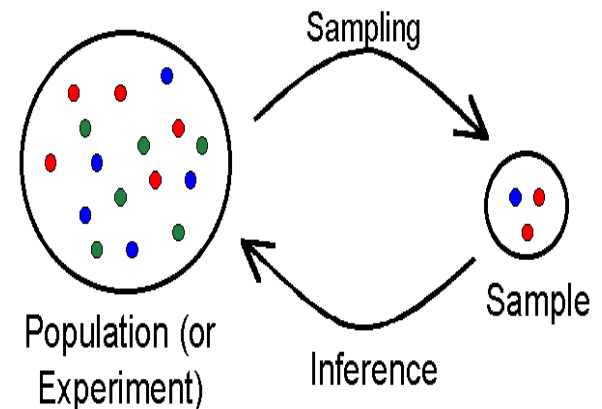


Prueba de Hipótesis

Oscar Centeno Mora

Introducción

- En el capítulo anterior se estudió la estimación.
- El presente se enfoque en la técnica complementaria para el análisis de la estadística inferencial: la prueba de hipótesis.
- El suponer cierto valor para el parámetro se traducirá por la aplicación de una prueba de hipótesis.
- Cualquier análisis computacional posee siempre por rutina alguna prueba de hipótesis y los intervalos de confianza.



Introducción

- La importancia de entender la prueba de hipótesis se evidencia en el desarrollo de cualquier investigación.
- No existe un proceso de investigación, para cualquier área o campo del saber, que no utilice la prueba de hipótesis.
- Tener alguna suposición de algún hecho, conduce a poseer una hipótesis.
- La prueba de hipótesis y la estimación son dos técnicas que permiten llegar al mismo resultado.



Índice

1

Definición de hipótesis

4

Prueba de hipótesis para
una media : bilaterales

2

Tipos de hipótesis

5

Aplicación

3

Etapas para una prueba
de hipótesis estadística

6

Relación entre prueba de
hipótesis y estimación

Índice

7

Prueba de hipótesis para
la media : unilaterales

8

Valores críticos

Índice

1

Definición de hipótesis

Significado de una hipótesis

¿Qué se entiende por una hipótesis?



Significado de una hipótesis

- Una hipótesis se define como una proposición o suposición acerca de algún evento relacionado con la población de estudio.
- Ejemplos:
 - El administrador de un hospital puede suponer que el periodo promedio de permanencia de los pacientes internados en el hospital es de cinco días.
 - Un medico puede suponer que cierto medicamento será eficaz en 90 por ciento de los casos en que se utilice.
 - Un investigador cree que las hombres recurren más a los servicios médicos en comparación con las mujeres.



Índice

1

Definición de hipótesis

2

Tipos de hipótesis

Tipos de hipótesis

- En general, los investigadores se interesan en dos tipos de hipótesis: de investigación y la estadísticas.
- **Hipótesis de investigación.** La hipótesis de investigación es la conjetura o suposición que motiva la investigación.
- **Hipótesis estadística.** Es el contraste empírico. Se establece de tal forma que pueden ser evaluadas por medio de la utilización de datos y técnicas estadísticas adecuadas.



Tipos de hipótesis

- Ejemplos hipótesis de investigación



- Ejemplos hipótesis estadísticas.



Índice

1

Definición de hipótesis

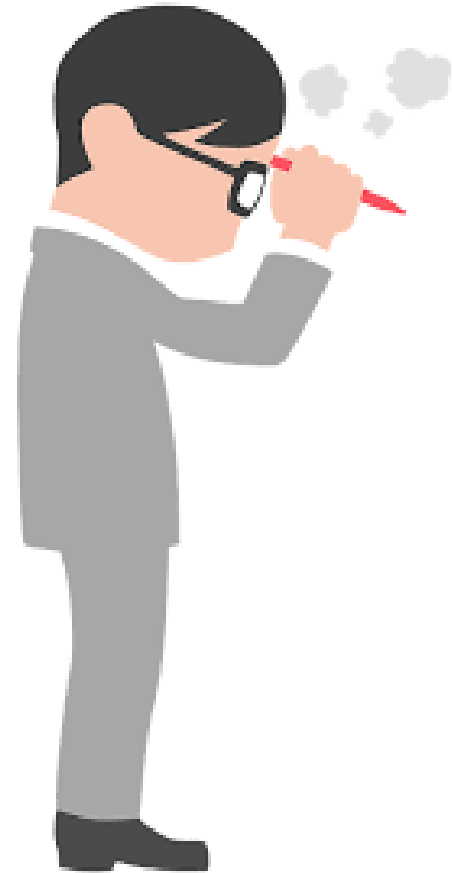
2

Tipos de hipótesis

3

Etapas para una prueba
de hipótesis estadística

Diferencia: estimación y prueba de hipótesis



Diferencia: estimación y prueba de hipótesis

- Estimación: es un pensamiento o un resultado post datos.
- Prueba de hipótesis: es un pensamiento pre datos.
- Mientras que la estimación supone conocer un determinado resultado a partir de la información, la prueba de hipótesis busca corroborar la suposición de cierto hecho, utilizando datos.
- La estimación no supone una suposición previa del evento, la prueba de hipótesis sí.



Pasos de una prueba de hipótesis

- Una prueba de hipótesis estadística se presente como un procedimiento de 9 pasos. Esto hace que el proceso sea una secuencia lógica de acciones y decisiones. Las etapas son:

1. Datos
2. Supuestos
3. Hipótesis
4. Estadística de prueba
5. Distribución de la estadística de prueba
6. Regla de decisión
7. Cálculo de la estadística de prueba
8. Valor de p (p -value)
9. Decisión estadística
10. Conclusión



Pasos de una prueba de hipótesis: datos

- Es necesario comprender la naturaleza de los datos.
- Los datos, además de ser la materia prima para llevar a cabo cualquier análisis, forman la base de los procedimientos de prueba, ya que esto determinan la prueba particular que se ha de utilizar.
- Para lo anterior, si los datos provienen de conteos, proporciones, promedios, variaciones, etc., la prueba a realizarse debe contemplar ante todo el tipo de datos.



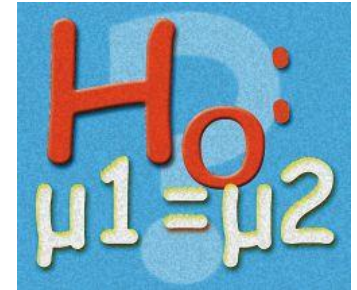
Pasos de una prueba de hipótesis: supuestos

- Diferentes suposiciones conducen a modificar el análisis de la prueba de hipótesis (lo mismo ocurre con el análisis de la estimación y los intervalos de confianza).
- En los análisis de datos, un procedimiento general se modifica de acuerdo a las suposiciones.
- Algunos ejemplos de suposiciones podrían ser la distribución de los datos respecto a la normalidad, la igualdad de variancias, independencia de la muestra cuando son pruebas conjuntas, etc. (las últimas no son cubiertas en el presente curso).



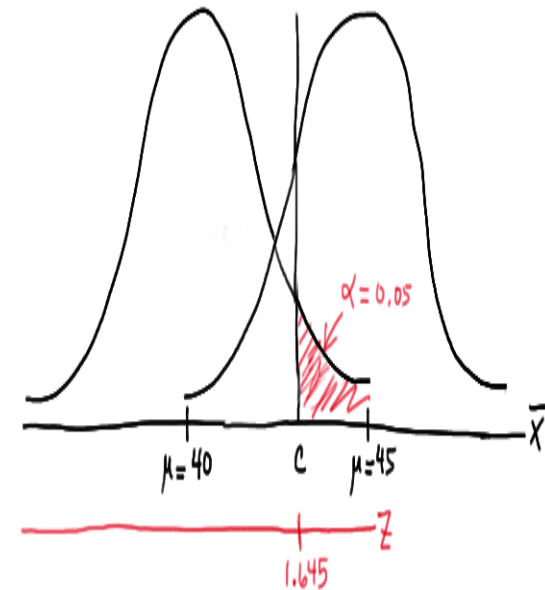
Pasos de una prueba de hipótesis: hipótesis

En la prueba de hipótesis se trabaja con dos hipótesis estadísticas que deben anunciarse explícitamente : la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.



La hipótesis nula es la hipótesis que debe probarse. Se designa con la escritura de H_0 . La hipótesis nula a veces se conoce como hipótesis de no diferencia.

La hipótesis alternativa, identificada mediante el símbolo H_A . Se le conoce como hipótesis de diferencia.



Pasos de una prueba de hipótesis: hipótesis

- La hipótesis nula se establece con el propósito expreso de ser rechazada. El complemento de la conclusión que el investigador desea alcanzar se convierte en el enunciado de la hipótesis nula.
- En el proceso de prueba, la hipótesis nula se rechaza o no se tiene suficiente información para ser rechazada. Si la hipótesis nula no se rechaza, se dice que los datos sobre los cuales se basa la prueba no proporcionan evidencia suficiente que cause el rechazo.
- Si el procedimiento de prueba conduce al rechazo, se concluye que los datos disponibles no son compatibles con la hipótesis nula, pero sirven como apoyo a alguna otra hipótesis.
- Por lo general, la hipótesis alternativa y la hipótesis de investigación son la misma, y de hecho, se utilizan los dos términos indistintamente.



Pasos de una prueba de hipótesis: hipótesis

- Para plantear las hipótesis, la hipótesis nula posee los siguientes signos : $=$, \geq y \leq .
- De igual forma, toda prueba de hipótesis se plantea de acuerdo a un parámetro.
- Algunos ejemplos:

$$H_0: \mu = c_1$$

$$H_0: \mu \leq c_1$$

$$H_0: \mu \geq c_1$$

$$H_A: \mu \neq c_1$$

$$H_A: \mu > c_1$$

$$H_0: \mu < c_1$$



Pasos de una prueba de hipótesis: hipótesis

Se puede concluir que la media de una población es diferente de 50?

$$H_0: \mu = 50$$

$$H_A: \mu \neq 50$$

Suponga que se desea saber si puede concluirse que la media de la población es mayor que 50. Se tienen las hipótesis:

$$H_0: \mu \leq 50$$

$$H_A: \mu > 50$$

Si se quiere saber si es posible concluir que la media de la población es menor que 50, las hipótesis son

$$H_0: \mu \geq 50$$

$$H_A: \mu < 50$$

Pasos de una prueba de hipótesis: hipótesis

- En resumen, es posible establecer las siguientes reglas empíricas para decidir que proposición se utiliza como hipótesis nula y cual como hipótesis alternativa.:
- a) La conclusión a la que se desea o espera llegar como resultado de la prueba generalmente se usa como hipótesis alternativa.
 - b) La hipótesis nula debe contener una proposición de igualdad, ya sea $=$, \geq y \leq .
 - c) La hipótesis nula es la que debe ser comprobada.
 - d) Las hipótesis nula y alternativa son complementarias. Las dos contemplan de manera exhaustiva todos los valores posibles que los parámetros de suposición pueden asumir.



Pasos de una prueba de hipótesis: estadística de prueba

- La estadística de prueba es alguna estadístico (expresión matemática) que se calcula a partir de los datos de la muestra. Esta es el núcleo para comprobar la hipótesis estadística.
- Como se vera mas adelante, la estadística de prueba sirve como un productor de decisiones, ya que la decisión de rechazar o no la hipótesis nula depende de la magnitud de la estadística de prueba.
- Todo esto queda mejor explicado mediante la expresión matemática de la siguiente filmina.



$$d(X,Y) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$\text{midpoint}(X,Y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Pasos de una prueba de hipótesis: estadística de prueba

- La siguiente es la formula general para una estadística de prueba que se aplica en muchas de las pruebas de hipótesis que se estudian:

$$\text{estadística de prueba} = \frac{\text{estimador(es)} - \text{parámetro(s)}}{\text{error estándar muestral}}$$

- De lo anterior, un ejemplo de estadística de prueba para la media:



$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$



Pasos de una prueba de hipótesis: distribución de la estadística de prueba

- La clave para la inferencia estadística es la distribución de datos y las conjeturas relacionadas con la muestra. Es necesario recordar esto en los casos en que sea necesario especificar la distribución de probabilidad de la estadística de prueba. Por ejemplo, la distribución de la estadística de prueba:

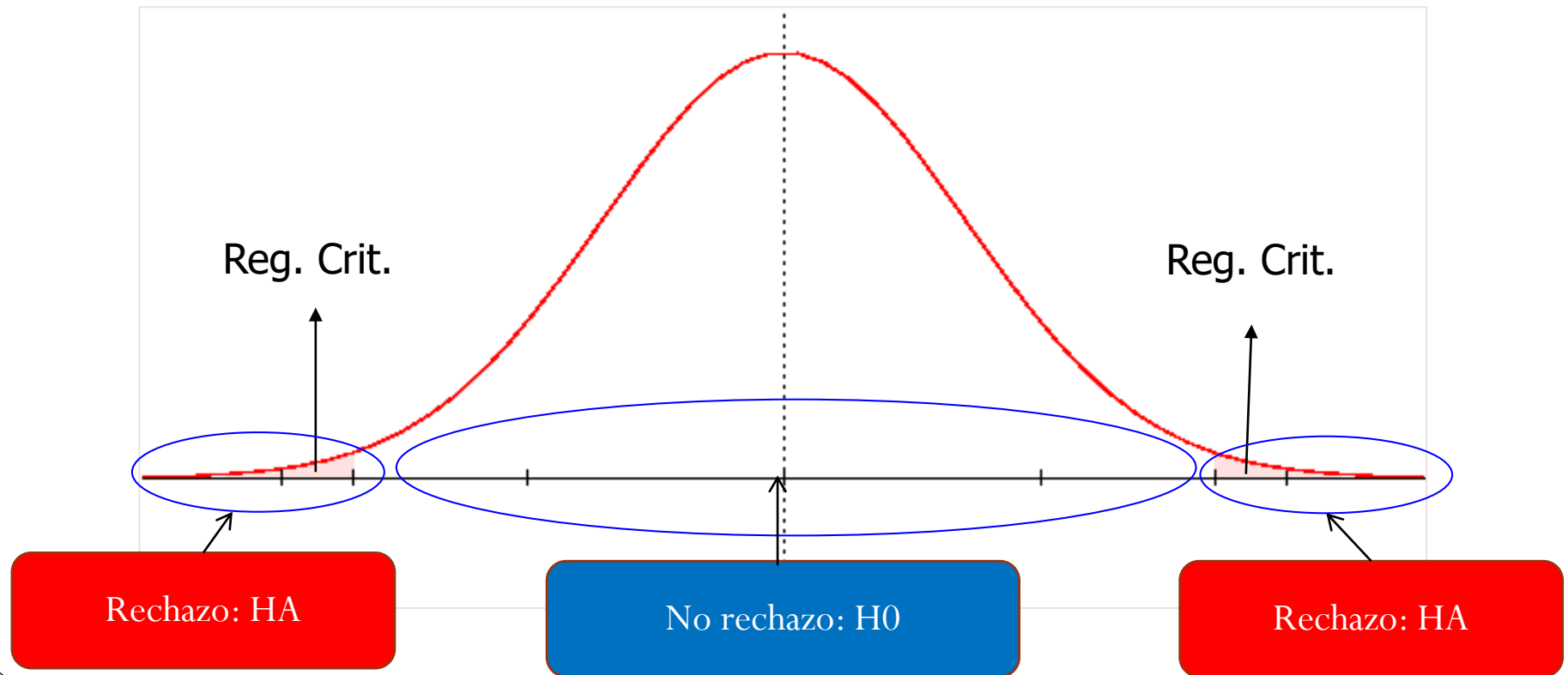
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

sigue una distribución normal estándar si la hipótesis nula es verdadera y si satisface las suposiciones.



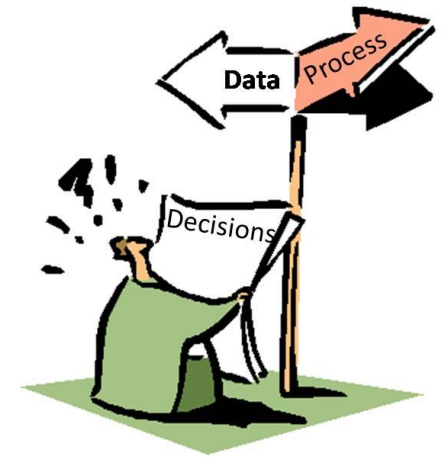
Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Los valores posibles que la estadística de prueba puede asumir son puntos sobre el eje horizontal de la grafica de la distribución para esta estadística y se dividen en dos grupos: región de rechazo y región de no rechazo.



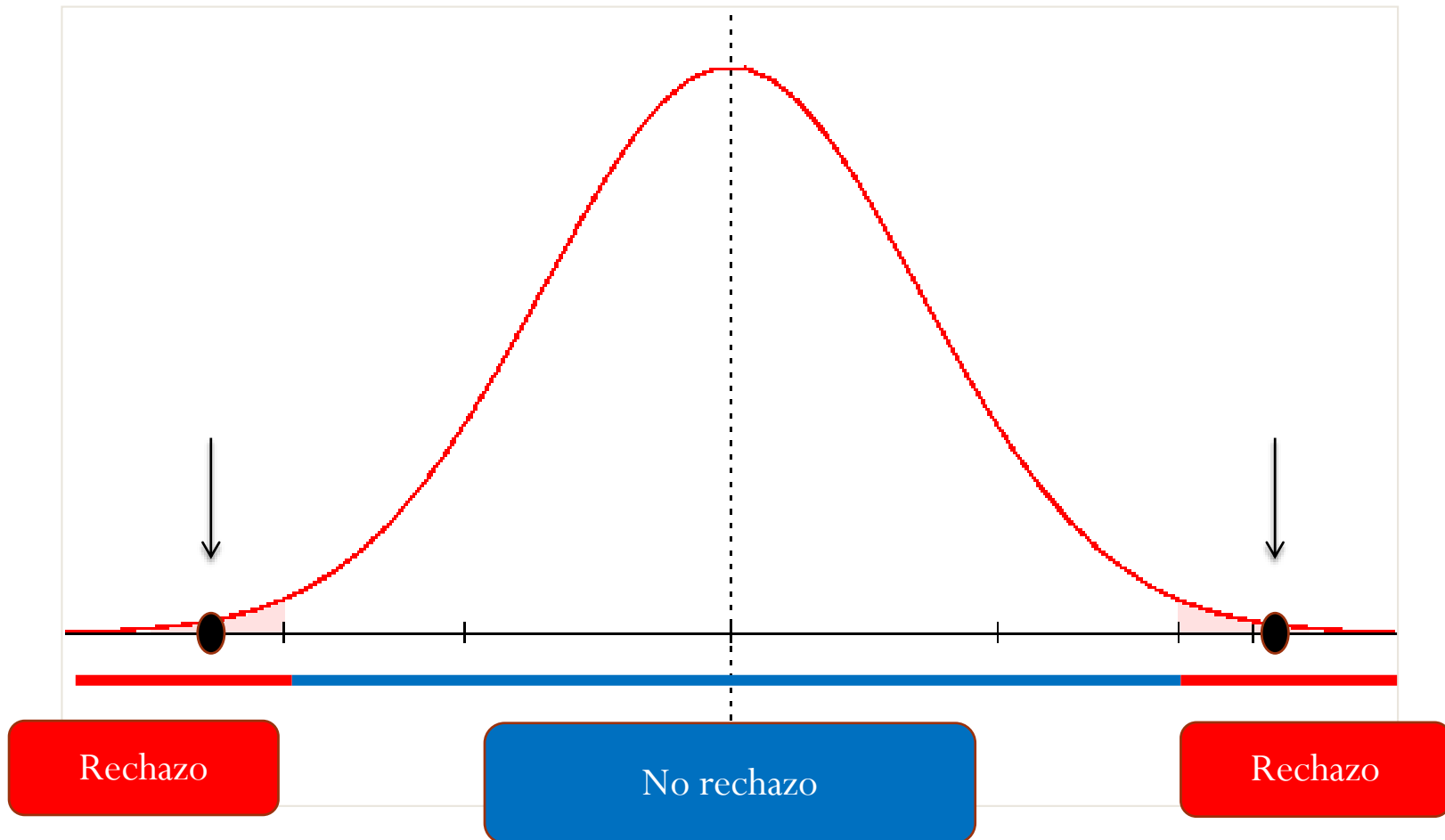
Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Los valores de la estadística de prueba que forman la región de rechazo son aquellos que tienen la menor probabilidad de ocurrir.
- Los que forman la región de no rechazo tienen la mayor probabilidad de ocurrir, si la hipótesis nula es verdadera para ambas regiones.
- La región de decisión señala que se debe rechazar la hipótesis nula si el valor de la estadística de prueba que se calcula a partir de la muestra es uno de los valores de la región de rechazo, y que no se debe rechazar la hipótesis nula si el valor calculado de la estadística de prueba es uno de los valores de la región de no rechazo.



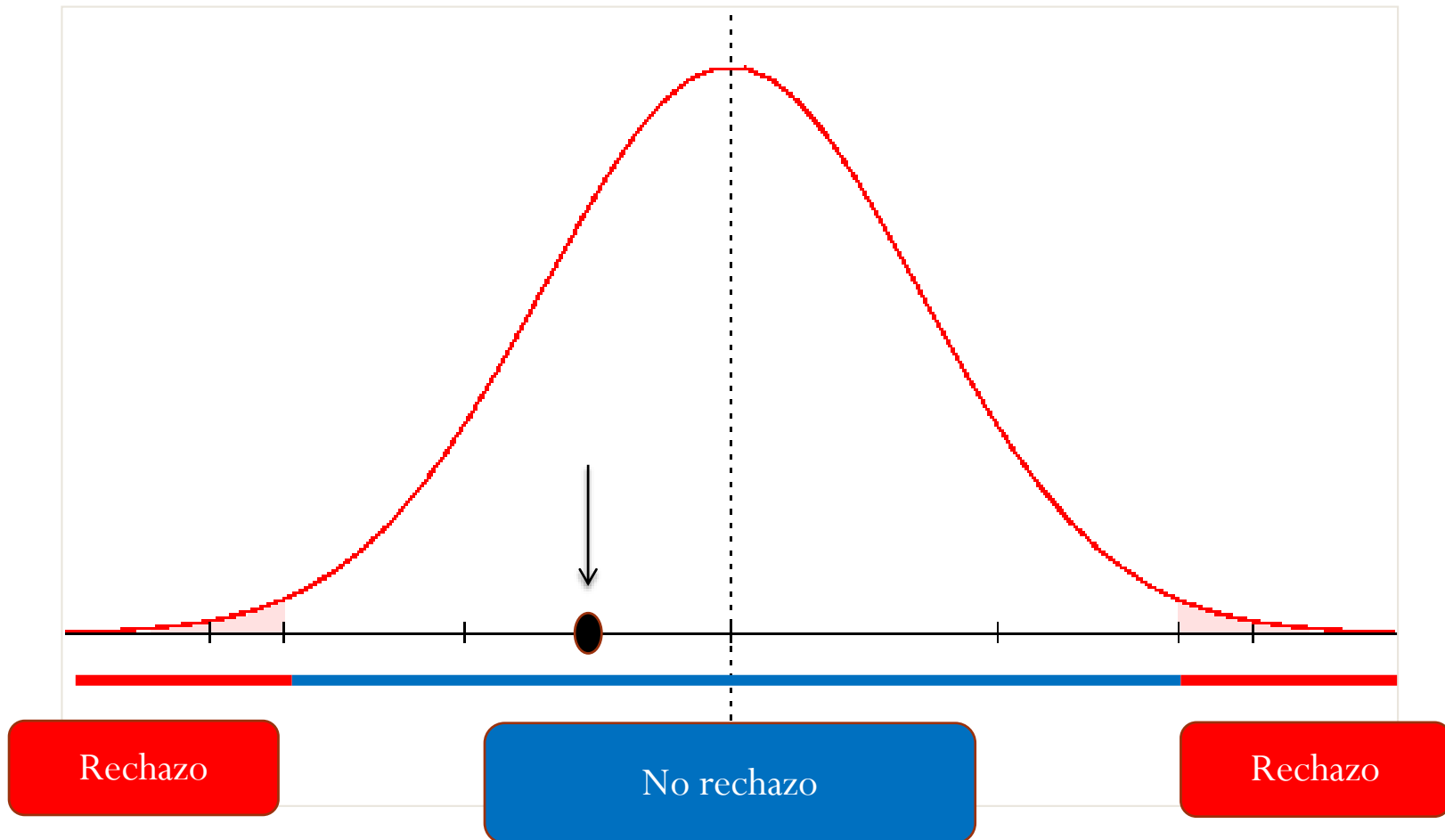
Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Zona de rechazo.



Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Zona de no rechazo



Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- **Nivel de significación:** la decisión en cuanto a que valores van hacia la región de rechazo y cuales van hacia la región de no rechazo se toma con base en el nivel de significación o significancia deseado, designado por α .
- El termino nivel de significación refleja el hecho de que algunas veces la prueba de hipótesis recibe el nombre de "*prueba de significación*", y un valor calculado para la estadística de prueba que cae en la región de rechazo se dice que es significativo.
- El *nivel de significación* designa el área bajo la curva de la distribución de la estadística de prueba que está por encima de los valores, sobre el eje horizontal, *que constituyen la región de rechazo*.



Pasos de una prueba de hipótesis: cálculo de la estadística de prueba

- Recolectada y analizada la información de la muestra, se procede a calcular la estadística de prueba que determinara el resultado de la hipótesis estadística.
- Recordar que la estadística de prueba está en función de objeto de estudio, el tipo de prueba, y la información de la muestra.
- En nuestro caso, la estadística de prueba es el resultado de saber el tamaño de muestra, el estimador del promedio, el error de muestreo y la conjetura sobre la población.
- A partir del cálculo de la estadística de prueba, se procede a tomar una decisión.

$$\frac{d}{dx} (\tan^{-1}x) = \frac{1}{1+x^2}$$

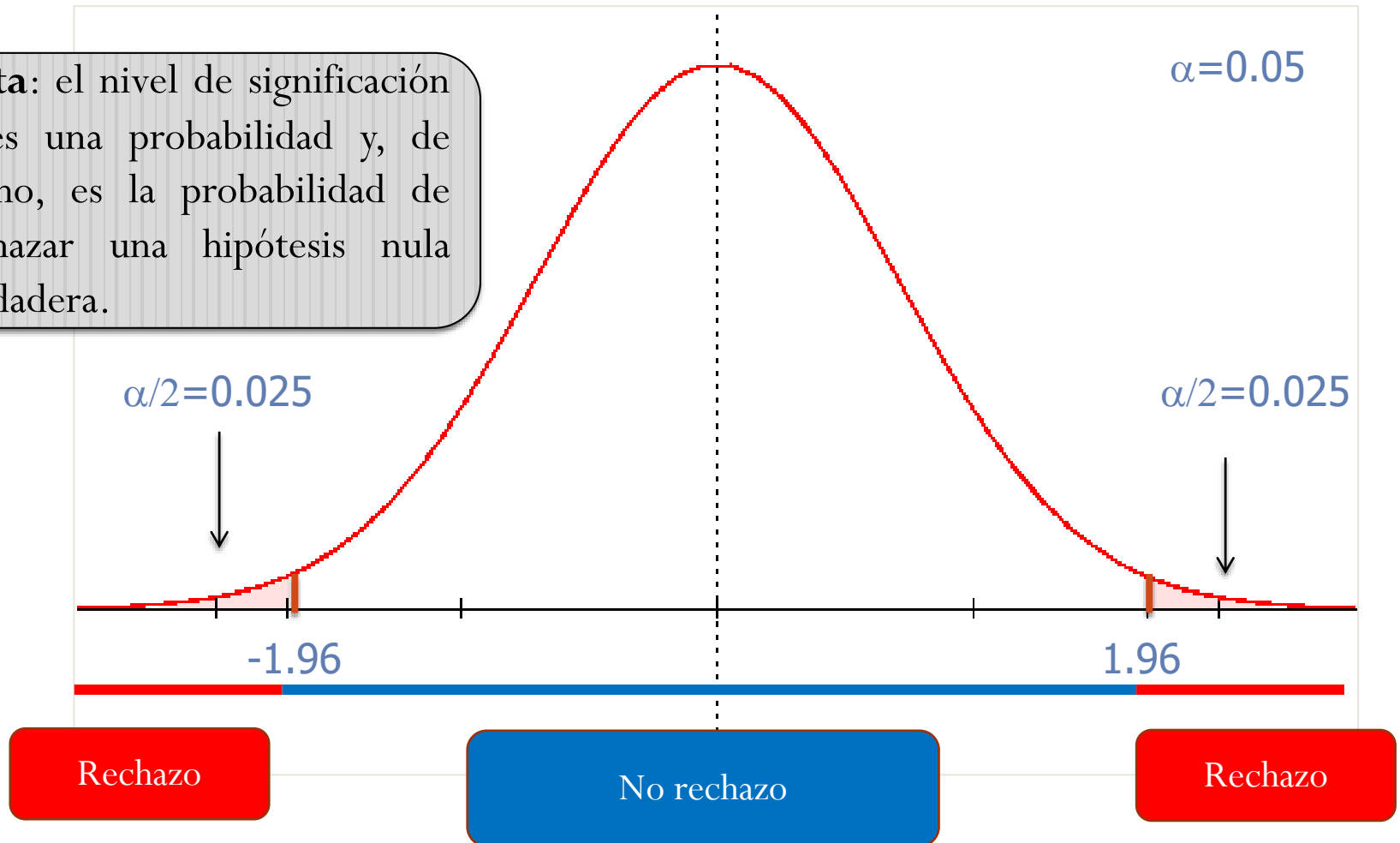
**KEEP
CALM
AND
DO MORE
CALCULUS**

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Pasos de una prueba de hipótesis: cálculo de la estadística de prueba

- Para un nivel de significancia de $\alpha=0.05$

Nota: el nivel de significación α es una probabilidad y, de hecho, es la probabilidad de rechazar una hipótesis nula verdadera.



Pasos de una prueba de hipótesis: decisión estadística

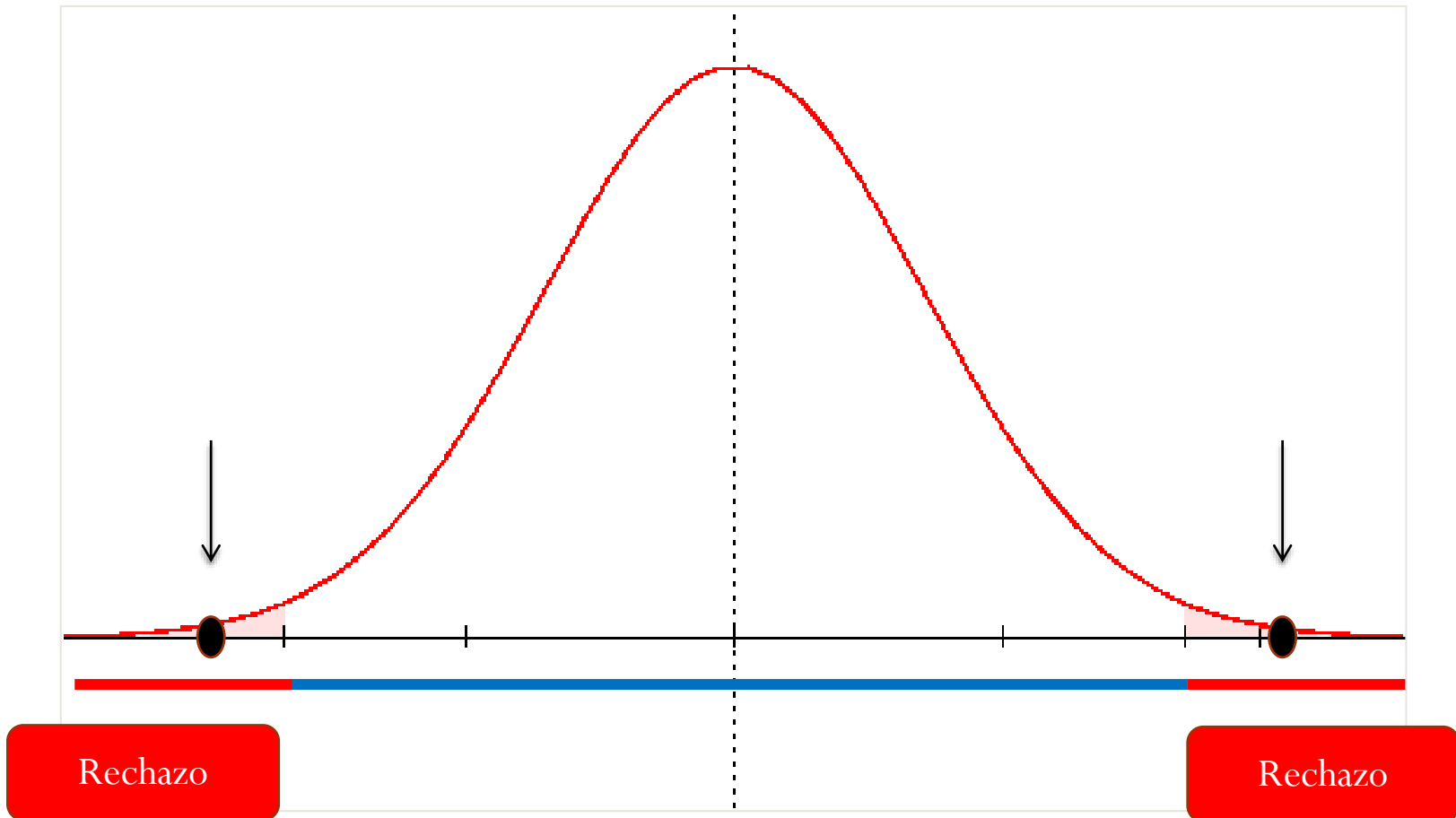
- En la decisión estadística, puede ocurrir 4 cosas:

		Condición de la hipótesis nula	
		Verdadera	Falsa
Acción posible	No rechazar H_0	Acción correcta	Error tipo II α
	Rechazar H_0	Error tipo I β	Acción correcta

- No rechazar H_0 sabiendo que era cierto, y rechazar H_0 sabiendo que era falso, son decisiones correctas.
- Error de Tipo I: rechazar una hipótesis nula correcta. El error de Tipo I se considera importante. La probabilidad de un error de Tipo I es igual a α y se denomina nivel de significación.
- Error de Tipo II: no rechazar una hipótesis nula incorrecta. La probabilidad de un error de Tipo II es igual a β (NO SE CUBRE EN ESTE CURSO).

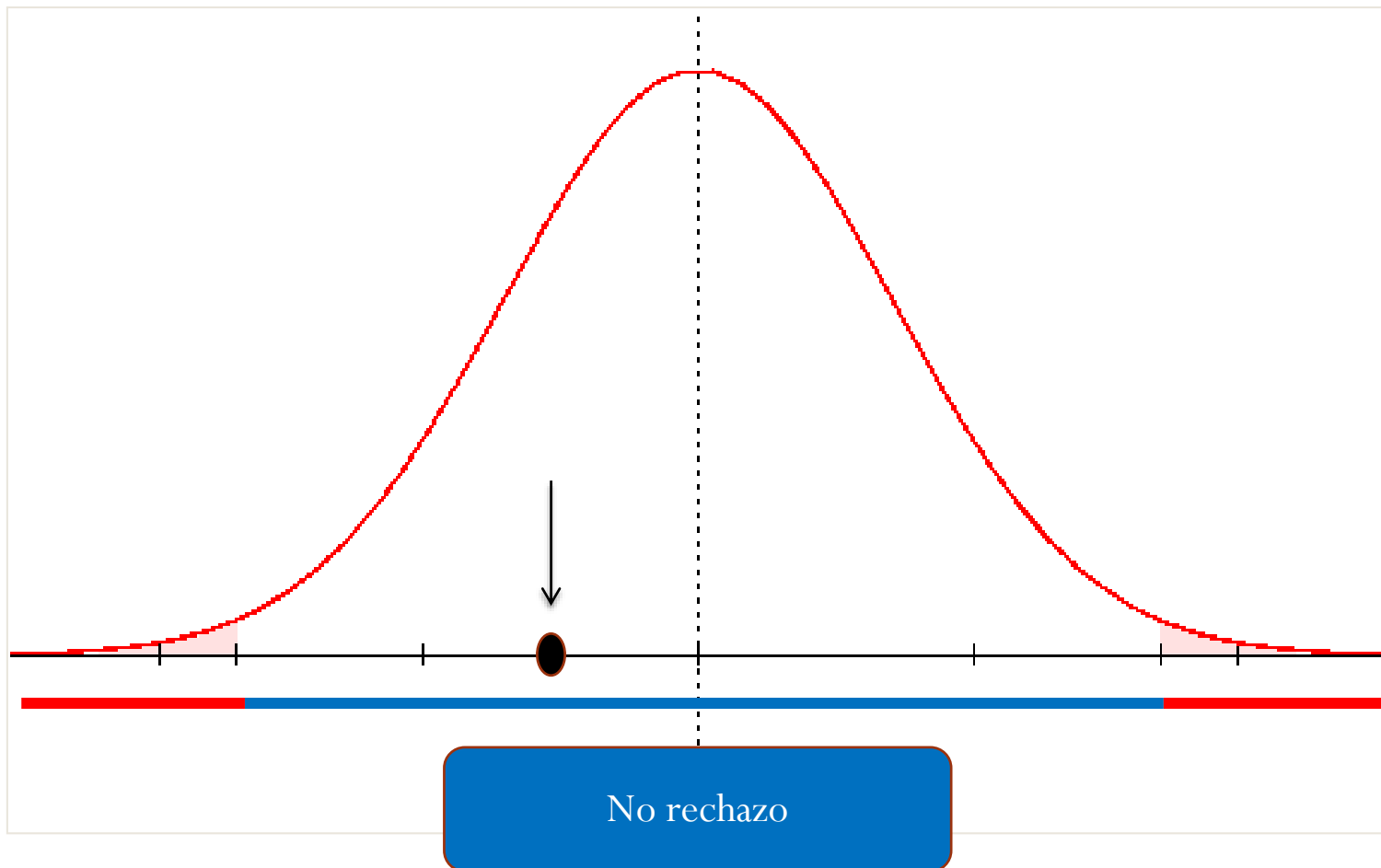
Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Si al calcular la estadística de prueba, el estadística cae en la zona de rechazo, la hipótesis nula se rechaza.



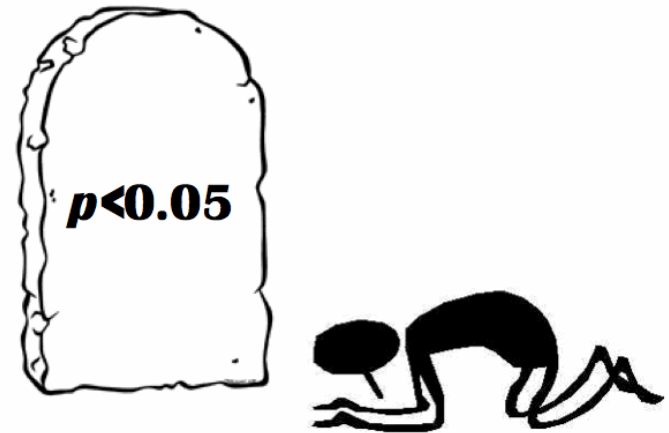
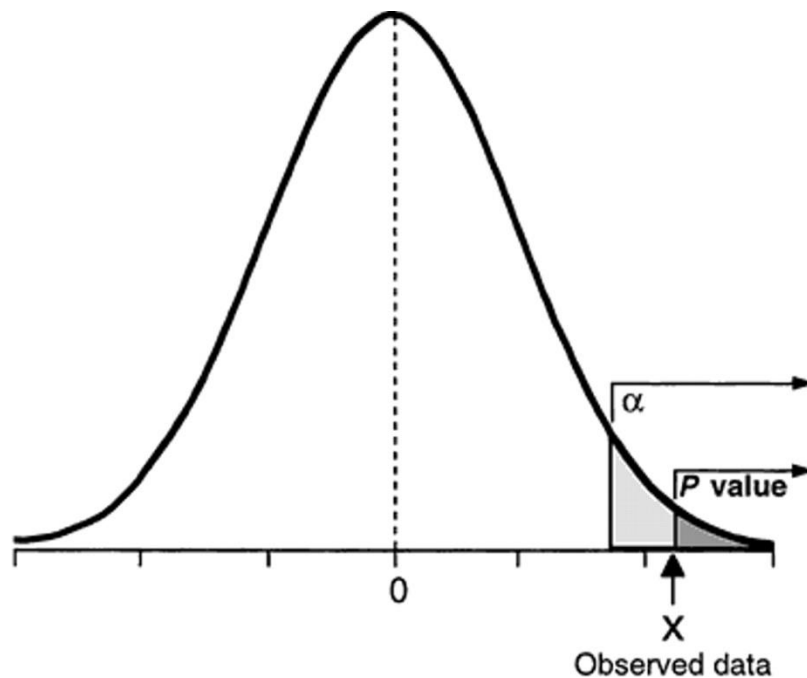
Pasos de una prueba de hipótesis: regla de decisión

- Si al calcular la estadística de prueba, el estadística cae en la zona de no rechazo, la hipótesis nula no se puede rechazar.



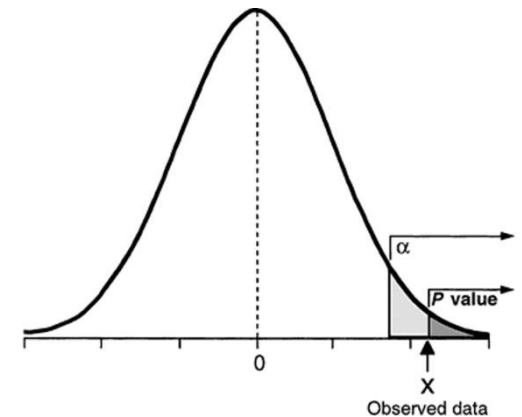
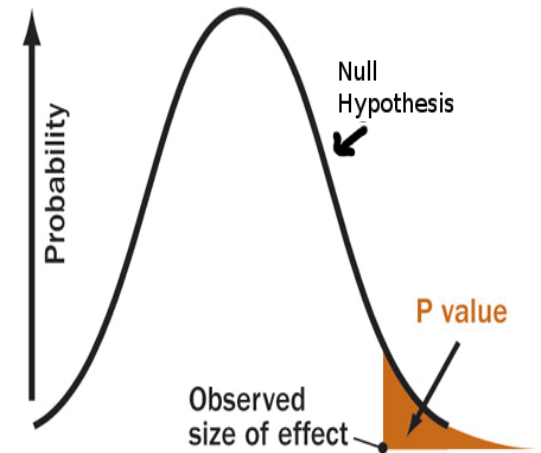
Otra forma de visualizar la regla de decisión \rightarrow el valor p

- Otra alternativa para llevar a cabo la decisión en un prueba de hipótesis, es mediante el *valor de p* (*p-value* en. inglés)



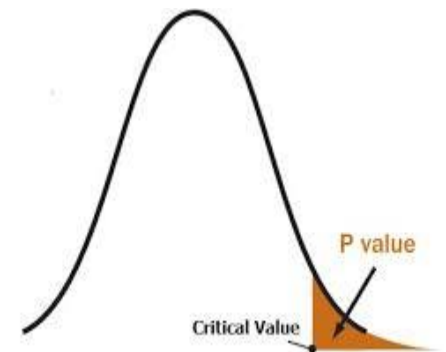
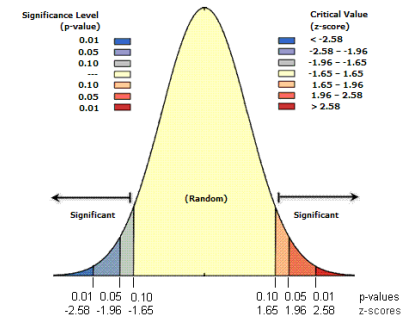
Pasos de una prueba de hipótesis: valor de p

- El valor de p es una cantidad que indica qué tan insólitos son los resultados de la muestra, considerando que la hipótesis nula sea verdadera.
- Un valor de p indica que no es muy probable que los resultados de la muestra hayan ocurrido; ofrece la justificación para dudar de la certeza de la hipótesis nula, si esta es verdadera.
- El valor de p también se puede ver como un indicador para no tener que comprar siempre un valor calculado y otro esperado o tabular...
- Su cálculo es diferente para pruebas bilaterales como unilaterales.



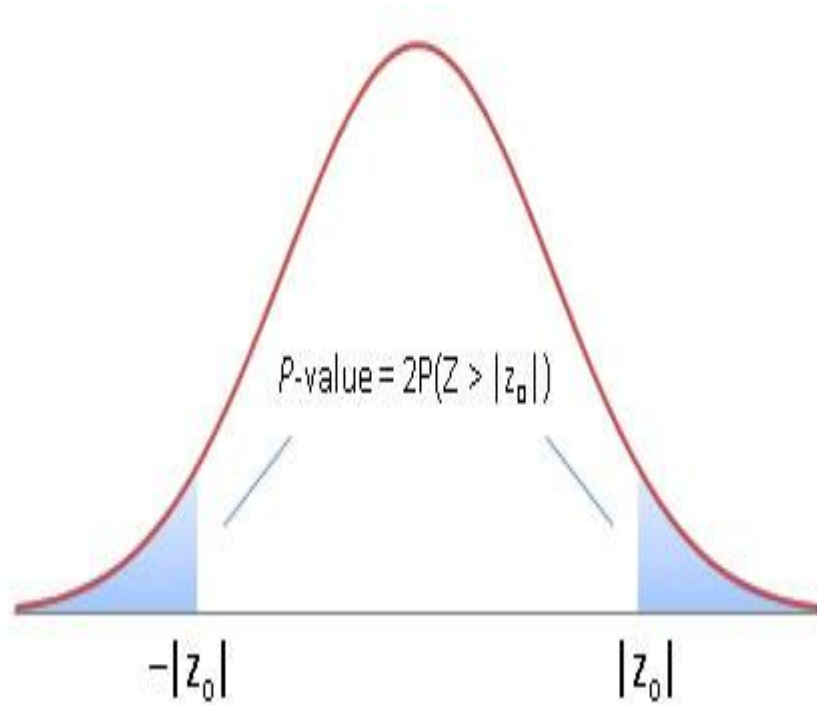
Pasos de una prueba de hipótesis: valor de p

- El valor de “ p ” nos va a indicar si rechazamos o no la prueba de hipótesis.
- Esto se hace comparando el nivel de significancia “ α ” con el valor de “ p ”.
- La decisión será la siguiente:
 - Si $p > \alpha$, no se rechaza H_0
 - Si $p < \alpha$, se rechaza la H_0

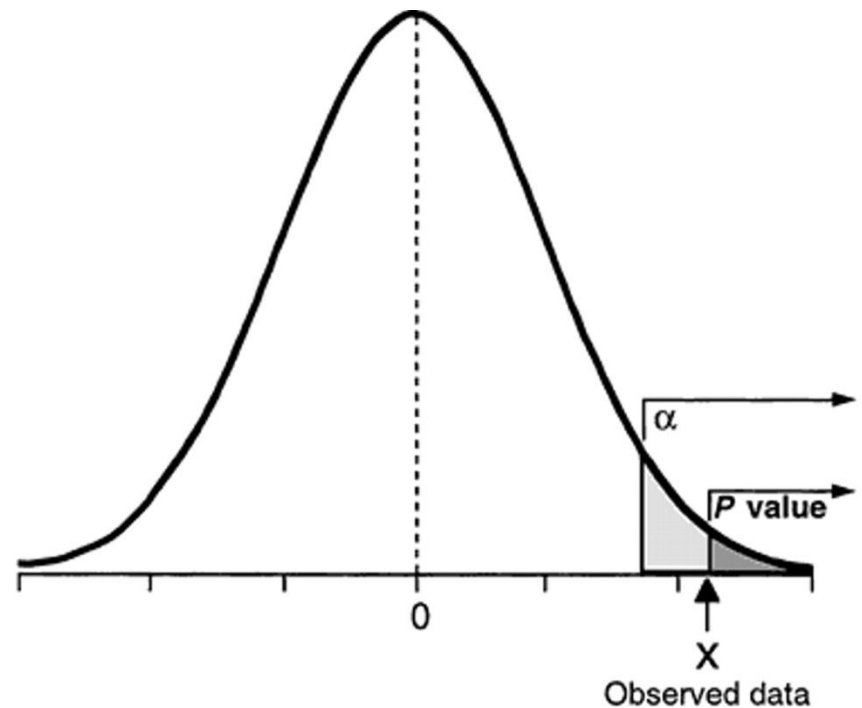


Pasos de una prueba de hipótesis: valor de p

Bilateral



Unilateral

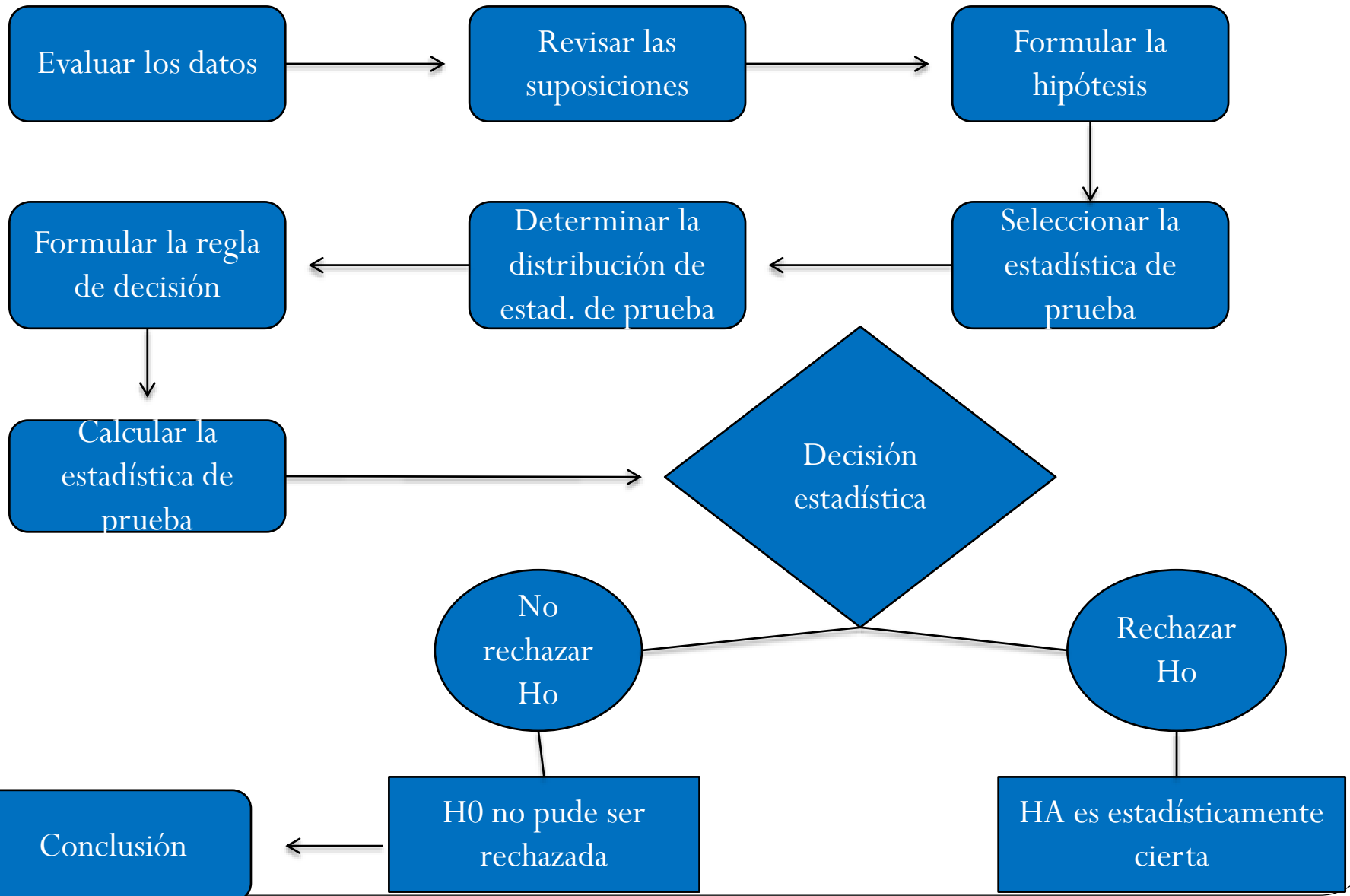


Pasos de una prueba de hipótesis: conclusión

- Según la decisión estadística, se debe de concluir tanto sobre la hipótesis estadística como la hipótesis de estudio.
- Si H_0 se rechaza, se concluye que H_A es verdadera. Si H_0 no se rechaza, se concluye que H_0 no puede ser rechazada, y que por lo tanto se necesita mayor evidencia.
- Se corrobora la hipótesis de investigación. De acuerdo a los resultados estadísticos, estos se deben traducir al lenguaje de la situación de interés.



Pasos de una prueba de hipótesis: resumen



Índice

1

Definición de hipótesis

4

Prueba de hipótesis para
una media

2

Tipos de hipótesis

3

Etapas para una prueba
de hipótesis estadística

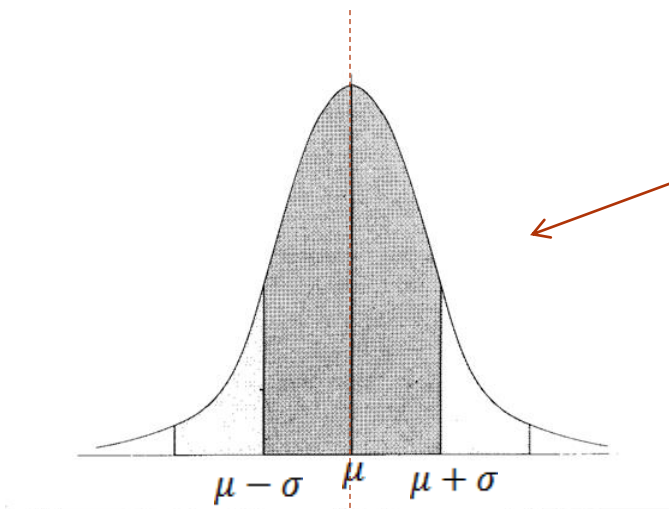
Prueba de hipótesis para una media

- En este capítulo solo se analizará la prueba de hipótesis para una media.
- Nótese que, cualquier otro tipo de análisis SIEMPRE utilizará una prueba de hipótesis.
- La prueba de hipótesis busca saber si para cierta población, está se comporta de acuerdo a cierta posición (para el promedio).
- Se utilizará el siguiente estadístico:
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$



Prueba de hipótesis para una media

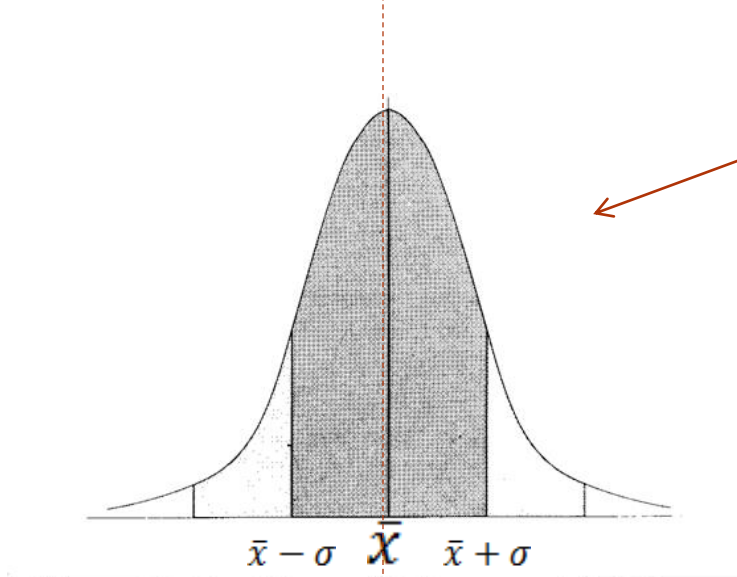
Distribución de la población



$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

An orange arrow points from this equation to the population distribution curve.

Distribución de la muestra



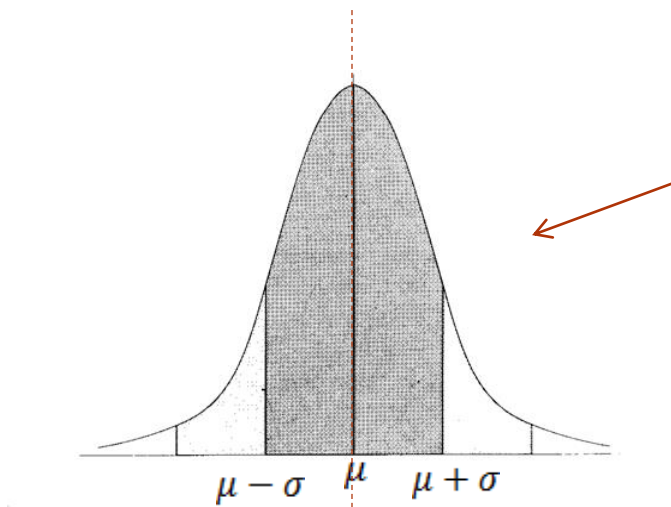
$$\frac{1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2}$$

An orange arrow points from this equation to the sample distribution curve.

Bajo la hipótesis de igualdad, la distribución poblacional es igual al valor del estimador

Prueba de hipótesis para una media

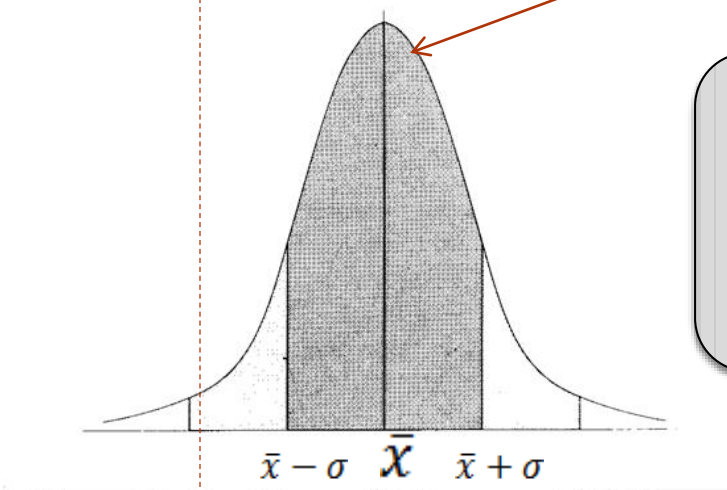
Distribución de la
población



$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

An orange arrow points from this equation to the peak of the population distribution curve.

Distribución de la
muestra



$$\frac{1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2}$$

An orange arrow points from this equation to the peak of the sample distribution curve.

Bajo la hipótesis alternativa, la distribución poblacional es diferente al valor del estimador.

Índice

1

Definición de hipótesis

4

Prueba de hipótesis para
una media

2

Tipos de hipótesis

5

Aplicación

3

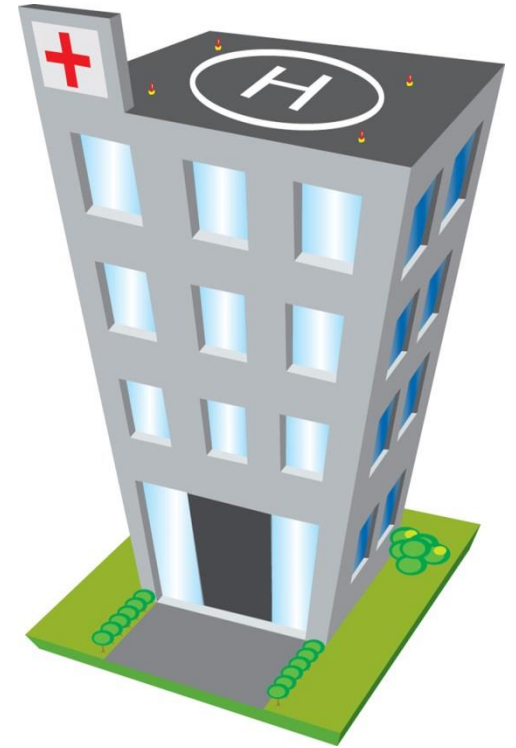
Etapas para una prueba
de hipótesis estadística

Aplicación: PH para una media

Un grupo de investigadores está interesado en conocer la edad media de sus pacientes en un hospital. Estos tenían la siguiente interrogante:

¿Se puede concluir que la edad media de la población es diferente de 30 años?

Con base en el conocimiento de pruebas de hipótesis, se puede contestar que es posible concluir que la edad media de la población es diferente de 30, si se puede rechazar la hipótesis nula que indica que la media es igual a 30. Mediante el uso del procedimiento de diez pasos para la prueba de hipótesis, se puede ayudar a los investigadores a tomar una decisión.



Aplicación: PH para una media

1. Datos: los datos disponibles para los investigadores son las edades de una muestra aleatoria simple de 40 individuos, extraída de la población de interés. A partir de esta muestra se calcula que la media de $\bar{x} = 35$.

2. Supuestos: se supone que la muestra de valores proviene de una población cuyas edades siguen una distribución aproximadamente normal. Se sabe también que la población tiene una desviación estándar conocida de $\sigma = 12$

3. Hipótesis: La hipótesis nula plantea que la edad media de la población es igual a 30. La hipótesis alternativa indica que la edad media es diferente de 30:

$$H_0: \mu = 30$$

$$H_A: \mu \neq 30$$

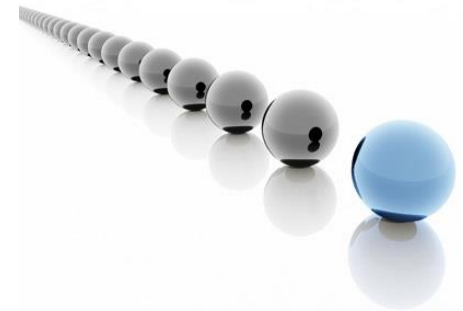


Aplicación: PH para una media

4. Estadística de prueba: Dado que se esta probando una hipótesis acerca de la media de una población, y que se supone que esta sigue una distribución normal, y puesto que se conoce la variancia, el estadístico de prueba se obtiene mediante la ecuación

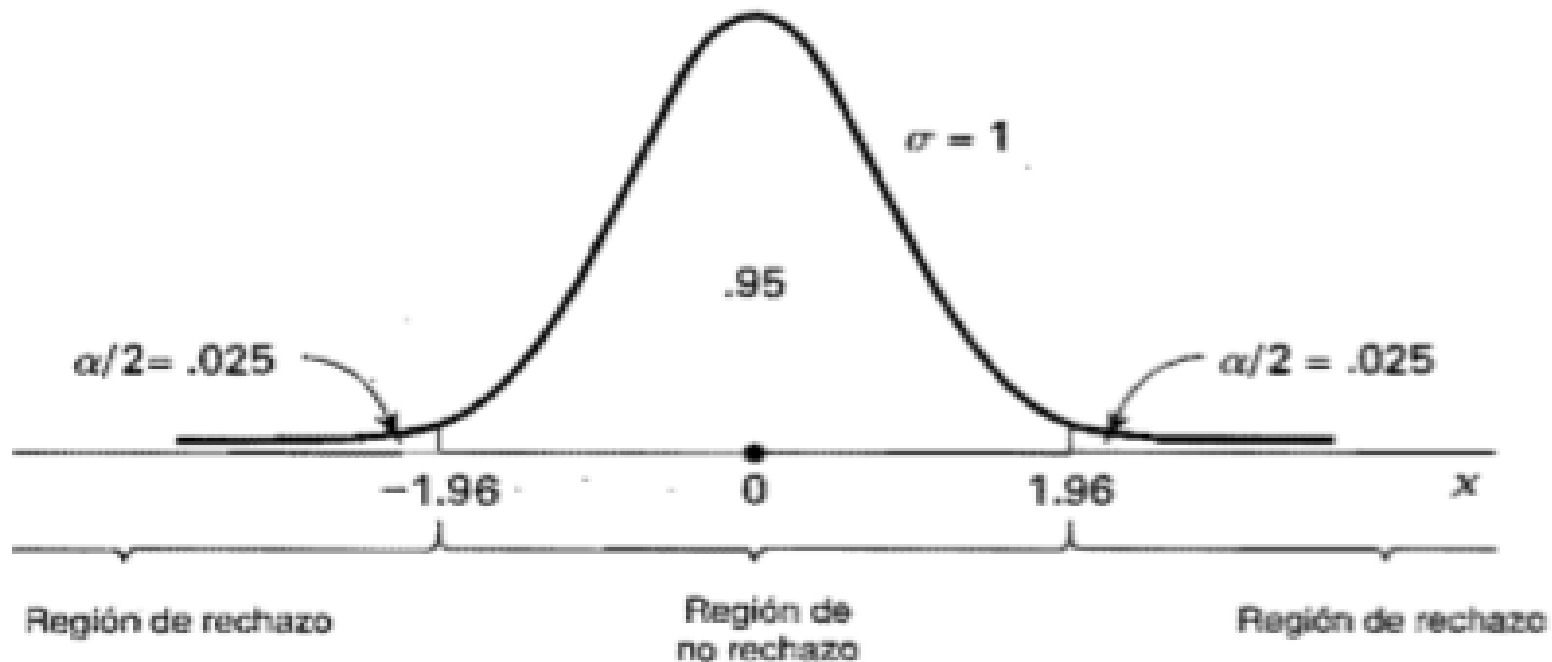
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

5. Distribución de la estadística de prueba: con base en el conocimiento acerca de la distribución de pacientes, se sabe que la estadística de prueba tiene una distribución normal. No se conoce los valores de los parámetros, pero se sabe la forma de su distribución.



Aplicación: PH para una media

6. Regla de decisión: la regla de decisión indica que H_0 se ha de rechazar si el valor calculado de la estadística de prueba cae en la región de rechazo, y no se ha de rechazar si cae en la región de no rechazo. Para un nivel de significancia de $\alpha=0.05$, se tendría la siguiente ilustración de las zonas de rechazo. En este caso, un valor del estadístico “z” entre $[-1.96 ; 1.96]$, no rechazaría la hipótesis nula. Un valor fuera de $[-1.96 ; 1.96]$, la rechazaría.



Aplicación: PH para una media

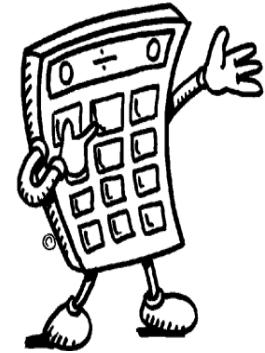
7. Cálculo de la estadística de prueba. A partir de la fórmula

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Se obtiene el resultado:

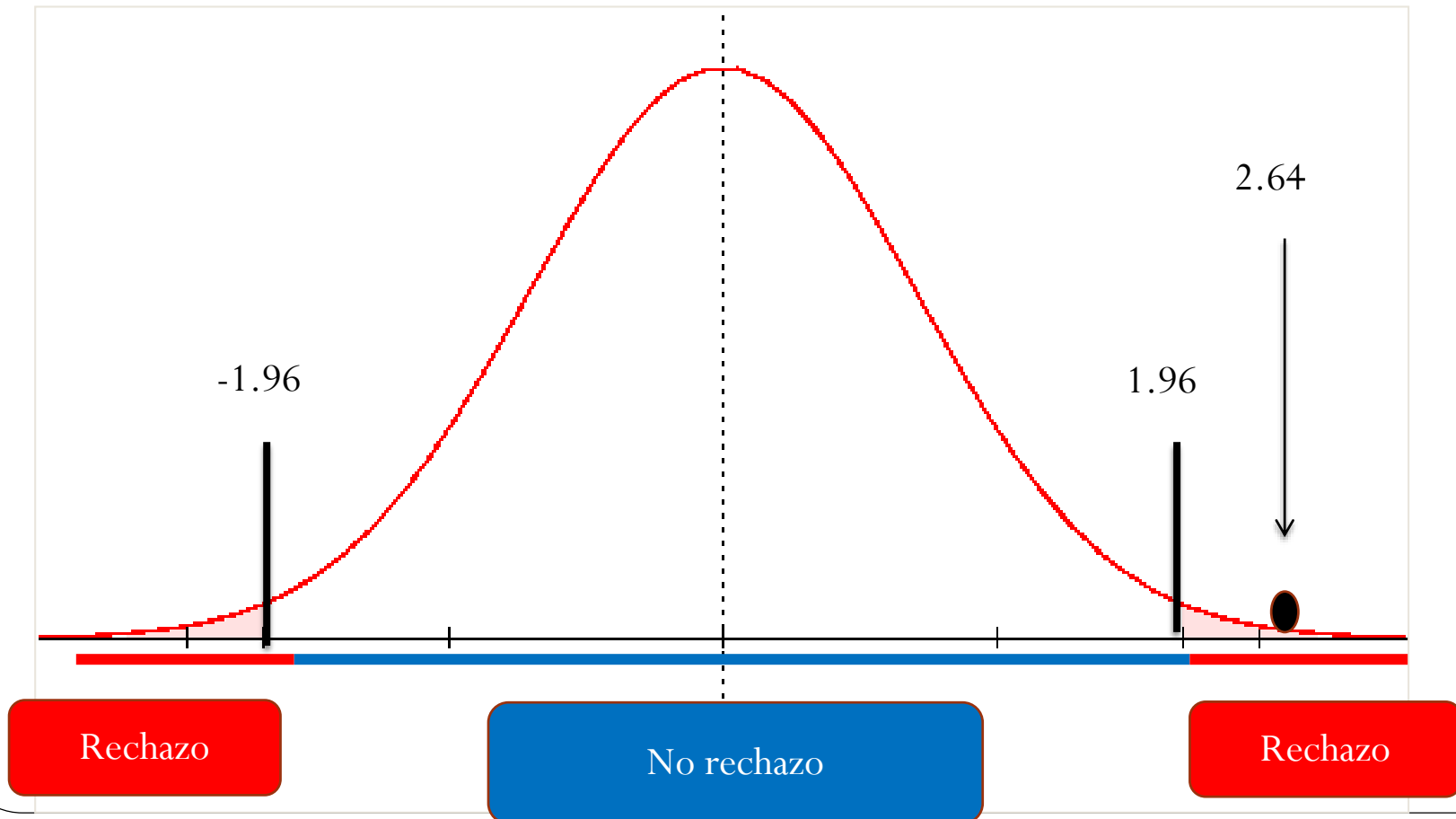
$$z = \frac{35-30}{12/\sqrt{40}} = 2.64$$

Ahora utilizamos la regla de decisión....



Aplicación: PH para una media

8. Decisión estadística: Con base en la regla de decisión, se puede rechazar la hipótesis nula porque 2.64 está en la región de rechazo. Se puede decir que el valor calculado de la prueba estadística tiene un nivel de significación de 0.05.

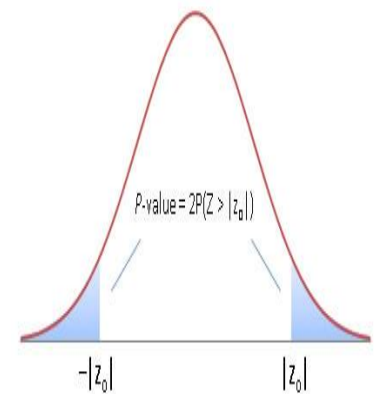
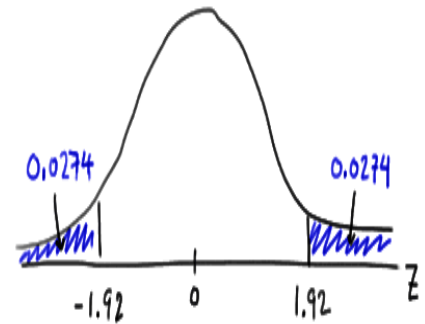


Aplicación: PH para una media

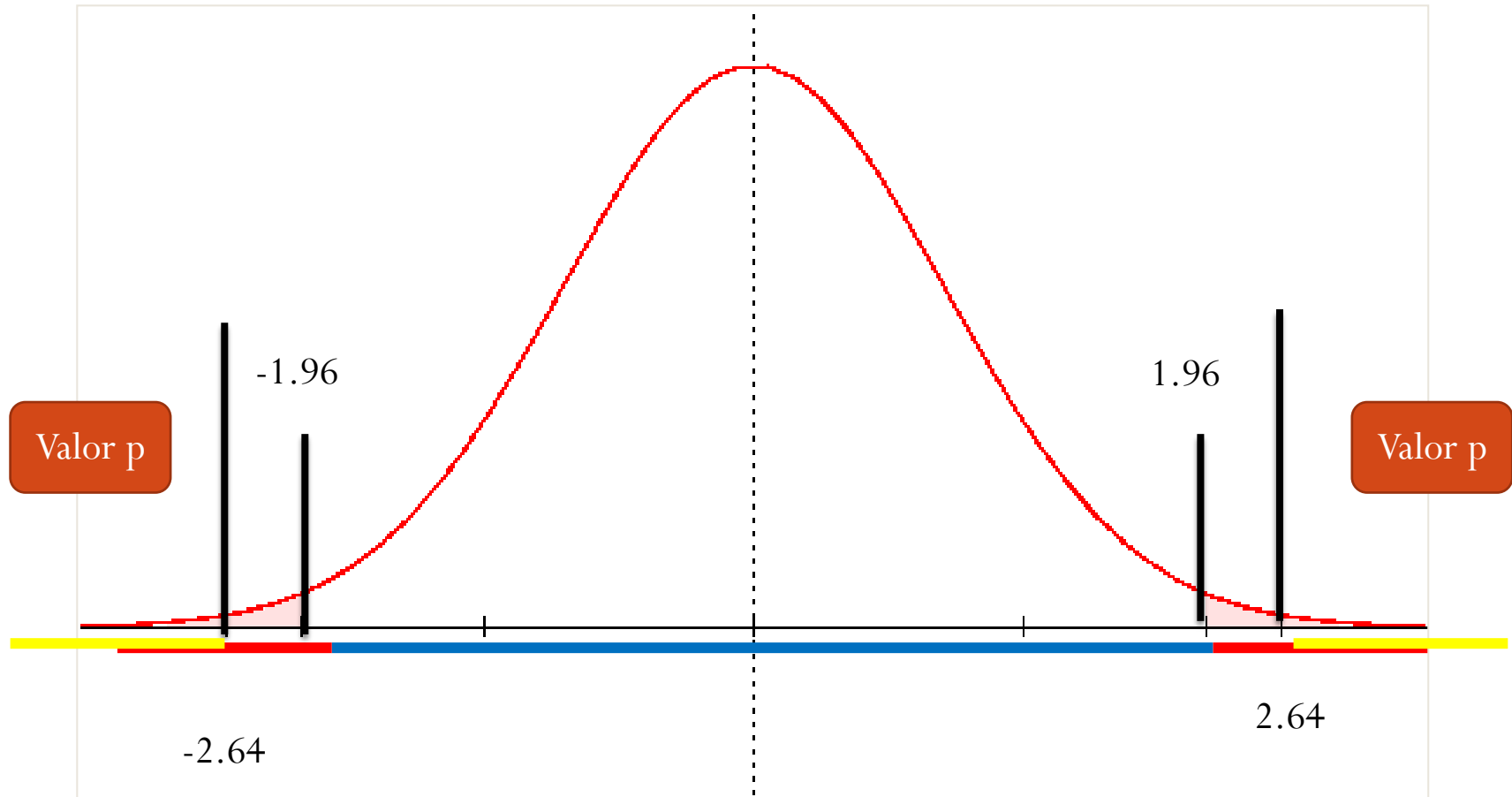
- En lugar de decir que un valor observado de la estadística de prueba es o no significativo, se prefiere informar la probabilidad exacta de obtener un valor tanto o mas extrema que el observado, si la hipótesis nula es verdadera.
- En el presente caso, el valor calculado de la estadística de prueba junto con la proposición respectiva sumando las probabilidades

$$P - value = P(z \leq -2.56) + P(z \geq 2.56)$$

- De acuerdo a lo anterior, ¿cuál sería el valor de p para nuestro caso?
- Nótese que en una prueba bilateral se tuvieron que sumar dos tramos de probabilidad...



Aplicación: PH para una media

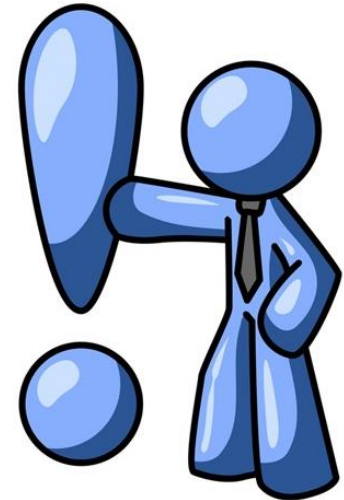


Aplicación: PH para una media

9. Conclusión

Conclusión estadística: Como el valor del estadístico Z es superior al límite de no rechazo, o también no está dentro de los límites de no rechazo, se procede a rechazar la hipótesis nula, y por lo tanto a aceptar la hipótesis alternativa de $\mu \neq 30$.

Conclusión de investigación: dados los resultados de los análisis estadísticos, se concluye que la edad promedio de los pacientes en el hospital no puede ser igual a 30 años.



Ejercicio: PH para una media

- En una muestra de 49 adolescentes que se prestaron como sujetos para un estudio inmunológico, una variable de interés fue la prueba del diámetro de reacción de la piel a un antígeno. La media de la muestra y la desviación estándar fueron de 21 y 11 mm, respectivamente. Es posible conducir a partir de estos datos que la media de la población es menor que 30 ? Sea el nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.
- Se hizo un estudio de una muestra de 25 expedientes de enfermos crónicos atendidos como pacientes externos. El número medio de consultas por paciente fue de 4.8 y la desviación estándar de la muestra fue de 2. ¿Es posible concluir a partir de estos datos que la media de la población es diferente de 5 visitas por paciente? Suponga una significancia de $\alpha = 0.05$. ¿Cuáles son los supuestos que se deben cumplir?



Índice

1

Definición de hipótesis

4

Prueba de hipótesis para
una media

2

Tipos de hipótesis

5

Aplicación

3

Etapas para una prueba
de hipótesis estadística

6

Relación entre prueba de
hipótesis y estimación

Estimación y la prueba de hipótesis

- Cuando la prueba de hipótesis se plantea como “*bilateral*”, es posible utilizar intervalos de confianza para probar hipótesis.

$$H_0: \mu = 30$$

- Bajo el planteamiento de la hipótesis:

$$H_A: \mu \neq 30$$

- Se comprobó que la hipótesis fue rechazada.
- Para la comprobación por medio de intervalos de confianza, se debe definir cuál es el valor del parámetro de la hipótesis nula, el estimador, el nivel de confianza y el error de muestreo.

Estimación y la prueba de hipótesis

- Bajo los requerimientos anteriores, se dan las siguientes características:

Valor del parámetro:

$$\mu = 30$$

Estimador:

$$\bar{x} = 35$$

Nivel de confianza:

Confianza del 95%
o Error de $\alpha = 0.05$

Error de muestreo:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{40}}$$

Estimación y la prueba de hipótesis

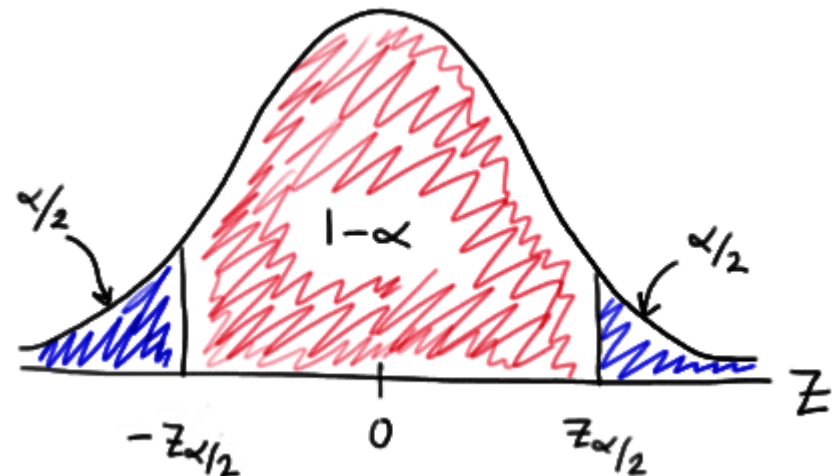
- A continuación se muestra cómo se hubiera llegado a los mismos resultados mediante los intervalos de confianza, para un intervalo del 95%:

$$IC: 35 \pm 1.96\sqrt{12/40}$$

$$IC: 35 \pm 1.96(1.8973)$$

$$IC: 35 \pm 3.72$$

$$IC: [31.28 ; 38.71]$$

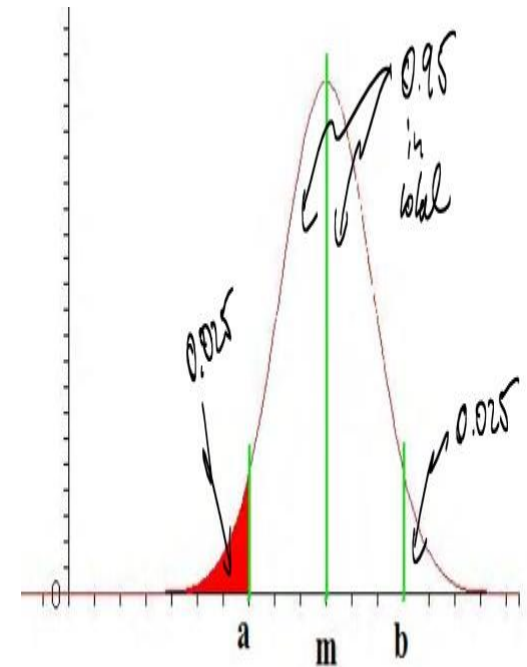


¿Cómo verificar la prueba de hipótesis mediante la estimación de los intervalos de confianza?

Estimación y la prueba de hipótesis

- El intervalo no incluye a 30, se dice que 30 no es un candidato para la media que se está estimando.
- μ no es igual a 30, por lo que se rechaza la hipótesis nula. Es la misma conclusión a la que se llegó mediante el procedimiento de prueba de hipótesis
- Si el parámetro supuesto, $\mu=30$, se hubiera incluido en el intervalo de confianza de 95 por ciento, se habría dicho que H_0 no se rechaza en el nivel $\alpha = 0.05$.
- Cuando se prueba una hipótesis nula por media de un intervalo de confianza bilateral, se rechaza a H_0 si el parámetro supuesto no está contenido dentro del intervalo de confianza de $100(1-\alpha)\%$. Si el parámetro supuesto está contenido dentro de dicho intervalo, no es posible rechazar H_0 .

$$\bar{X} \pm 1.96 \sigma / \sqrt{n}$$



Índice

7

Prueba de hipótesis para
la media : unilaterales

Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Una prueba de hipótesis puede ser *unilateral*. En cuyo caso toda la región de rechazo está en una u otra cola de la distribución.
- El que se utilice una prueba unilateral o bilateral depende de la naturaleza de la cuestión planteada por el investigador.
- Por ejemplo, supóngase que no se tenía interés por la igualdad del parámetro, sino si los valores podían ser mayores o menores.
- En este caso, se deberá pasar de una prueba de hipótesis bilateral a unilateral .



Prueba de hipótesis unilateral para la media

- En el ejemplo anterior se analizó el siguiente planteamiento de prueba de hipótesis:

$$H_0: \mu = c_1$$

$$H_A: \mu \neq c_1$$



- Ahora, el investigador pudo también plantear la siguiente:

$$H_0: \mu \leq c_1$$

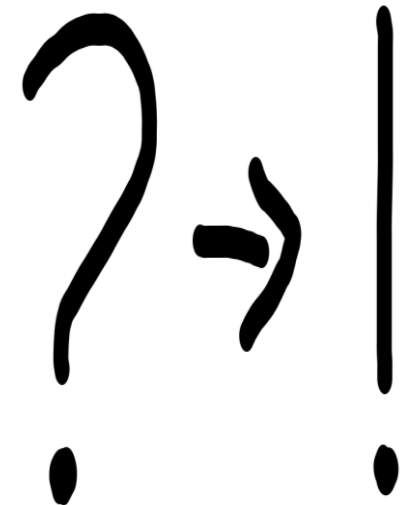
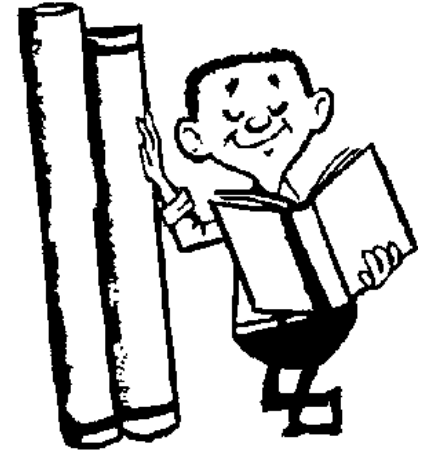
$$H_0: \mu \geq c_1$$

$$H_A: \mu > c_1$$

$$H_0: \mu < c_1$$

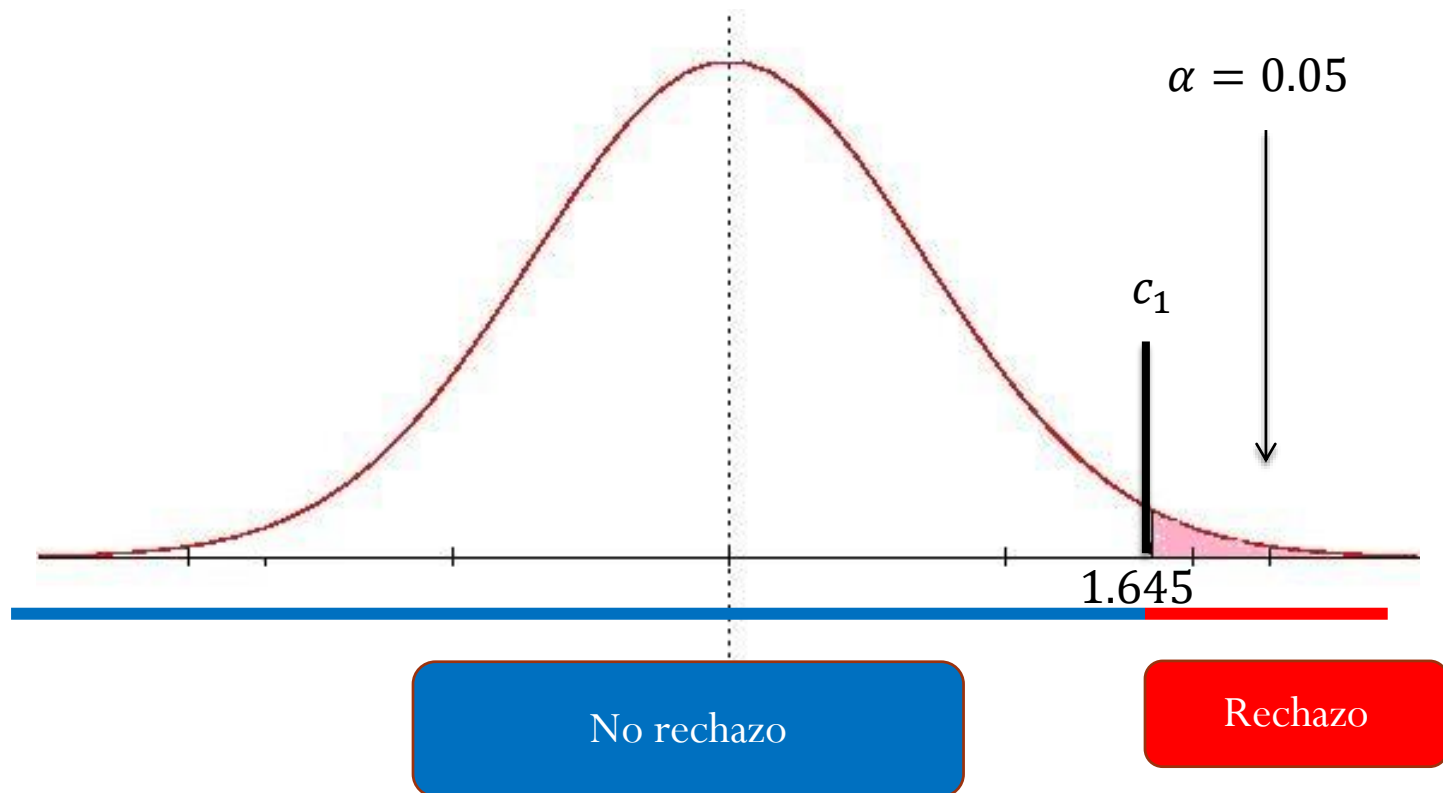
Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Para el caso en que la prueba de hipótesis se refiere a no una igualdad, sino a una cantidad menor o mayor, la única diferencia es a nivel de la aplicación de la regla de decisión.
- En vez de tomar dos zonas de rechazo, se tomaría únicamente un región.
- Si la prueba indica la superioridad, se tomaría la parte izquierda como región de rechazo. Si fuera la inferioridad, se tomaría la parte derecha como la zona de rechazo.
- Ver los siguientes casos ejemplos.



Prueba de hipótesis unilateral para la media

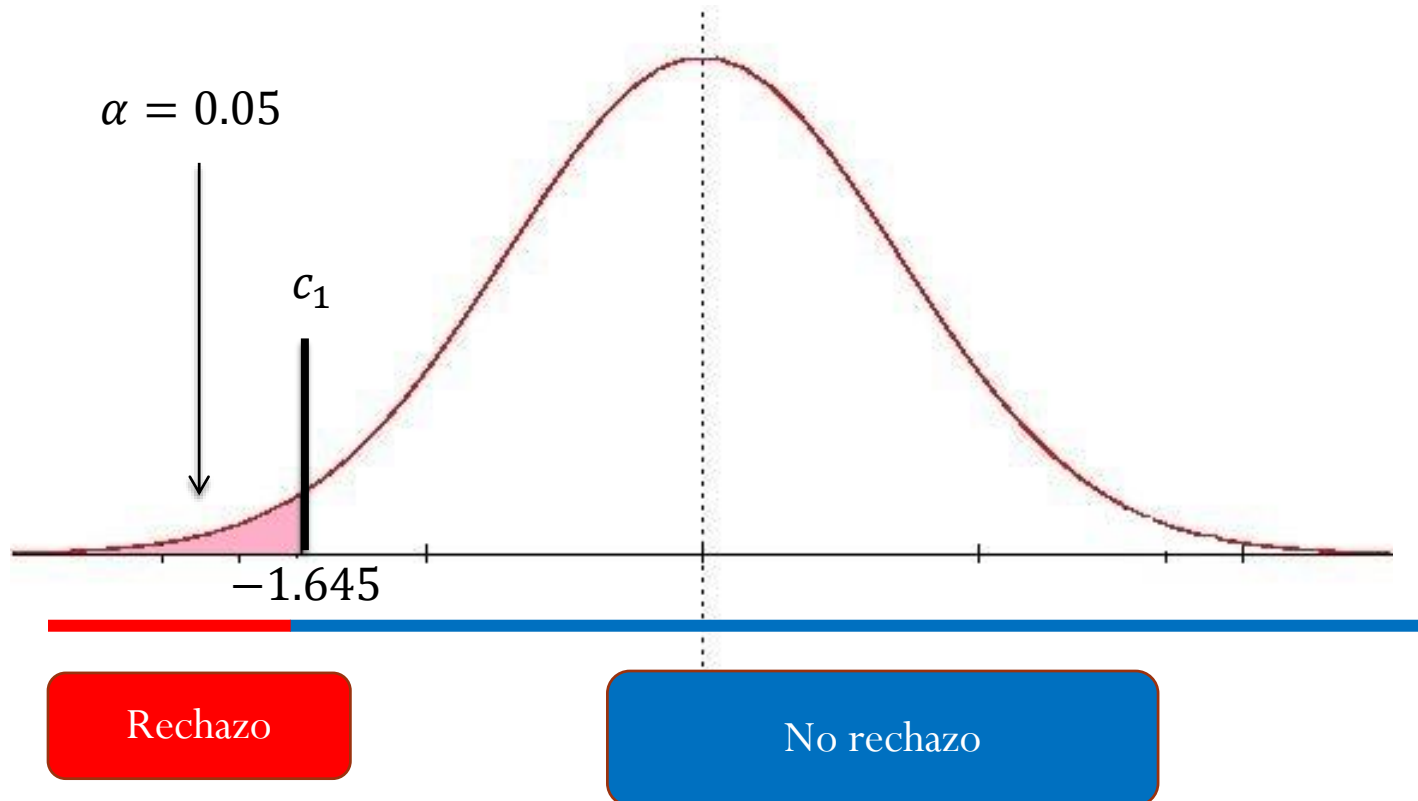
- Para el caso el siguiente caso, $H_0: \mu \leq c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente. $H_A: \mu > c_1$



Prueba de hipótesis unilateral para la media

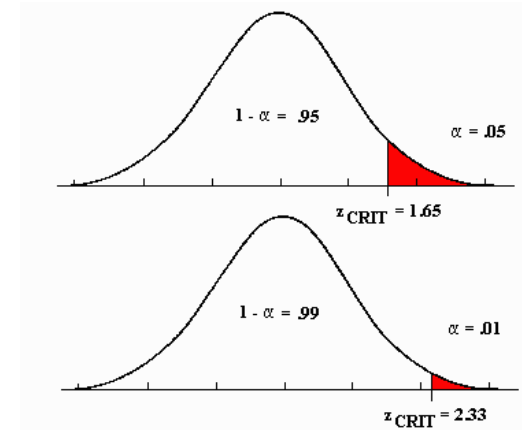
- Para el caso el siguiente caso, $H_0: \mu \geq c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.

$$H_0: \mu < c_1$$



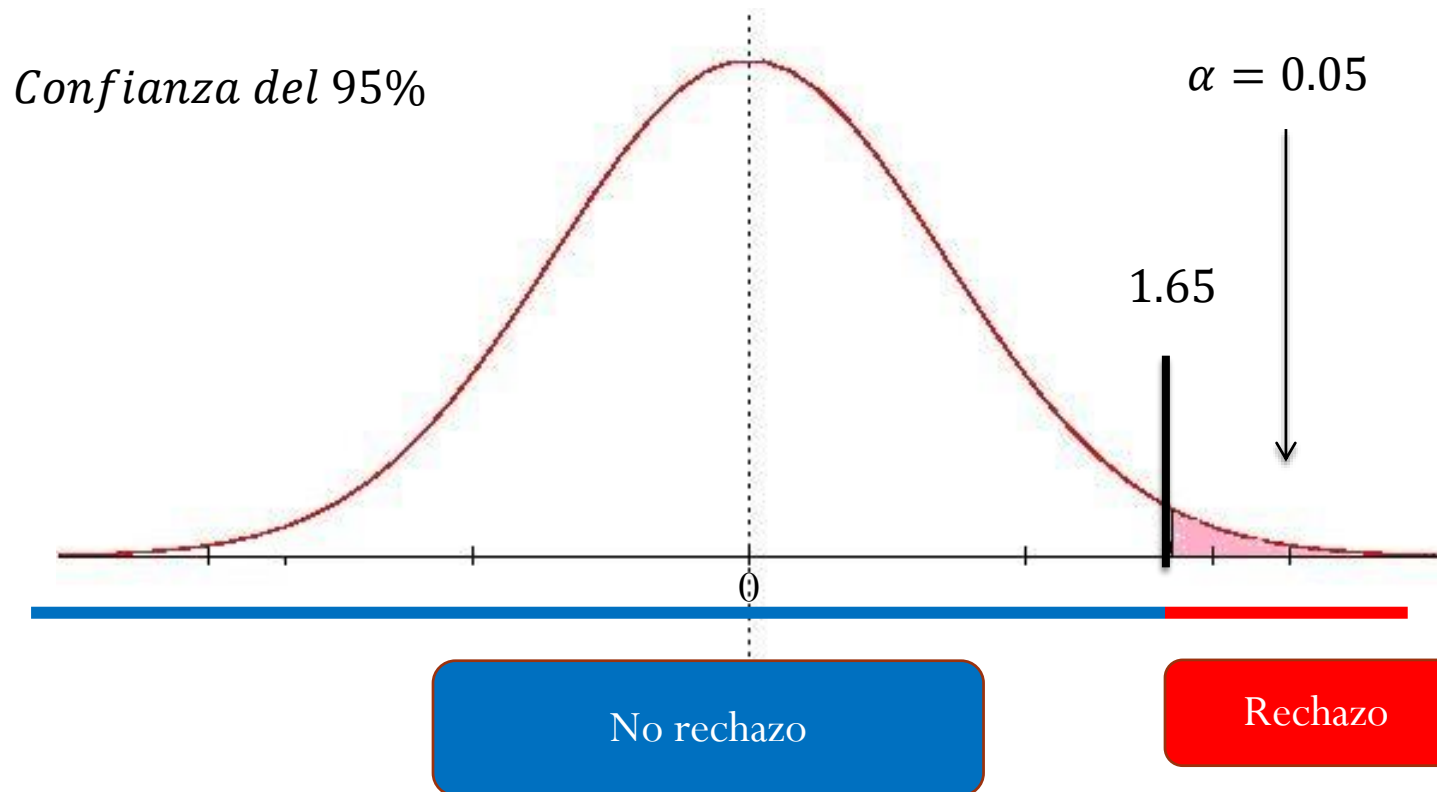
Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Para la prueba bilateral, elegimos un nivel de confianza del 95% (o un error del 5%).
- Según el nivel de confianza anterior para la prueba bilateral, eso correspondía a los valores de la curva normal estándar de $[-1.96 ; 1.96]$.
- Para las pruebas unilaterales, para un nivel de confianza del 95%, los valores críticos serían:
 - H0 de valores menores, sería de 1.65
 - H0 de valores mayores, sería de 1.65



Prueba de hipótesis unilateral para la media

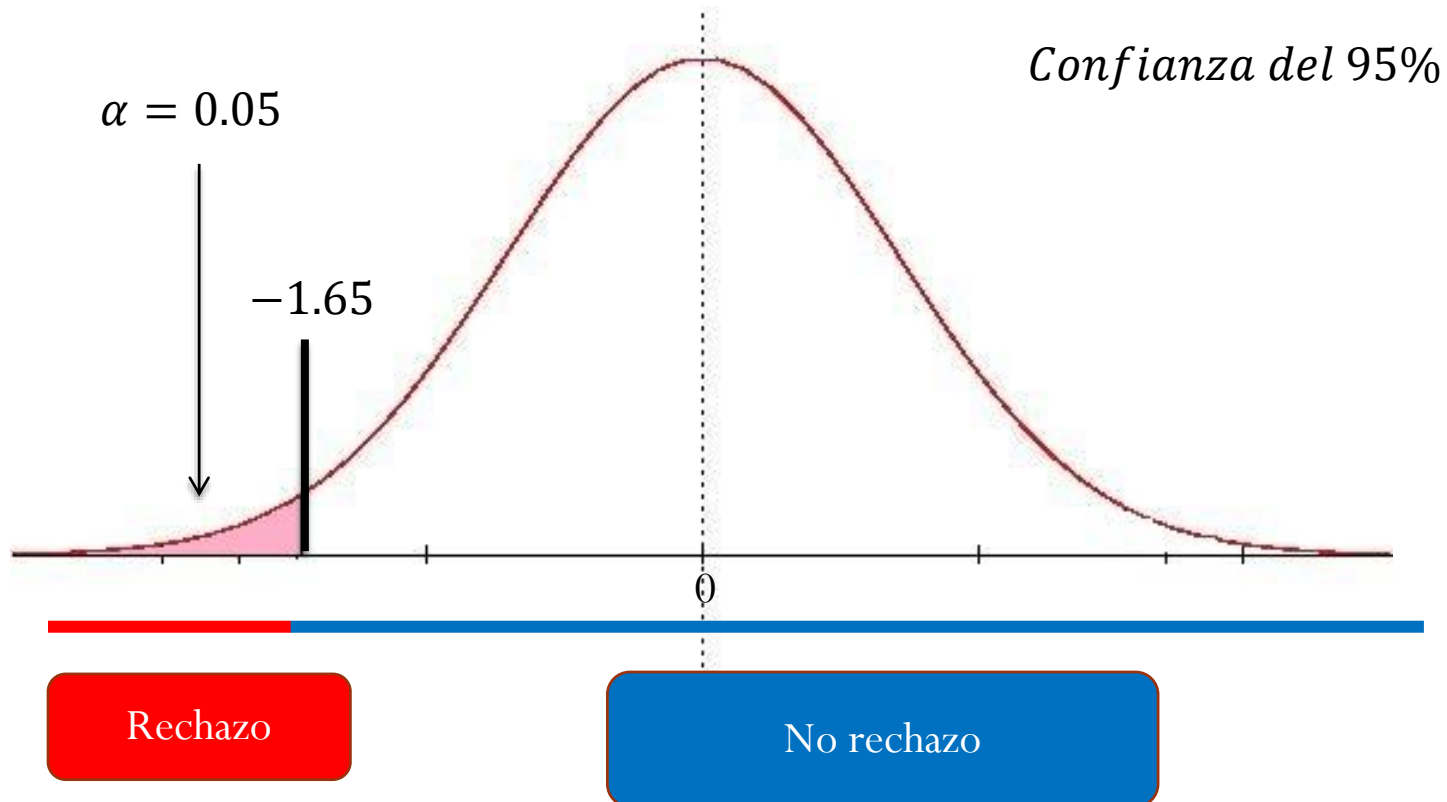
- Para el caso el siguiente caso, $H_0: \mu \leq c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente. $H_A: \mu > c_1$



Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Para el caso el siguiente caso, $H_0: \mu \geq c_1$ la zona de rechazo sería la siguiente.

$$H_0: \mu < c_1$$



Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Suponga que los investigadores se hubieran preguntado: es posible concluir que $\mu < 30$?.
- La respuesta a esta pregunta es que puede llegarse a esta conclusión si es posible rechazar la hipótesis nula $\mu \geq 30$?
- Mediante el uso del procedimiento de los diez pasos y con base en una prueba unilateral se llega a una decisión o conclusión.



Prueba de hipótesis unilateral para la media

1. **Datos:** lo de antes.

2. **Suposiciones:** lo de antes.

3. **Hipótesis:**
 $H_0: \mu \geq 30$
 $H_A: \mu < 30$

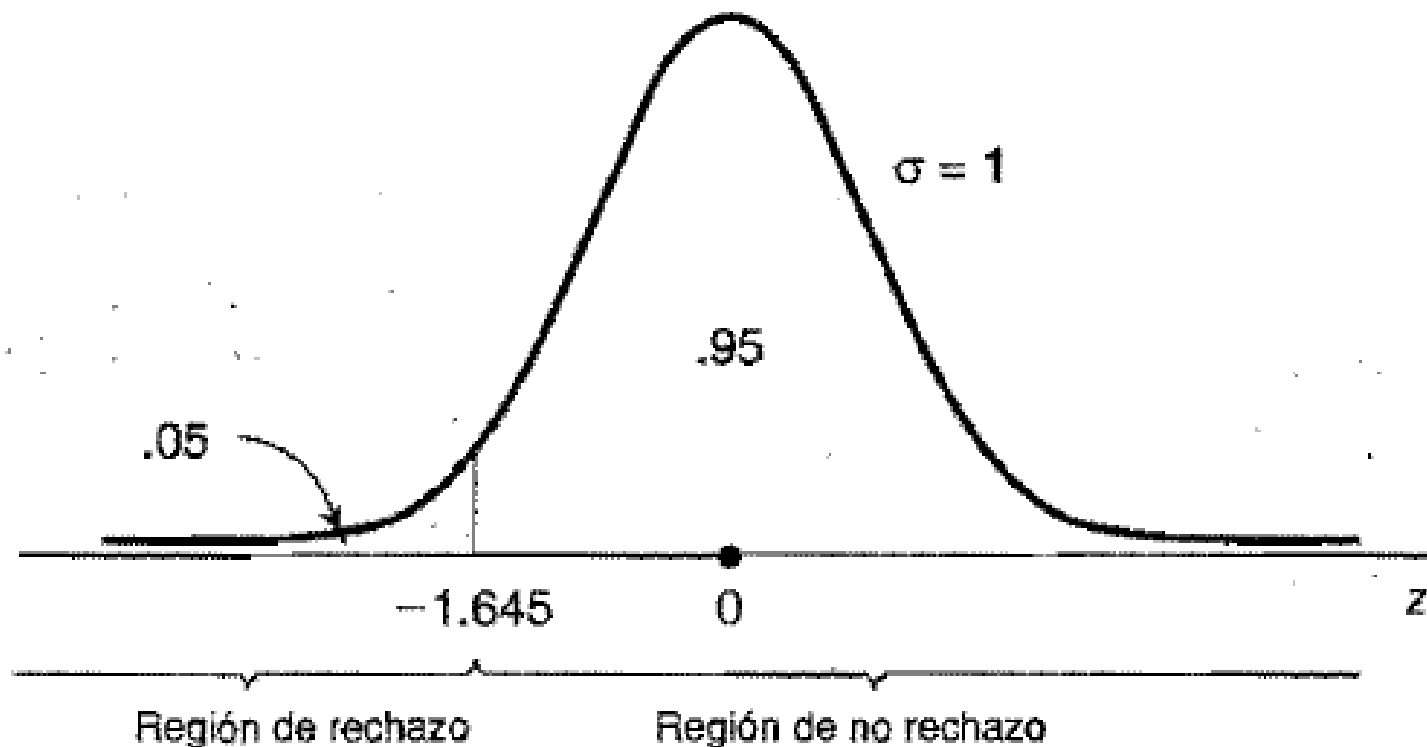
4. **Estadística de prueba:**
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

5. **Distribución :** lo de antes.



Prueba de hipótesis unilateral para la media

6. **Regla de decisión:** la regla de decisión señala que se rechaza H_0 si el valor calculado de la estadística de prueba es menor o igual que -1.645.



Prueba de hipótesis unilateral para la media

7. Cálculo de la estadística de prueba:

$$Z = \frac{35-30}{12/\sqrt{40}} = 2.64$$



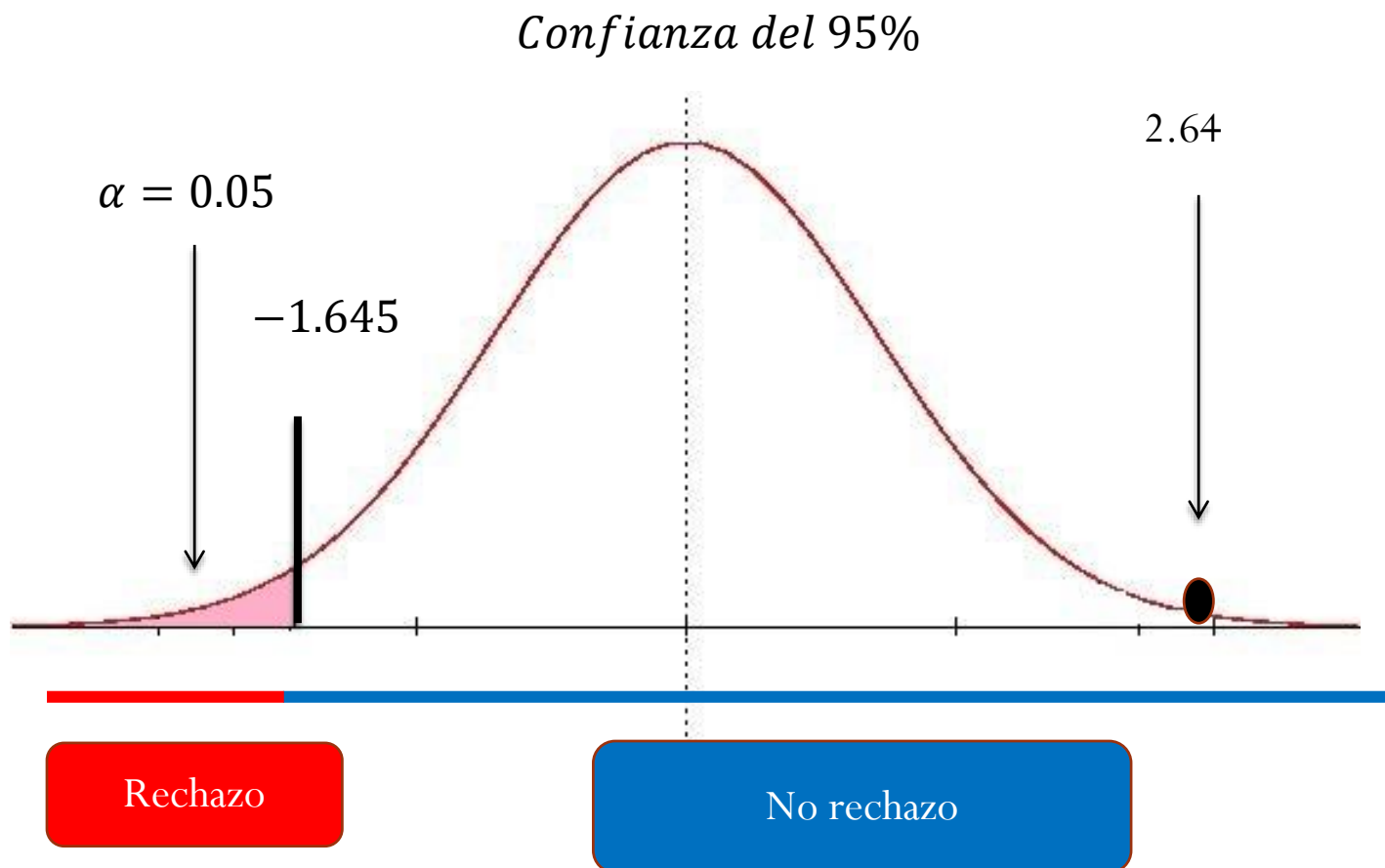
8. **Decisión estadística:** No se puede rechazar la hipótesis nula debido a que 2.64 es superior a -1.645.

9. **Conclusión:** se concluye que al no poder rechazar la hipótesis nula, la población de pacientes del hospital posee estadísticamente una edad promedio que es superior a los 30 años.



Prueba de hipótesis unilateral para la media

Ejemplo gráfico del a regla de decisión para la hipótesis: $H_0: \mu \geq 30$
 $H_A: \mu < 30$



Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Si la pregunta de los investigadores hubiera sido: ¿Es posible concluir que la media es mayor que 30 años?
- *Desarrollo la prueba de hipótesis bajo la interrogante de investigación de si la media es mayor que 30 años.*
- Se debe llegar a una prueba unilateral con toda la región de rechazo en la cola superior de la distribución de la estadística de prueba y a un valor crítico de $+1.645$.
- ¿Cuál sería la conclusión? ¿Y el valor de p ?



Prueba de hipótesis unilateral para la media

- Se desea saber si es posible concluir que el consumo medio diario de calorías de la población rural de un país en desarrollo es de menos de 2000. Una muestra de 500 individuos produjo un consumo medio de 1985 y una desviación estándar de 210. Sea $\alpha = 0.05$.
- Después de seguir un programa de capacitación en supervisión de hospitales durante una semana, 16 administradores de hospital obtuvieron una calificación media de 74 en una prueba llevada a cabo como parte de la evaluación del programa de capacitación. La desviación estándar de la muestra fue de 12. ¿Es posible concluir a partir de estos datos que la media de la población es mayor que 70? Sea $\alpha = 0.05$. ¿Cuales son los supuestos que se deben cumplir?



Índice

7

Prueba de hipótesis para
la media : unilaterales

8

Valores críticos

Cuadro resumen de valores críticos

Curva normal estándar

	Bilateral	Unilateral inferior	Unilateral superior
Confianza del 80% ($\alpha = 0.20$)	-1.28 ; 1.28	-0.85	0.85
Confianza del 90% ($\alpha = 0.10$)	-1.65 ; 1.65	-1.28	1.28
Confianza del 95% ($\alpha = 0.05$)	-1.96 ; 1.96	-1.65	1.65
Confianza del 99% ($\alpha = 0.01$)	-2.58 ; 2.58	-2.33	2.33

Conclusión

- El presente capítulo presentó la prueba de hipótesis como la técnica complementaria para el análisis inferencial.
- Los dos tipos análisis, estimación como prueba de hipótesis, fueron utilizados en la comparación de medias.
- Se realizó el supuesto de que los datos provenían de una distribución normal.
- El siguiente capítulo aplica las dos técnicas inferenciales en el análisis de correlación y regresión lineal simple.



arte

