Revisión de temas: probabilidades, función de probabilidades, la curva normal y la estandarización

Oscar Centeno Mora

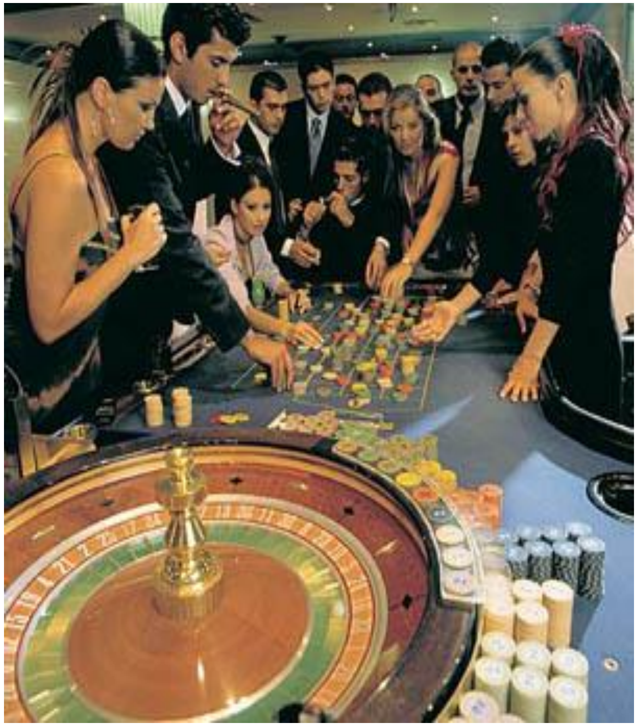
Las probabilidades

La esencia de la probabilidad

- Las probabilidad nacen en Francia en el XVII siglo, a razón de los juegos de azar de la época (cartas y dados).

- La probabilidad es un número (resultado) que está siempre en “0” y “1”

- Matemáticamente:



$$0 \leq \text{Probabilidad} \leq 1$$

La esencia de la probabilidad

- Si el número o el resultado tiene muchos chances de que ocuarra, entonces se tendrá una probabilidad muy cercana a “1”.
- De lo contrario, si las posibilidades son muy reducidas, entonces se tendrá una probabilidad muy cercana a “0”.

- También están los casos extremos:

-La probabilidad de que el sol brille
tiene una probabilidadd de “1”.

-La probabilidad de que el cuerpo de un ser humano viva durante 200 años tiene una probabilidad de “0”.

La esencia de la probabilidad

- En el primer caso, cuando se tiene certeza de que la probabilidad de ocurrencia sea de "1", entonces es un "*evento completamente seguro*".

- El segundo caso, cuando se tiene certeza de que la probabilidad de ocurrencia es de "0", entonces es un evento "completamente imposible".

- También le asignamos una probabilidad de 0.5 a un fenómeno que tenga la misma posibilidad de ocurrir y de no ocurrir. Somos totalmente indiferentes ante el evento.

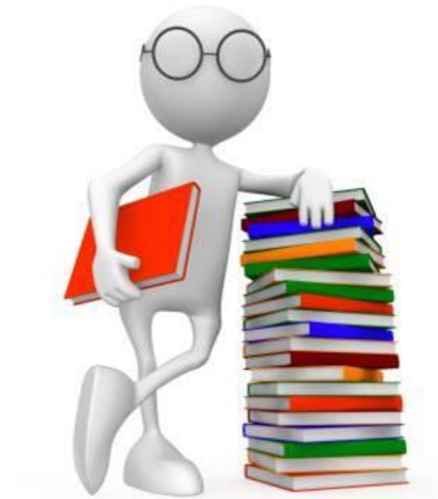
La esencia de la probabilidad

- En resumidas cuentas

  -Asignamos una probabilidad mayor o igual a “0”, pero menor a “0.5”, a un fenómeno que tenga más posibilidad de no ocurrir que de ocurrir.

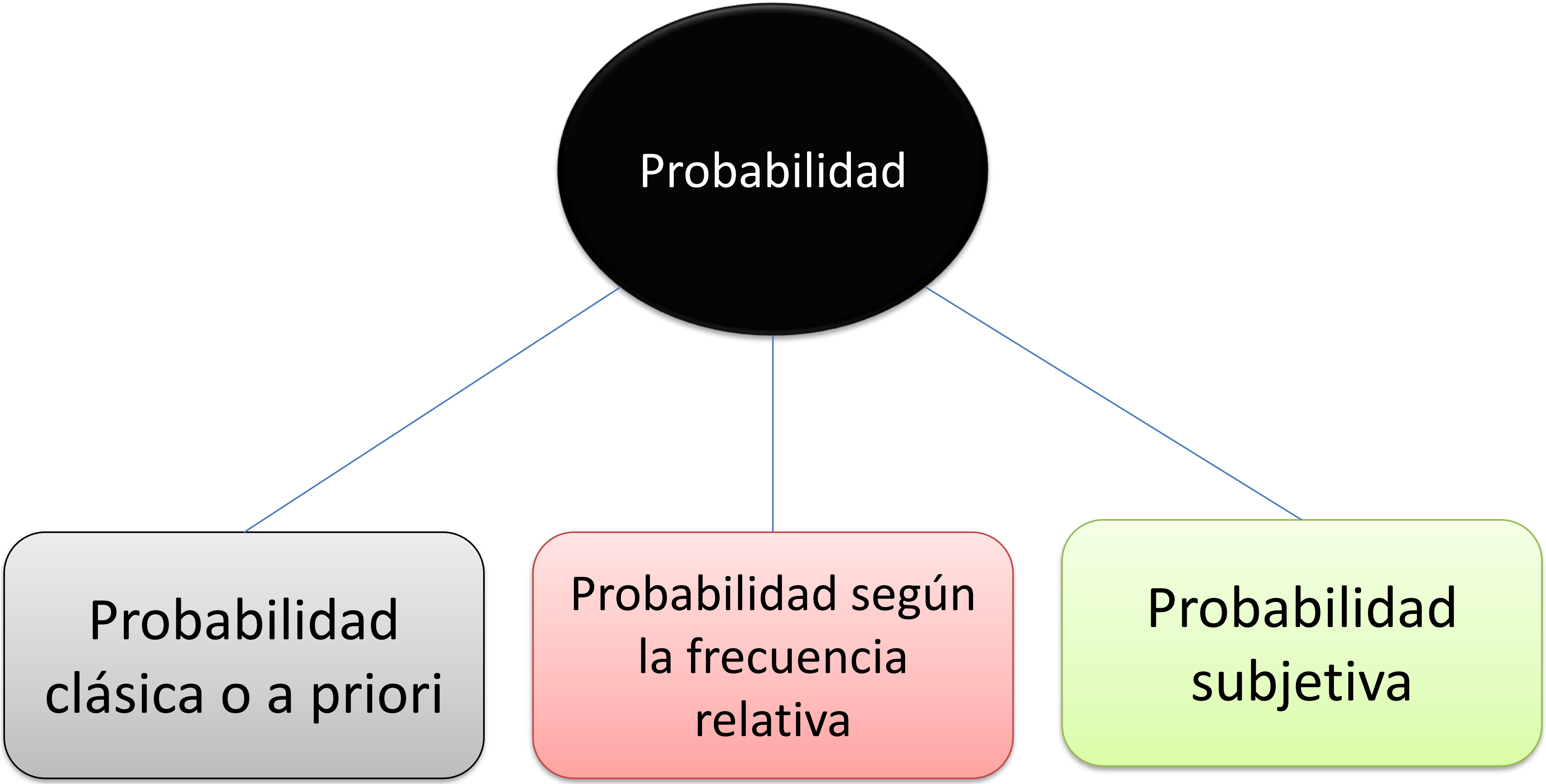
  -Asignamos una probabilidad mayor a 0.5 pero menor o igual a 1, a un fenómeno que tenga más posibilidad de ocurrir que de no ocurrir.

  -Asignamos una probabilidad de 0.5 si somos completamente indiferentes a la ocurrencia del evento.



Los 3 enfoques de la probabilidad

- Actualmente hay 3 grandes conceptos o formas de ver la probabilidad.

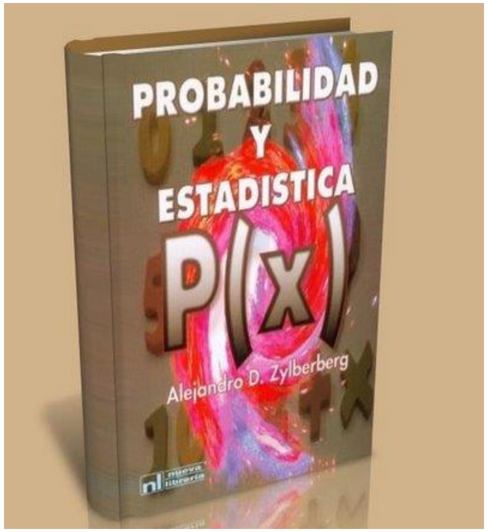


¿De cuerdo al total de resultados posible, cuál es la posibilidad de obtener… o de que..?

Probabilidad clásica o a priori

- La definición formal de la *Probabilidad Clásica* es la siguiente:

  "Si un experimento puede ocurrir de N resultados igualmente probables y mutuamente excluyentes y si dentro de estos N resultados el eventos "E" puede ocurrir Ne veces, entonces la proabilidad del evento E, que se escribe P(E), está dada por:



$$P(E) = \frac{Ne}{N}$$

....ejemplifiquemos la definición anterior.....

Probabilidad clásica o a priori

- Entonces la probabilidad del evento “4” (E), se escribe como P(4), y está dado por:

$$P(4) = \frac{1}{6}$$

- De acuerdo a todo lo anterior, cuál sería la probabilidad de tener:

  -Un número par.

  -Un número impar.

  -Un número menor a 5.

  -Un número mayor o igual a 3.

Probabilidad clásica o a priori

- El enfoque de la probabilidad clásica es el emplear un razonamiento lógico previo o a priori.

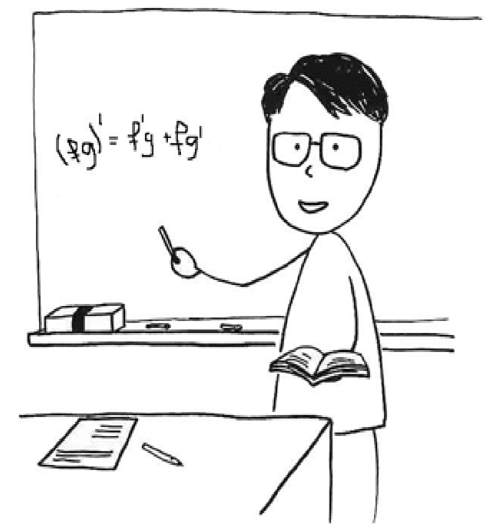
¿Por qué?

¿De cuerdo al total de resultados que se observan, cuál es la posibilidad de obtener… o de que..?

Probabilidad según la frecuencia relativa

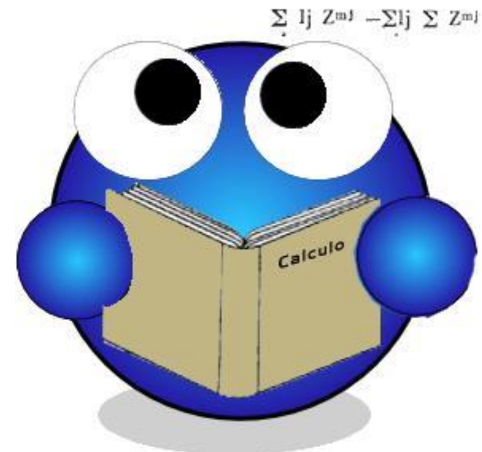
- Un problema de la probabilidad a priori consiste en que se supone que los resultados son igualmente probables, pero en la práctica esto casi nunca sucede.

- Además, hay muchos casos en donde no se puede establecer desde antes las probabilidades a priori de cierto acontecimiento.



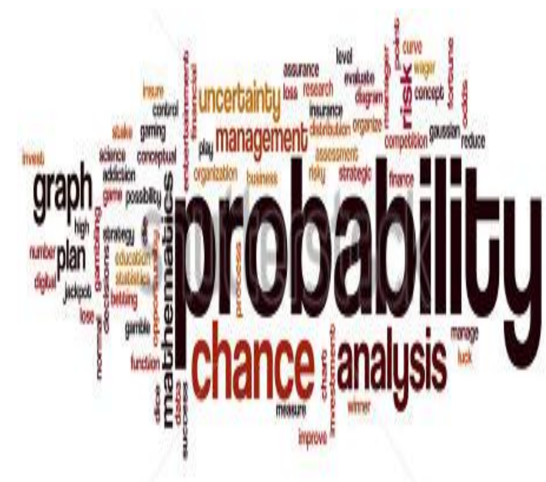
- En la actualidad, el concepto más frecuente es el de la *Frecuencia Relativa*.

Probabilidad según la frecuencia relativa



- Imaginemos que se quiere saber la probabilidad de que al nacer un bebe, este sea un hombre o una mujer.

- Aunque si se establece que la mitad de los chances es que sea un hombre, y la otra parte mujer, en la práctica esto no ha resultado de la misma forma: suelen nacer más hombres que mujeres.

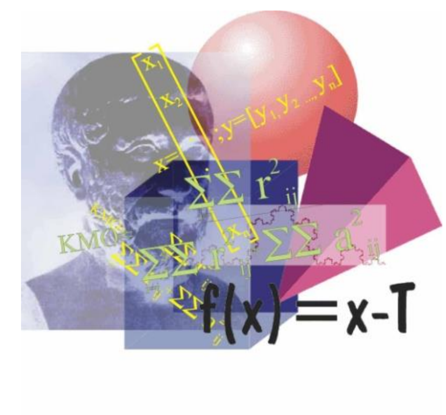


- ¿ Cómo podríamos calcular entonces una probabilidad de tal forma de no pasar por el enfoque clásico?

Probabilidad según la frecuencia relativa

- La probabilidad según el concepto de frecuencia relativa se suele expresar de la siguiente forma:

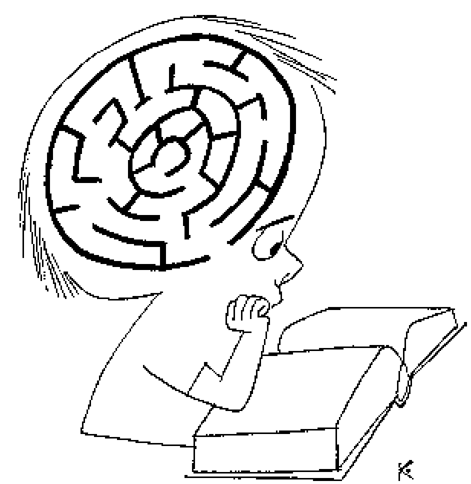
$$P(e) \approx \frac{n_x}{n} \longrightarrow P(e) = \lim_{n\to\infty} \frac{n_x}{n}$$



P(E)= es la probabilidad de ocurrencia del evento de interés.

ne = es el número de veces que ocurre el evento E en los n ensayos.

n = el total de ensayos de un posible experimento.



¿De cuerdo a la información que manejo o poseo, cuál es la posibilidad de obtener… o de que..?

Probabilidad subjetiva

- Existen muchos eventos de interés cuyas probabilidades de ocurrencia no se pueden calcular de acuerdo con los métodos de frecuencia relativa o de probabilidad a priori.

- Los métodos anteriores no prestan ninguna ayuda para calcular la probabilidad de que , por ejemplo:

  -Haya vida en algún planeta distante

  -En los próximos 10 años se descubra algún remedio contra el cáncer.

  -Cierta persona vaya a destacar en la universidad.

  -Mañana vaya a llover.

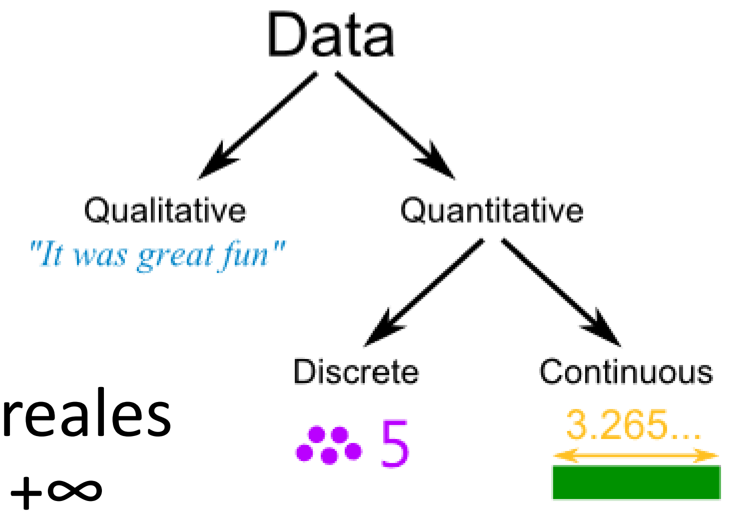
Probabilidad subjetiva

- Muchas veces escuchamos que según el nivel de precipitación y la nubosidad en el cielo, se tiene una probabilidad del 70% de que vaya a llover.

- Aquellas probabilidades que nos permite asignarle probabilidades a eventos tales como estos, en donde no hay un claro respaldo de datos para el momento, se le denomina como *probabilidad subjetiva*.

- Este método tiene un gran fundamento en la estadística Bayesiana. Los dos enfoques de probabilidad anterior se conciben como un caso especial de la probabilidad subjetiva.

Datos discretos

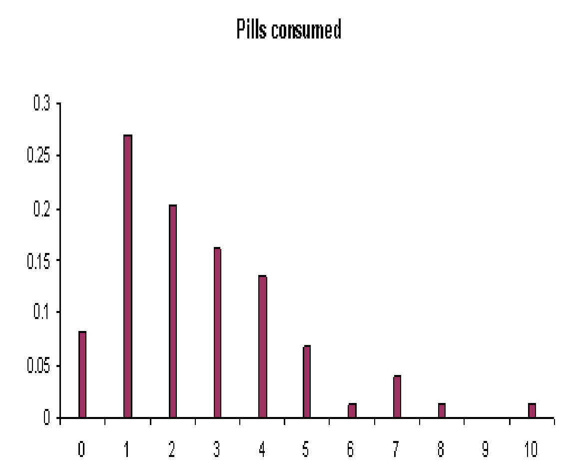


- ¿Qué son datos discretos?

- Datos de que son números reales enteros, que van desde 0 hasta +∞

- 0, 1, 2,3,...., n

- Ejemplo: número de hijos, cantidad de nacimientos, número de accidentes en la carretera, etc.



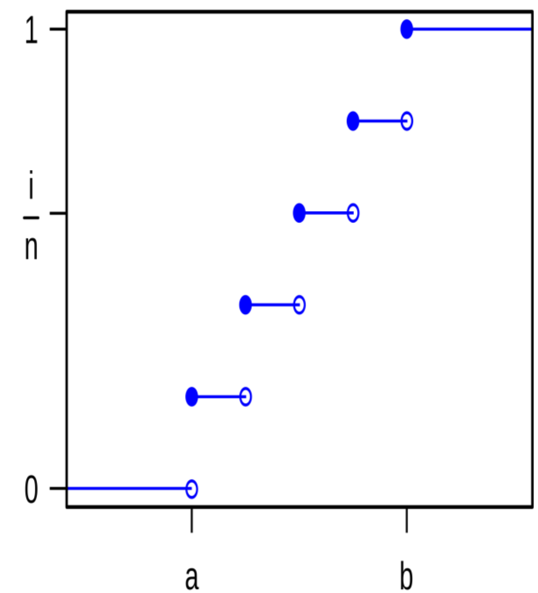
Función de probabilidad discretas

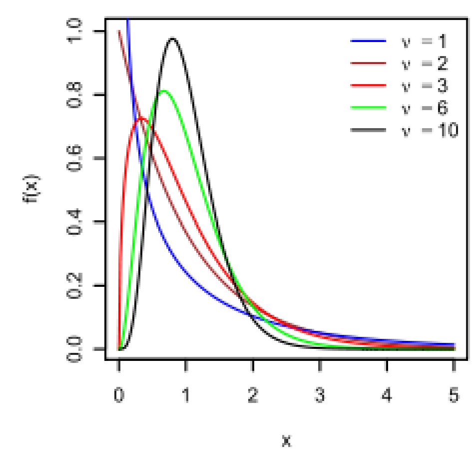
- Las funciones discretas son distribuciones que asignan una probabilidad a un fenómeno de esta clase.

- En este tipo de funciones de distribución, para obtener la probabilidad, se utilizan sumatorias:

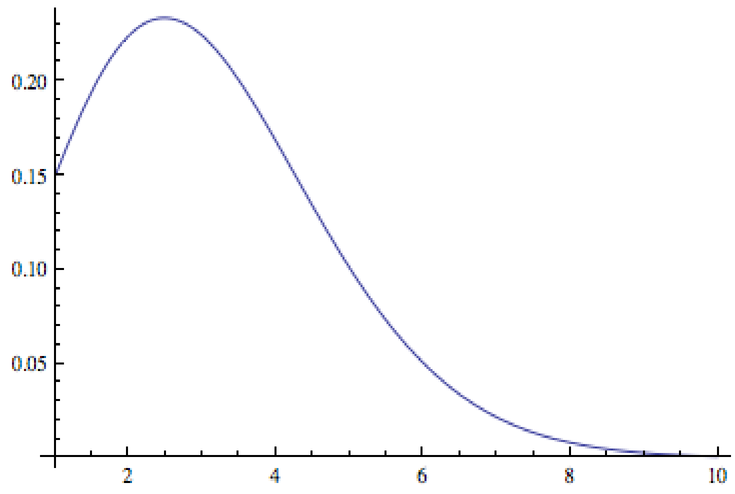
$$\sum$$

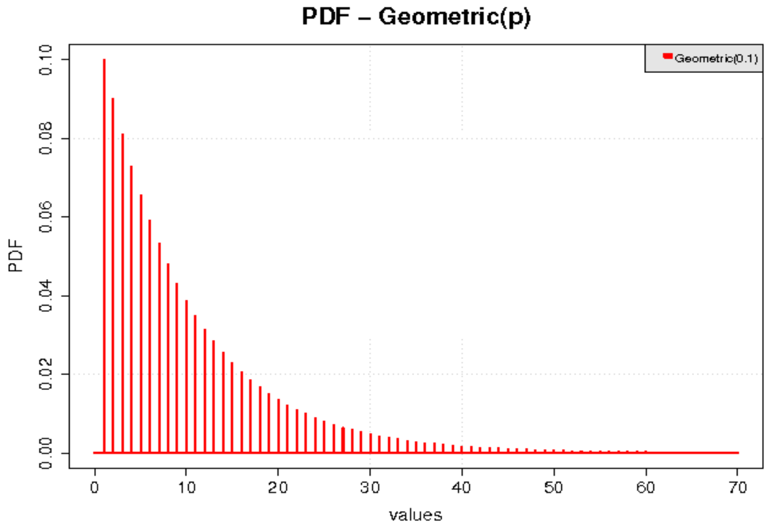
- Las funciones discretas más conocidas son: poisson, bernouilli, binomial, binomial negativa, geométrica, la hypergeométrica, etc.

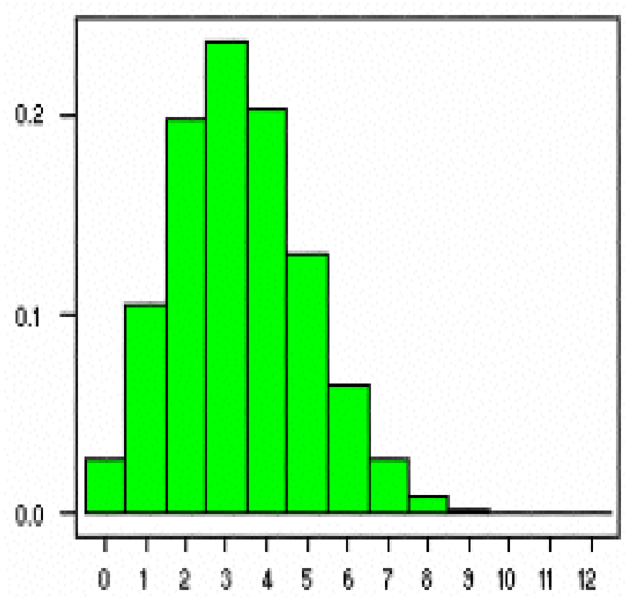




Función de probabilidad discretas

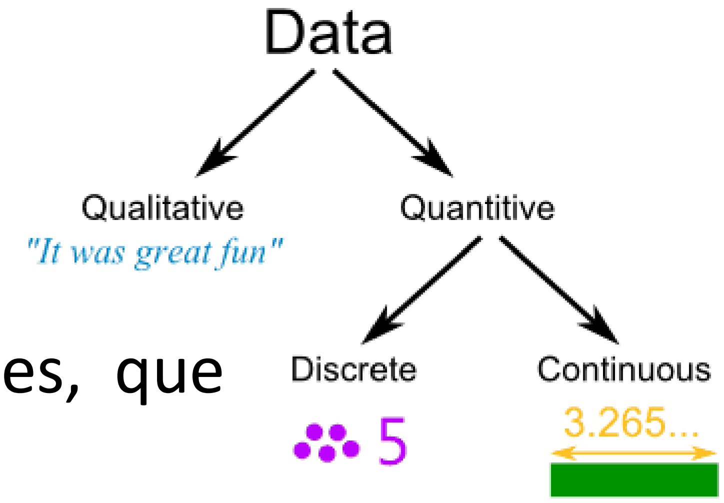






Datos continuos

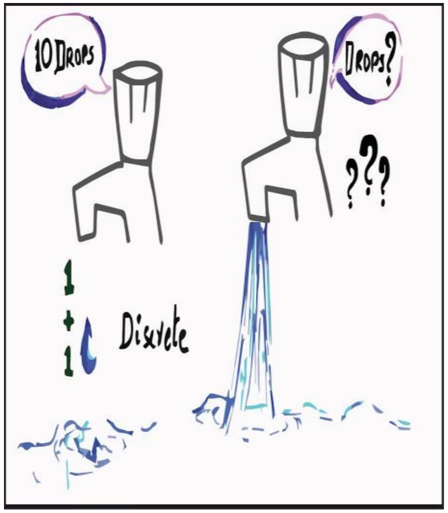
- ¿Qué son datos continuos?



- Datos de que son números reales, que van desde

  -∞ hasta +∞.

- -∞, -344.3, -243.9, 0, 5342.8, 34234.6, +∞



- Ejemplo: salario, cantidad de glóbulos rojos, presión sanguínea, volumen del agua, etc.

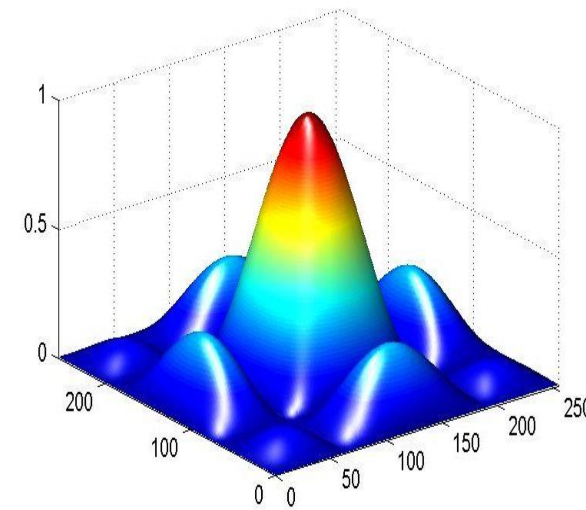
Función de probabilidad continua

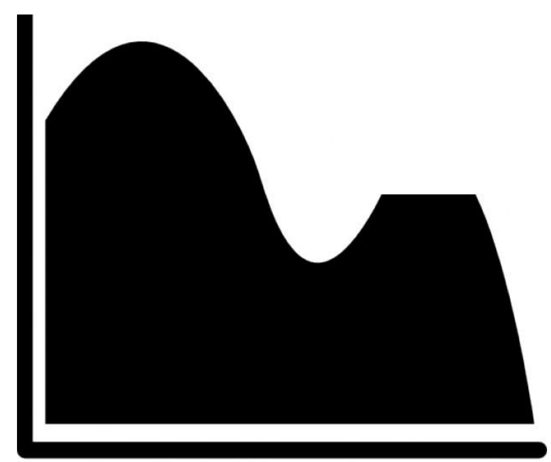
- Las funciones continuas son distribuciones que asignan una probabilidad a un fenómeno de esta clase.

- En este tipo de funciones de distribución, para obtener la probabilidad, se utilizan integrales:

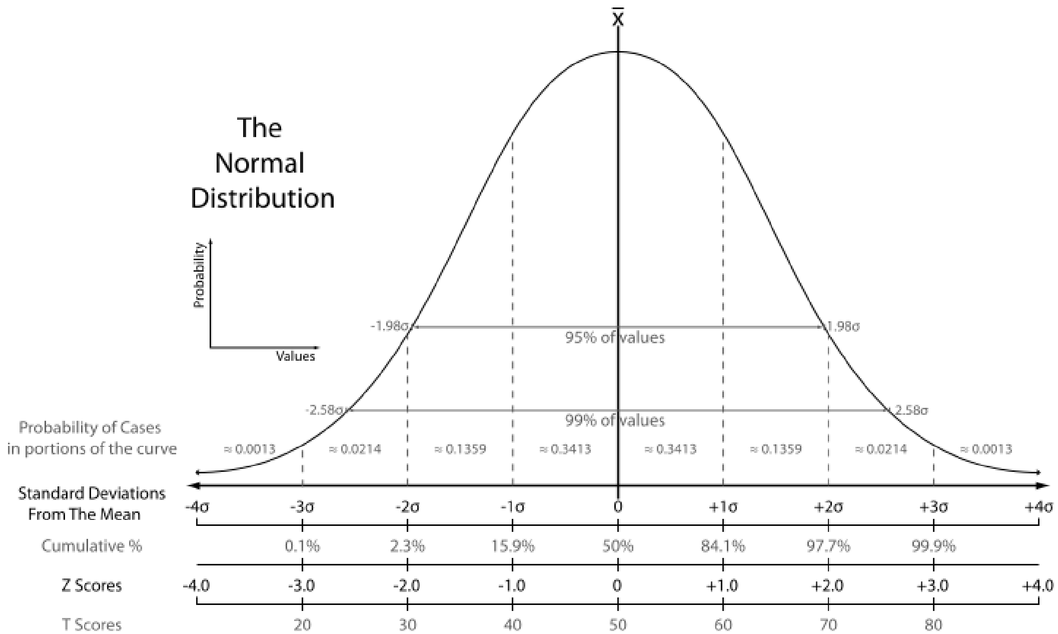
$$\int \Rightarrow \int_a^b f(x)dx$$

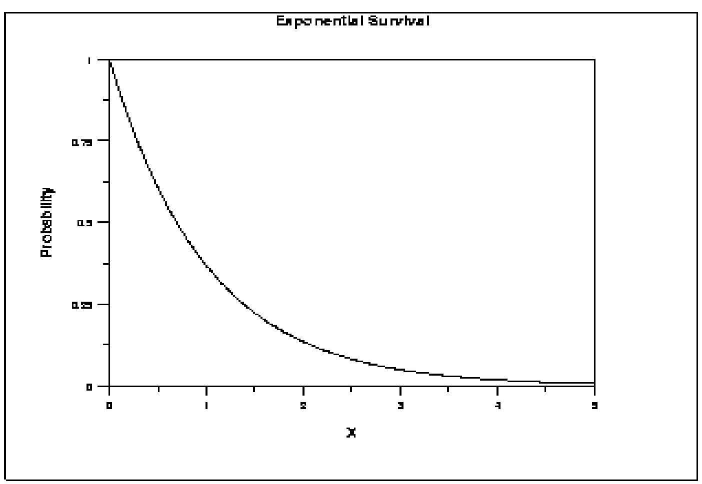
- Las funciones continuas más conocidas son: Normal, Exponencial, Weibull, Gamma, Beta, etc. .

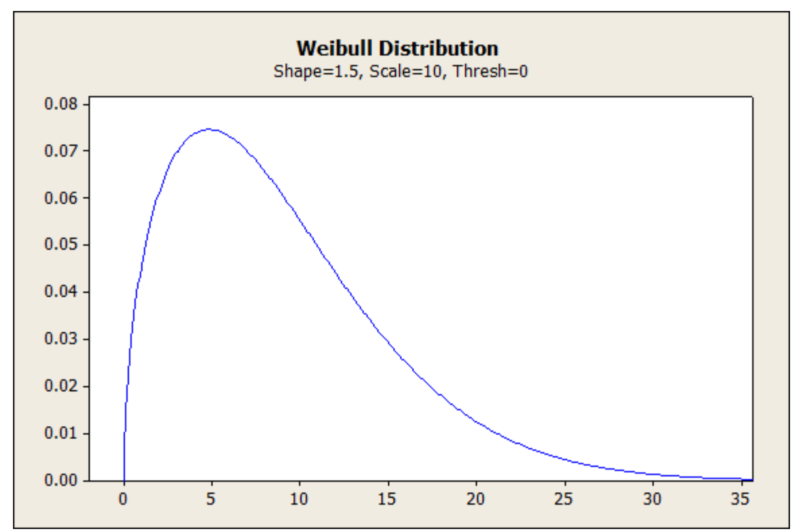




Función de probabilidad continua





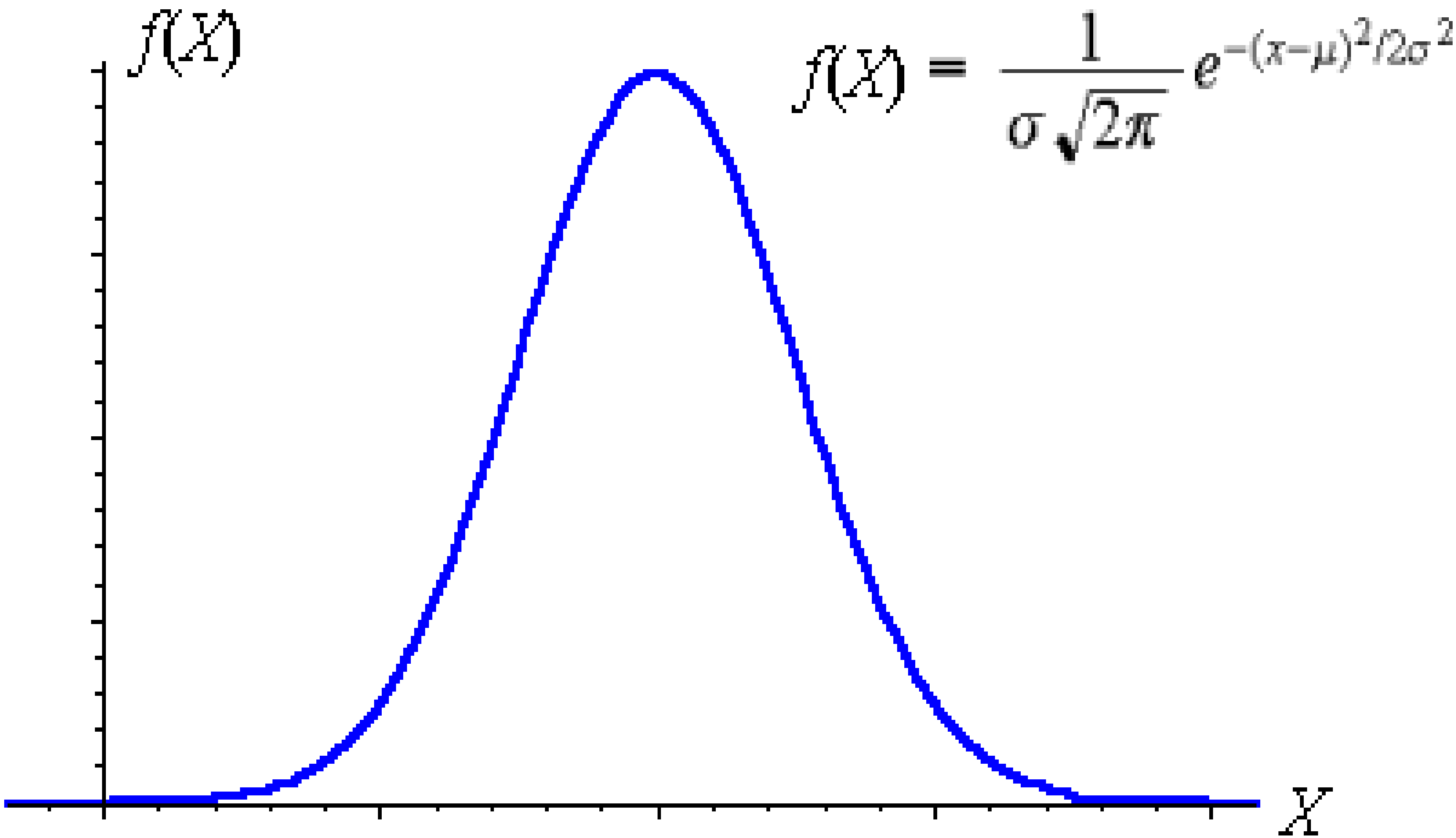


Las funciones de probabilidad

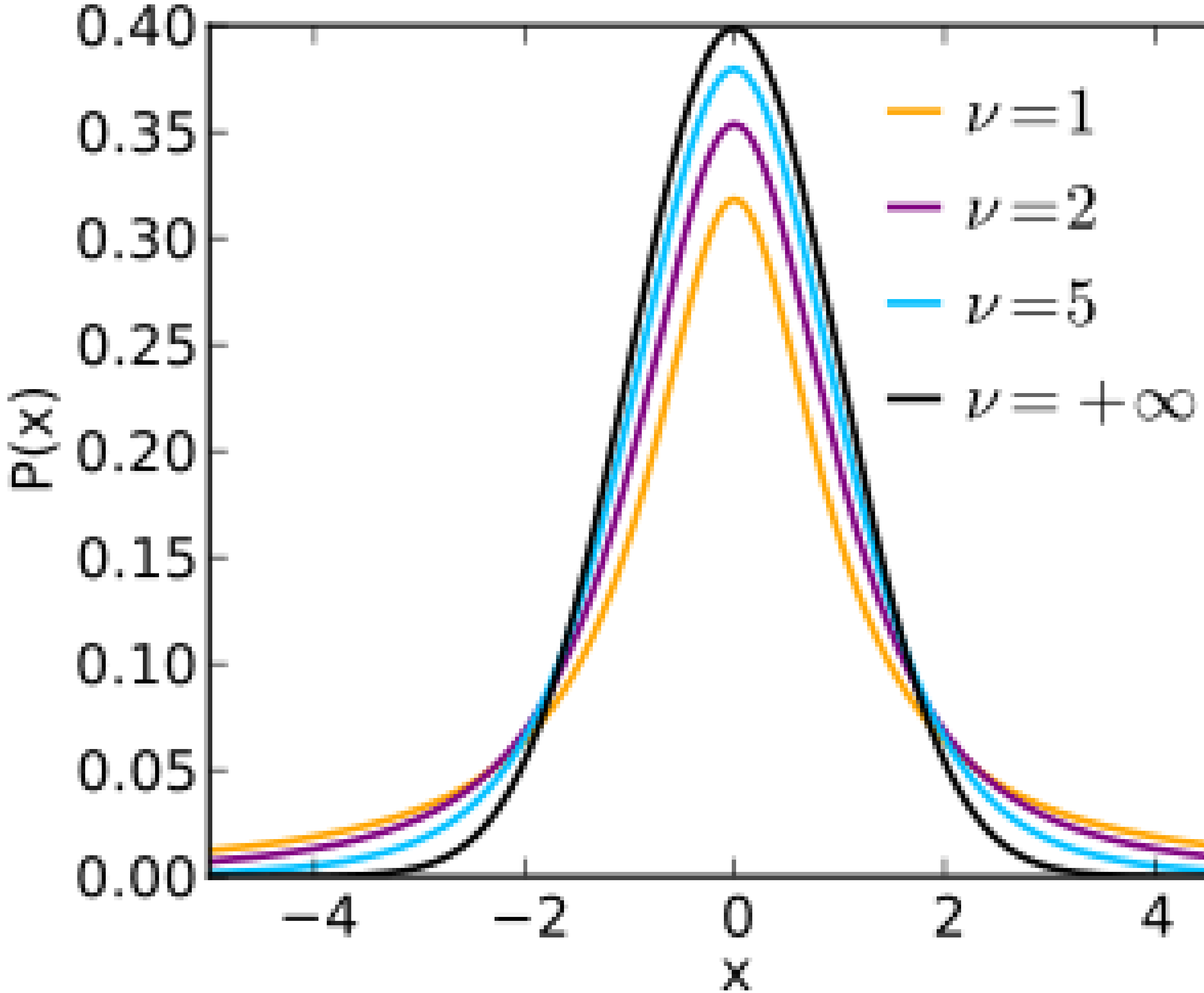
Funciones de probabilidades continuas

- Se presentan las principales funciones de probabilidades que se utilizarán en los siguientes temas.
- No se presentan funciones discretas.
- Las funciones continuas son: normal, t de Student, F de Snedecor y Chi Cuadrada.
- También se presentan sus respectivas tablas de probabilidad o valores críticos.

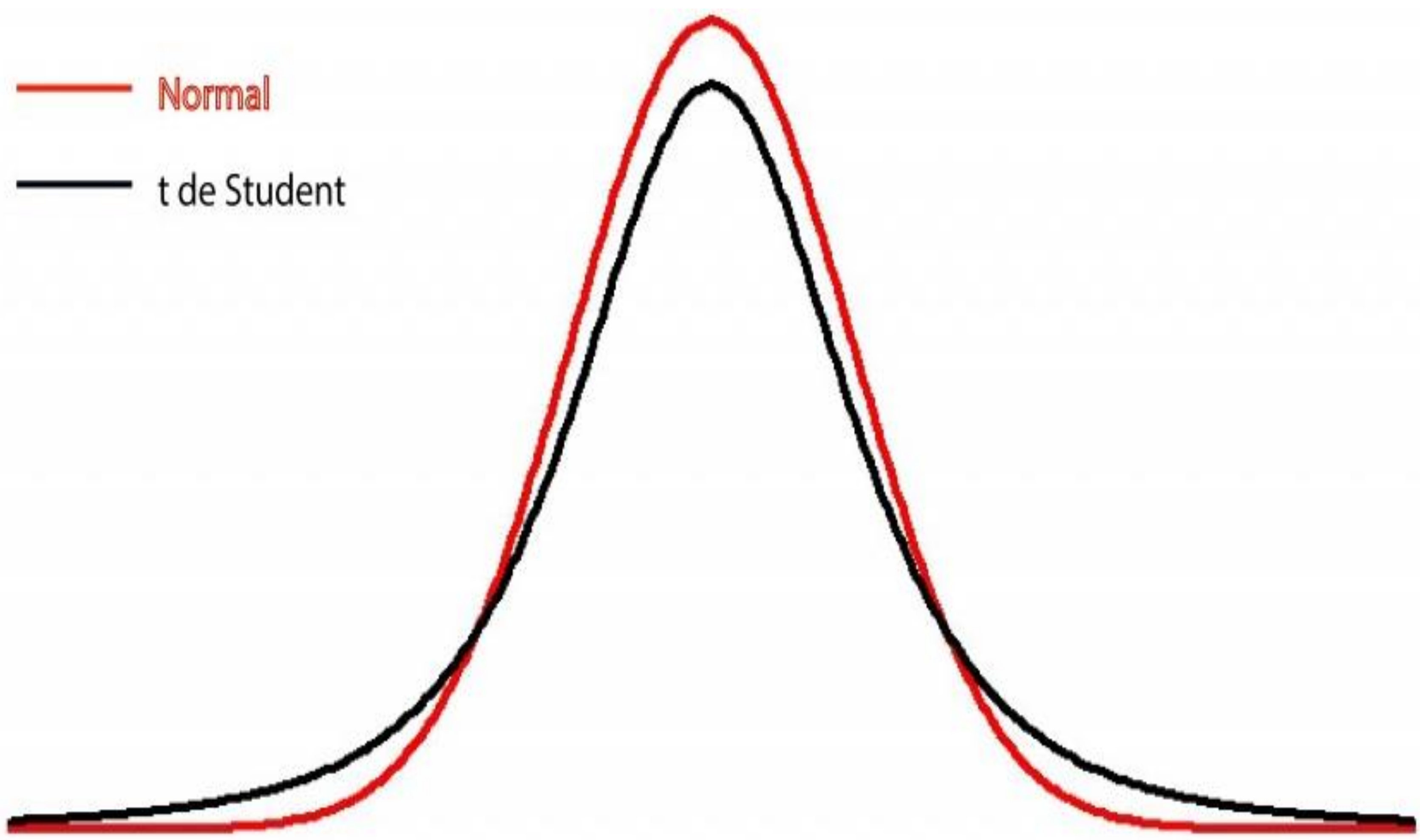
Cura normal y normal estándar



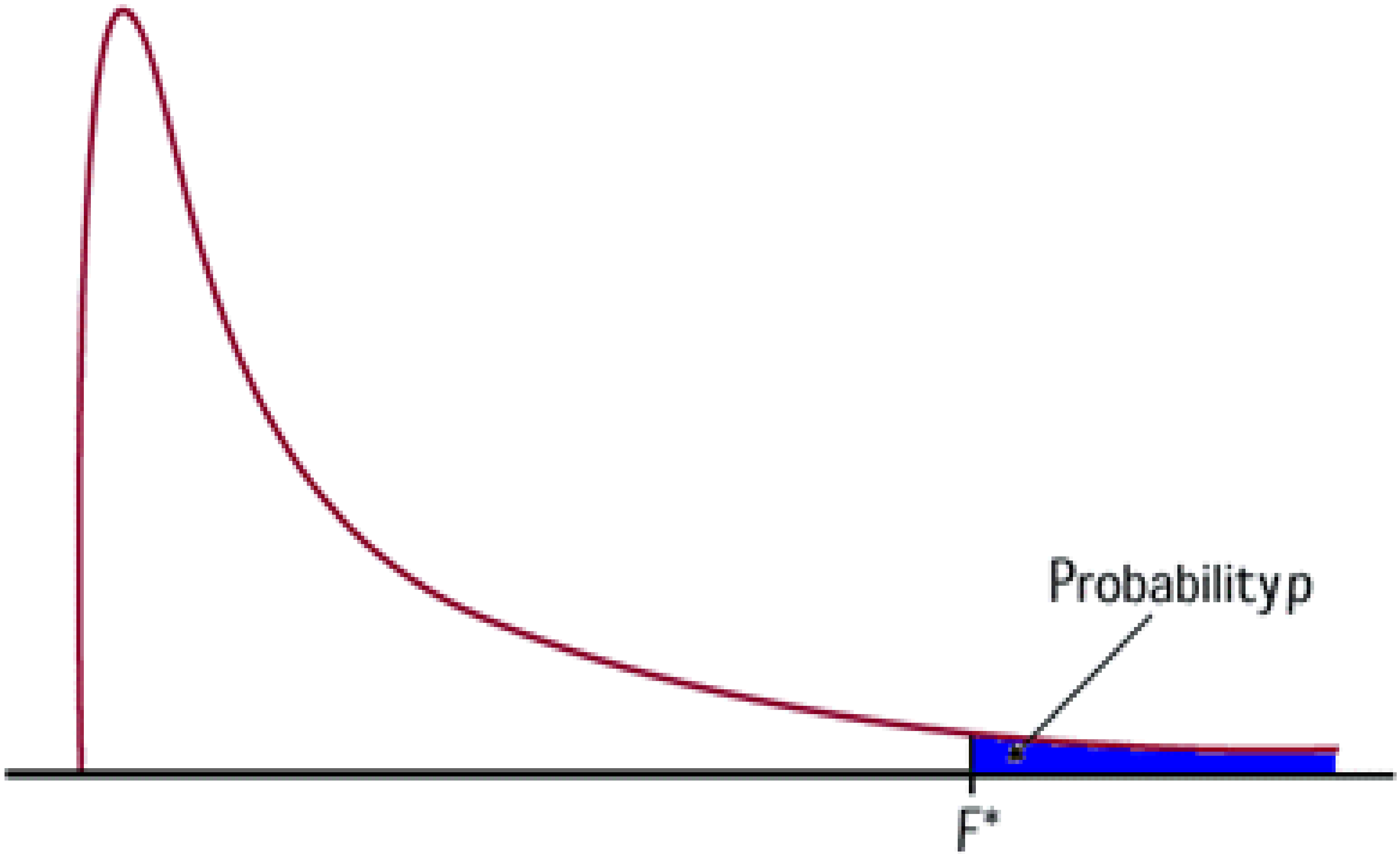
La función t de Student



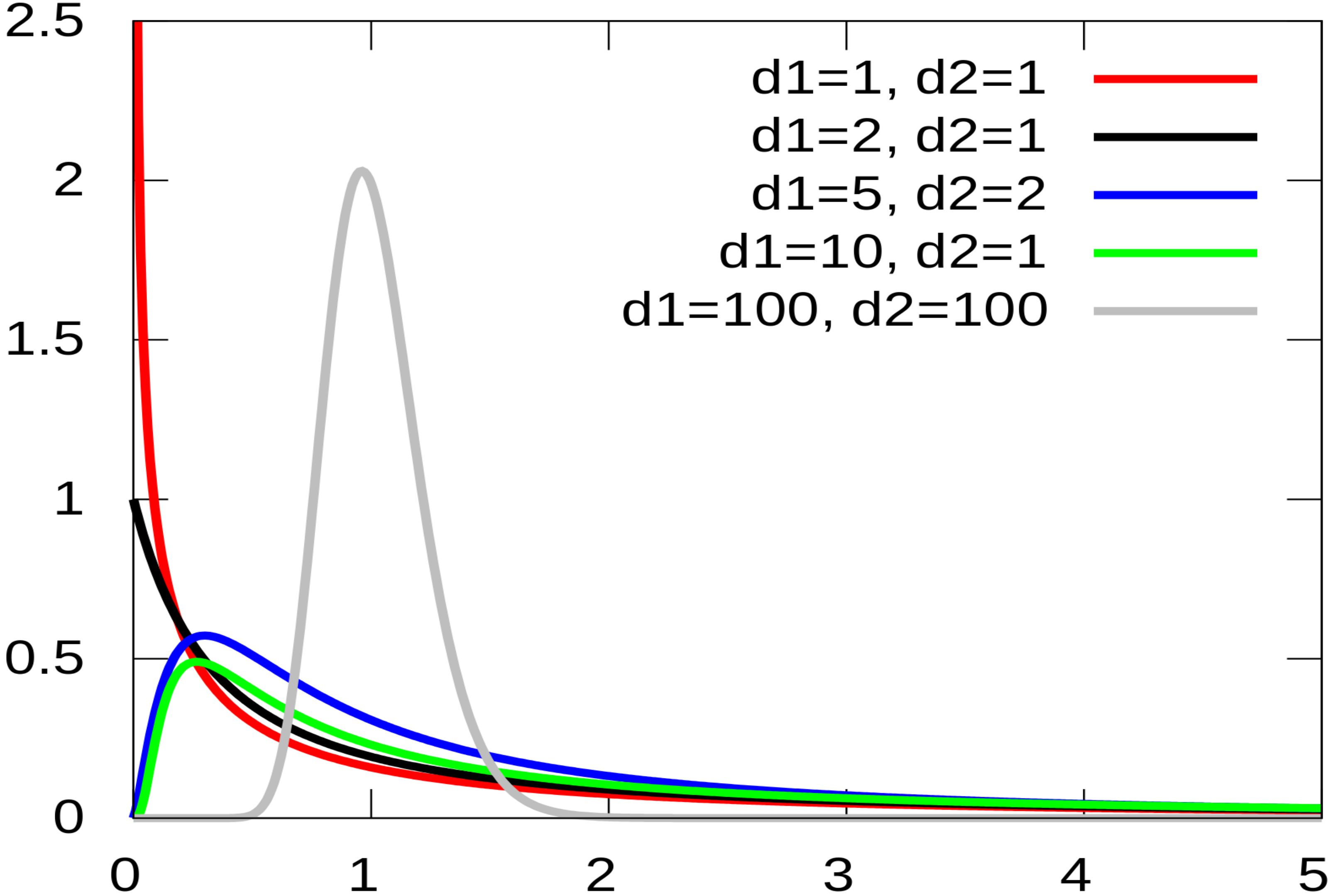
t de Student contra Normal



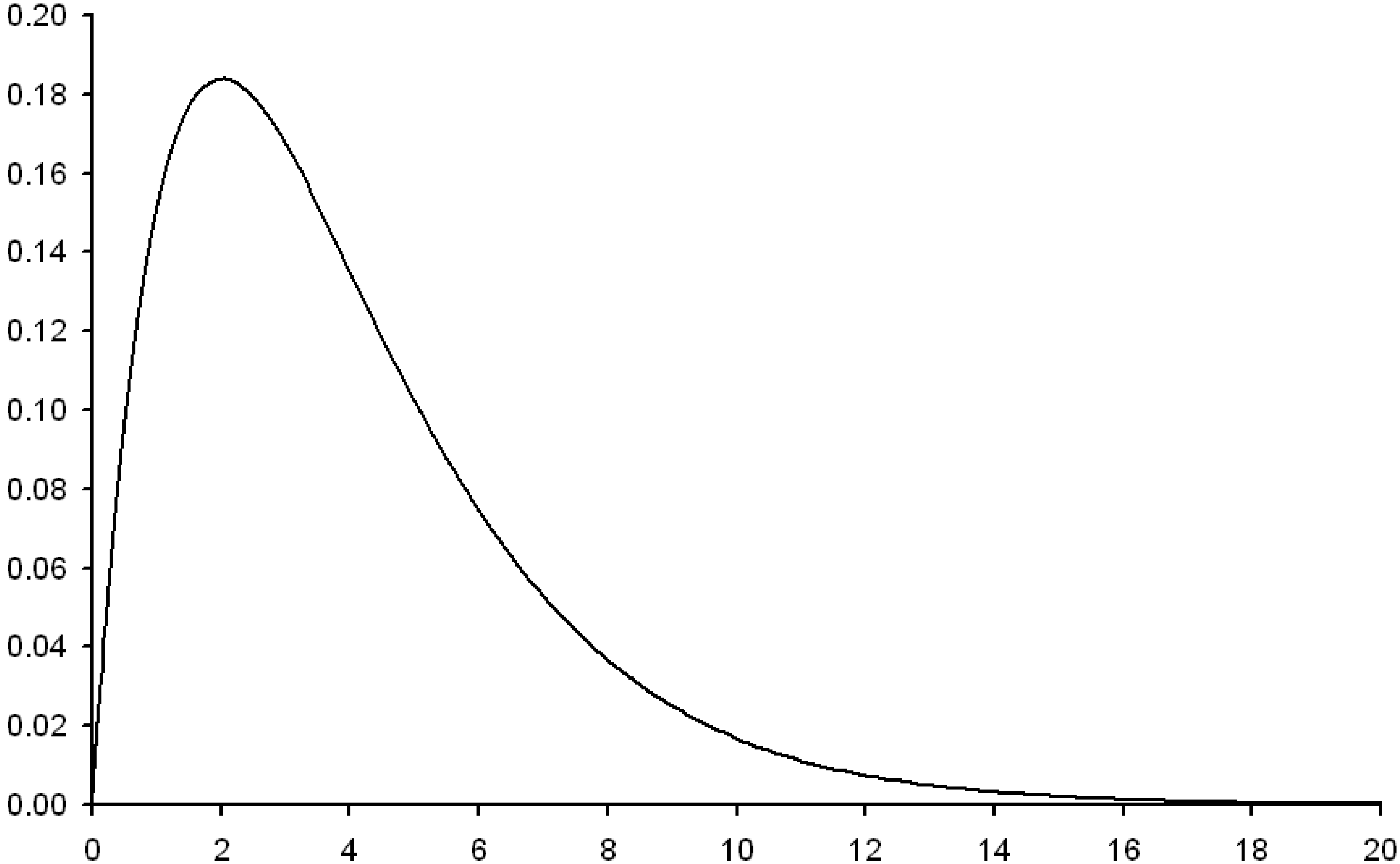
F de Snedecor



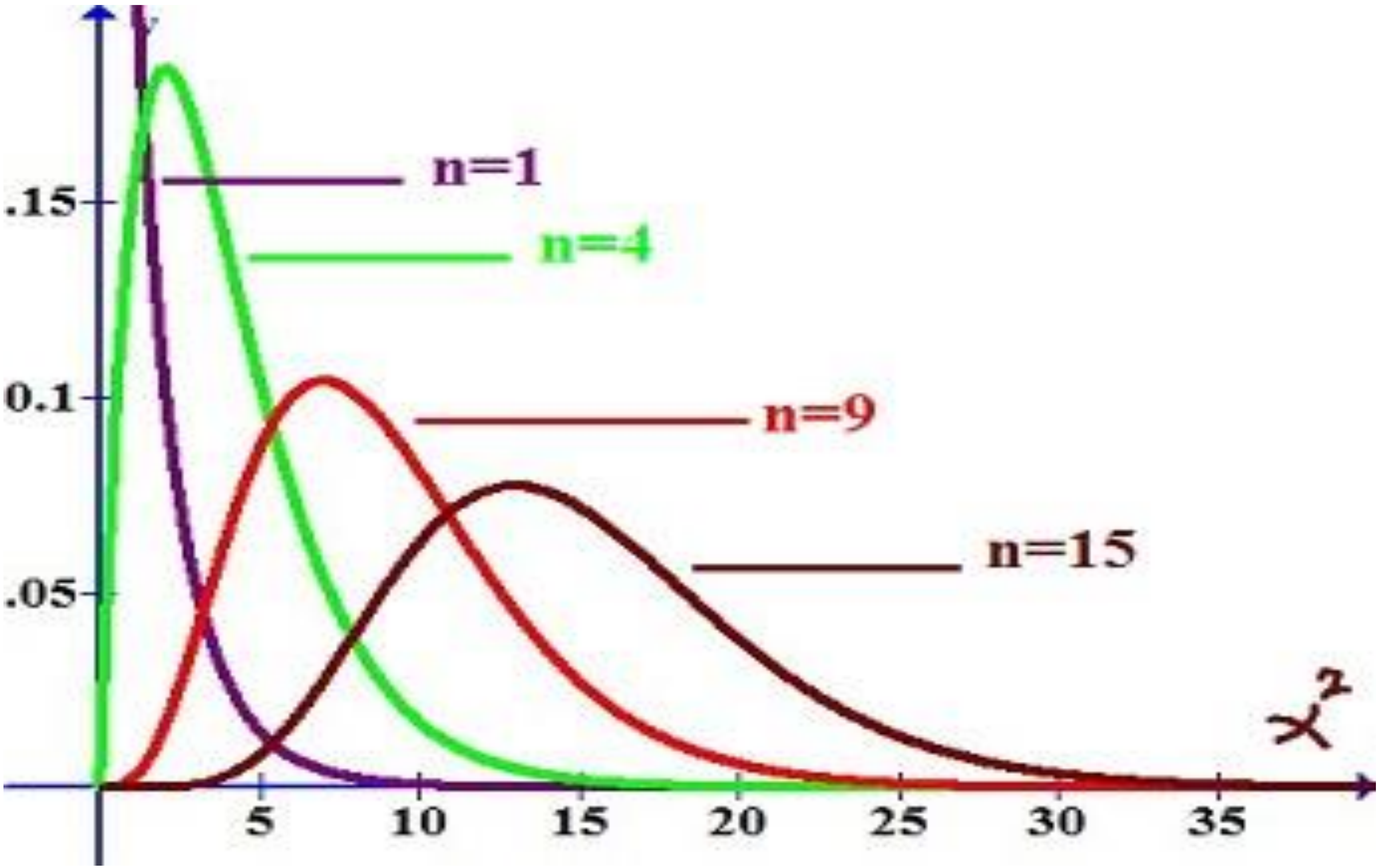
F de Snedecor



Chi-cuadrada



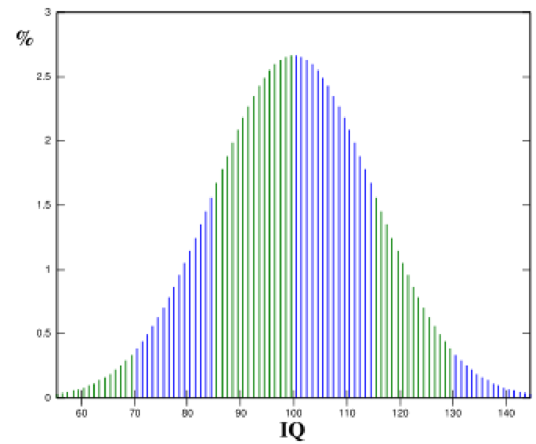
Chi-cuadrada



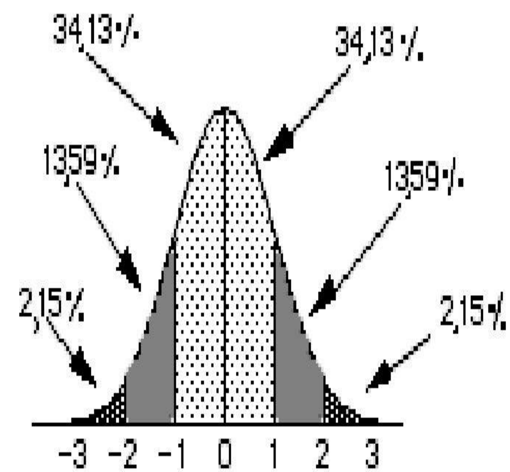
La curva normal y la normal estándar

Introducción

- Si se graficara la distribución de la mayoría de los hechos que suceden en la vida, estos suelen tener una distribución normal.



- No importa si se trata de una variable discreta (como los resultados de un dado), o de una variable continua (edades, pesos, etc.): la distribución de los resultados siempre se distribuirá de forma normal, siempre y cuando se tengan diversas “observaciones”.



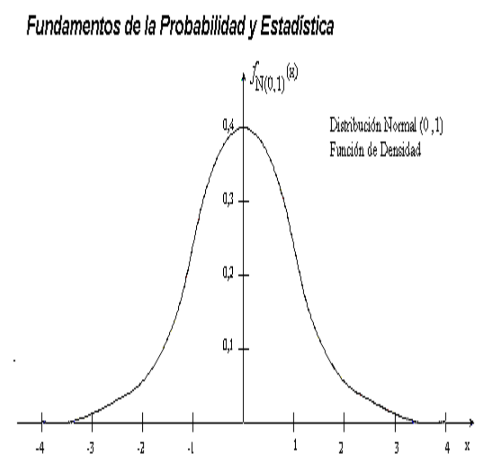
- Dado que la “distribución” de casi todos los hechos tiende a agruparse en el centro, y pierder densidad en las colas, de ahí el nombre de distribución ***normal***.

Introducción

- Esto es, sin duda alguna, el hecho más importante que ha ocurrido en la estadística: permite relacionar la estadística probabilística con la inferencial.

- El poner unir las probabilidades con ciertos criterios y métodos inferenciales hizo el gran avance en la estadística en el siglo XIX.

- Sin embargo, para hacer esto se requería que los datos provinieran de una distribución normal. Por eso es que en este capítulo analizaron la curva normal, y se introducirá brevemente ciertos criterios de inferencia estadistica.



La curva normal

- Es uno de los primeros modelos utilizados y alrededor del cual se ha desarrollado casi toda la teoría y la práctica de la estadística.
- La *curva normal* también recibe el nombre de *normal de error*, ya que los errores en las mediciones y en las observaciones corrientemente se distribuyen siguiendo un patrón en común (la forma de campana antes vista*).*
- La expresión algebraica de la curva normal es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

x = variable aleatorio en consideración

σ = desviación estándar de la variable x

μ = media aritmética de la variable x

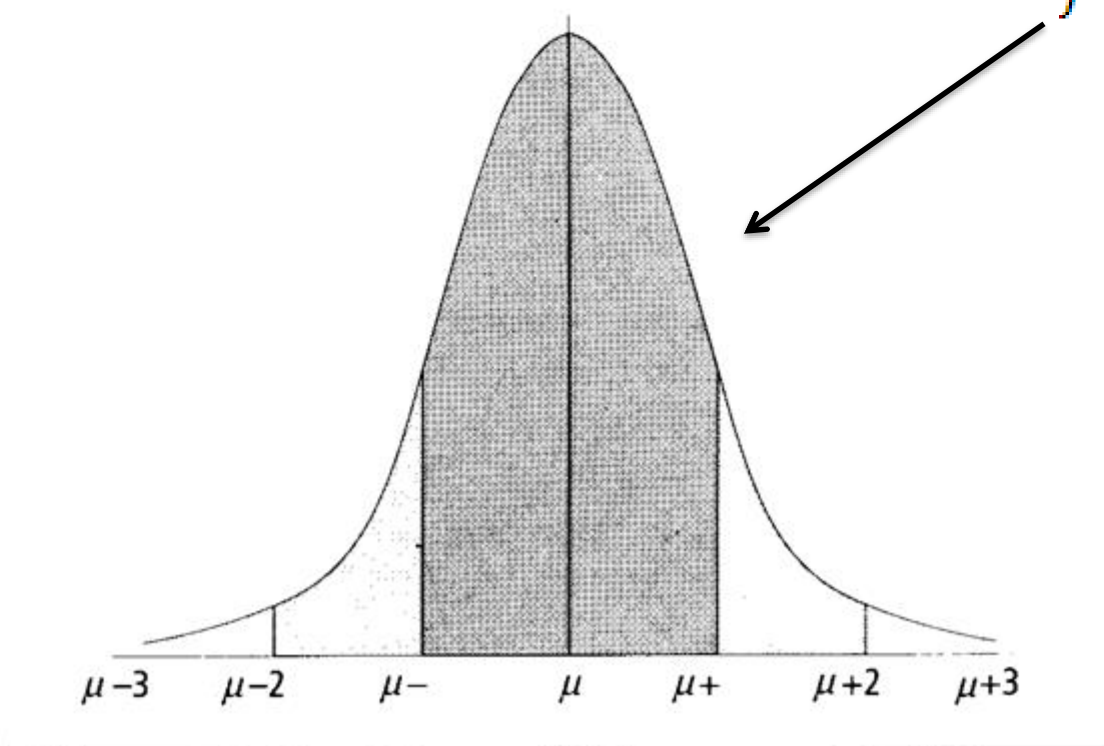
La curva normal

- Una representación de la curva normal, con sus parámetros μ y σ

  es la siguiente:

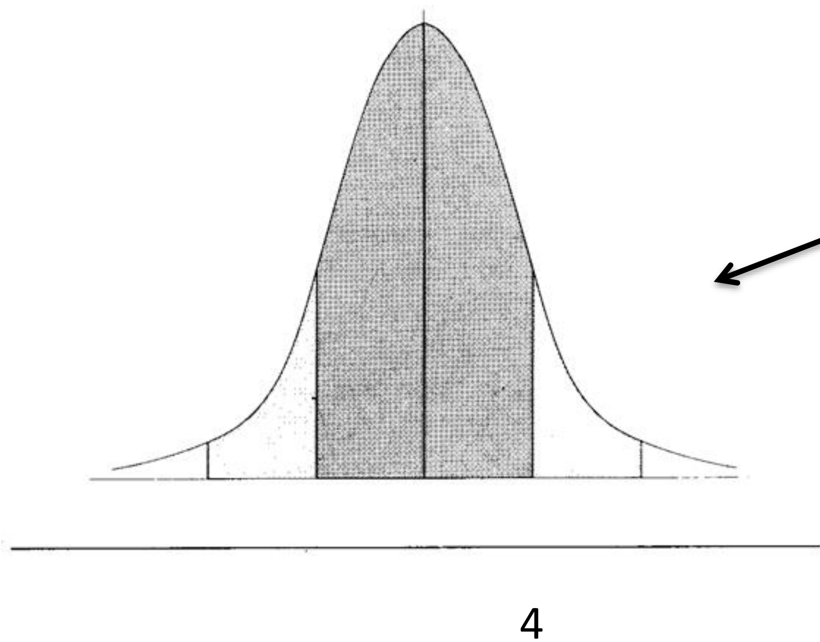
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



La curva normal

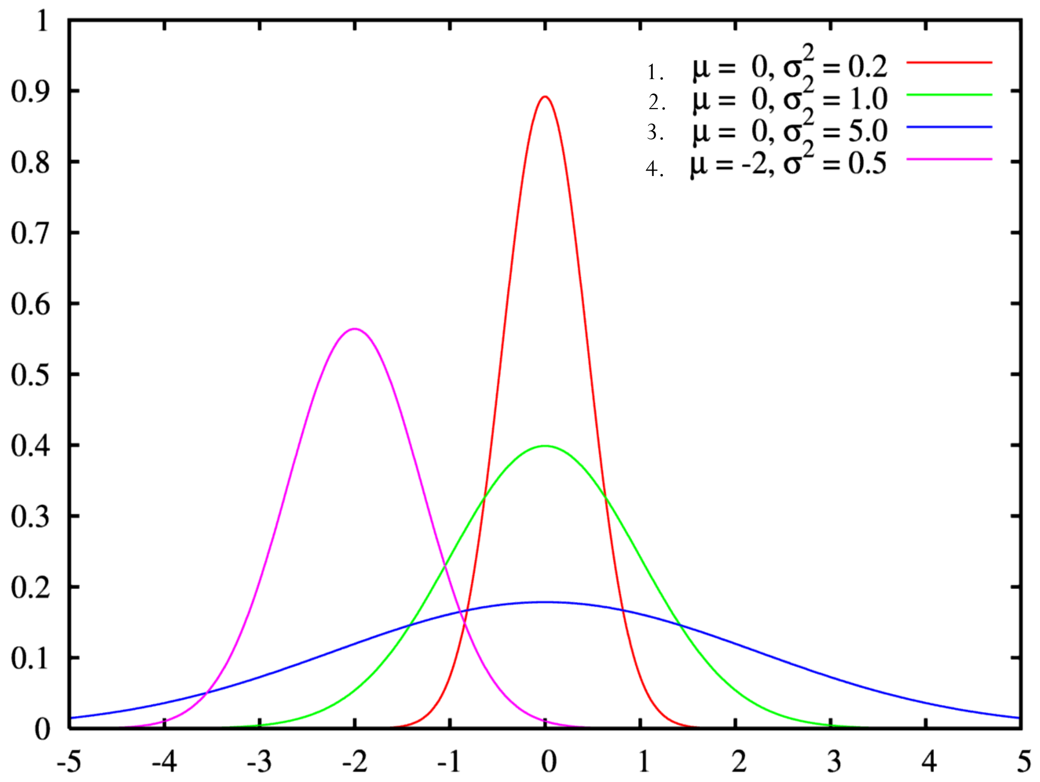
- Conociendo los valores de los parámetros (μ y σ), la curva normal estándar queda completamente definida. Por ejemplo, si la desviación estándar es 2 y el promedio 4, la expresión algebraica y su representación serían:



$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-4}{2}\right)^2}$$

La curva normal

- Como la curva normal está en función de los parámetros μ y σ, su posición central y su forma van a estar en función de estos parámetros.



1. Distribución normal con promedio centrado y muy poca variabilidad

2. Distribución normal con promedio centrado con cierta variabilidad.

3. Distribución normal con promedio centrado con demasiada variabilidad.

4. Distribución normal con promedio no centrado con poca variabilidad.

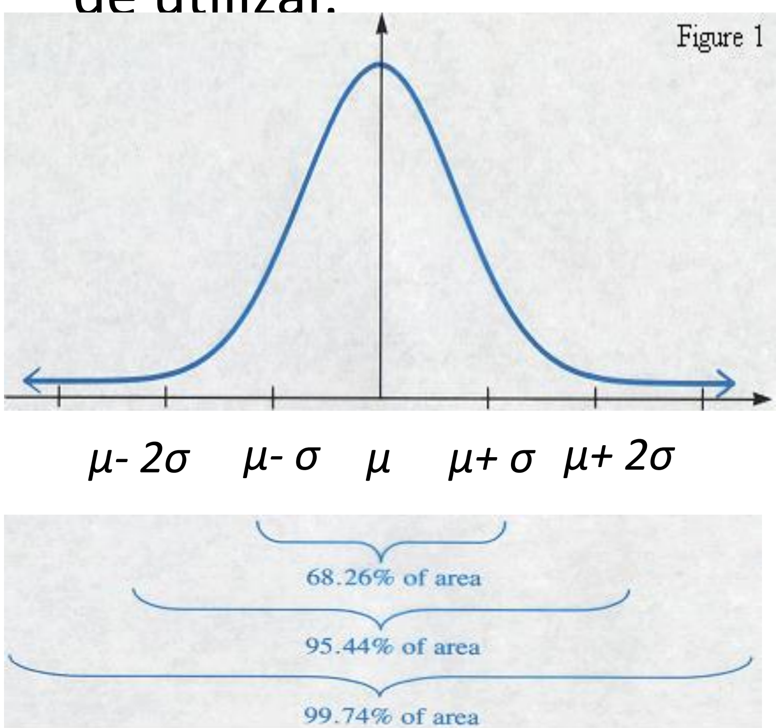
Características de la curva normal

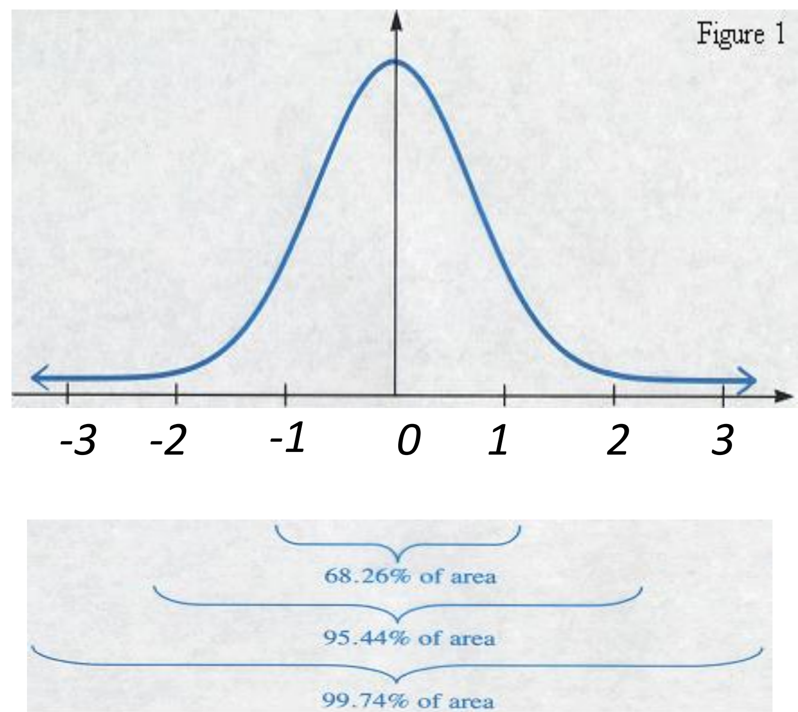
- La popularidad de la curva normal no sólo reside en que la mayoría de los eventos tienen la distribución de campana antes vista, sino también por sus 5 características:

1. *El área total bajo la curva es igual a 1.*
2. *La distribución es simétrica respecto al promedio.*
3. *El promedio, moda y media valen lo mismo.*
4. *Queda perfectamente determinada cuando se conoce μ y σ.*
5. *La curva está definida desde - ∞ hasta + ∞.*

La curva normal vs normal estándar

- Mientras que la curva normal está en función del parámetro *μ y σ*, la normal estándar está en función de *μ=0* y *σ* =1. En el fondo los resultados en probabilidad son los mismos, pero la opción “estandarizada “es más sencilla de utilizar.





La curva normal vs normal estándar

- Una curva normal queda definida si se conoce su media aritmética y su desviación estándar, pero como los valores posibles para μ *y* σ son prácticamente infinitos, es fácil concluir que el número de curvas normales es también infinito.

- Entonces, cómo el número de curvas normales es infinito, se ha calculado una tabla de probabilidades para una curva normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, y cualquier problema referente a una variable normal se traslada o refiere a la tabla mencionada mediante simples operaciones algebraicas, conocida como *curva normal estándar*.

- Se quiere alguna probabilidad para una variable normal que tenga el promedio diferente de cero, la desviación estándar diferente de 1, o ambos parámetros diferentes. Por lo tanto se realiza transformación algebraica sencilla denominada estandarización, mediante el traslado a una N~(0,1).

Probabilidades en distribución N (0,1)

- Ahora bien, explicado los dos conceptos anteriores, la gran pregunta es:

¡¿ Cómo se calculan las probabilidad?!

- Para esto entonces utilicemos la siguiente tabla de probabilidad es una normal estándar (siguientes dos filminas), y recordemos que:

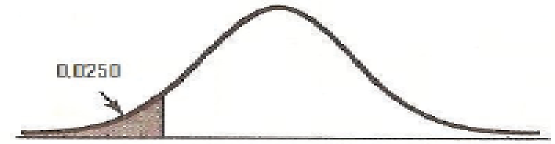
  -El área total bajo la curva suma 1.

  -La curva es simétrica con respecto al promedio.

Tabla 5. Probabilidades acumuladas de la Distribución Normal Estándar

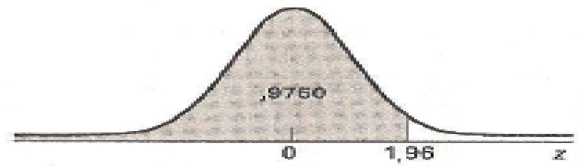
$$F(Z_o) = \int_{-\infty}^{Z_o} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^2}\, dz$$

$P(Z \leq -1{,}96) = 0{,}0250$



z	Segundo decimal de z									z
z	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0,00	z
- 4,0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0,000003	- 4,0
- 3,9	0,00003	0,00003	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00005	0,00005	- 3,9
- 3,8	0,00005	0,00005	0,00005	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00007	0,00007	0,00007	- 3,8
- 3,7	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008	0,00009	0,00009	0,00010	0,00010	0,00010	0,00011	- 3,7
- 3,6	0,00011	0,00012	0,00012	0,00013	0,00013	0,00014	0,00014	0,00015	0,00015	0,00016	- 3,6
- 3,5	0,00017	0,00017	0,00018	0,00019	0,00019	0,00020	0,00021	0,00022	0,00022	0,00023	- 3,5
- 3,4	0,00024	0,00025	0,00026	0,00027	0,00028	0,00029	0,00030	0,00031	0,00032	0,00034	- 3,4
- 3,3	0,00035	0,00036	0,00038	0,00039	0,00040	0,00042	0,00043	0,00045	0,00047	0,00048	- 3,3
- 3,2	0,00050	0,00052	0,00054	0,00056	0,00058	0,00060	0,00062	0,00064	0,00066	0,00069	- 3,2
- 3,1	0,00071	0,00074	0,00076	0,00079	0,00082	0,00084	0,00087	0,00090	0,00094	0,00097	- 3,1
-3,0	0,00100	0,00104	0,00107	0,00111	0,00114	0,00118	0,00122	0,00126	0,00131	0,00135	-3,0
-2,9	0,00139	0,00144	0,00149	0,00154	0,00159	0,00164	0,00169	0,00175	0,00181	0,00187	-2,9
-2,8	0,00193	0,00199	0,00205	0,00212	0,00219	0,00226	0,00233	0,00240	0,00248	0,00256	-2,8
-2,7	0,00264	0,00272	0,00280	0,00289	0,00298	0,00307	0,00317	0,00326	0,00336	0,00347	-2,7
-2,6	0,00357	0,00368	0,00379	0,00391	0,00402	0,00415	0,00427	0,00440	0,00453	0,00466	-2,6
-2,5	0,00480	0,00494	0,00508	0,00523	0,00539	0,00554	0,00570	0,00587	0,00604	0,00621	-2,5
-2,4	0,00639	0,00657	0,00676	0,00695	0,00714	0,00734	0,00755	0,00776	0,00798	0,00820	-2,4
-2,3	0,00842	0,00866	0,00889	0,00914	0,00939	0,00964	0,00990	0,01017	0,01044	0,01072	-2,3
-2,2	0,01101	0,01130	0,01160	0,01191	0,01222	0,01255	0,01287	0,01321	0,01355	0,01390	-2,2
-2,1	0,01426	0,01463	0,01500	0,01539	0,01578	0,01618	0,01659	0,01700	0,01743	0,01786	-2,1
-2,0	0,01831	0,01876	0,01923	0,01970	0,02018	0,02068	0,02118	0,02169	0,02222	0,02275	-2,0
-1,9	0,02330	0,02385	0,02442	**0,02500**	0,02559	0,02619	0,02680	0,02743	0,02807	0,02872	-1,9
-1,8	0,02938	0,03005	0,03074	0,03144	0,03216	0,03288	0,03362	0,03438	0,03515	0,03593	-1,8
-1,7	0,03673	0,03754	0,03836	0,03920	0,04006	0,04093	0,04182	0,04272	0,04363	0,04457	-1,7
1,6	0,04551	0,04648	0,04746	0,04846	0,04947	0,05050	0,05155	0,05262	0,05370	0,05480	-1,6
-1,5	0,05592	0,05705	0,05821	0,05938	0,06057	0,06178	0,06301	0,06426	0,06552	0,06681	-1,5
-1,4	0,06811	0,06944	0,07078	0,07215	0,07353	0,07493	0,07636	0,07780	0,07927	0,08076	-1,4
-1,3	0,08226	0,08379	0,08534	0,08692	0,08851	0,09012	0,09176	0,09342	0,09510	0,09680	-1,3
-1,2	0,09853	0,10027	0,10204	0,10383	0,10565	0,10749	0,10935	0,11123	0,11314	0,11507	-1,2
-1,1	0,11702	0,11900	0,12100	0,12302	0,12507	0,12714	0,12924	0,13136	0,13350	0,13567	-1,1
-1,0	0,13786	0,14007	0,14231	0,14457	0,14686	0,14917	0,15151	0,15386	0,15625	0,15866	-1,0
-0,9	0,16109	0,16354	0,16602	0,16853	0,17106	0,17361	0,17619	0,17879	0,18141	0,18406	-0,9
-0,8	0,18673	0,18943	0,19215	0,19489	0,19766	0,20045	0,20327	0,20611	0,20897	0,21186	-0,8
-0,7	0,21476	0,21770	0,22065	0,22363	0,22663	0,22965	0,23270	0,23576	0,23885	0,24196	-0,7
-0,6	0,24510	0,24825	0,25143	0,25463	0,25785	0,26109	0,26435	0,26763	0,27093	0,27425	-0,6
-0,5	0,27760	0,28096	0,28434	0,28774	0,29116	0,29460	0,29806	0,30153	0,30503	0,30854	-0,5
-0,4	0,31207	0,31561	0,31918	0,32276	0,32636	0,32997	0,33360	0,33724	0,34090	0,34458	-0,4
-0,3	0,34827	0,35197	0,35569	0,35942	0,36317	0,36693	0,37070	0,37448	0,37828	0,38209	-0,3
-0,2	0,38591	0,38974	0,39358	0,39743	0,40129	0,40517	0,40905	0,41294	0,41683	0,42074	-0,2
-0,1	0,42465	0,42858	0,43251	0,43644	0,44038	0,44433	0,44828	0,45224	0,45620	0,46017	-0,1
0,0	0,46414	0,46812	0,47210	0,47608	0,48006	0,48405	0,48803	0,49202	0,49601	0,50000	0,0

$P(Z \leq 1{,}96) = 0{,}975$



	Segundo decimal de *z*									
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	*z*
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586	0,0
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535	0,1
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409	0,2
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173	0,3
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793	0,4
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240	0,5
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490	0,6
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524	0,7
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,8
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,9
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214	1,0
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,1
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,2
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774	1,3
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,4
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408	1,5
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449	1,6
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327	1,7
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062	1,8
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	**0,97500**	0,97558	0,97615	0,97670	1,9
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169	2,0
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574	2,1
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899	2,2
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158	2,3
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361	2,4
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520	2,5
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643	2,6
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736	2,7
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807	2,8
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	3,9
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998	4,0

Probabilidades en distribución N (0,1)

- Esta tabla se conoce como “tablas de dos colas”; esto permite conocer directamente las probabilidades acumuladas, tanto de valores positivos como de valores negativos de la variable aleatoria z.

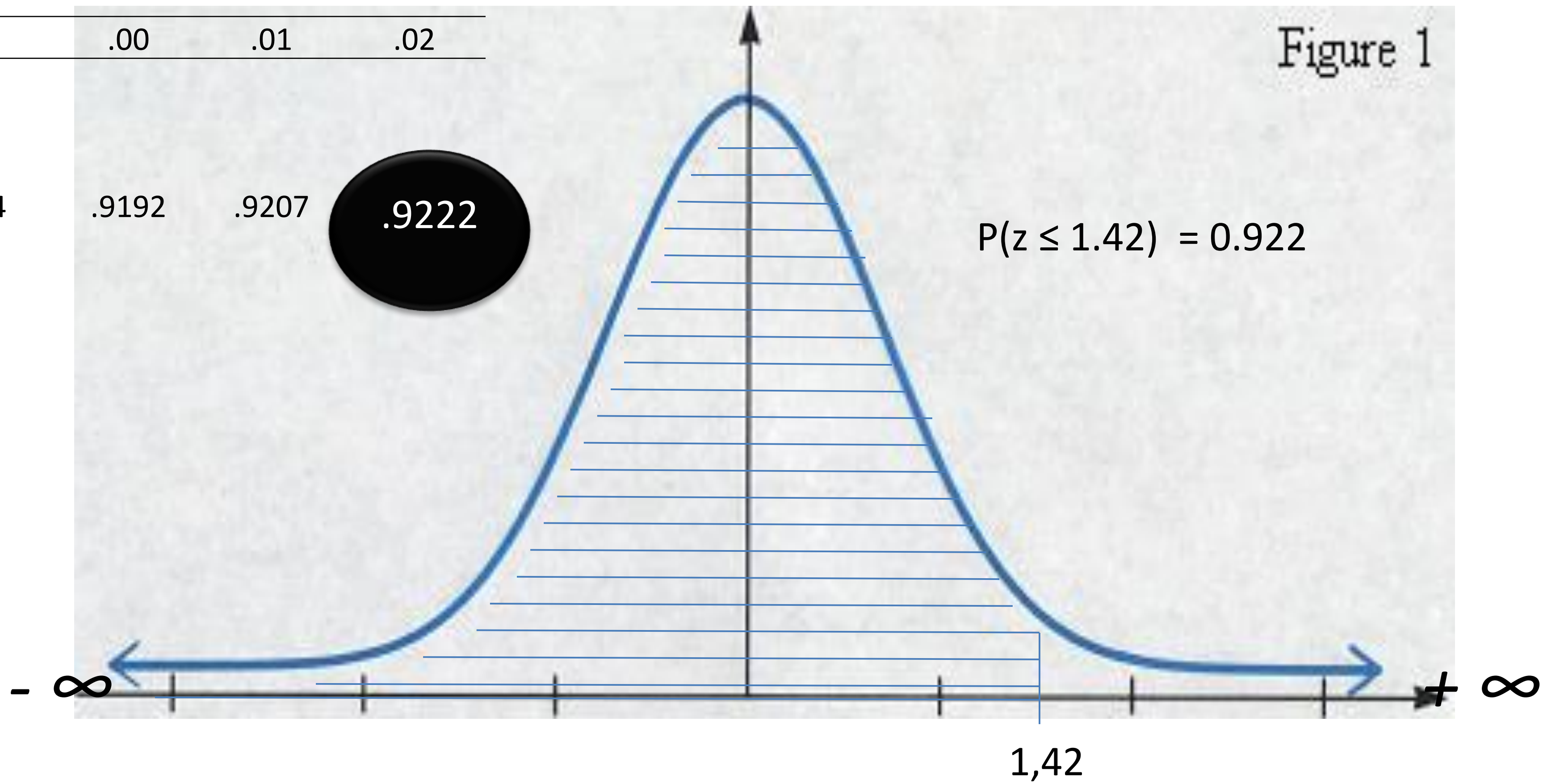
- En el empleo de la tabla se debe tomar en cuenta que:

a. En la primera columna aparecen los valores de z con un decimal;
b. En la primera hilera aparece el segundo decimal para dar mayor precisión a la tabla.
c. En el cuerpo de la tabla se muestra el área acumulada desde $-\infty$ hasta un valor positivo dado de z

Probabilidades en distribución N (0,1)

- Por ejemplo, busquemos la siguiente probabilidad de $P(z \leq 1.42)$:

z	.00	.01	.02
…			
…			
…			
1.4	.9192	.9207	.9222
…			
…			



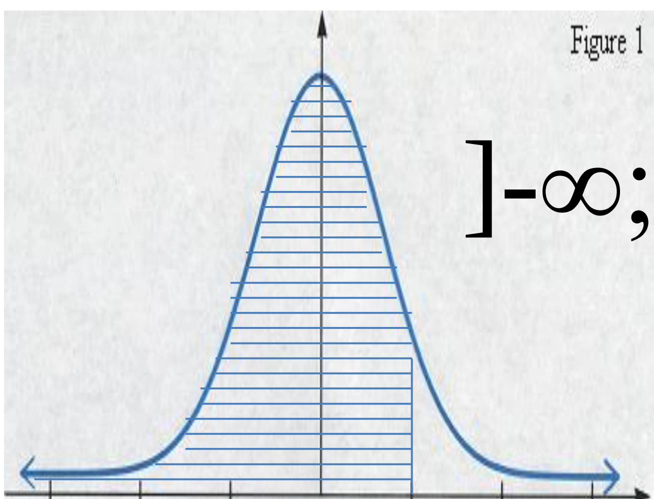
$P(z \leq 1.42) = 0.922$

Probabilidades en distribución N (0,1)

Probabilidad menor (boca a la izquierda).

- Cuando se solicita por ejemplo la siguiente probabilidad:

$$P(z \leq 1)$$



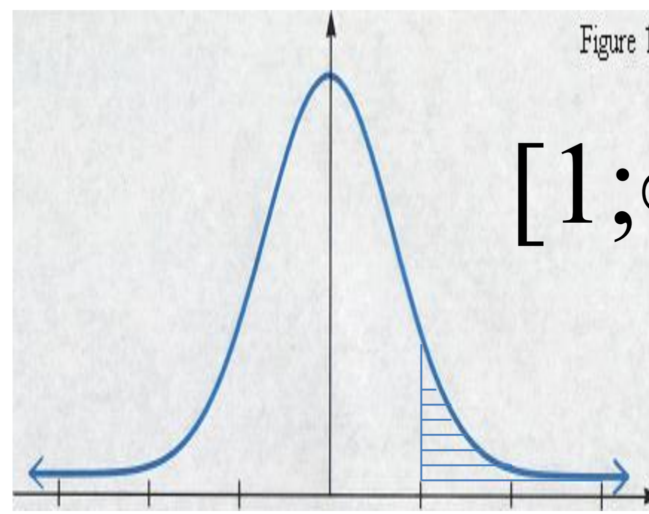
]-∞; 1]

1

Probabilidad mayor (boca a la derecha).

- Cuando se solicita por ejemplo la siguiente probabilidad:

$$P(z \geq 1)$$



[1;∞ [

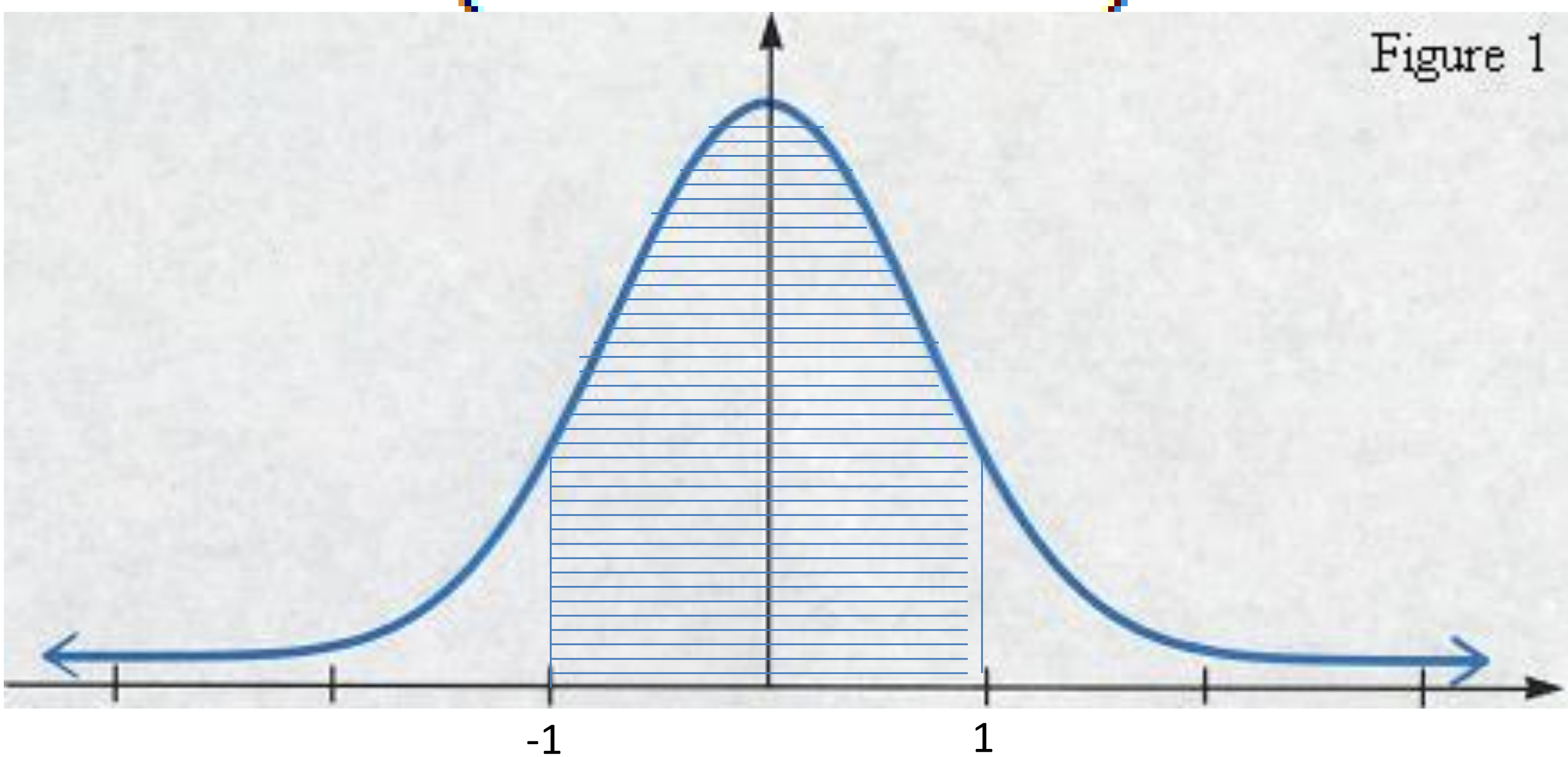
1

Probabilidades en distribución N (0,1)

Probabilidad entre dos valores (dos boca a la izquierda).

- Cuando se solicita por ejemplo la siguiente probabilidad:

$$P(-1 \leq z \leq 1)$$



La estandarización

Introducción

- Finalmente, el capítulo de “Probabilidades”, “Medidas de Tendencia”, “Variabilidad” y “La curva normal y normal estándar” se unen para llevar a cabo la estandarización.

- Supongamos el siguiente caso: queremos averiguar, para una población determinada, cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120, sabiendo de ante mano que, los datos se distribuyen normalmente, y que además los datos arrojaron el siguiente resultado:

$\mu = 105$

$\sigma = 10$

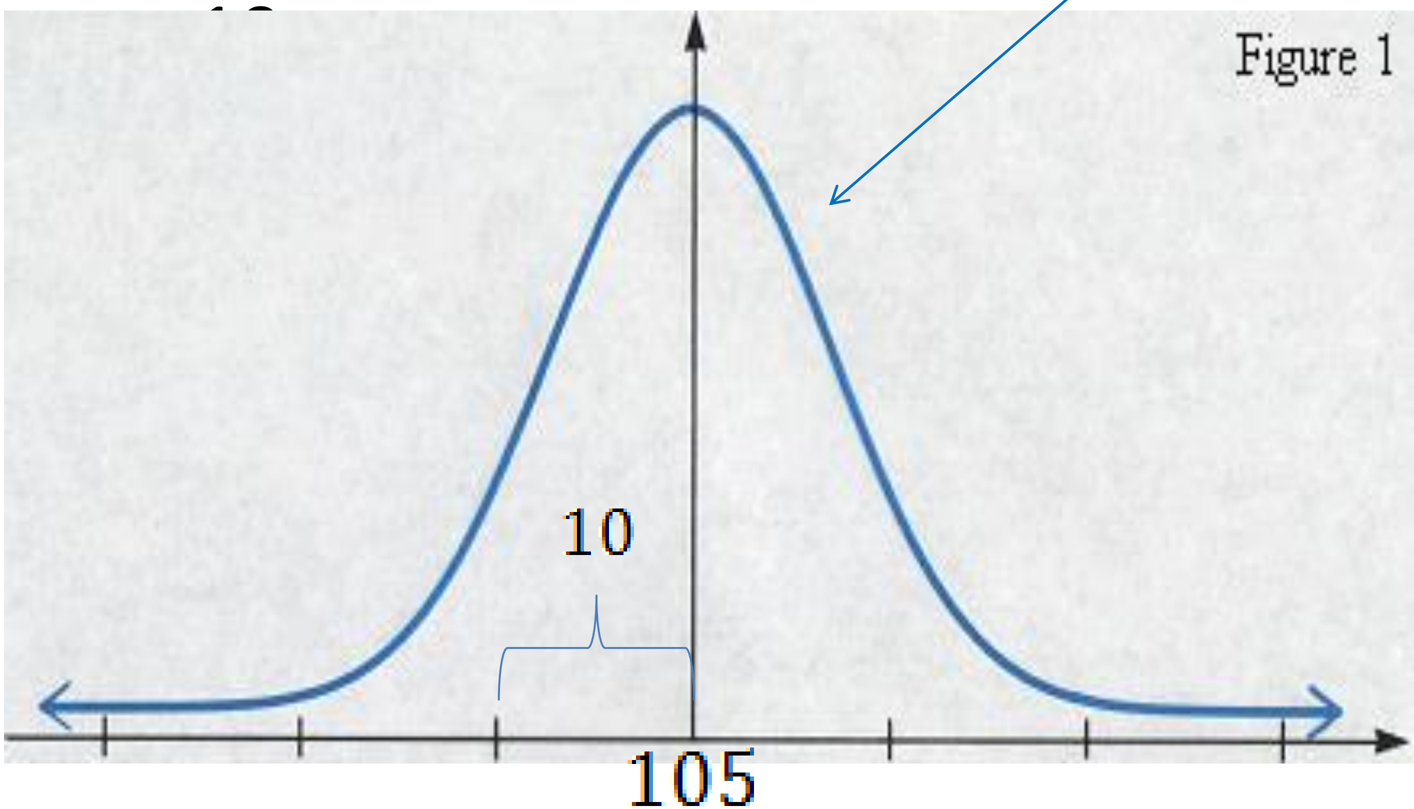
¿Cómo averiguamos este hecho?

Introducción

$$\frac{1}{10\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-105}{10}\right)^2}$$

- En nuestro caso:

$\mu = 105$



Introducción

De acuerdo al enunciado:

"… , cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120…"

-Además, recolectados todos los datos sabemos que:

$\mu = 105$

$\sigma = 10$

¿Cómo se calcula está probabilidad?

La curva normal estándar → N(0,1)

- Entonces, si tenemos un problema de una curva normal, según el enunciado, pero calculamos las probabilidades en una normal estándar: ¿qué tipo de transformación tenemos que hacer para calcular las probabilidades del enunciado en una normal estándar…?

$$\frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-105}{10}\right)^2} \longrightarrow \frac{1}{1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-0}{1}\right)^2}$$

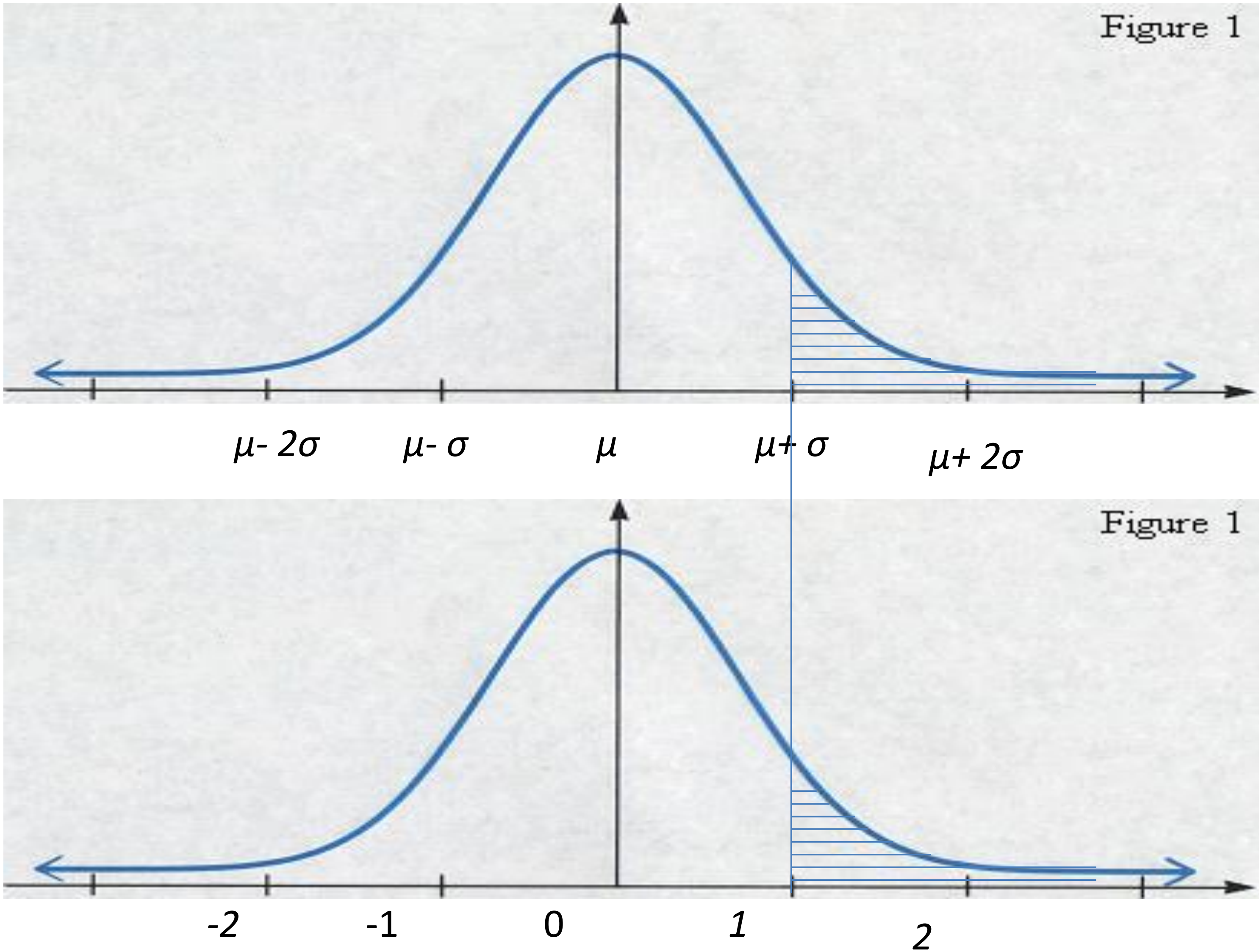
Normal

Normal Estándar

Transformació
n

La curva normal estándar → N(0,1)

En valor de la proba-bilidad, es exactamente lo mismo



Estandarización

- Para pasar de una “curva normal” a una “normal estándar”, y poder hacer el cálculo de probabilidades, debemos estandarizar.

- Estandarizar una curva normal es transformarla de manera que su media sea *cero* y su desviación estándar sea *uno*. Esto se logra restando a la variable *x* su promedio (μ) y dividiendo la diferencia entre su desviación estándar (σ) .

- [redacted]

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

N (0,1)

Estandarización

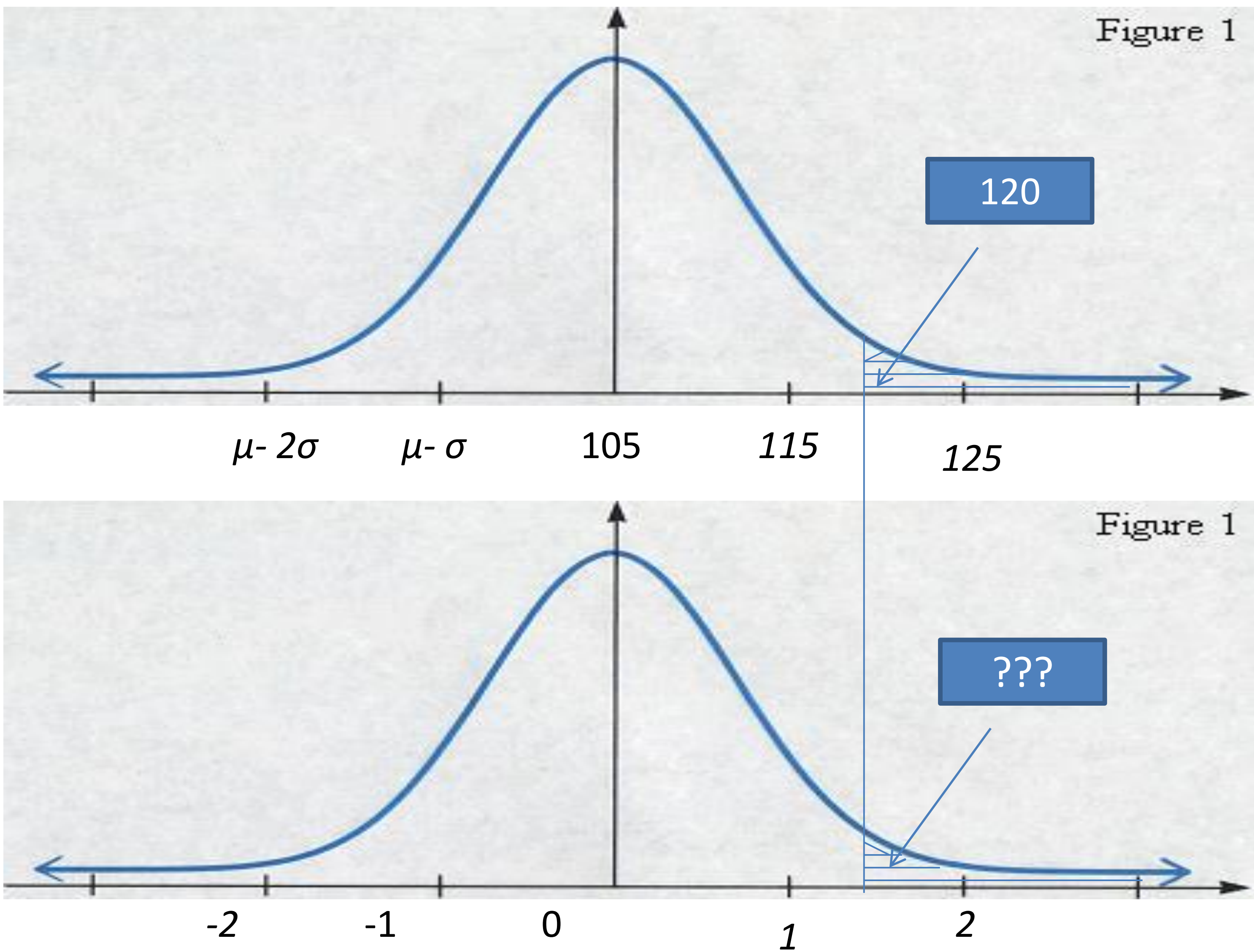
- En general, si la variable en cuestión tiene una distribución normal, con media μ y desviación estándar σ, basta con hacer el proceso anterior con el valor de interés “a”, para obtener una probabilidad.

- La estandarización es un proceso muy simple, pero muy importante, que permite resolver problemas para cualquier curva normal trasladándolos, por medio de una sencilla transformación algebraica , a la normal estándar.

- Matemáticamente se define como:

$$P(x \leq a) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = P\left(z \leq \frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Nuestro ejemplo



Estandarizando

"… , cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120…"

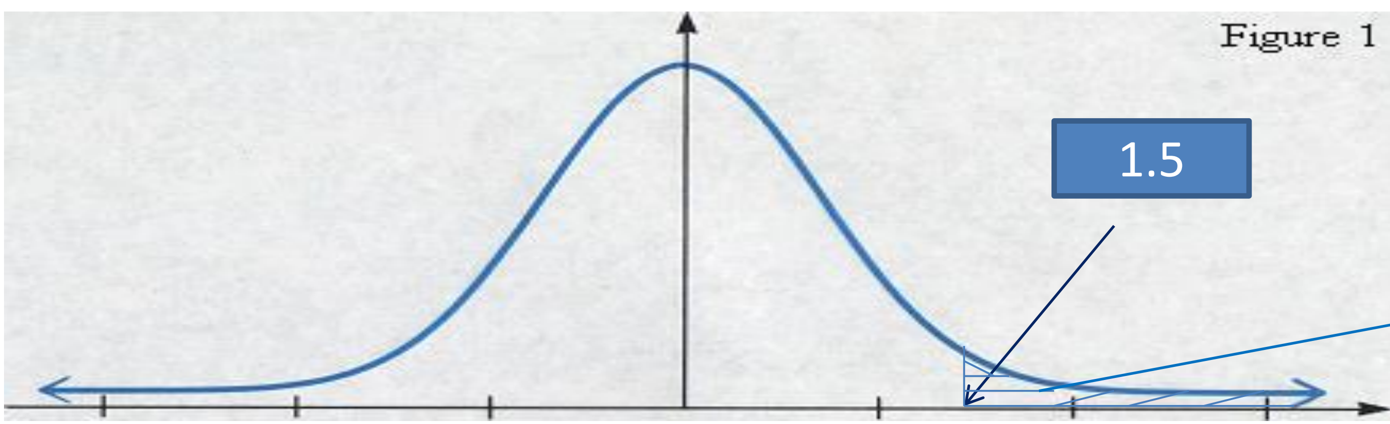
$\mu = 105$

$\sigma = 10$

Entonces estandarizamos:

$$Z = \frac{120-105}{10} = \frac{15}{10} = 1.5$$

N (0,1)



0.0668

Estandarizando

- Sería encontrar entonces P(z ≥ 1.5), ya que el enunciado dice persona con presión ***<u>superior</u>*.** En términnos de probabilidades sería.

$$P(x \geq 120)$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \geq \frac{120-105}{10}\right)$$

$$P\left(z \geq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\,(z \geq 1.5)$$

0.0668

Estandarizando

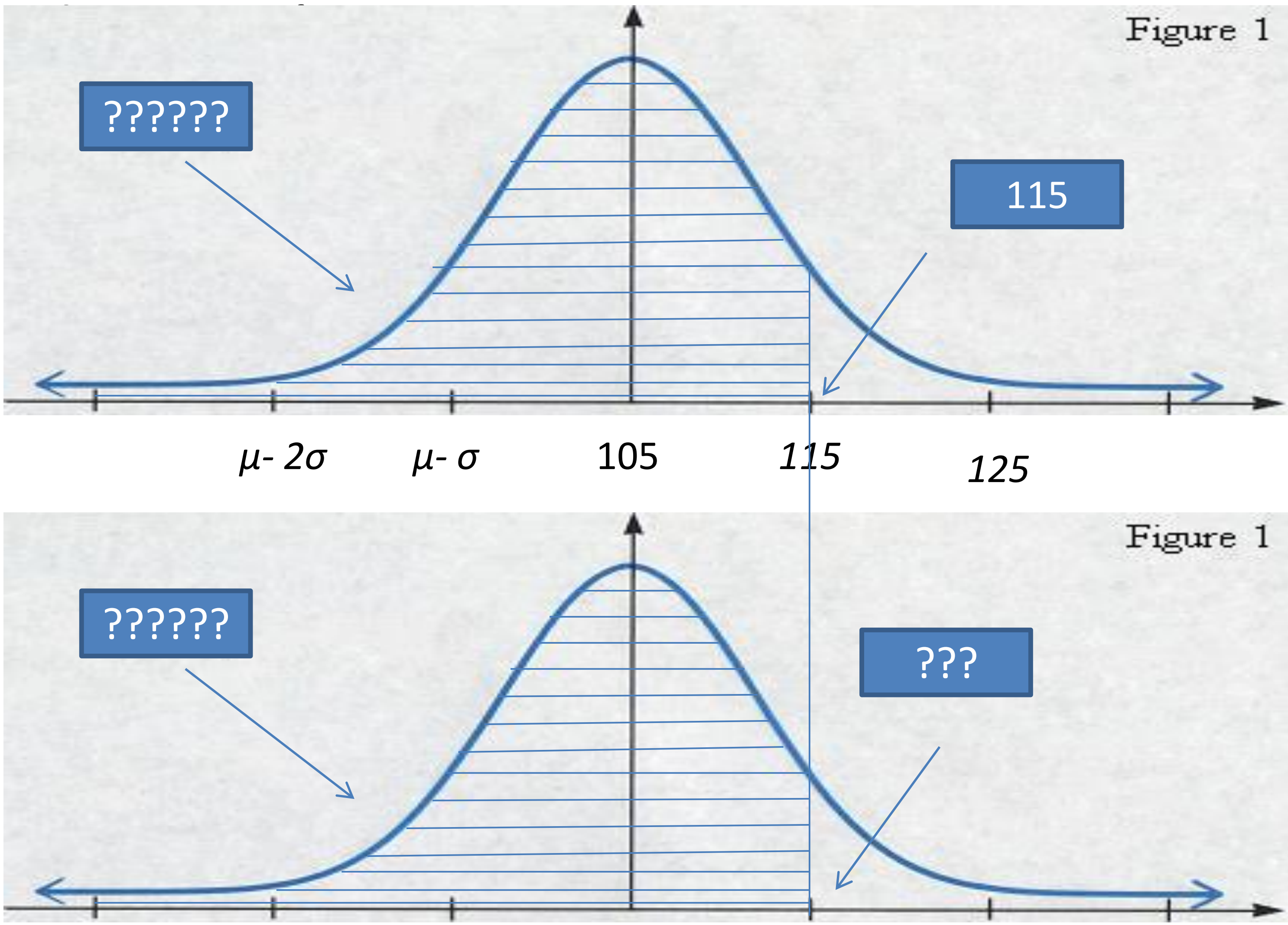
- Entonces la respuesta sería que se tiene una probabilidad de 0.0668 de encontrar personas con más de 120 de presión diastólica, lo cuál es un hecho muy poco probable.

- Ahora, que pasa si en vez de encontrar la probabilidad anterior, no gustaría saber:

1. La probabilidad de personas con menos de 115 de presión diastólica.
2. Personas con presión entre 110 y 120.

Estandarizando

1. La probabilidad de personas con menos de 115



Estandarizando

- La solución sería:

$$P(x \leq 115)$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{115-105}{10}\right)$$

$$P\left(z \leq \frac{10}{10}\right)$$

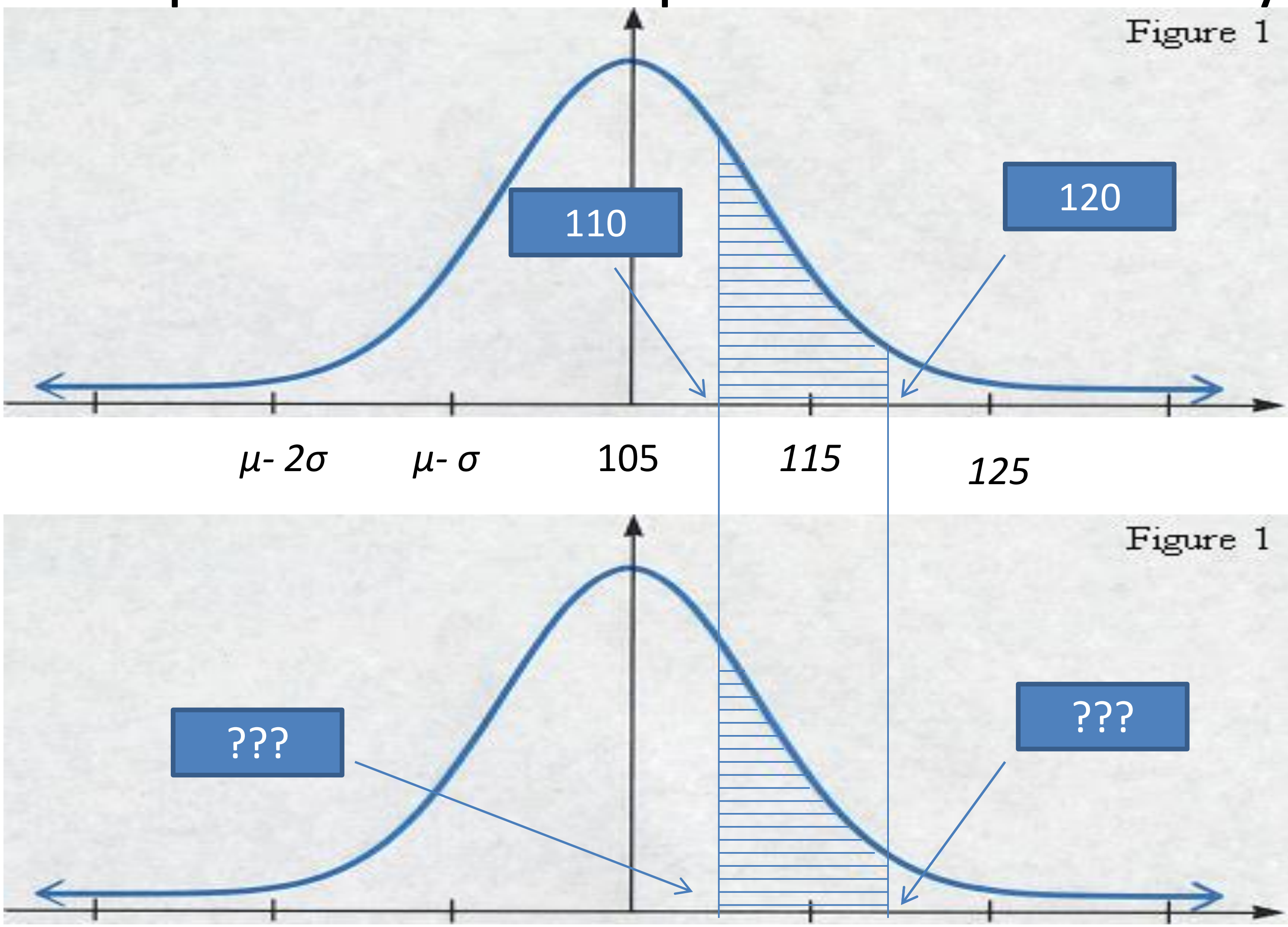
$$P\left(z \leq 1\right)$$

0.8413

R: se tiene una probabilidad de 0.8413 de encontrar personas con menos de 115 de presión diastólica, lo cuál es un hecho muy probable.

Estandarizando

- La probabilidad de personas entre 110 y 120 de



Estandarizando

- La solución sería:

$$P(110 \leq x \leq 120)$$

$$P\left(\frac{110-105}{10} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{120-105}{10}\right)$$

$$P\left(\frac{5}{10} \leq z \leq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\left(\frac{5}{10} \leq z \leq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\,(0.5 \leq z \leq 1.5)$$

=0.6915-0.9332

0.2417


arte
FIN