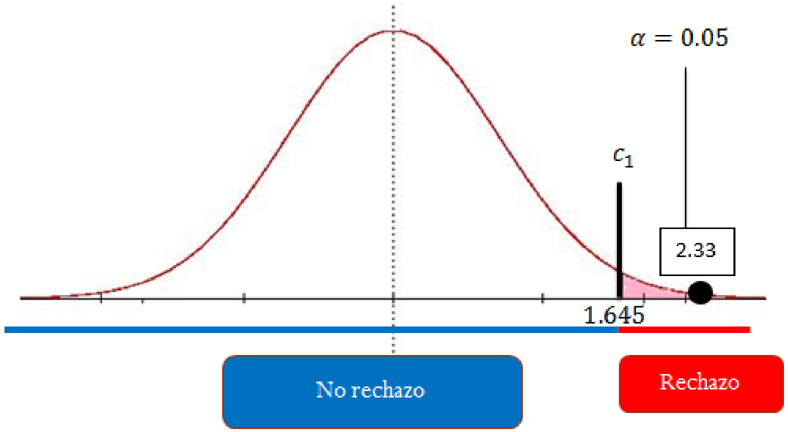
Prueba de hipótesis: ejemplo --- R/ Ej: 4 …

7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{77 - 70}{12/\sqrt{16}} = 2.33$$

8. Decisión estadística:

a. Valor calculado vs. valor teórico de la distribución



Como z_c se ubica entre [1.645; +∞[, entonces rechazamos la H_0 y aceptamos H_A.

b. Valor de p o la significancia (*p-value*) :

$p - value = P(z > 2.33)$

$p - value = 0{,}00990$

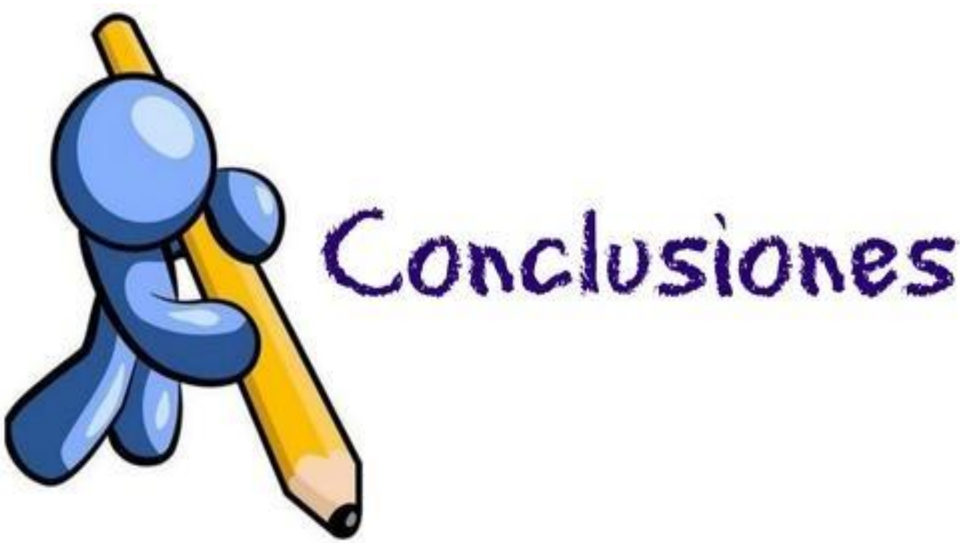
$p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

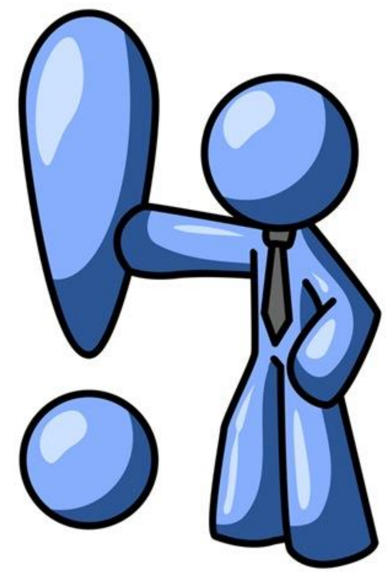
Prueba de hipótesis: ejemplo --- R/ Ej: 4 …

9. Conclusión:

a. **Conclusión estadística**: como el z_c (2.33) es superior al z_t (1.645), rechazamos H_0, y por lo tanto aceptamos H_A .De forma análoga, como $p - value < 0.05$, rechazamos H_0, y aceptamos H_A.

a. **Conclusión del problema**: de acuerdo a la prueba de hipótesis estadística, corroboramos que efectivamente la media de la población es mayor que 70…





Conclusión

- El presente capitulo presentó la prueba de hipótesis como la técnica complementaria para el análisis inferencial.

- Los dos tipos análisis, estimación como prueba de hipótesis, fueron utilizados en la comparación de medias.

- Se realizó el supuesto de que los datos provenían de una distribución normal, así como otros para llevar la prueba para una media.

- Complementario, se debería estudiar otro tipo de PH, así como las diferencias de medias.


arte
FIN