La estandarización

Oscar Centeno Mora

Introducción

- Finalmente, el capítulo de "Probabilidades", "Medidas de Tendencia", "Variabilidad" y "La curva normal y normal estándar" se unen para llevar a cabo la estandarización.

- Supongamos el siguiente caso: queremos averiguar, para una población determinada, cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120, sabiendo de ante mano que, los datos se distribuyen normalmente, y que además los datos arrojaron el siguiente resultado:

$\mu = 105$

$\sigma = 10$

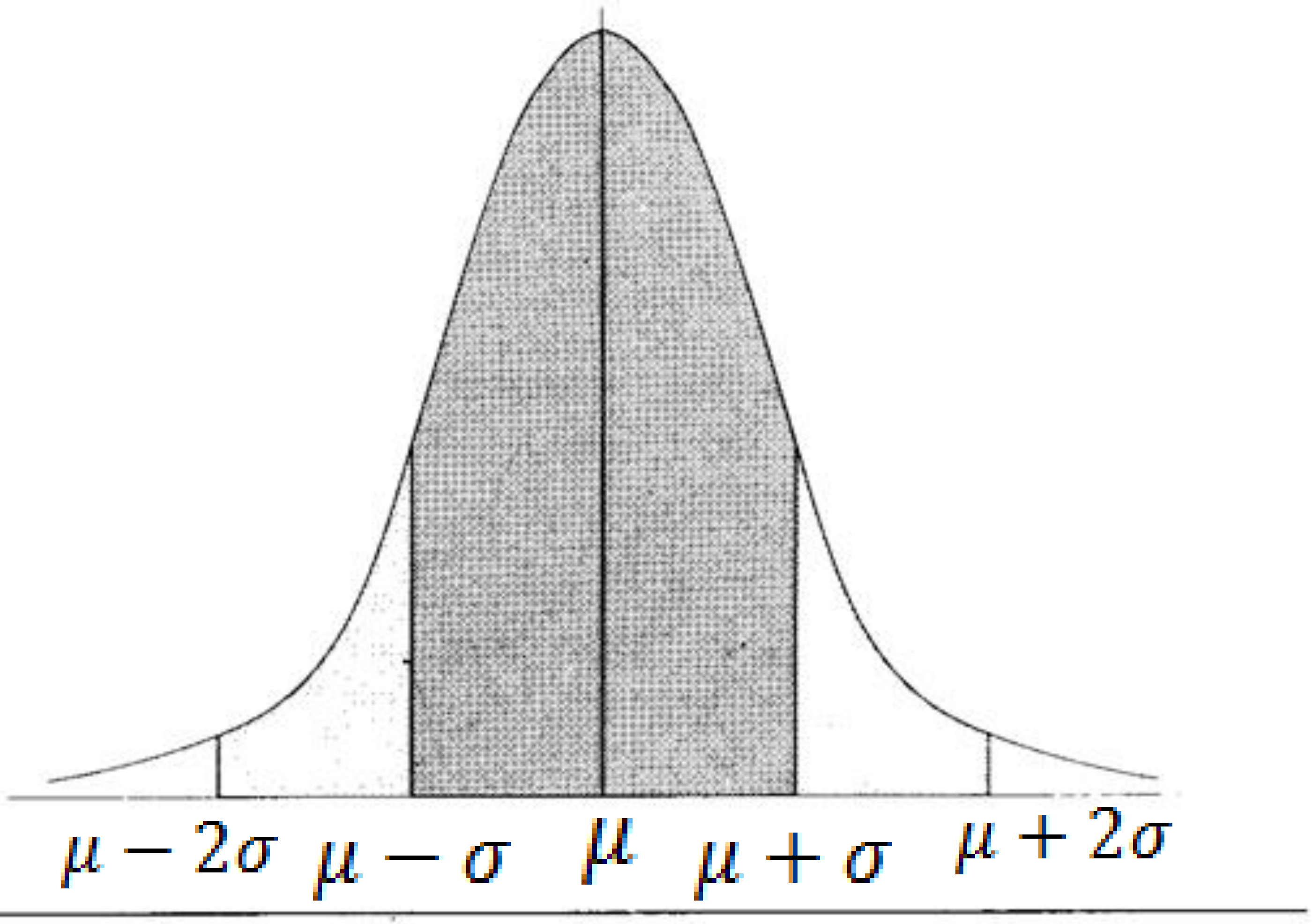
¿Cómo averiguamos este hecho?

Introducción

Curva normal, definida por:

-μ

-σ



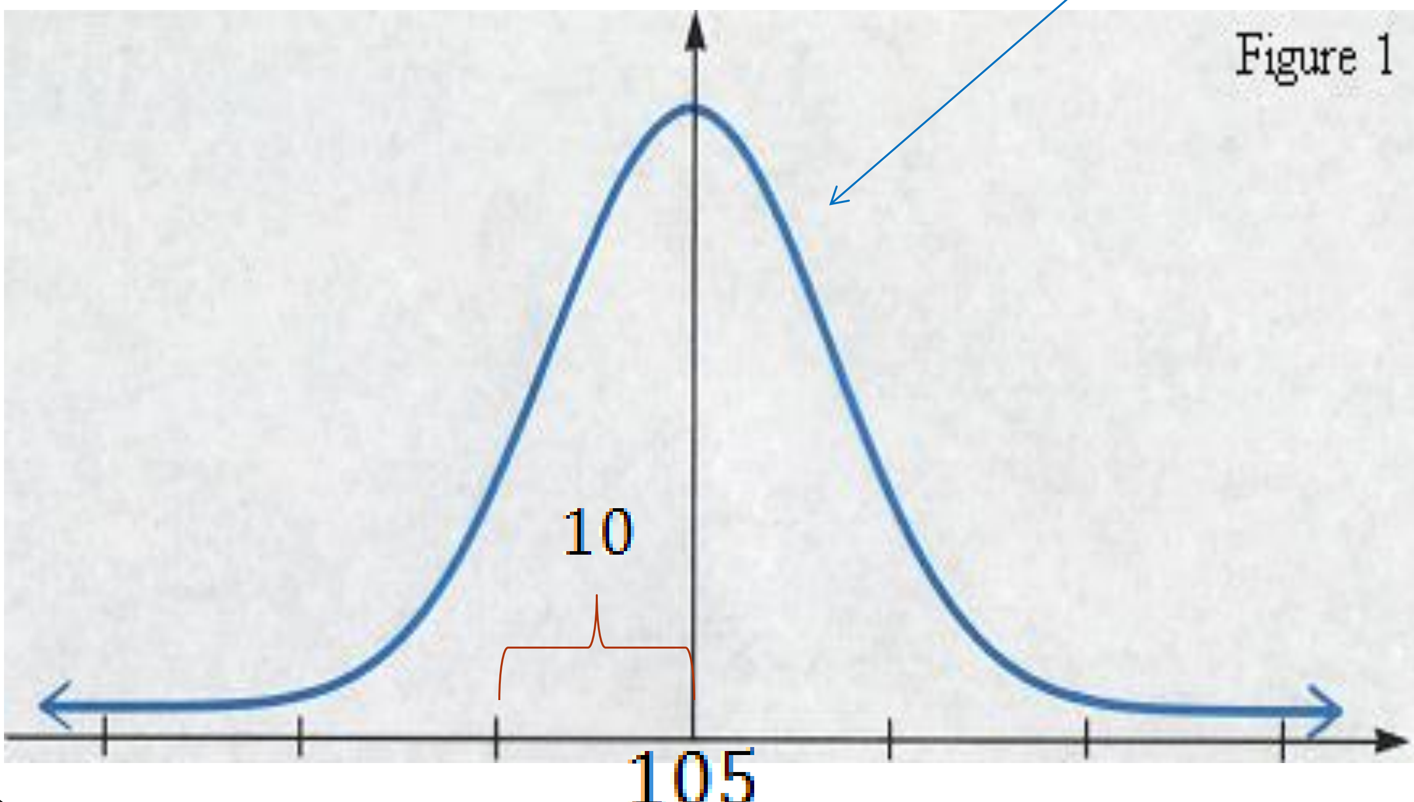
Introducción

$$\frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-105}{10}\right)^2}$$

- En nuestro caso:

$\mu = 105$

$\sigma = 10$



Introducción

De acuerdo al enunciado:

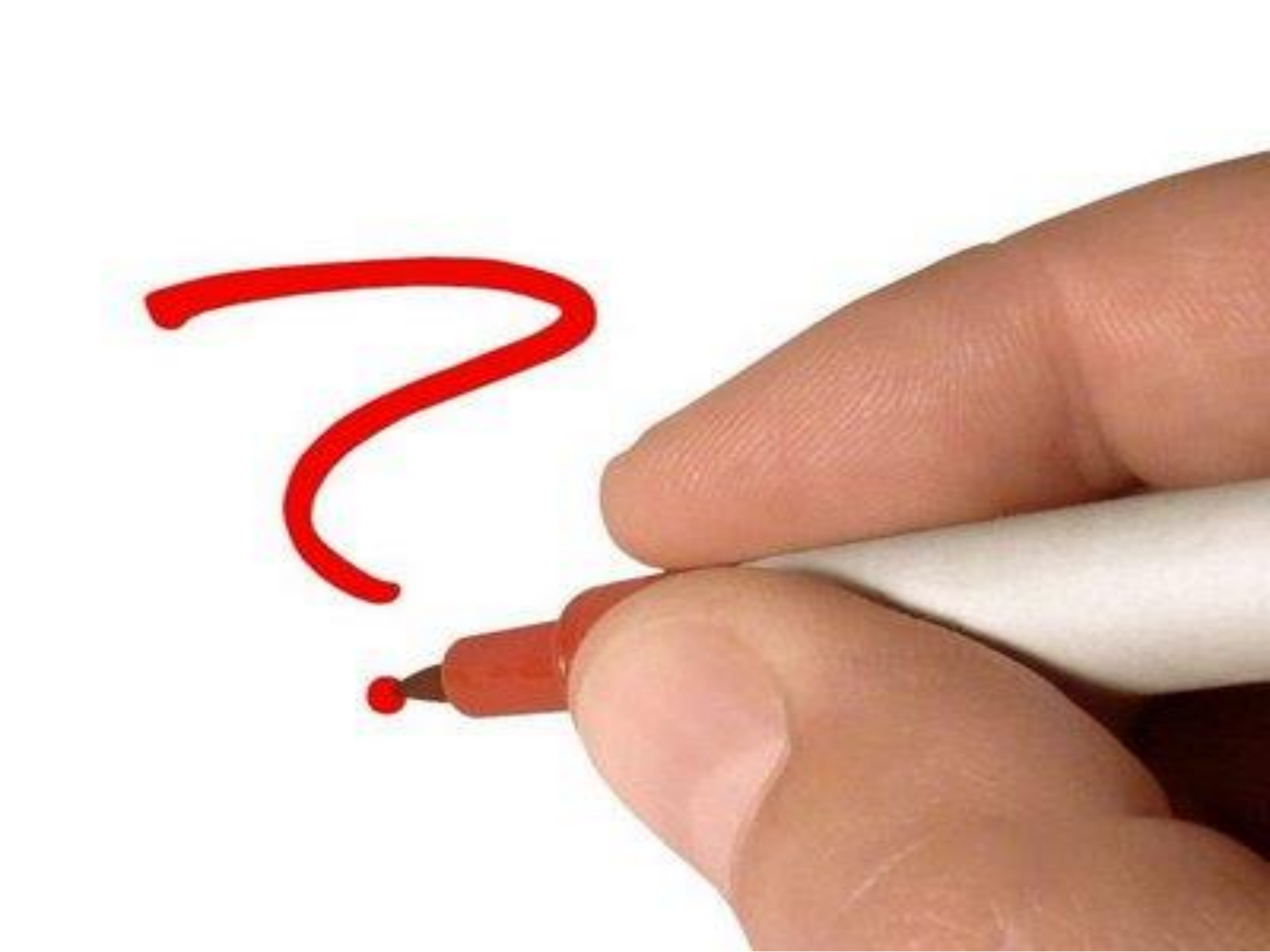
"… , cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120…"

-Además, recolectados todos los datos sabemos que:

$\mu = 105$

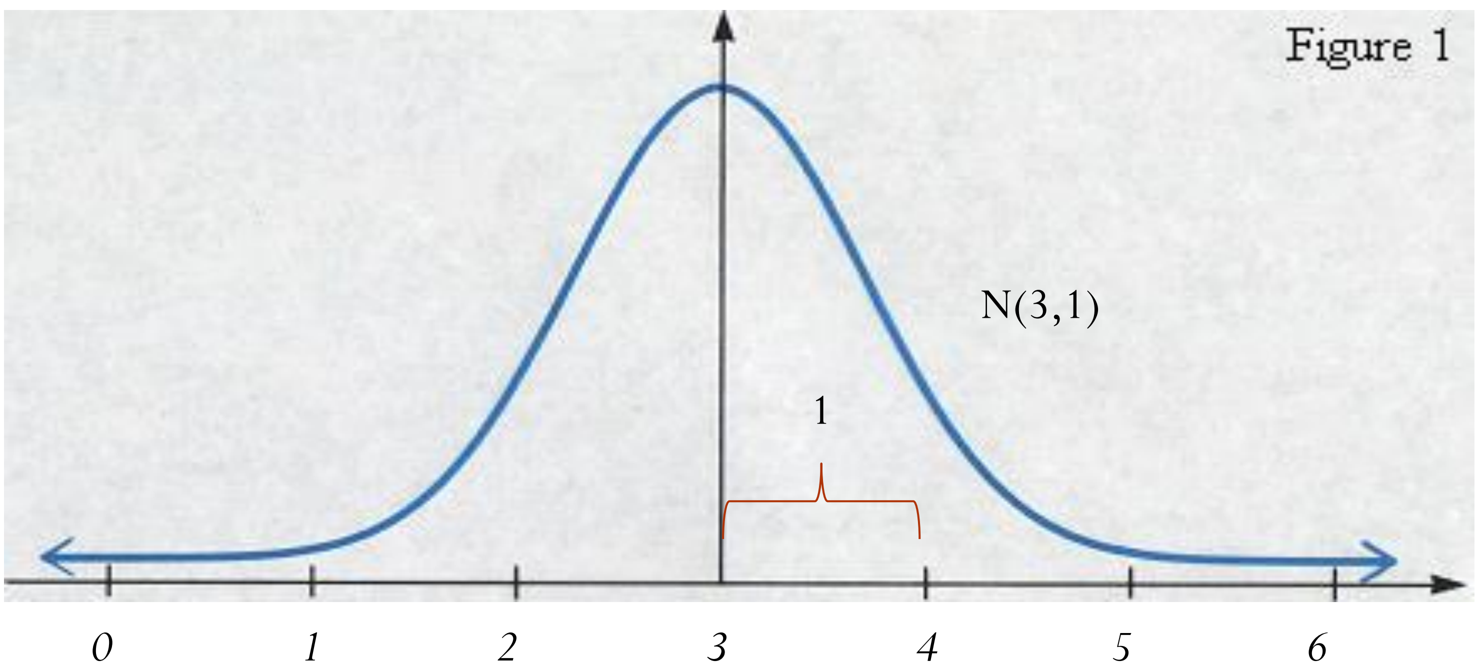
$\sigma = 10$

¿Cómo se calcula está probabilidad?



La curva normal estándar → N(0,1)

- Todos los ejercicios de probabilidades que realizamos anteriormente eran relativos a una curva normal con promedio de cero ($\mu=0$) y desviación estándar de uno ($\sigma=1$)



La curva normal estándar → N(0,1)

- Entonces, si tenemos un problema de una curva normal, según el enunciado, pero calculamos las probabilidades en una normal estándar: ¿qué tipo de transformación tenemos que hacer para calcular las probabilidades del enunciado en una normal estándar…?

$$\frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-105}{10}\right)^2} \longrightarrow \frac{1}{1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-0}{1}\right)^2}$$

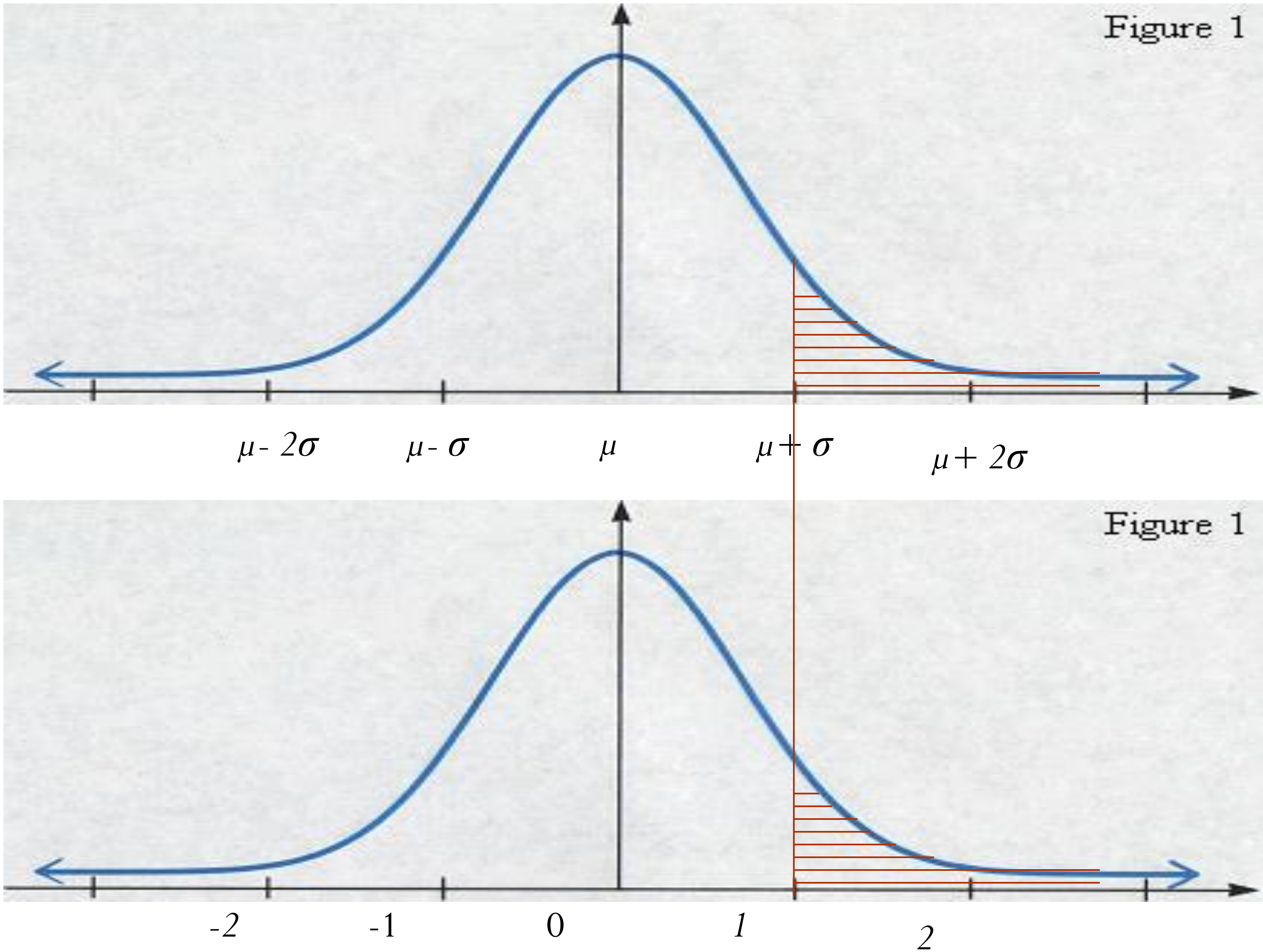
Normal

Normal Estándar

Transformación

La curva normal estándar → N(0,1)

En valor de la probabilidad, es exactamente lo mismo



Estandarización

- Para pasar de una "curva normal" a una "normal estándar", y poder hacer el cálculo de probabilidades, debemos estandarizar.

- Estandarizar una curva normal es transformarla de manera que su media sea *cero* y su desviación estándar sea *uno*. Esto se logra restando a la variable x su promedio (μ) y dividiendo la diferencia entre su desviación estándar (σ) .

- La expresión numérica para la estandarización es:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

→ N (0,1)

Estandarización

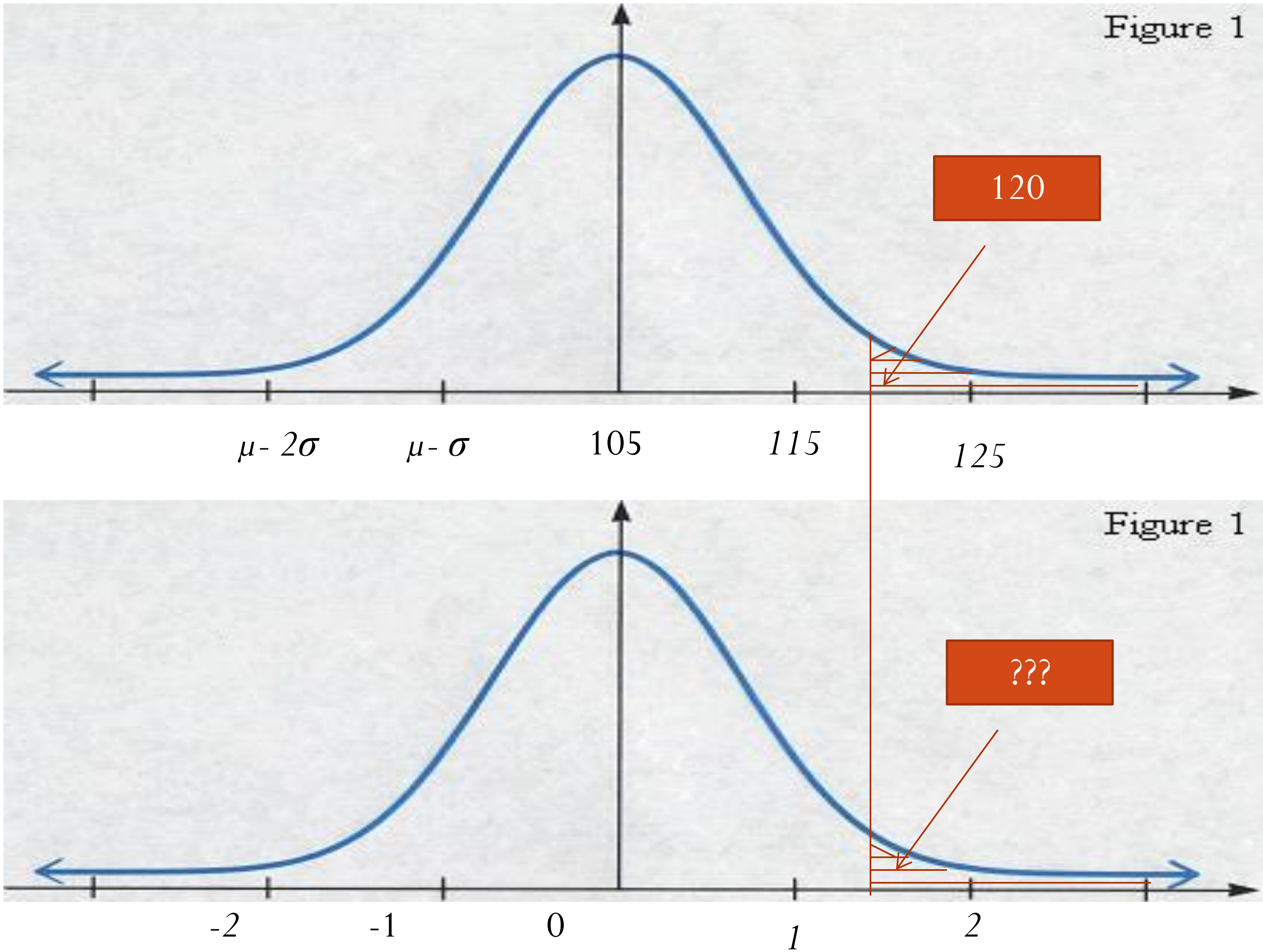
- En general, si la variable en cuestión tiene una distribución normal, con media μ y desviación estándar σ, basta con hacer el proceso anterior con el valor de interés "a", para obtener una probabilidad.

- La estandarización es un proceso muy simple, pero muy importante, que permite resolver problemas para cualquier curva normal trasladándolos, por medio de una sencilla transformación algebraica , a la normal estándar.

- Matemáticamente se define como:

$$P(x \leq a) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = P\left(z \leq \frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Nuestro ejemplo



Estandarizando

"… , cuál sería la probabilidad de encontrar a una persona con una presión diastólica superior a 120…"

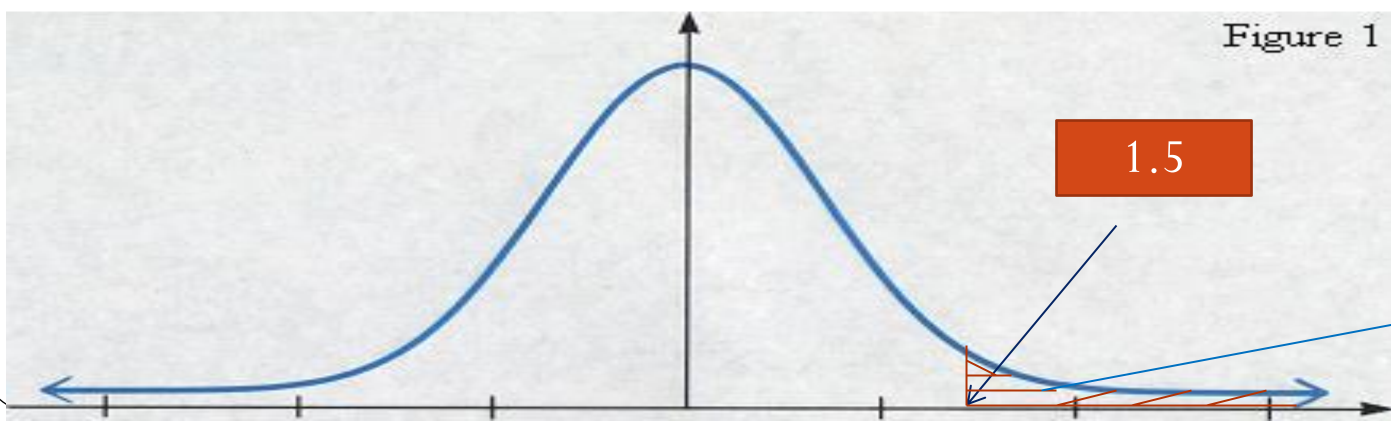
$\mu = 105$

$\sigma = 10$

Entonces estandarizamos:

$$Z = \frac{120-105}{10} = \frac{15}{10} = 1.5$$

N (0,1)



0.0668

Estandarizando

- Sería encontrar entonces P(z ≥ 1.5), ya que el enunciado dice persona con presión ***superior*.** En términnos de probabilidades sería.

$$P(x \geq 120)$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \geq \frac{120-105}{10}\right)$$

$$P\left(z \geq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\,(z \geq 1.5)$$

0.0668

Estandarizando

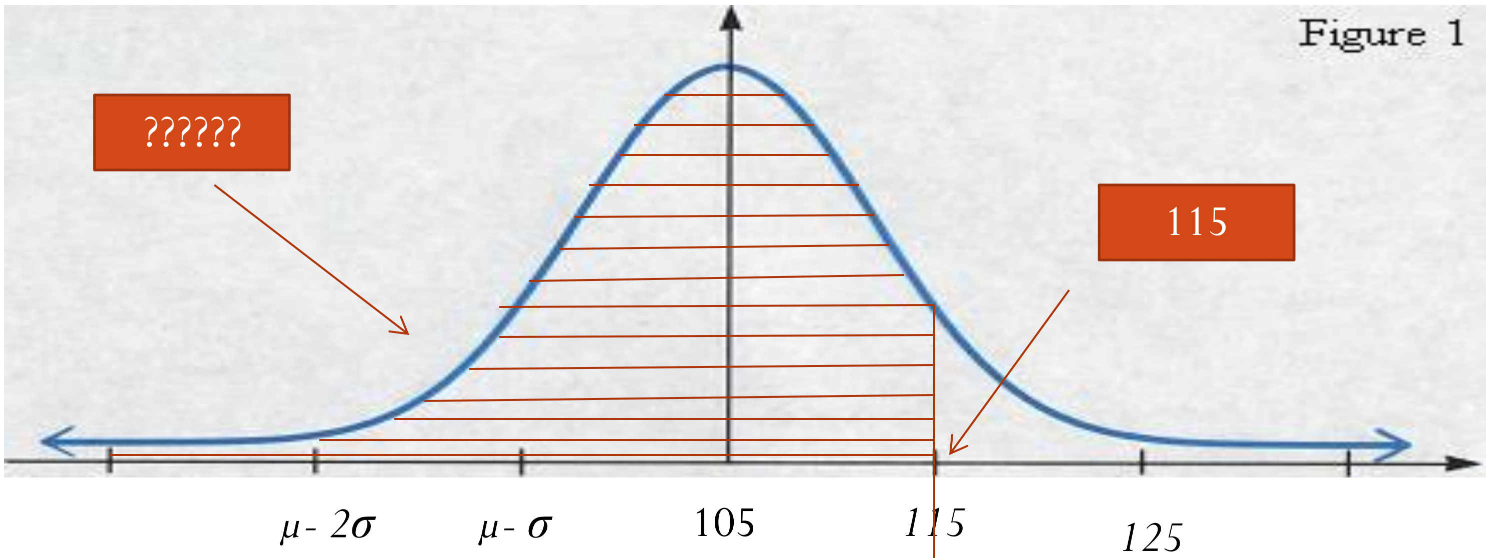
- Entonces la respuesta sería que se tiene una probabilidad de 0.0668 de encontrar personas con más de 120 de presión diastólica, lo cuál es un hecho muy poco probable.

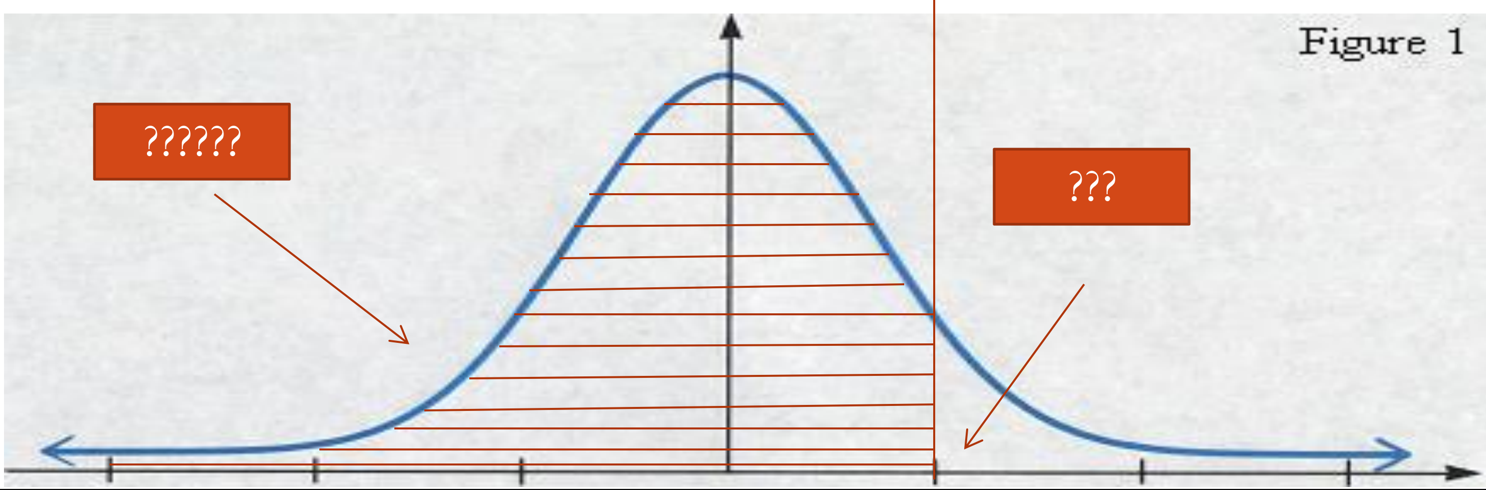
- Ahora, que pasa si en vez de encontrar la probabilidad anterior, no gustaría saber:

1. La probabilidad de personas con menos de 115 de presión diastólica.
2. Personas con presión entre 110 y 120.

Estandarizando

1. La probabilidad de personas con menos de 115 de presión D.





Estandarizando

- La solución sería:

$$P(x \leq 115)$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{115-105}{10}\right)$$

$$P\left(z \leq \frac{10}{10}\right)$$

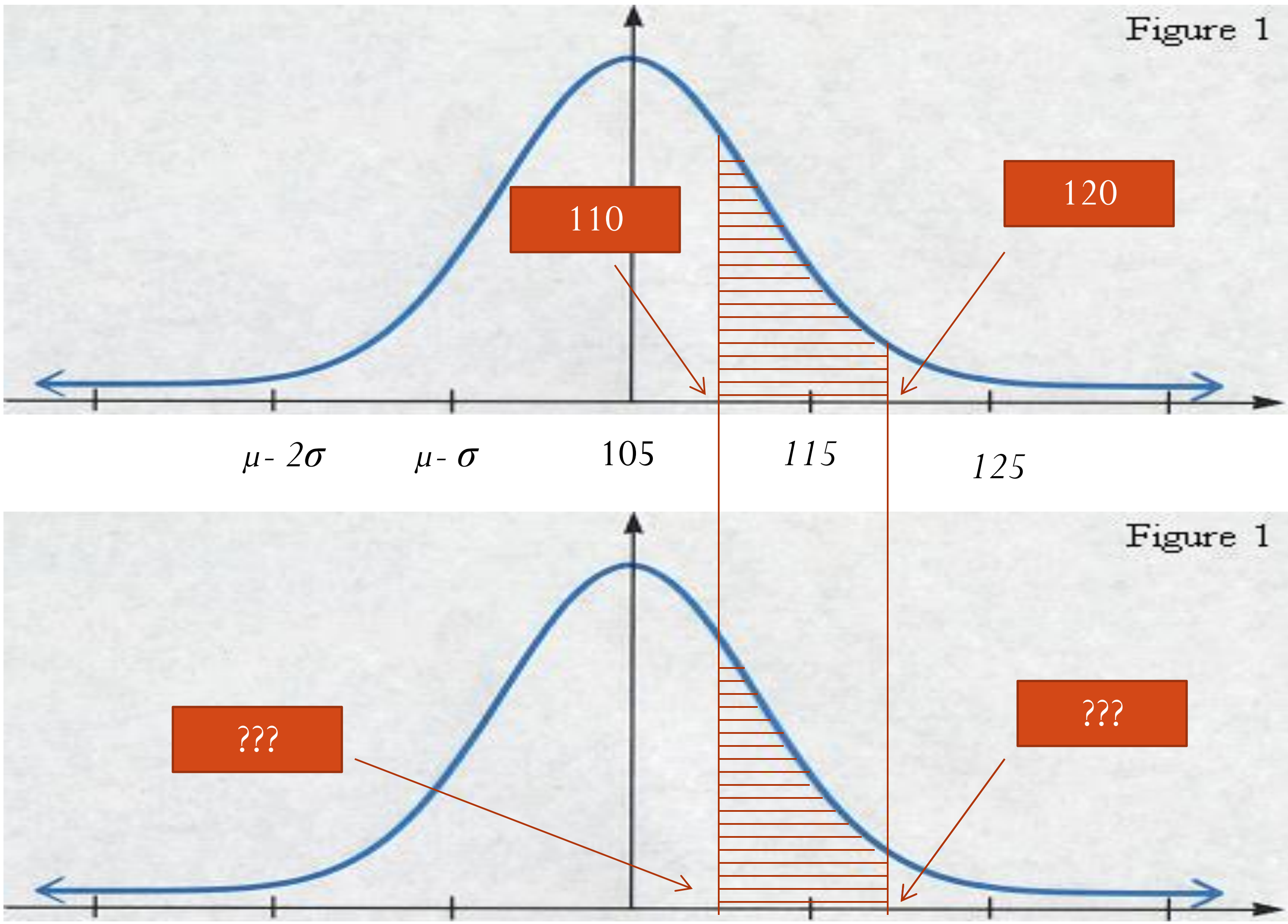
$$P\,(z \leq 1)$$

0.8413

R: se tiene una probabilidad de 0.8413 de encontrar personas con menos de 115 de presión diastólica, lo cuál es un hecho muy probable.

Estandarizando

- La probabilidad de personas entre 110 y 120 de presión D.



Estandarizando

- La solución sería:

$$P(110 \leq x \leq 120)$$

$$P\left(\frac{110-105}{10} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{120-105}{10}\right)$$

$$P\left(\frac{5}{10} \leq z \leq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\left(\frac{5}{10} \leq z \leq \frac{15}{10}\right)$$

$$P\,(0.5 \leq z \leq 1.5)$$

=0.6915-0.9332

0.2417

Reseñas finales

- Se observó como la estandarización ayuda a resolver problemas prácticos en la vida normal.
- La utilización de la estandarización se volverá a retomar en el próximo tema de prueba de hipótesis.


FIN